

PROGRAMAÇÃO PARALELA MPI 01 — INTRODUÇÃO

Marco A. Zanata Alves

PROGRAMAÇÃO COM MEMÓRIA DISTRIBUÍDA

As aplicações são vistas como um conjunto de programas que são executados de forma independente em diferentes processadores de diferentes computadores. A semântica da aplicação é mantida através da troca de informação entre os vários programas.

PROGRAMAÇÃO COM MEMÓRIA DISTRIBUÍDA

As aplicações são vistas como um conjunto de programas que são executados de forma independente em diferentes processadores de diferentes computadores. A semântica da aplicação é mantida através da troca de informação entre os vários programas.

A <u>sincronização</u> e o modo de funcionamento da aplicação é da <u>responsabilidade do programador</u>. No entanto, o programador não quer desperdiçar muito tempo com os aspectos relacionados com a comunicação propriamente dita.

PROGRAMAÇÃO COM MEMÓRIA DISTRIBUÍDA

As aplicações são vistas como um conjunto de programas que são executados de forma independente em diferentes processadores de diferentes computadores. A semântica da aplicação é mantida através da troca de informação entre os vários programas.

A sincronização e o modo de funcionamento da aplicação é da responsabilidade do programador. No entanto, o programador não quer desperdiçar muito tempo com os aspectos relacionados com a comunicação propriamente dita.

A comunicação é implementada por diferentes bibliotecas que cuidam dos detalhes. Essas bibliotecas permitem executar programas remotamente, monitorizar o seu estado, e trocar informação entre os diferentes programas, sem que o programador precise de saber explicitamente como isso é conseguido.

MESSAGE-PASSING INTERFACE (MPI)

O que **não** é o MPI:

O MPI não é um modelo revolucionário de programar máquinas paralelas. Pelo contrário, ele é um modelo de programação paralela baseado na troca de mensagens que pretendeu recolher as melhores funcionalidades dos sistemas existentes, aperfeiçoá-las e torná-las um standard.

O MPI não é uma linguagem de programação. É um conjunto de rotinas (biblioteca) definido inicialmente para ser usado em programas C ou Fortran.

O MPI não é a implementação. É apenas a <u>especificação!</u>

PRINCIPAIS OBJETIVOS:

Aumentar a portabilidade dos programas.

Aumentar e melhorar a funcionalidade.

Conseguir implementações eficientes numa vasta gama de arquiteturas.

Suportar ambientes heterogêneos.

UM POUCO DE HISTÓRIA

O MPI nasceu em 1992 da cooperação entre universidades, empresas e utilizadores dos Estados Unidos e Europa (MPI Forum — http://www.mpi-forum.org) e foi publicado em Abril de 1994.

Principais implementações:

- MPICH http://www.mcs.anl.gov/mpi/mpich
- OpenMPI http://www.openmpi.org

Propostas de extensão foram estudadas e desenvolvidas:

- MPI-2
- MPI-IO

SINGLE PROGRAM MULTIPLE DATA (SPMD)

SPMD é um modelo de programação em que os vários programas que constituem a aplicação são incorporados num único executável.

Cada processo executa uma cópia desse executável. Utilizando condições de teste sobre o ranking dos processos, diferentes processos executam diferentes partes do programa.

```
if (my_rank == 0) {  // similar ao thread_id []
// código tarefa 0
} ...
} else if (my_rank == N) {
// código tarefa N
}
```

O MPI não impõe qualquer restrição quanto ao modelo de programação (isso depende do suporte oferecido por cada implementação particular). Sendo assim, o modelo SPMD é aquele que oferece a aproximação mais portável. PROGRAMAÇÃO PARALELA

INICIAR E TERMINAR O AMBIENTE DE EXECUÇÃO DO MPI

MPI_Init(int *argc, char ***argv)

MPI_Init() inicia o ambiente de execução do MPI.

MPI_Finalize(void)

MPI_Finalize() termina o ambiente de execução do MPI.

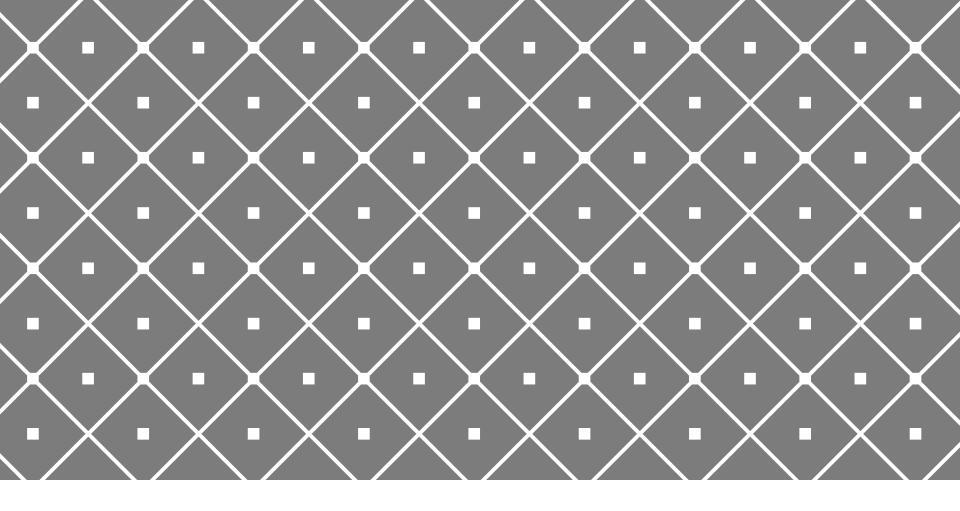
Todas as funções MPI retornam 0 se OK, valor positivo se ERRO.

A especificação não esclarece o que pode ser feito antes da chamada MPI_Init() ou após a chamada MPI_Finalize().

Nas implementações MPICH é instruído que sejam feitas a menor quantidade de ações possível. Em particular evitar mudanças no estado externo do programa, como abertura de arquivos, leitura ou escrita do standard input ou output.

ESTRUTURA BASE DE UM PROGRAMA MPI

```
// incluir a biblioteca de funções MPI
#include <mpi.h>
main(int argc, char **argv) {
// nenhuma chamada a funções MPI antes deste ponto
MPI_Init(&argc, &argv);
• • •
MPI_Finalize();
// nenhuma chamada a funções MPI depois deste ponto
```



EXECUTANDO O PROGRAMA COM MPI

COMPILAÇÃO E EXECUÇÃO DE PROGRAMAS

As implementações MPI disponibilizam um conjunto de scripts para tratar dos caminhos dos headers e libraries necessários à compilação.

- mpicc (script de compilação para programas MPI escritos em C)
- mpic++ (script de compilação para programas MPI escritos em C++)
- mpif77 (script de compilação para programas MPI escritos em Fortran)

COMPILAÇÃO E EXECUÇÃO DE PROGRAMAS

O comando mpirun permite iniciar a execução distribuída de um dado programa MPI.

Precisamos indicar a seguinte informação:

- A topologia do conjunto de máquinas a executar.
- O número de unidades de execução a lançar por máquina ou por CPU.
- Número de processos a serem lançados.

EXECUTANDO APLICAÇÕES MPI

Podemos utilizar um <u>arquivo de **hosts**</u> a serem utilizados

Especifica-se o **nome** das máquinas a utilizar e o **número de CPUs** por máquina, se mais do que 1 (cpu=2).

```
# cluster com 4 máquinas e 6 CPUs
node1
node2
node3 cpu=2
node4 cpu=2
```

Para a execução usamos:

mpirun --hostfile <hosts_file> -np <# processos> <binary>

ACESSANDO MÁQUINAS REMOTAS

Para que o MPI crie os processos em diferentes máquinas, é necessário que o usuário possua livre acesso a estas.

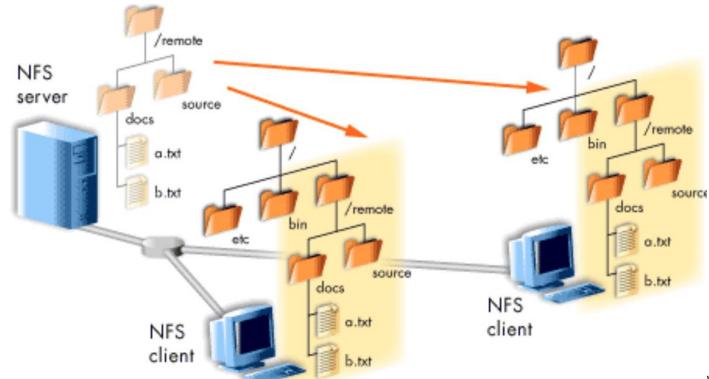
Um esquema para isso pode ser o uso de chaves SSH.

- •ssh-keygen → Cria chaves públicas
- •ssh-copy-id → Copia para o servidor especificado as chaves públicas

As máquinas remotas devem possuir também cópia dos binários e demais arquivos a serem utilizados.

NETWORK FILE SYSTEM

Em ambientes (ex. UFPR) com NFS (network file system), nossos arquivos já estarão em todas as máquinas automaticamente.

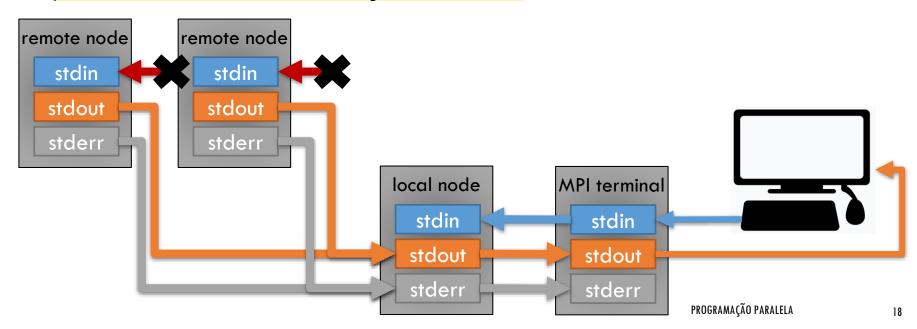




COMPORTAMENTO DO I/O

STANDARD I/O

- O standard input é redirecionado para /dev/null em todos os nós remotos.
- O nó local (aquele onde o utilizador invoca o comando que inicia a execução) herda o standard input do terminal onde a execução é iniciada.
- O standard output e o standard error são redirecionados em todos os nós para o terminal onde a execução é iniciada.



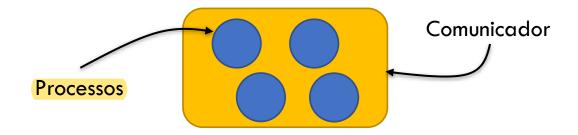


COMUNICADORES

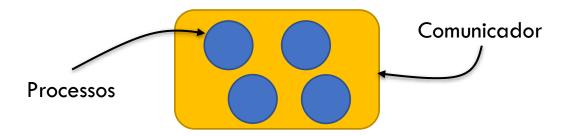
COMUNICADORES

Uma aplicação MPI vê o seu ambiente de execução paralelo como um conjunto de grupos de processos.

O comunicador é a estrutura de dados MPI que abstrai o conceito de grupo e define quais os processos que podem trocar mensagens entre si. Todas as funções de comunicação têm um argumento relativo ao comunicador.



COMUNICADORES



Por padrão, o ambiente de execução do MPI define um comunicador universal (MPI_COMM_WORLD) que engloba todos os processos em execução.

Todos os processos possuem um identificador único (rank) que determina a sua posição (de 0 a N-1) no comunicador. Se um processo pertencer a mais do que um comunicador ele pode ter rankings diferentes em cada um deles.

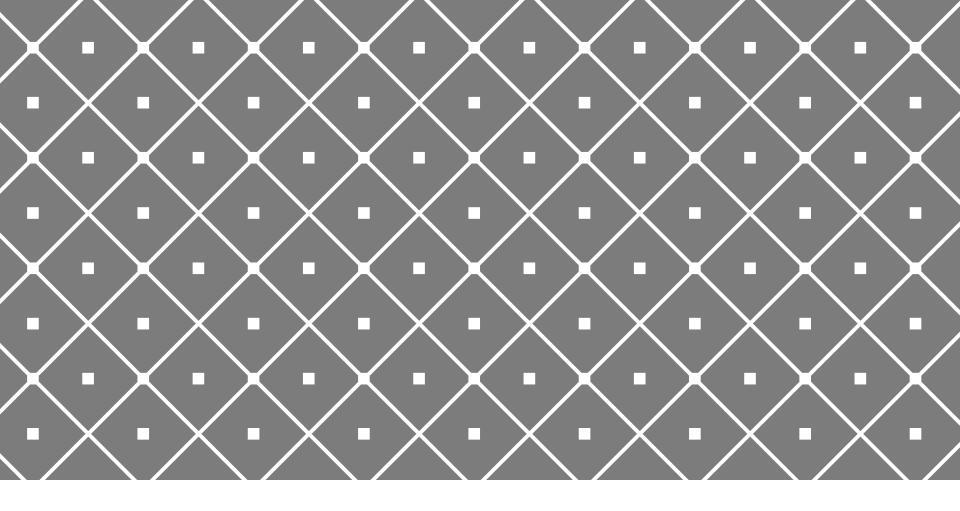
INFORMAÇÃO RELATIVA A UM COMUNICADOR

```
MPI_Comm_rank(MPI_Comm comm, int *rank)
```

MPI_Comm_rank() devolve em rank a posição do processo corrente no comunicador comm.

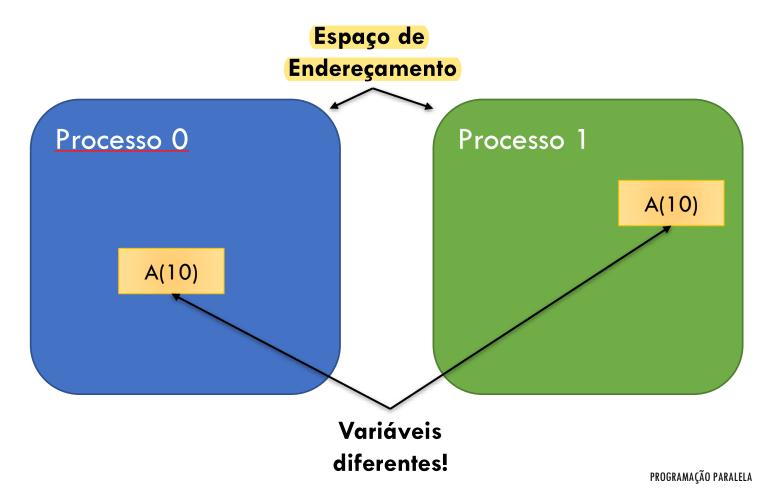
```
MPI_Comm_size(MPI_Comm comm, int *size)
```

MPI_Comm_size() devolve em size o total de processos no comunicador comm.

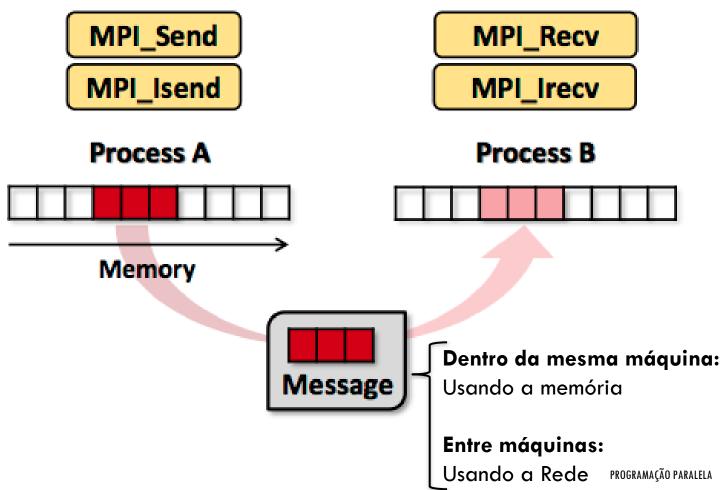


MENSAGENS

COMUNICAÇÃO EM MEMÓRIA DISTRIBUÍDA



COMUNICAÇÃO EM MEMÓRIA DISTRIBUÍDA



MENSAGENS MPI

Na sua essência, as mensagens não são nada mais do que pacotes de informação trocados entre processos.

Para efetuar uma troca de mensagens, o ambiente de execução necessita de conhecer no mínimo a seguinte informação:

- Processo que envia.
- Processo que recebe.
- · Localização dos dados na origem.
- Localização dos dados no destino.
- Tamanho dos dados.
- Tipo dos dados.

O tipo dos dados é um dos itens mais relevantes nas mensagens MPI. Daí, uma mensagem MPI ser normalmente designada como uma sequência de tipo de dados.

TIPOS DE DADOS BÁSICOS

MPI	C	
MPI_CHAR	signed char	
MPI_SHORT	signed short int	
MPI_INT	signed int	
MPI_LONG	signed long int	
MPI_UNSIGNED_CHAR	unsigned char	
MPI_UNSIGNED_SHORT	unsigned short int	
MPI_UNSIGNED	unsigned int	
MPI_UNSIGNED_LONG	unsigned long int	
MPI_FLOAT	float	
MPI_DOUBLE	double	
MPI_LONG_DOUBLE	long double	
MPI_PACKED	PROGRAMAÇÃO PARALELA	

ENVIO STANDARD DE MENSAGENS

MPI_Send() é a funcionalidade básica para envio de mensagens.

buf é o endereço inicial dos dados a enviar.

count é o número de elementos do tipo datatype a enviar.

datatype é o tipo de dados a enviar.

dest é a posição do processo, no comunicador comm, a quem se destina a mensagem.

tag é uma marca que identifica a mensagem a enviar. As mensagens podem possuir idênticas ou diferentes marcas por forma a que o processo que as envia/recebe as possa agrupar/diferenciar em classes.

comm é o comunicador dos processos envolvidos na comunicação.

RECEPÇÃO STANDARD DE MENSAGENS

MPI_Recv(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype,
 int source, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Status *status)

MPI_Recv() é a funcionalidade básica para recepção de mensagens.

buf é o endereço onde devem ser colocados os dados recebidos.

count é o número máximo de elementos do tipo datatype a receber (tem de ser maior ou igual ao número de elementos enviados).

datatype é o tipo de dados a receber (não necessita de corresponder aos dados que foram enviados).

RECEPÇÃO STANDARD DE MENSAGENS

MPI_Recv(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype,
 int source, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Status *status)

source é a posição do processo, no comunicador **comm**, de quem se pretende receber a mensagem. Pode ser **MPI_ANY_SOURCE** para receber de qualquer processo no comunicador **comm**.

tag é a marca que identifica a mensagem que se pretende receber. Pode ser MPI_ANY_TAG para receber qualquer mensagem.

comm é o comunicador dos processos envolvidos na comunicação.

status devolve informação sobre o processo emissor (status.MPI_SOURCE) e a marca da mensagem recebida (status.MPI_TAG). Se essa informação for desprezável indique MPI_STATUS_IGNORE.

INFORMAÇÃO RELATIVA À RECEPÇÃO

MPI_Get_count() devolve em count o número de elementos do tipo datatype recebidos na mensagem associada com status.

MPI_Probe() sincroniza a recepção da próxima mensagem, retornando em status informação sobre a mesma sem contudo proceder à sua recepção.

A recepção deverá ser posteriormente feita com MPI_Recv().

É útil em situações em que não é possível conhecer antecipadamente o tamanho da mensagem e assim evitar que esta exceda o buffer de recepção.

I'M ALIVE! (MPI ALIVE.C)

```
#include <mpi.h>
#define STD_TAG 0
main(int argc, char **argv) {
  int i, my_rank, n_procs; char msg[100]; MPI_Status status;
  MPI_Init(&argc, &argv);
 MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &my_rank);
  MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &n_procs);
  if (my_rank != 0) {
    sprintf(msg, "I'm alive!");
    MPI_Send(msg, strlen(msg) + 1, MPI_CHAR, 0, STD_TAG, MPI_COMM_WORLD);
  } else {
    for (i = 1; i < n_procs; i++) {
      MPI_Recv(msg, 100, MPI_CHAR, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_TAG, MPI_COMM_WORLD,
&status);
      printf("Proc %d: %s \n", status.MPI_SOURCE, msg);
  }
 MPI Finalize();
```



TIPOS DE COMUNICAÇÃO

COMUNICAÇÃO BLOQUEANTE VS. NÃO BLOQUEANTE

Durante uma comunicação usamos um buffer de envio.

Comunicações bloqueantes: Só executam a próxima instrução quando o **buffer** puder ser usado novamente.

Significa que o buffer está disponível porque o MPI copiou para outro lugar ou porque a mensagem já foi entregue ao destino.

Comunicação não-bloqueante: Executam a próxima instrução, mesmo que o buffer ainda não possa ser reutilizado.

Se o programador usar ou modificar o buffer de envio, não há garantias de corretude do código.

Nos dois casos a comunicação fica completa quando num momento posterior o processo destinatário recebe os dados.

Não existe garantia que após desbloquear os dados tenham sido entregues.

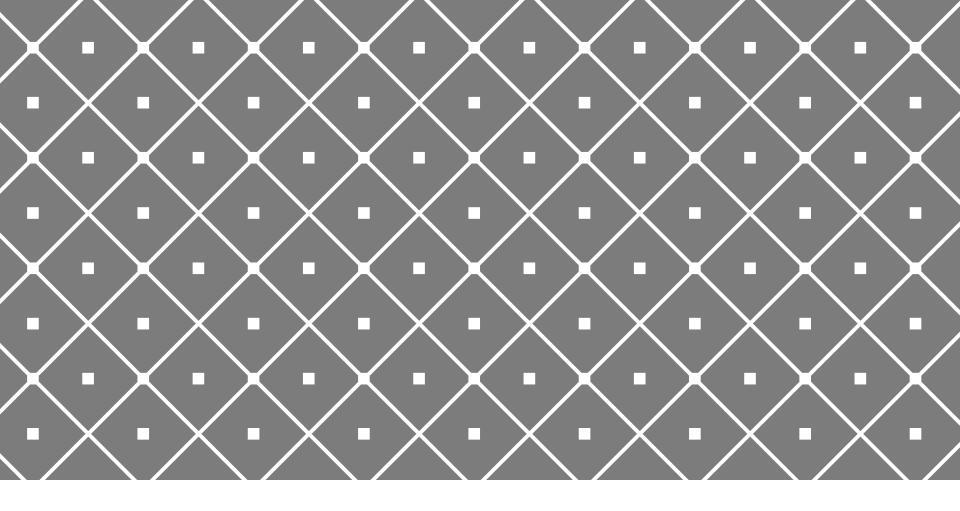
COMUNICAÇÃO SÍNCRONA VS. ASSÍNCRONA

Comunicações síncronas: Não executam a próxima instrução até que seja garantido que os dados foram entregues.

Comunicações assíncronas: Não garantem o momento que os dados serão entregues. Dependendo da política de bloqueante/não bloqueante irá executar a próxima instrução.

MODOS DE COMUNICAÇÃO

	Síncrono	Assíncrono
Riaguagnta	Ssend (Syncronous) Rsend (Ready)	Bsend (Buffered)
Bloqueante	★Send (Sync/	Buffered)
Não Bloqueante	ISsend (Immediate+Syncronous) > IRsend (Immediate + Ready)	(Isend (Immediate) IBsend (Immediate+Buffered)



COMUNICAÇÃO BLOQUEANTE

MODOS DE COMUNICAÇÃO

Em MPI existem diferentes modos de comunicação para <u>envio</u> de mensagens:

Synchronous: MPI_Ssend()

Buffered: MPI_Bsend()

Standard: MPI_Send()

Independentemente do modo de envio, a recepção é sempre feita através da chamada MPI_Recv().

MODOS DE COMUNICAÇÃO

Em qualquer um dos modos a ordem das mensagens é sempre preservada:

- O processo A envia N mensagens para o processo B fazendo N chamadas a qualquer uma das funções MPI_Send().
- O processo B faz N chamadas a MPI_Recv() para receber as N mensagens.
- O ambiente de execução garante que a 1 a chamada a MPI_Send() é emparelhada com a 1 a chamada a MPI_Recv(), a 2 a chamada a MPI_Send() é emparelhada com a 2 a chamada a MPI_Recv(), e assim sucessivamente.

SYNCHRONOUS SEND



Só quando o processo receptor confirmar que está pronto a receber é que o envio acontece. Até lá o processo emissor fica à espera.

Este tipo de comunicação só deve ser utilizado quando o processo emissor necessita de garantir a recepção antes de continuar a sua execução.

Este método de comunicação pode ser útil para certas situações. No entanto, ele pode atrasar bastante a aplicação, pois enquanto o processo receptor não recebe a mensagem, o processo emissor poderia estar a executar trabalho útil.

BUFFERED SEND

MPI_Bsend(void *buf, int count, MPI_Datatype
datatype, int dest, int tag, MPI_Comm comm)

A mensagem é copiada para um buffer local do programa e só depois enviada. O processo emissor não fica dependente da sincronização com o processo receptor, e após a cópia dos dados para o buffer pode continuar a sua execução.



Tem a vantagem de não requerer sincronização, mas o inconveniente de se ter de definir explicitamente um buffer associado ao programa.

BUFFERED SEND

MPI_Buffer_attach(void *buf, int size)

MPI_Buffer_attach() informa o ambiente de execução do MPI que o espaço de tamanho **size** bytes a partir do endereço **buf** pode ser usado para buffering local de mensagens.

MPI_Buffer_detach(void **buf, int *size)

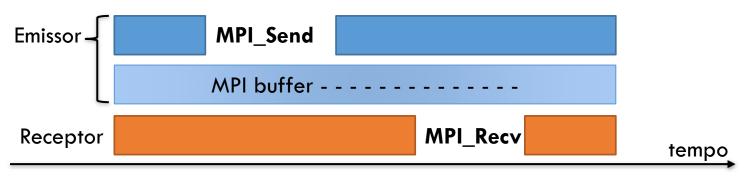
MPI_Buffer_detach() informa o ambiente de execução do MPI que o atual buffer local de mensagens não deve ser mais utilizado. Se existirem mensagens pendentes no buffer, a função só retorna quando todas elas forem entregues.

Em cada instante da execução só pode existir um único buffer associado a cada processo.

A função MPI_Buffer_detach() não liberta a memória associada ao buffer, para tal é necessário invocar explicitamente a função free() do sistema.

BUFFERED VS. STANDARD SEND

Termina assim que a mensagem é enviada, o que não significa que tenha sido entregue ao processo receptor. A mensagem pode ficar pendente no ambiente de execução durante algum tempo (depende da implementação do MPI).



Tipicamente, as implementações fazem buffering de mensagens pequenas e sincronizam nas grandes. Para escrever código portável, o programador não deve assumir que o envio termina antes nem depois de começar a recepção.

WELCOME! (MPI_WELCOME.C)

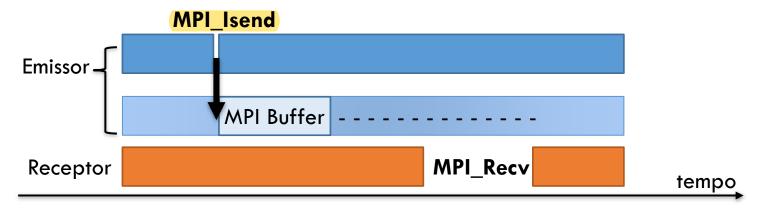
```
main(int argc, char **argv) {
  int buf_size; char *local_buf; ...
 MPI Init(&argc, &argv);
  MPI Comm rank(MPI COMM WORLD, &my rank);
  MPI Comm size(MPI COMM WORLD, &n procs);
  buf size = BUF SIZE; local buf = (char *) malloc(buf size);
  MPI_Buffer_attach(local_buf, buf_size);
  sprintf(msg, "Welcome!");
  for (i = 0; i < n_procs; i++)
    if (my rank != i)
      MPI_Bsend(msg, strlen(msg) + 1, MPI_CHAR, i, STD_TAG, MPI_COMM_WORLD);
  for (i = 0; i < n \text{ procs}; i++)
    if (my_rank != i) {
      sprintf(msg, "Argh!");
      MPI Recv(msg, 100, MPI CHAR, MPI ANY SOURCE, MPI ANY TAG, MPI COMM WORLD, & status);
      printf("Proc %d->%d: %s \n", status.MPI_SOURCE, my_rank, msg);
    }
  MPI Buffer detach(&local buf, &buf size);
  free(local buf);
 MPI_Finalize();
```



COMUNICAÇÃO NÃO BLOQUEANTES

ENVIO E RECEPÇÃO NÃO BLOQUEANTE DE MENSAGENS

MPI_Isend(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype,
int dest, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Request *req)



MPI_Irecv(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype,
int source, int tag, MPI_Comm comm, MPI_Request *req)

Ambas as funções devolvem em **req** o identificador que permite a posterior verificação do sucesso da comunicação.

VERIFICAR O SUCESSO DE UMA COMUNICAÇÃO NÃO BLOQUEANTE

MPI_Iprobe() testa a chegada de uma mensagem associada com source, tag e comm sem contudo proceder à sua recepção.

Retorna em **flag** o valor lógico que indica a chegada de alguma mensagem, e em caso positivo retorna em status informação sobre a mesma.

A recepção deverá ser posteriormente feita com uma função de recepção.

VERIFICAR O SUCESSO DE UMA COMUNICAÇÃO NÃO BLOQUEANTE

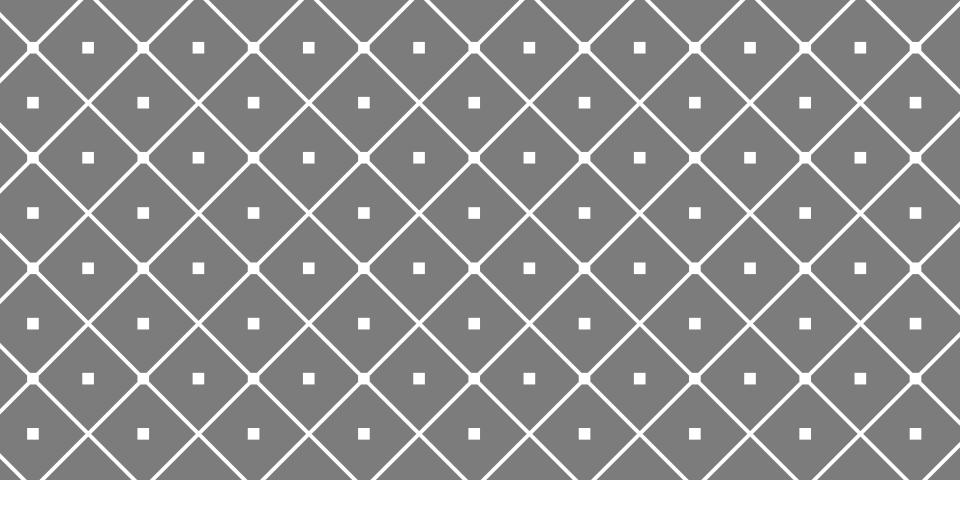
MPI_Wait(MPI_Request *req, MPI_Status *status)

MPI_Wait() bloqueia até que a comunicação identificada por req suceda. Retorna em status informação relativa à mensagem.

MPI_Test() testa se a comunicação identificada por **req** sucedeu. Retorna em **flag** o valor lógico que indica o sucesso da comunicação, e em caso positivo retorna em **status** informação relativa à mensagem.

HELLO! (MPI_HELLO.C)

```
main(int argc, char **argv) {
   char recv_msg[100]; MPI_Request req[100];
  MPI_Init(&argc, &argv);
  MPI Comm rank(MPI COMM WORLD, &my rank);
  MPI Comm size(MPI COMM WORLD, &n procs);
   sprintf(msg, "Hello!");
  for (i = 0; i < n_procs; i++)
    if (my_rank != i) {
     MPI_Irecv(recv_msg, 100, MPI_CHAR, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_TAG,
MPI COMM WORLD, &(req[i]));
     MPI_Isend(msg, strlen(msg)+1, MPI_CHAR, i, STD_TAG,MPI_COMM_WORLD,
&(req[i+n_procs]));
   for (i = 0; i < n_procs; i++)
     if (my_rank != i) {
       sprintf(recv_msg, "Argh!");
       MPI_Wait(&(req[i + n_procs]), &status);
       MPI_Wait(&(req[i]), &status);
       printf("Proc %d->%d: %s \n", status.MPI_SOURCE, my_rank, recv_msg);
  MPI_Finalize();
```



```
MPI_Sendrecv(void *sendbuf, int sendcount, MPI_Datatype sendtype,
        int dest, int sendtag, void *recvbuf, int recvcount,
        MPI_Datatype recvtype, int source, int recvtag,
        MPI_Comm comm, MPI_Status *status)
```

MPI_Sendrecv() permite o envio e recepção simultânea de mensagens. É útil para quando se pretende utilizar comunicações circulares sobre um conjunto de processos, pois permite evitar o problema de ordenar corretamente as comunicações de modo a não ocorrerem situações de deadlock.

senbuf é o endereço inicial dos dados a enviar.

sendcount é o número de elementos do tipo sendtype a enviar.

sendtype é o tipo de dados a enviar.

dest é a posição do processo no comunicador comm a quem se destina a mensagem.

sendtag é uma marca que identifica a mensagem a enviar.

recvbuf é o endereço onde devem ser colocados os dados recebidos.

recvcount é o número máximo de elementos do tipo recvtype a receber.

recvtype é o tipo de dados a receber.

source é a posição do processo no comunicador **comm** de quem se pretende receber a mensagem.

recvtag é a marca que identifica a mensagem que se pretende receber.

comm é o comunicador dos processos envolvidos na comunicação.

status devolve informação sobre o processo emissor.

Os buffers de envio **sendbuf** e de recepção **recvbuf** <u>devem</u> ser necessariamente diferentes.

As marcas **sendtag** e **recvtag**, os tamanhos **sendcount** e **recvcount**, e os tipos de dados **sendtype** e **recvtype** <u>podem</u> ser diferentes.

Uma mensagem enviada por uma comunicação **MPI_Sendrecv()** pode ser recebida por qualquer outra comunicação usual de recepção de mensagens.

Uma mensagem recebida por uma comunicação MPI_Sendrecv() pode ter sido enviada por qualquer outra comunicação usual de envio de mensagens.

MPI_Sendrecv_replace(void *buf, int count,
MPI_Datatype datatype, int dest, int sendtag, int source,
 int recvtag, MPI_Comm comm, MPI_Status *status)

MPI_Sendrecv_replace() permite o envio e recepção simultânea de mensagens utilizando o mesmo buffer para o envio e para a recepção. No final da comunicação, a mensagem a enviar é substituída pela mensagem recebida.

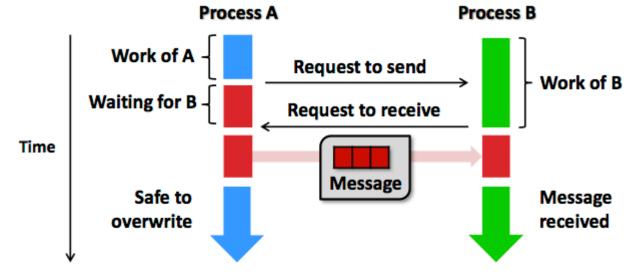
O buffer **buf**, o tamanho **count** e o tipo de dados **datatype** são utilizados para definir tanto a mensagem a enviar como a mensagem a receber.

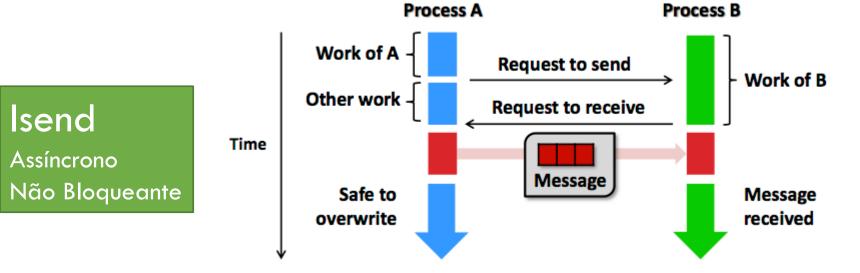
Uma mensagem enviada por uma comunicação MPI_Sendrecv_replace() pode ser recebida por qualquer outra comunicação usual de recepção de mensagens.

Uma mensagem recebida por uma comunicação MPI_Sendrecv_replace() pode ter sido enviada por qualquer outra comunicação usual de envio de mensagens.

PRINCIPAIS TIPOS DE MENSAGEM

Ssend
Síncrono
Bloqueante





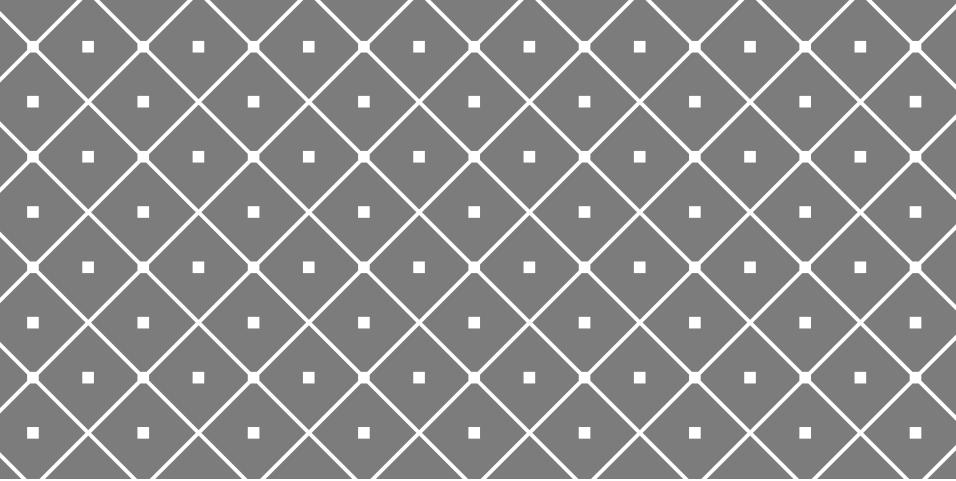
TIPOS DE RECEBIMENTO

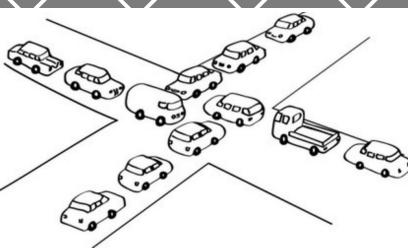
De maneira parecida com o SEND o RECV tem modos de operação:

MPI_Recv — **Bloqueante e Síncrono**: só executa a próxima instrução quando o buffer estiver com os dados.

MPI_Irecv – **Não Bloqueante e Não-Síncrono:** executará a próxima instrução em seguida, porém não devemos utilizar os dados do buffer até que asseguremos que a recepção foi sucedida.







DEADLOCK

DEADLOCKS

Suponha que dois processos precisem trocar dados

Considere o seguinte pseudocódigo, que pretende trocar dados entre os processos 0 e 1:

```
sync_send(destinatário = outro);
receive(origem = outro);
```

Imagine que os dois processos executam esse código.

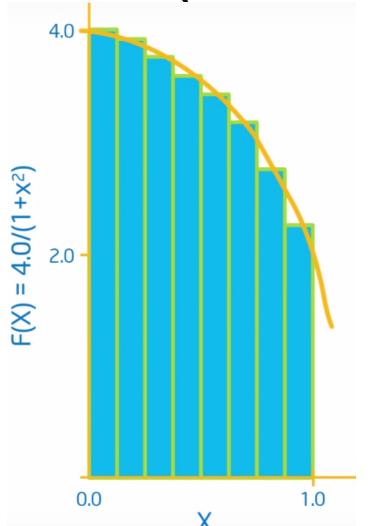
Ambos emitem a chamada de envio... e não podem continuar, porque ambos estão esperando que o outro emita a chamada de recepção correspondente à chamada de envio.

Isso é conhecido como deadlock.



EXERCÍCIO

EXERCÍCIOS: INTEGRAÇÃO NUMÉRICA



Matematicamente, sabemos que:

$$\int_{0}^{1} \frac{4.0}{1+x^2} dx = \pi$$

Podemos aproximar essa integral como a soma de retângulos:

$$\sum_{i=0}^{n} F(x_i) \Delta x \cong \pi$$

Onde cada retângulo tem largura Δx e altura $F(x_i)$ no meio do intervalo i.

EXERCÍCIOS: PROGRAMA PI SERIAL

```
static long num_steps = 100000;
double step;
int main () {
  int i; double x, pi, sum = 0.0;
 step = 1.0/(double) num_steps;
 for (i=0;i< num_steps; i++){</pre>
    x = (i + 0.5) * step; // Largura do retângulo
    sum = sum + 4.0 / (1.0 + x*x); // Sum += Área do retângulo
 pi = step * sum;
```

EXERCÍCIO

Crie uma versão paralela usando MPI do programa pi usando troca de mensagens para agregar a computação final.