

Pseudocódigo e explicação

Este documento apresenta uma solução para o problema UVA 10160 Servicing Stations.

O problema consiste em determinar o menor conjunto de vértices (ou "estações") em um grafo tal que, ao instalar uma estação em um vértice, ela "cobre" aquele vértice e todos os seus vizinhos. Ou seja, precisamos selecionar alguns vértices de forma que, juntos, garantam que todos os vértices do grafo estejam cobertos.

Explicação da solução

1. Representação da Cobertura com Bitmasks:

Cada vértice possui uma "máscara" que representa a si mesmo e todos os vértices aos quais está conectado (seus vizinhos). Essa máscara é um número inteiro em que cada bit ligado indica que aquele vértice está coberto.

2. Backtracking (DFS) com Poda:

O algoritmo utiliza uma busca recursiva (backtracking) para testar diferentes combinações de vértices (estações).

Em cada passo, ele combina a cobertura dos vértices escolhidos até o momento (através da operação OR entre as máscaras) e verifica se essa união cobre todos os vértices do grafo.

A busca é feita de maneira progressiva, começando com uma quantidade pequena de estações e aumentando até encontrar a combinação mínima que cobre todo o grafo.

São aplicadas técnicas de poda para evitar explorar caminhos que, mesmo na melhor das hipóteses, não conseguirão cobrir todos os vértices.

3. Resultado:

Assim que o algoritmo encontra uma combinação de vértices que cobre todo o grafo, ele retorna o número mínimo de estações necessárias.

Como executar

Rode o script `solution.py` com:

```
python3 solution.py
```

O input está no arquivo `input.txt`, caso queira testar um diferente basta alterar esse arquivo e rodar novamente

Pseudocódigo

INÍCIO

```
# Abrir e ler o arquivo de entrada
Abrir o arquivo "input.txt" para leitura
Ler todas as linhas não vazias e armazenar em uma lista chamada LINES
Definir índice  $IDX \leftarrow 0$ 

# Processar cada caso de teste
Enquanto  $IDX < \text{Tamanho}(\text{LINES})$  faça:

    # Ler a linha de cabeçalho do caso (contém n e m)
    Dividir  $\text{LINES}[IDX]$  em PARTS
    Incrementar  $IDX$ 
    Converter  $\text{PARTS}[0]$  para inteiro  $\rightarrow n$ 
    Converter  $\text{PARTS}[1]$  para inteiro  $\rightarrow m$ 

    # Verificar condição de parada (caso  $n + m == 0$ )
    Se  $(n + m == 0)$  então
        Encerrar o processamento

    # Inicializar vetor de cobertura ST para cada vértice
    Para i de 0 até  $n-1$  faça:
         $ST[i] \leftarrow (1 \ll i)$  // cada vértice cobre a si mesmo
```

```

# Ler as m arestas e atualizar as máscaras de cobertura
Para cada aresta de 1 até m faça:
    Ler a linha LINES[IDX] e dividir em dois números: A e B
    Incrementar IDX
     $A \leftarrow A - 1$  // Ajustar para índice 0-based
     $B \leftarrow B - 1$  // Ajustar para índice 0-based
     $ST[A] \leftarrow ST[A] \text{ OR } (1 \ll B)$ 
     $ST[B] \leftarrow ST[B] \text{ OR } (1 \ll A)$ 

# Construir o vetor L_ARR para poda durante a busca (backtracking)
 $L\_ARR[n-1] \leftarrow ST[n-1]$ 
Para i de n-2 até 0, decrescendo, faça:
     $L\_ARR[i] \leftarrow ST[i] \text{ OR } L\_ARR[i+1]$ 

# Definir a máscara completa que representa todos os vértices cobertos
 $FULL\_MASK \leftarrow (1 \ll n) - 1$ 

# Função DFS (backtracking) para testar combinações de estações
Função DFS(STATE, STEP, S, MAXLEN):
    Se  $STATE == FULL\_MASK$  então:
        Retornar VERDADEIRO # Todos os vértices estão cobertos

    Se  $STEP == MAXLEN$  então:
        Retornar FALSO # Número máximo de estações atingido sem cobrir todos

    Se  $S \geq n$  então:
        Retornar FALSO # Não há mais vértices para selecionar

    Para i de S até n-1 faça:
        # Poda: se mesmo combinando com todos os vértices de i em diante
        # não se alcança a cobertura total, interromper o loop
        Se  $(STATE \text{ OR } L\_ARR[i]) \neq FULL\_MASK$  então:
            Sair do loop

        # Se adicionar o vértice i não aumenta a cobertura, pular para o próximo
        Se  $(STATE \text{ OR } ST[i]) == STATE$  então:

```

Continuar para a próxima iteração

Tentar incluir a estação no vértice i e fazer chamada recursiva

Se DFS(STATE OR ST[i], STEP + 1, i + 1, MAXLEN) retorna VERDADEIRO então

Retornar VERDADEIRO

Retornar FALSO # Nenhuma combinação válida encontrada a partir deste estado

Buscar o número mínimo de estações necessário

Para MAXLEN de 1 até n faça:

Se DFS(0, 0, 0, MAXLEN) retorna VERDADEIRO então:

ANSWER ← MAXLEN

Sair do loop

Imprimir ANSWER

FIM