Estruturas de Dados
Algoritmos e Recursividade

Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA

Paulo Regis Menezes Sousa

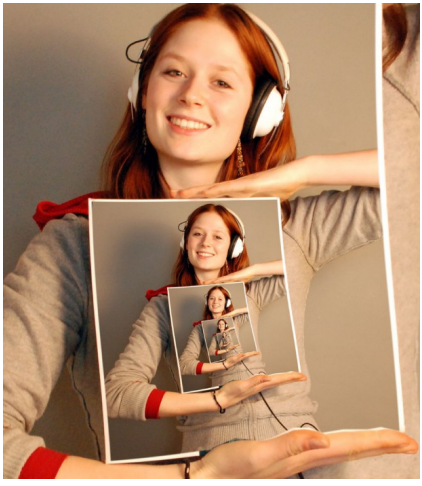
paulo_regis@uvanet.br

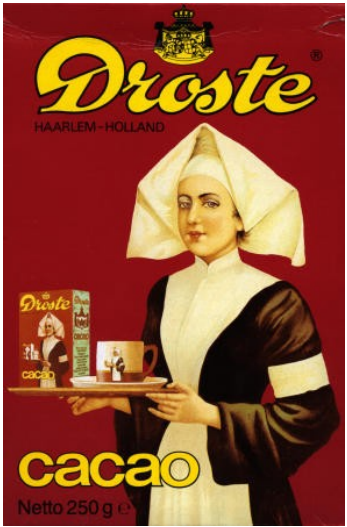
Implementações recursivas

Dividir para Conquistar

- O que é recursão?
  - É um método de programação no qual uma função pode chamar a si mesma
  - O termo é usado de maneira mais geral para descrever o processo de repetição de um objeto de um jeito similar ao que já fora mostrado
- Por que precisamos aprender recursão?
  - Paradigma de programação poderoso
  - Nova maneira de pensar
- Muitas estruturas têm natureza recursiva:
  - Estruturas encadeadas
  - Fatorial, máximo divisor comum
  - Uma pasta que contém outras pastas e arquivos

- **Efeito Droste** é o nome dado ao efeito de uma imagem que aparece dentro de si mesma, em um lugar onde seria realista esperar uma imagem semelhante aparecer.





- A origem do efeito ocorreu no ano de 1904 e ficou conhecido como Droste devido a imagem das caixas de cacau Droste, que exibia uma enfermeira carregando uma bandeja com uma xícara de chocolate e uma caixa com a mesma imagem.

- `mdc(p, q)`: encontre o maior divisor comum entre p e q;
- `mdc(180, 240) = ?`

180	240	2
90	120	2
45	60	2
45	30	2
45	15	3
15	5	3
5	5	5
1	1	mdc(180, 240) $= 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

- `mdc(p, q)`: encontre o maior divisor comum entre p e q;
- `mdc(180, 240) = ?`

180	240	2
90	120	2
45	60	2
45	30	2
45	15	3
15	5	3
5	5	5
1	1	mdc(180, 240) $= 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

- Uso de mdc:
  - Simplificação de frações:

$$\frac{180}{240} = \frac{36}{48}$$

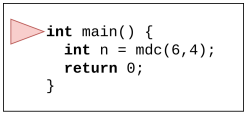
  - Importante em mecanismos de criptografia.
- Algoritmo de Euclides:

$$\text{mdc}(p, q) = \begin{cases} p, & \text{se } q = 0 \\ \text{mdc}(q, p\%q), & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{mdc}(240, 180) &= \text{mdc}(180, 60) && 240\%180 = 60 \\ &= \text{mdc}(60, 0) && 180\%60 = 0 \\ &= 60 \end{aligned}$$

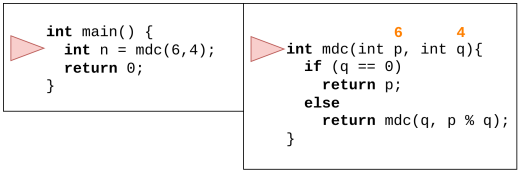
- Implementação em C

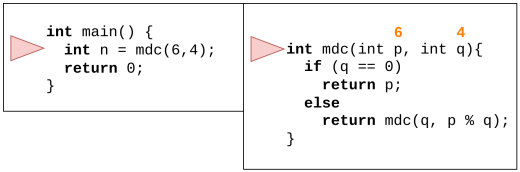
```c
int mdc(int p, int q) {
    if (q == 0)
        return p; //caso base
    else
        return mdc(q, p % q); //passo de redução
}
```

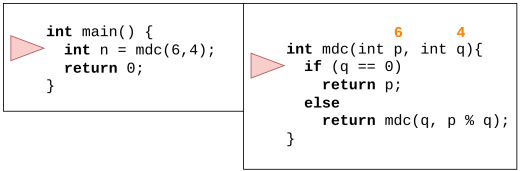


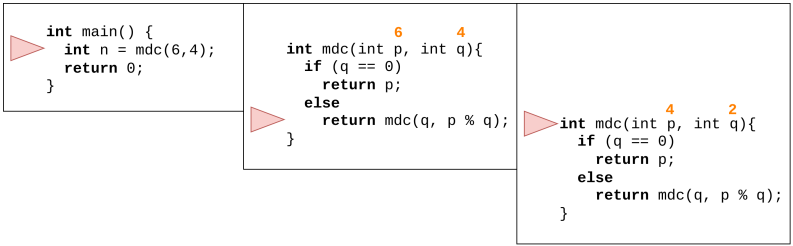
```
int main() {
  int n = mdc(6,4);
  return 0;
}
```

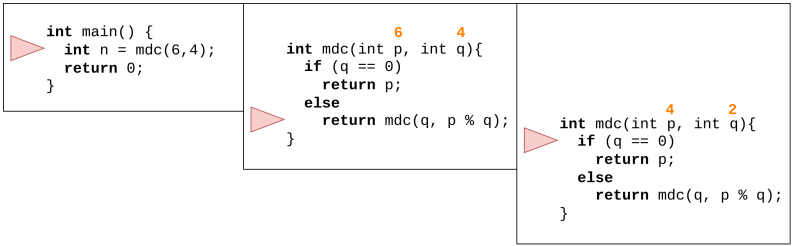
Máximo Divisor Comum

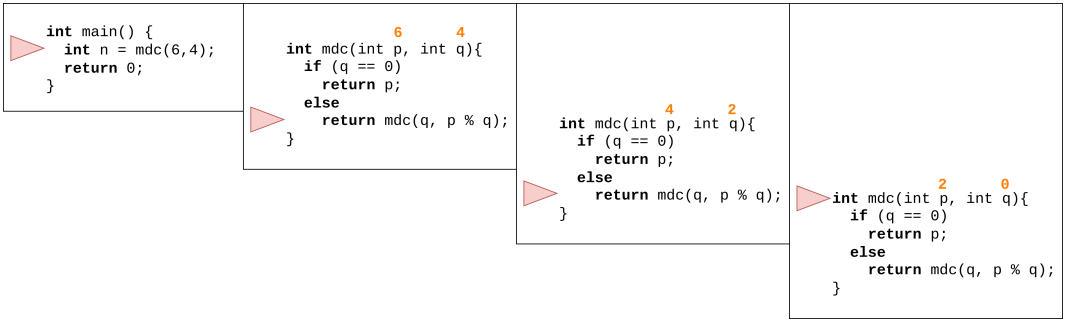


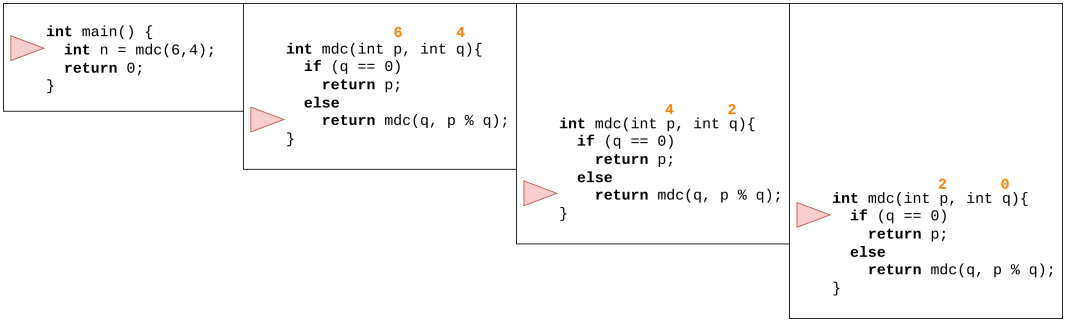

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}

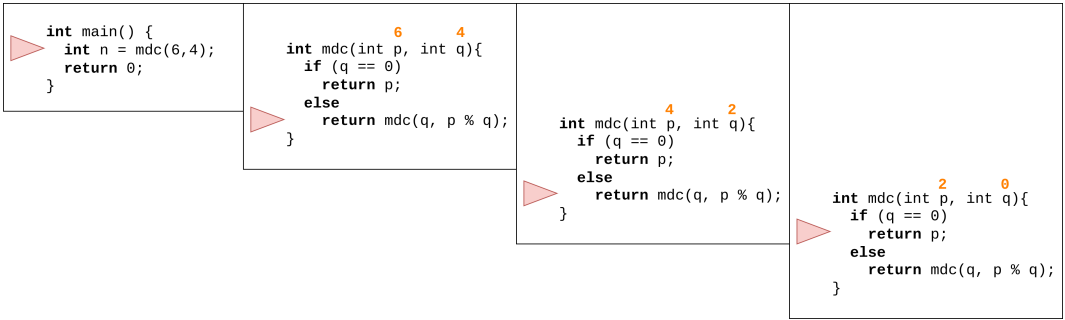

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}

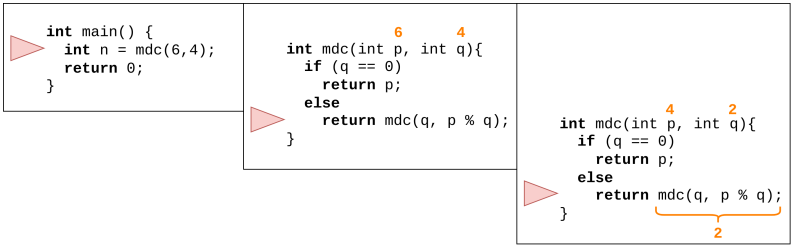

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
4 2
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}

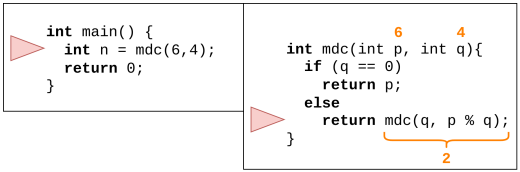

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
4 2
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}

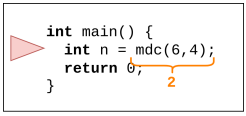

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
4 2
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
2 0
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}

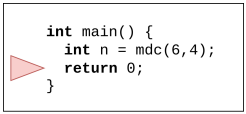

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
4 2
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
2 0
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}

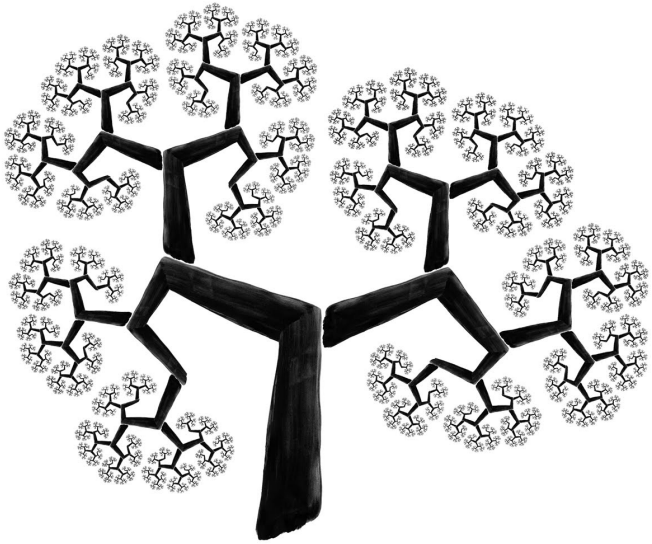

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
4 2
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
2 0
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}

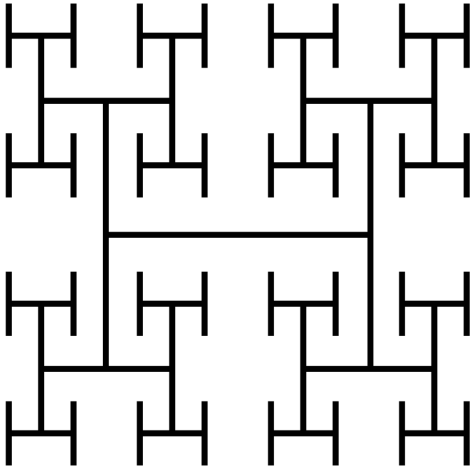

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6 4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
4 2
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
2


int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
6
4
int mdc(int p, int q){
if (q == 0)
return p;
else
return mdc(q, p % q);
}
2

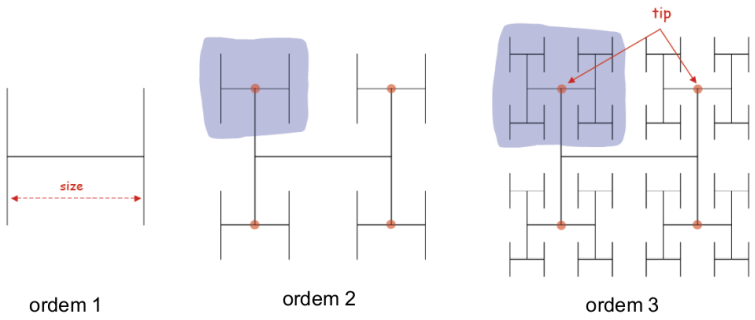

int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}
2


int main() {
int n = mdc(6,4);
return 0;
}





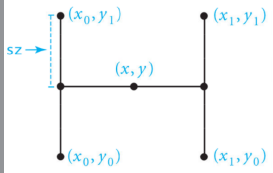
- Árvore-H de ordem n
  - Desenha uma letra H
  - Recursivamente desenha 4 árvores-H da ordem de n-1 (e metade do tamanho), cada árvore conectada em um "topo" (*tip*).



```
1  void draw(int n, double len, double x, double y) {
2      double x0, x1, y0, y1;
3      if (n > 0) {
4          x0 = x - len/2;
5          x1 = x + len/2;
6          y0 = y - len/2;
7          y1 = y + len/2;
8
9          drawLine(x0, y, x1, y);
10         drawLine(x0, y0, x0, y1);
11         drawLine(x1, y0, x1, y1);
12
13         draw(n-1, len/2, x0, y0);
14         draw(n-1, len/2, x0, y1);
15         draw(n-1, len/2, x1, y0);
16         draw(n-1, len/2, x1, y1);
17     }
18 }
```

desenha o H centralizado em (x,y)

recursivamente desenha 4 Hs com a metade do tamanho



- Consiste em dividir o problema em problemas menores
- Problemas menores são resolvidos recursivamente usando o mesmo método
- Resultados são combinados para resolver problema original
- Vários algoritmos são resolvidos com essa técnica (e.x., quicksort, mergesort)

Exercício 1

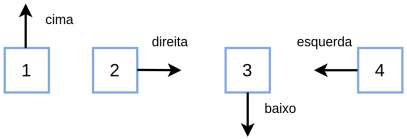
Crie uma função recursiva para a impressão de um vetor de números inteiros.

Exercício 2

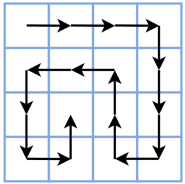
Crie uma função recursiva para realizar a soma de todos os elementos de um vetor de números reais.

Exercício 3

A figura abaixo descreve um caminho dentro de uma matriz 4×4 com um código de direções em que os números 1, 2, 3 e 4 representam respectivamente as direções: cima, direita, baixo e esquerda como mostra a figura. O caminho se inicia na posição (0,0).
Crie uma matriz 4×4 de números inteiros e a inicialize como a da figura. Crie uma função recursiva que percorre a matriz obedecendo ao código de direções, até encontrar o número 8, a cada passo que a função der na matriz imprima a linha e coluna da posição visitada.
OBS: não use nenhuma estrutura de repetição, apenas recursão.



2	2	2	3
3	4	4	3
3	8	1	3
2	1	1	4



- Implementação em C

```c
void quickSort(int values[], int start, int end) {
    int i = start-1, j, pivot = values[end], aux;

    if (start <  end) {
        for (j = start; j <= end; j++) {
            if (values[j] <= pivot) {
                i++;
                aux = values[j];
                values[j] = values[i];
                values[i] = aux;
            }
        }
        quickSort(values, start, i-1);
        quickSort(values, i+1, end);
    }
}
```

Exercício 4

Implemente uma função recursiva que, dados dois números inteiros x e n, calcula o valor de x^n.

Exercício 5

Crie uma função recursiva imprimir um número inteiro positivo na sua forma binária.