ESCOLA POLITÉCNICA
PUCRS

Cálculo I

Tópico 2 – Limites

2.1 A NOÇÃO INTUITIVA DE LIMITES

O limite de funções é uma “ferramenta” importante para determinação do comportamento de uma função na vizinhança de determinado ponto, ou para análise do comportamento da função quando x aumenta muito (*tende ao infinito*) ou diminui muito (*tende a menos infinito*).

Para começar vejamos no exemplo a seguir o comportamento de uma função “um pouco antes” e “um pouco depois” de um determinado ponto (é o que chamamos de limites laterais).

Exemplo 1. Considere a função f abaixo, definida para x ≠ 1:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

a) o que acontece com os valores de $f(x)$, quando os valores de x se aproximam de 1 pela esquerda (ou seja, por valores menores que 1)?

x	$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$
0,9	
0,99	
0,999	
⋮	⋮

$\lim_{x \to 1^{-}} f(x) = 2$

b) o que acontece com os valores de $f(x)$, quando os valores de x se aproximam de 1 pela direita (ou seja, por valores maiores que 1)?

x	$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$
1,1	
1,01	
1,001	
⋮	⋮

$\lim_{x \to 1^{+}} f(x) = 2$

As tabelas do exemplo anterior nos dão a ideia de que quando $x \to 1$ (lê-se: x tende a “1”), temos que $f(x) \to$ ...2.... (lê-se: $f(x)$ tende a “.2.”).

$$\boxed{\lim_{x \to 1} f(x) = 2}$$

Para [garantir que isso de fato ocorre](), devemos observar que, **para x ≠ 1** temos:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x+1)\cdot\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}} = x + 1$$

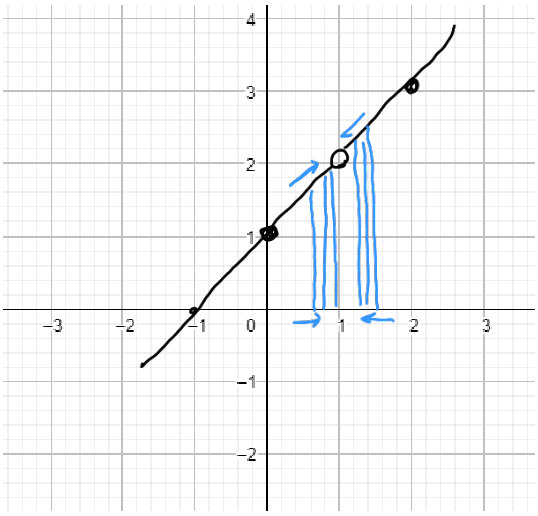
Se $x \neq 1$

E então podemos esboçar o gráfico f, que para todo x ≠ 1, é igual ao gráfico de g(x) = ..x + 1.....

$y = x + 1$

$D = \mathbb{R} - \{1\}$

x	y
0	1
1	2
2	3



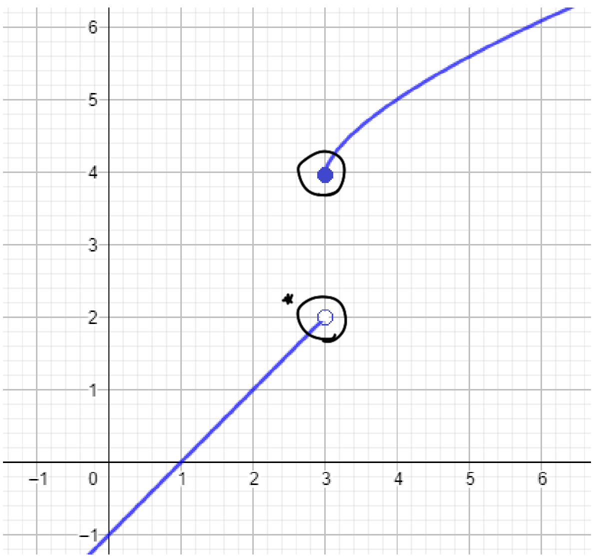
$$\boxed{\lim_{x \to 1} f(x) = 2}$$

DEFINIÇÃO INFORMAL DE LIMITE

Dizemos que $\boldsymbol{\lim_{x \to a} f(x) = L}$ se pudermos tornar os valores de $\boldsymbol{f(x)}$ tão próximos de $\boldsymbol{L}$ quanto quisermos, tornando **x suficientemente próximo de $\boldsymbol{a}$** (por **ambos os lados**), mas não igual a a.

(quando x<3 = reta
'' x>3 = curva

Exemplo 2. Observe o gráfico de $y = f(x)$ e determine:



* as duas bolinhas não podem ser fechadas pois haveria 2 valores de y para um único x.

a) $f(3) = 4$

menor do que 3

b) $\lim_{x \to 3^-} f(x) = 2$

↳ quando x se aproxima de 3, o y tende a 2 (quando os valores de x<3)

c) $\lim_{x \to 3^+} f(x) = 4$

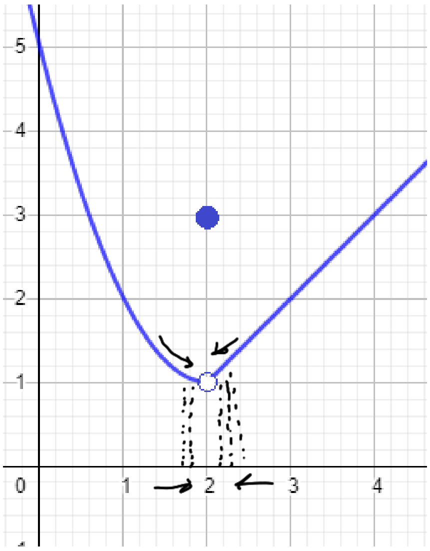
x>3

d) $\lim_{x \to 3} f(x) = \nexists$

limite bilateral

limites laterais diferentes → o limite bilateral (por ambos os lados) não existe

Exemplo 3. Observe o gráfico de $y = f(x)$ e determine:



a) $f(2) = 3$

b) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 1$

c) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 1$

d) $\lim_{x \to 2} f(x) = 1$

LIMITES LATERAIS

Se quando x aproxima-se de "a" pela esquerda (isto é, x aproxima-se de "a" por valores menores do que "a"), f(x) se aproxima de um número ***L***, dizemos que o limite da função f(x), para x tendendo a "a", pela esquerda, é ***L***.

Notação: $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = L$ (*limite para x tendendo a "a" pela esquerda*)

Se quando x aproxima-se de "a" pela direita (isto é, x aproxima-se de "a" por valores maiores do que "a"), f(x) se aproxima de um número ***L***, dizemos que o limite da função f(x), para x tendendo a "a", pela direita, é ***L***.

Notação: $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L$ (*limite para x tendendo a "a" pela direita*)

LIMITE BILATERAL

O limite bilateral existe apenas se os limites pela esquerda e pela direita existirem e forem iguais. Ou seja:

- ✓ **se** $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = L$, então $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$

Limites Infinitos

Quando os valores de f crescerem ou decrescerem sem limitação para x tendendo a “a”, justificamos a inexistência do limite dizendo que:

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = +\infty \quad ou \quad \lim_{x\to a^+} f(x) = -\infty \quad ou \quad \lim_{x\to a^-} f(x) = +\infty \quad ou \quad \lim_{x\to a^-} f(x) = -\infty$$

Exemplo 5. Considere a função $f(x) = \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ e determine:

a) o que acontece com os valores de $f(x)$, quando os valores de x se aproximam de 0 pela direita (ou seja, por valores maiores que 0)?

x	$f(x) = \frac{1}{x}$
0,1	$f(0,1) = \frac{1}{0,1} = 10$
0,01	$f(0,01) = \frac{1}{0,01} = 100$
0,001	$f(0,001) = \frac{1}{0,001} = 1000$
⋮	⋮

} os valores de y estão crescendo cada vez mais

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

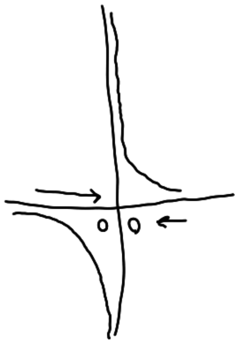
por valores maiores que 0

$\lim \frac{1}{x} = +\infty$

↳ y vai crescer sem limitação

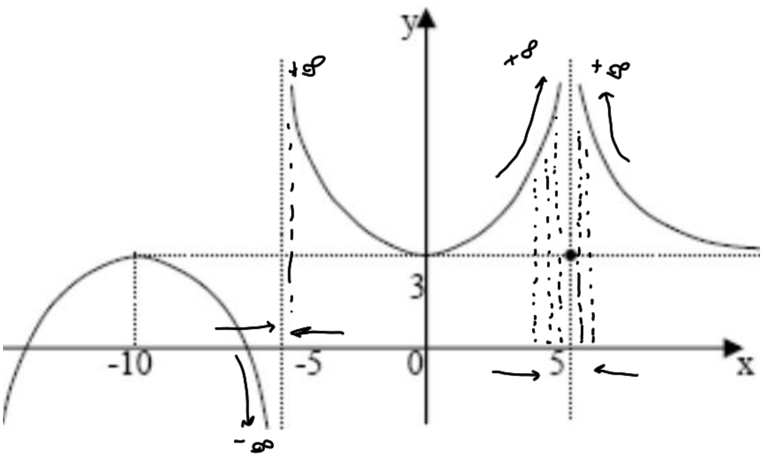
b) o que acontece com os valores de $f(x)$, quando os valores de x se aproximam de 0 pela esquerda (ou seja, por valores menores que 0)?

x	$f(x) = \frac{1}{x}$
-0,1	$f = -10$
-0,01	$f = -100$
-0,001	$f = -100$
⋮	⋮



$\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$

Exemplo 6. Considere o gráfico da função f abaixo e responda:



a) $\lim_{x\to 5^-} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x\to 5^+} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x\to 5} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x\to -5^-} f(x) = -\infty$

e) $\lim_{x\to -5^+} f(x) = +\infty$

f) $\lim_{x\to -5} f(x) = \nexists$

<u>CONTINUIDADE</u>

Dizemos que uma função f ***é contínua em um ponto*** $a \in IR$ se forem satisfeitas as seguintes condições:

i) $\exists$ f(a), ou seja: a função está definida no ponto “a”.

ii) $\exists \lim\limits_{x \to a} f(x)$, ou seja: existe o limite da função para x → a.

iii) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$; valor da função é igual ao resultado do limite.

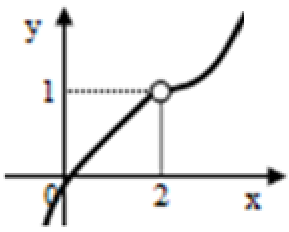
↳ tem que existir a função e o limite e ambos devem ser iguais

Observações:

- ✓ se uma ou mais destas três condições acima não for satisfeita, dizemos que a função f ***é descontínua em x = a***.
- ✓ se uma função f for contínua em todos os pontos do seu domínio, dizemos simplesmente que f é ***contínua***.

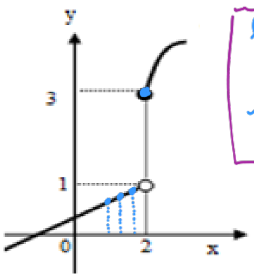
Exemplo 6. Verifique se a função f é contínua em x = 2 em cada um dos seguintes casos. Justifique sua resposta.

a) não existe y quando x=2



Não é contínua em x=2 pois $\nexists$ f(a)

b) i) f(a)=3

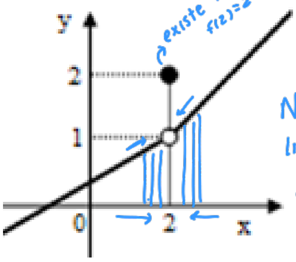


$\boxed{\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 1 \quad \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 3}$

↳ $\nexists \lim\limits_{x \to 2} f(x)$, logo f não é contínua em x = 2

c) f(a)=2 ✓

$\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 1$ ✓

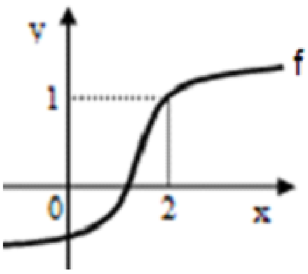


Não é contínua pois $\underbrace{\lim\limits_{x \to a} f(x)}_{1} \neq \underbrace{f(a)}_{3}$

d) f(a)=1

$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = 1$

$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 1$ } $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 1$

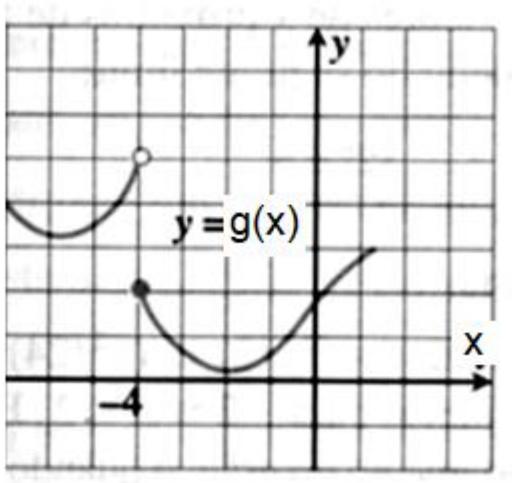


logo f é contínua em x=2

ATIVIDADES DE AULA

Nos exercícios de 1 até 5, utilize os gráficos para estimar os limites e os valores das funções. Quando o limite não existir justifique sua resposta.

1)



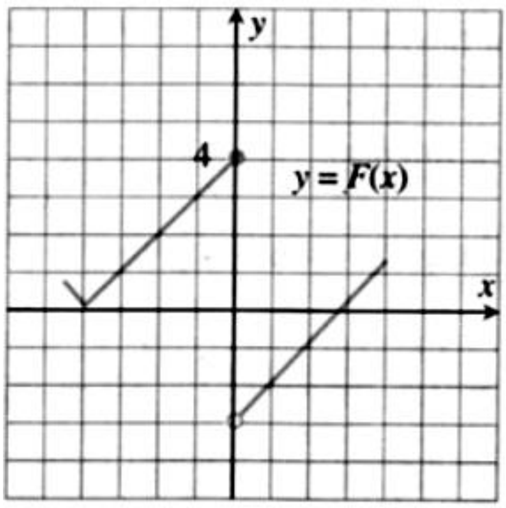
a) $g(-4)$ = 2

b) $\lim\limits_{x \to -4^-} g(x)$ = 5

c) $\lim\limits_{x \to -4^+} g(x)$ = 2

d) $\lim\limits_{x \to -4} g(x)$ = ∄ (limites laterais ≠)

2)



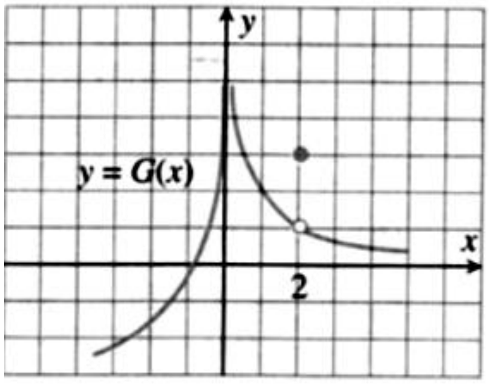
a) F(0) = 4

b) $\lim\limits_{x \to 0^-}$ F(x) = 4

c) $\lim\limits_{x \to 0^+}$ F(x) = -3

d) $\lim\limits_{x \to 0}$ F(x) = ∄

3)



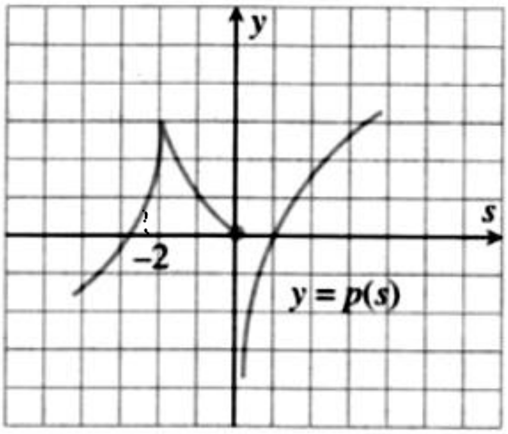
a) G(2) = 3

b) $\lim\limits_{x \to 2^-}$ G(x) = 1

c) $\lim\limits_{x \to 2^+}$ G(x) = 1

d) $\lim\limits_{x \to 2}$ G(x) = 1

4)



a) p(-2) 3

b) $\lim\limits_{s\to -2^-} p(s)$ 3

c) $\lim\limits_{s\to -2^+} p(s)$ 3

d) $\lim\limits_{s\to -2} p(s)$ 3

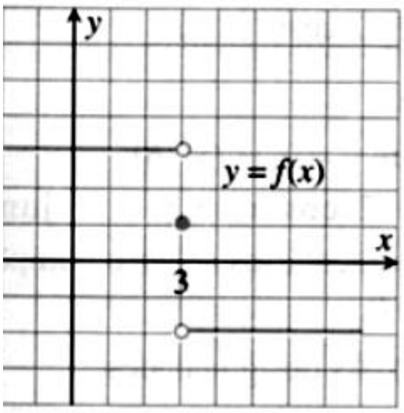
e) p(0) 0

f) $\lim\limits_{s\to 0^-} p(s)$ 0

g) $\lim\limits_{s\to 0^+} p(s)$ $-\infty$

h) $\lim\limits_{s\to 0} p(s)$ $\nexists$

5)



a) f(3)

b) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

e) f é contínua em x = 3?

6) Sendo F(x) = $\begin{cases} x+1 & se \quad x \leq 0 \\ -x+1 & se \ x > 0 \end{cases}$, construa o gráfico de F(x) e responda:

a) F(0)

b) $\lim\limits_{x\to 0^-} F(x)$

c) $\lim\limits_{x\to 0^+} F(x)$

d) $\lim\limits_{x\to 0} F(x)$

e) f é continua em x = 0?

7) Observe o gráfico de $y = f(x)$ e determine:

a) $f(1)$ = 4

b) $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ = −2

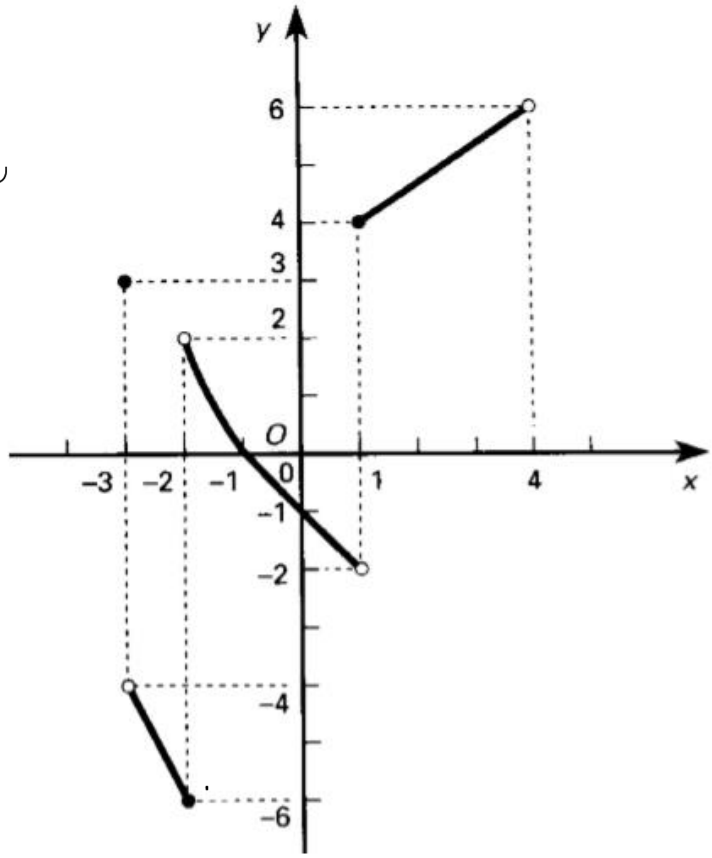
c) $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ = 4

d) $f(-2)$ = −6

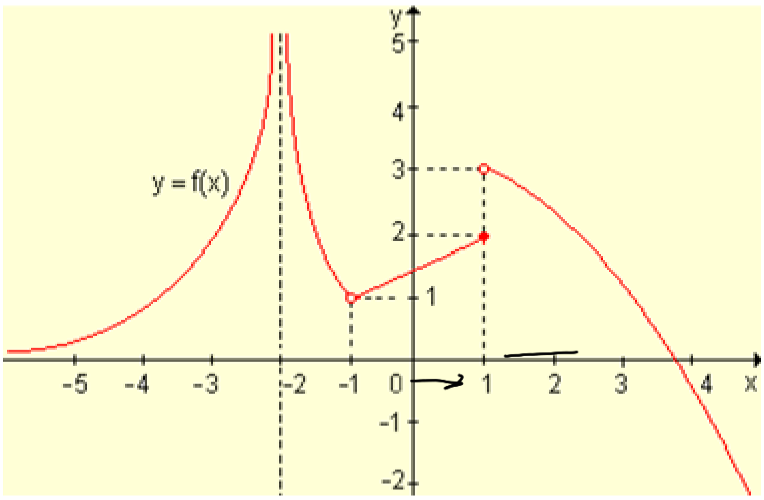
e) $\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)$ = −6

f) $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)$ = 2

g) $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)$ = 6



8) Observando o gráfico da função f abaixo, responda:



a) $\lim\limits_{x\to-2} f(x) = +\infty$

b) $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = 1$

c) $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = 2$

d) $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = 3$

e) Para quais valores de x temos que a função f é descontínua?

$x = -2$

$x = 1$

$x = -1$

<u>Respostas das atividades</u>:

1)

a) 2 b) 5 c) 2 d) ∄

2)

a) 4   b) 4   c) -3   d) $\nexists$

3)

a) 3   b) 1   c) 1   d) 1

4)

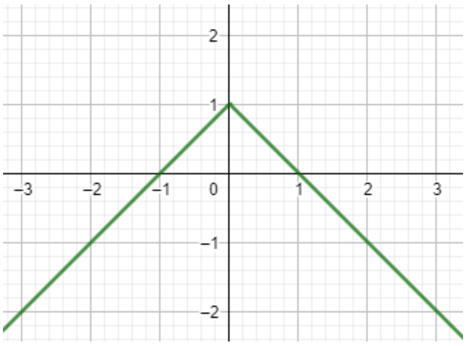
a) 3   b) 3   c) 3   d) 3

e) 0   f) 0   g) $-\infty$ h) $\nexists$

5)

a) 1   b) 3   c) -2   d) $\nexists$ e) não é contínua em x = 3

6)



a) 1   b) 1   c) 1   d) 1   e) sim

7)

a) 4   b) -2   c) 4   d) -6   e) – 6

f) 2   g) 6

8)

a) $+\infty$ b) 1   c) 2   d) 3

e) x = -2, x = -1 e x = 1.

Exercícios Anton H., Bivens I., Davis S. Cálculo. Volume 1 (10ª ed)
Exercícios de compreensão 1.1: 1, 3 e 4 **Exercícios 1.1:** 1, 3, 5, 7

2.2 CALCULANDO LIMITES

TEOREMA

(a) O limite da soma é a soma dos limites.

(b) O limite da diferença é a diferença dos limites.

$\lim_{x \to a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim_{x \to a} f(x)$

(c) O limite de uma constante vezes uma função é igual a constante vezes o limite da função.

(d) O limite do produto é o produto dos limites.

(e) O limite do quociente é o quociente dos limites (desde que o limite do denominador não seja zero).

(f) O limite da potência é a potência do limite.

(g) O limite da raiz enésima é a raiz enésima do limite.

Exemplo 1. Sendo $f(x) = x^2 + 3x$, calcule:

a) $\lim_{x\to1} f(x)$. $\lim_{x \to 1} (x^2 + 3x)$ $\lim_{x\to1}(x^2) + \lim_{x\to1}(3x)$ $\left(\lim_{x\to1} x\right)^2 + 3 \cdot \lim_{x\to1}(x)$

quando x se aproxima de 1, o valor é 1 pois a "função" é y.

$(1)^2 + 3 \cdot 1 = 1 + 3 = 4$

jeito mais rápido

b) $f(1) = 1^2 + 3 \cdot 1 = 4$

abóbada

Observação: observe que no exemplo anterior o valor da função é igual ao resultado do limite. Conforme já vimos, isso ocorre quando a função é contínua no ponto considerado. Usando o teorema acima, pode-se provar que as funções polinomiais são contínuas em toda a parte.

↳ função polinomial: sempre contínua

Exemplo 2. Calcule os seguintes limites:

$a)\ \lim_{x\to1}(2x^2 - 3x + 4)$ $= 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 4 = 2 - 3 + 4 = 3$

função racional (divisão de polinômios)

$b)\ \lim_{x\to2} \frac{x^3 - 2x^2 + 10}{x+3}$ $= \frac{\lim_{x\to2}(x^3 - 2x^2 + 10)}{\lim_{x\to2}(x+3)} = \frac{2^3 - 2 \cdot 2^2 + 10}{2+3} = \frac{8 - 8 + 10}{5} = \frac{10}{5} = 2$

Observação importante: no caso de precisarmos encontrar um limite bilateral *em um ponto de mudança* de lei é indicado calcular primeiro os limites laterais nesse ponto.

Exemplo 3. Considere a função f definida por $f(x) = \begin{cases} 1-x, & se\ x<0 \\ x+4, & se\ x \geq 0 \end{cases}$ e calcule $\lim_{x \to 0} f(x)$.

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to 0^-} (1-x) &= 1-0 = 1 \\ \lim_{x\to 0^+} (x+4) &= 0+4 = 4 \end{aligned}\right\} \nexists \lim_{x\to 0} f(x)$$

LIMITES ENVOLVENDO FUNÇÕES RACIONAIS ONDE O DENOMINADOR TENDE A ZERO

1º caso: numerador e denominador tendem a zero

Técnica de resolução: fatorar o numerador e o denominador e simplificar a função.

Dica: toda função quadrática com raízes reais x' e x'' pode ser fatorada da seguinte forma: $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x')(x - x'')}$

Exemplo 4. Calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$ $= \frac{3^2 - 4 \cdot 3 + 3}{3 - 3} = \frac{0}{0}$ X

$$\lim_{x\to 3} \frac{\cancel{(x-3)}(x-1)}{\cancel{x-3}} = \lim_{x\to 3} (x-1) = 3-1 = 2$$

↳ possível cortar pois $x \neq 3$

b) $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{2x^2 - x - 1}$ $= \frac{1-1}{2 \cdot 1^2 - 1 - 1} = \frac{0}{0}$ indeterminação

$$2x^2 - x - 1 = 0 \qquad x = \frac{1 \pm 3}{4} \quad x' = 1, \quad x'' = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{2(x-1) \cdot (x+\frac{1}{2})}$$

$a = 2$

$$\lim_{x\to 1} \frac{\cancel{x-1}}{2\cancel{(x-1)} \cdot (x+\frac{1}{2})} \qquad \lim_{x\to 1} \frac{1}{2(x+\frac{1}{2})} = \frac{1}{2(1+\frac{1}{2})} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$x \neq 0$

Exemplo 5. Determine o valor de “a” de modo que a função f, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 4x}{x}, & se\ x \neq 0 \\ a\ , & se\ x = 0 \end{cases}$$

seja contínua em x = 0.

$x^2 - 4x$
$x = 0$
$x = 4$

(i) $f(0) = a$

(ii) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 - 4x}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cancel{x} \cdot (x-4)}{\cancel{x}} = \lim\limits_{x \to 0} (x-4) = 0 - 4 = -4$

(iii) $\underbrace{\lim\limits_{x \to 0} f(x)}_{-4} = \underbrace{f(0)}_{a}$ $\quad \boxed{a = -4}$

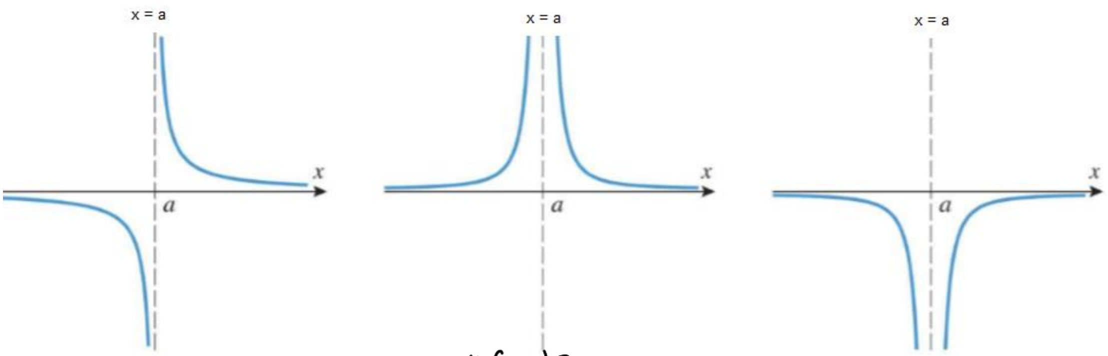
2º caso: apenas o denominador tende a zero

Se quando x → a, apenas o denominador tende a zero, então o limite não existe. Isto ocorre, pois, a função

ex: $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ $\quad$ f(x) não tende a zero e $g(x) \to 0$

- vai para +∞, ou
- vai para −∞, ou
- vai para +∞ por um lado e para −∞ pelo outro lado.

Nessas situações, dizemos que *a reta x = a* é uma <u>*assíntota vertical*</u> do gráfico da função (conforme é mostrado nos desenhos abaixo).



quando $x \to a$ não terá limite pois tende ao infinito

Exemplo 6. Calcule os limites.

a) $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{2}{5-x} = \dfrac{2}{5-5^+} = \dfrac{2}{0^-} = -\infty$

um número um pouco menor do que zero

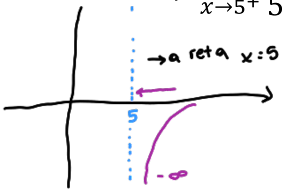
$\dfrac{2}{-0,1} = -20$

$\dfrac{2}{-0,01} = -200$

$\dfrac{2}{-0,001} = -2000$

significa que o valor não é 5, e sim um pouco maior do que 5 (ex: 5,1)

$5 - 5,1 = -0,1$



→ a reta $x = 5$ é uma assíntota vertical da função

que se aproxima do infinito

b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x}{(x-2)^2} = \dfrac{3\cdot 2}{(2-2)^2} = \dfrac{6}{0}$

$+\infty$ → existe limite bilateral

se não existisse, colocaria $\nexists$ na resposta

$\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3x}{(x-2)^2} = \dfrac{6}{0^+} = +\infty$

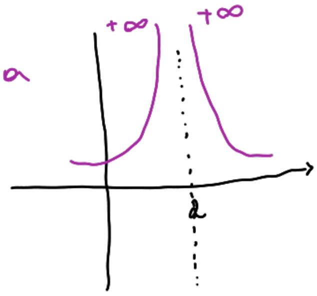
$\dfrac{6}{0,1} = 60$

$\dfrac{6}{0,01} = 600$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3x}{(x-2)^2} = \dfrac{6}{0^+} = +\infty$

eleva ao quadrado (o negativo vira positivo)

$(-0,1)^2 = +0,01$



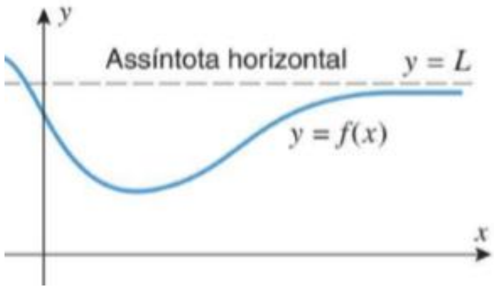
LIMITES NO INFINITO

Em muitas situações estamos interessados no comportamento de uma função f quando x é muito grande.

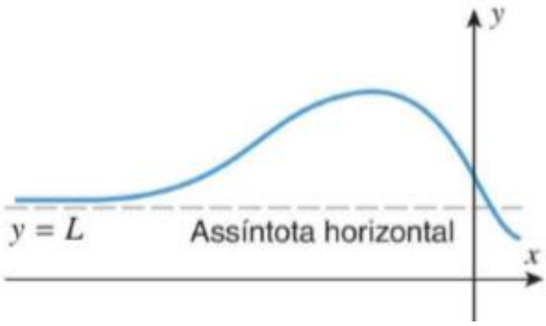
(*) $\dfrac{1}{x}$ quando divido por um número cada vez maior, o resultado tende a zero.

$\dfrac{30}{x}$, $\dfrac{50}{x}$ .... não importa o nº de cima

Se existir um número L com a propriedade de que $f(x)$ fica cada vez mais próxima de L quando x cresce sem limitação, dizemos que L é o limite de f(x) quando x tende a infinito. Simbolizamos esse fato escrevendo $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$. Nesse caso, a reta $y = L$ é uma assíntota horizontal do gráfico da f.



De forma análoga, também pode ocorrer dos valores de $f(x)$ se aproximarem cada vez mais de um número L quando x fica cada vez mais negativo. Simbolizamos esse fato escrevendo $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$.



Nesse caso, a reta $y = L$ é uma assíntota horizontal do gráfico da f.

Observações:

(1º) o limite nos extremos de uma função polinomial é igual ao limite de seu termo de maior expoente, pois colocando-se esse termo em evidência, todos os outros termos tendem a 0.

ex 7: c)

(2º) quando numa função racional numerador e denominador crescem sem limitação, não fica óbvio o que ocorre com a razão entre eles. Nessa situação vamos dividir numerador e denominador pela maior potência de “x” que aparecer no denominador.

Exemplo 7. Calcule os limites.

$a)\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$

tende a zero

termo de maior grau "manda" na polinomial

$b)\ \lim\limits_{x\to+\infty} (4x^3 + 3x^2 - 2) \overset{*}{=} \lim\limits_{x\to+\infty} (4x^3) = +\infty$

$c)\ \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5x+3}{2x-7} =$

$d)\ \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^2 + 2x - 1}{x^3 - 4x} =$

$e)\ \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{5x^3 - 2x^2 + 1}{1 - 3x} =$

ATIVIDADES DE AULA

1) Calcule os seguintes limites:

$a)\ \lim\limits_{x\to 2}(x^2 - x + 4)$

$b)\ \lim\limits_{t\to 4}\dfrac{2t+1}{t-1}$

$c)\ \lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-7x+12}{x-4}$

$d)\ \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-7x+2}{x^2-4}$

2) Em cada um dos itens, calcule $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.

a) f(x) = $\begin{cases} 2x+1, & se \quad x \geq 1 \\ x-3, & se \quad x < 1 \end{cases}$

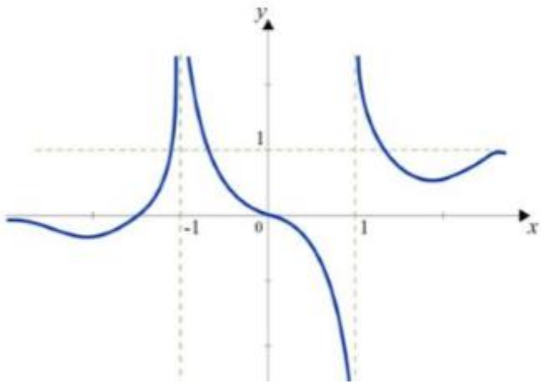
b) f(x) = $\begin{cases} 4-x^2, & se \quad x \geq 1 \\ 2+x^2, & se \quad x < 1 \end{cases}$

3) Se $f(x) = \dfrac{x^2+3x-10}{x-2}$ para x ≠ 2, que valor deve ser atribuído a *f* (2) para que a função *f* se torne contínua em *x* = 2?

4) Seja a função *f* definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-3x}{x^3-8x}, & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq \pm 2\sqrt{2} \\ 1-m, & \text{se } x = 0 \end{cases}$.

Calcule m para que *f* seja contínua em *x* = 0.

5) Considere o gráfico da função f e responda:



a) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ =

b) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ =

c) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ =

d) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ =

e) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ =

6) Calcule os limites:

$a) \lim_{x \to 2^+} \frac{5}{2-x}$

$b) \lim_{x \to 2^+} \frac{x}{x^2-4}$

$c) \lim_{x \to 2^-} \frac{x}{x^2-4}$

$d) \lim_{x \to 2} \frac{x}{x^2-4}$

$e) \lim_{x \to 0} \frac{x^2+1}{x^2}$

$f) \lim_{x \to 1} \frac{2}{|x-1|}$

7) Calcule os seguintes limites:

$a) \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2-2}{x^3+1}$

$b) \lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2-5x}{4x^2+1}$

$c) \lim_{x \to -\infty} \frac{-6x^4+8x+7}{3x+2}$

$d) \lim_{x \to +\infty} \sqrt{\frac{x+2}{9x+5}}$

<u>Respostas das atividades</u>:

1)

a) 6 b) 3 c) 1 d) 5/4

2)

a) ∄, pois $\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3 \ e \ \lim_{x \to 1^-} f(x) = -2$

b) 3

3)

$f(2) = \lim_{x \to 2} f(x)$

$f(2) = 7$

4)

m = 5/8

5)

a) $+\infty$

b) $-\infty$

c) $+\infty$

d) 1

e) 0

6)

a) $-\infty$

b) $+\infty$

c) $-\infty$

d) $\nexists$

e) $+\infty$

f) $+\infty$

7)

a) 0

b) 3/4

c) $+\infty$

d) 1/3

EXERCÍCIOS ANTON H., BIVENS I., DAVIS S. CÁLCULO. VOLUME 1 (10ª ED)
Exercícios de compreensão 1.2: 4
Exercícios 1.2: 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29 e 31
Exercícios 1.3: 1, 3, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 47