

Lógica para Computação

Aula 12 - Lógica Proposicional¹

Sílvia M.W. Moraes

Escola Politécnica - PUCRS



¹Este material não pode ser reproduzido ou utilizado de forma parcial sem a permissão dos autores.

Sinopse

- Nesta aula, continuamos a estudar **a Lógica Proposicional: dedução natural**.
- Este material foi construído com base nos slides do prof. Rafael Bordini e dos livros do Mortari e do Huth & Ryan.

Sumário

1 Lógica Proposicional: Dedução Natural

2 Próxima Aula

Lógica Proposicional - Relembrando ...

- Argumento Lógico = premissas + conclusão
- $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \models \psi$ é igual a $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n \vdash \psi$?
- Regras de Dedução Natural
 - $\wedge e_1$ e $\wedge e_2$
 - $\wedge i$
 - $\neg\neg e$
 - $\rightarrow e$

Lógica Proposicional - Introdução da Implicação

- Introdução da implicação ($\rightarrow i$): Se fizermos uma hipótese temporária de que φ é verdade, e com isso provarmos ψ , então podemos descartar a hipótese e concluir $\varphi \rightarrow \psi$.
- Usa-se uma caixa para separar essa prova (que começa com φ e termina com ψ)
- As caixas podem ser aninhadas
- Pode-se usar fórmulas que apareceram antes na prova exceto de caixas fechadas

$$\begin{array}{c}
 [\varphi] \\
 \vdots \\
 \psi \\
 \hline
 \varphi \rightarrow \psi \quad (\rightarrow i)
 \end{array}$$

Lógica Proposicional - Exemplos

- Exemplo 1 - Prove que o sequente de $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash (p \wedge q) \rightarrow r$ é válido, usando dedução natural:

1.	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	premissa
2.	$(p \wedge q)$	hipotése
3.	p	$\wedge e_1$ 2
4.	$(q \rightarrow r)$	$\rightarrow e$ 1,3
5.	q	$\wedge e_2$ 2
6.	r	$\rightarrow e$ 4,5
7.	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$\rightarrow i$ 2-6

Lógica Proposicional - Exemplos

- Exemplo 2 - Prove que o sequente de $(p \wedge q) \rightarrow r \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$ é válido, usando dedução natural:

1.	$(p \wedge q) \rightarrow r$	premissa
2.	p	hipótese
3.	q	hipótese
4.	$(p \wedge q)$	$\wedge i$ 2,3
5.	r	$\rightarrow e$ 1,4
6.	$q \rightarrow r$	$\rightarrow i$ 3-5
7.	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$\rightarrow i$ 2-6

Lógica Proposicional - Exercícios

- **Atividade I:** Prove que os sequentes dos argumentos abaixo são válidos usando dedução natural.

- 1 $p \rightarrow q \vdash (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)$
- 2 $p \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow q$
- 3 $q \rightarrow r \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- 4 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$
- 5 $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \wedge r \rightarrow q \wedge s$
- 6 $r, p \rightarrow (r \rightarrow q) \vdash p \rightarrow (q \wedge r)$

Leitura

- Souza, J. N. Lógica para Computação. Cap. 6