Lógica para Computação

Aula 21 - Lógica de Predicados[1]

Sílvia M.W. Moraes

Escola Politécnica - PUCRS

October 11, 2018

Sinopse

- Nesta aula, continuamos a introduzir **Dedução Natural** para **Lógica de Predicados.**
- Este material foi construído com base nos slides do prof. Rafael Bordini e dos livros do Mortari e do Huth & Ryan.

Sumário

Lógica de Predicados - Relembrando ...

- Predicado
- Quantificadores: Universal e Existencial
- Definição de Termo
- Definição de Fórmula
- Variável livre / ligada
- Fórmula aberta / fechada
- Substituição de Variáveis
- $\forall x\ e$ e $\forall x\ i$
- $\exists x\ e$ e $\exists x\ i$

Lógica de Predicados: Regras Derivadas

- Regra de intercâmbio entre os quantificadores:

$$\frac{\neg\forall x.\varphi}{\exists x.\neg\varphi} \quad \frac{\neg\exists x.\varphi}{\forall x.\neg\varphi} \ \mathrm{IQ}$$

Lógica de Predicados: Regras Derivadas

- **Exemplo 1** - Prove o argumento $\neg\forall x.\neg P(x) \vdash \exists x.P(x)$, usando dedução natural.

$$\neg\forall x.\neg P(x) \vdash \exists x.P(x)$$

1.	$\neg\forall x.\neg P(x)$	premissa
2.	$\neg\exists x.P(x)$	hipótese
3.	$\forall x.\neg P(x)$	IQ 2
4.	$\perp$	$\neg e$ 3,1
5.	$\exists x.P(x)$	DPA 2-4

Lógica de Predicados: Regras Derivadas

- **Exemplo 2** -Prove o argumento $\neg\exists x.\neg P(x) \vdash \forall x.P(x)$, usando dedução natural.

$\neg\exists x.\neg P(x) \vdash \forall x.P(x)$

1.	$\neg\exists x.\neg P(x)$	premissa
2.	$\neg\forall x.P(x)$	hipótese
3.	$\exists x.\neg P(x)$	IQ 2
4.	$\bot$	$\neg e$ 3,1
5.	$\forall x.P(x)$	DPA 2-4

Lógica de Predicados: Exercícios

- **Atividade I:** Prove o sequente dos argumentos abaixo usando dedução natural. Utilize a regra IQ sempre que possível.
  1. $\exists x.A(x) \rightarrow \exists x.B(x), \neg\exists x.B(x) \vdash \forall x.\neg A(x).$
  2. $\forall x.\neg G(x) \rightarrow \forall x.\neg F(x), \exists x.F(x) \vdash \exists x.G(x)$
  3. $\forall x.(P(x) \vee Q(x)), \exists y.\neg P(y) \vdash \exists x.Q(x)$
  4. $\forall x.(P(x) \vee Q(x)), \exists x.\neg Q(x), \forall x.(R(x) \rightarrow \neg P(x)) \vdash \exists x.\neg R(x)$
  5. $\exists x.P(x) \rightarrow \forall x.Q(x), \exists x.\neg Q(x) \vdash \exists x.\neg P(x)$

Leitura

- **Mortari**, C. A. Introdução à Lógica: **Capítulo 14**
- **Huth & Ryan**. Lógica em Ciência da Computação: Modelagem e Argumentação sobre Sistemas: **Capítulo 2**