Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Escola Politécnica - Matemática Discreta
Professor: Iuri Jauris

Trabalho 3

Nomes: **Data:18/05/2022**

- **Este trabalho poderá ser realizado em duplas ou trios.**
- **A consulta é livre a qualquer material escrito, digitado ou impresso. Celulares, calculadoras e quaisquer outros dispositivos eletrônicos não devem ser utilizados.**
- **Respostas sem justificativa ou desenvolvimento serão consideradas erradas.**
- **<u>As respostas deverão estar a caneta</u>, caso contrário o aluno não poderá reivindicar posteriormente recorreção da avaliação.**

Q.1 (1,5) Considere os conjuntos A = {1, 2, 3 }, B = {3, 4, 5} e C = {3, 5, 6, 7} e as relações R1, R2 e R3, definidas respectivamente por: R1 ⊆ A x B tal que R1 = {(1,4), (2,5), (3,3)}; R2 ⊆ A x B tal que R2 = {(1,3), (1,4), (3,5)} e R3 ⊆ A x C tal que R3 = {(1,7), (2,5), (3,6)}. **CASO** alguma relação não apresente alguma característica, então **JUSTIFIQUE.**

a) Funcional

b) Injetora e/ou Sobrejetora

c) Bijetora e inversível

Q.2 (2,0)

Seja a relação T de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}^+$ definida por x T y ↔ $y = |x|$ uma função. Então responda

→ se tenho valores de y diferentes, eles precisam vir de x diferentes

a) Esta função é injetora e/ou sobrejetora? Por quê?

b) Esta função é inversível? Por quê? **Explique sua conclusão.**

Q.3 (2,0) Seja A = {a, b, c} e as relações R1 e R2 ⊆ A x A. Verifique se as relações a seguir possuem as propriedades reflexivas, simétricas, anti-simétricas ou transitivas. **Justifique se não possuírem alguma propriedade.**

a) R1 = {(a,a), (b,b), (c,c), (a,b)}

b) R2 = {(a,a), (a,b), (b,c) (c,b)}

c) R3 = {(a,a), (b,b), (a,b) (b,a)}

d) R4 ={(a,a), (a,b), (b,b), (a,c), (c,b), (c,c)}

Q.4 (1,0) Seja A = {1, 2, 3}. De exemplos, **se possível,** de relações que satisfaçam as condições a baixo. **Se não for possível, justifique.**

a) R1 = a relação só possua as propriedades reflexiva e transitiva.

b) R2 = a relação que só possua as propriedades simétrica e anti-simétrica.

Q.5 (1,5) Seja R ⊆ $\mathbb{Z}$ x $\mathbb{Z}$ definida por: $xRy \leftrightarrow x + y$ é par**. PROVE que** a relação R é uma relação de equivalência. (Lembrete: Uma prova **NÃO PODE** ser construída através de exemplos)

Q.6 (2,0) Seja A = {-3, -2, -1, 0, 1, 3, 7, 8, 10, 11, 12} e definida a relação de equivalência R em A como: $\{\forall x, y \in A, xRy \Leftrightarrow x \equiv y (\text{mod}\, 6)\}$.

a) Quais são as classes de equivalência dessa relação em A ?

b) Descreva os elementos de A que pertencem a cada classe.

as classes são os restos possíveis

$$\begin{array}{r|l} 28 & 6 \\ -24 & 4 \\ \hline 04 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 6 \\ -30 & 5 \\ \hline 0 & \end{array}$$

BOM TRABALHO!

a) [0] , [1] , [2] , [3] , [4] , [5]

→ resto da divisão é zero

b) [0] = {0, 12}

Todo número está dentro da própria classe

↳ é uma relação de equivalência (que é reflexiva)

3R3 REFLEXIV.

3 ≡ 3 mod 6

[1] = {1, -1, 7} ✗ → TESTE

[1] = {1, 7}

[2] = {8}

[3] = {3, -3}

[4] = {10, -2}

[5] = {11, -1}

$7 \equiv 1 \bmod 6$

$6 \mid 7 - 1$

$\frac{6}{6} = 1 \in \mathbb{Z}$

↳ 7 e 1 estão na mesma classe

$7 \equiv -1 \bmod 6$

$6 \mid 7 - (-1)$

$6 \mid 7 + 1$

$6 \mid 8$

$\frac{8}{6} \notin \mathbb{Z}$

↳ não estão na mesma classe.

$x, y, z \Rightarrow$ PARES ($\mathbb{Z}$)

(5) $x R y \leftrightarrow x+y$ (PAR)

1º caso: PAR + PAR = PAR

2º caso: ímpar + ímpar = PAR

precisa cumprir:

i) REFLEXIVA ($x R x$)

ii) SIMÉTRICA ($x R y$) $\rightarrow$ ($y R x$)

iii) TRANSITIVA ($x R y$) e ($y R z$) $\rightarrow$ ($x R z$)

i) $x R x \leftrightarrow x+x$ Par

ii) $x+y$ = Par $\rightarrow$ $y+x$ = Par

iii) $x+y$ = Par e $y+z$ = Par $\rightarrow x+z$ = Par

básico p/ começar o exercício.

começando a resolver o exercício (depois repete tudo igualmente com os ímpares)

i) REFLEXIVA

2 vezes algo = é par

$x = 2k, \ k \in \mathbb{Z}$ (fórmula p/ fazer nºs pares) ímpar = $2k+1$

$x + x = 2k + 2k = 2(k+k)$ soma de dois inteiros = resultado é inteiro

$k+k = s \ (s \in \mathbb{Z})$

$x+x = 2 \cdot s$ (é par)

FINALMENTE POSSO AFIRMAR QUE xRx (REFLEXIVA).

ii) SIMETRIA

$x = 2k \quad y = 2t$ (é par tb), $k, t \in \mathbb{Z}$

$x+y = 2k + 2t$

$x+y = 2.(k+t)$ $a \in \mathbb{Z}$

$x+y = 2.a$ (par)

xRy

Pela comutatividade dos números inteiros

$x + y = y + x = 2a$

$y + x$ = é par

yRx

é simétrico

iii) TRANSITIVIDADE

$x+y = 2k$ e $y+z = 2.g \rightarrow x+z = 2.m$

HIP TESE

$\forall, t, s, m \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} x+y = 2k \\ y+z = 2g \end{cases}$$

quero chegar na tese, o que faço? somar

$$\begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 2 \end{cases} \ (+)$$

$2x = 6 \quad x = 3$

$y = 1$

sistema

$(x+y) + (y+z) = 2k + 2g$

$x + y + y + z = 2k + 2g$

$x+z + 2y = 2k + 2g$

$x + z = 2k + 2g - 2y$

$x+z = 2(k+g-y) \Rightarrow x+z = 2.m$ (PAR)

$m \in \mathbb{Z}$

xRz

② INJETORA

$x_1 \longrightarrow |x_1|$
$x_2 \longrightarrow |x_2|$
$x_3 \longrightarrow |x_3|$

NÃO É INJETORA

$x_1 \longrightarrow |x_1|$
$x_2 \nearrow$

$x_1 = 1$ $|x_1| = 1$
$x_2 = -1$ $|x_2| = 1$
$x_3 = 2$ $|x_3| = 2$
$x_4 = -2$ $|x_4| = 2$

* P/ PROVAR QUE NÃO É BASTA UM CONTRAEXEMPLO

CONTRAEXEMPLO: $x_1 = 1$ e $x_2 = -1$ tem o mesmo $f(x_1) = f(x_2)$, portanto não é injetora

SOBREJETORA: imagem tem o mesmo tamanho do domínio
↳ foto (ou por definição)
prova correta