



Trabalho 2

Nomes:

Data: 27/04/2021

- Este trabalho poderá ser realizado em duplas ou trios. Não deverá ser realizado individualmente.
- A consulta é livre a qualquer material escrito, digitado ou impresso. Celulares, calculadoras e quaisquer outros dispositivos eletrônicos não devem ser utilizados.
- Respostas sem justificativa ou desenvolvimento serão consideradas erradas.
- As respostas deverão estar a caneta, caso contrário o aluno não poderá reivindicar posteriormente correção da avaliação.

Q.1 (2,0)

1) Considere os seguintes conjuntos abaixo:

$$A = \{12, 34, J, M\}; \quad B = \{28, 34, L, F\}; \quad C = \{15, 27, J, F\}; \quad \text{Universo } U = A \cup B \cup C$$

Determine:

a) $A \cup B$ b) $A \cup (B \cap C)$ c) $B - (A \cap C)$ d) $(A \cap B)' - C$ e) $(A \cap C') \cup (C \cap B')$

Q.2 Considere os seguintes conjuntos abaixo:

$$A = \{\emptyset, \{1, 2\}\}; \quad B = \{1, \{1, 2\}\}; \quad C = \{\{\emptyset\}, 1, 2\}; \quad U = A \cup B \cup C$$

(1,0) Parte I)

a) Determine $A \times B$

b) Determine o conjunto das partes A , e diga a cardinalidade desse conjunto partes de A .

(1,0) Parte II) Determine se afirmações a seguir são V ou F ? **Justifique as falsas!**

a) $\emptyset \not\subseteq B$

b) $\emptyset \in C$

c) $\{1, 2\} \in C$

d) $A \cap C = \{\emptyset\}$

e) $A \cap B \neq \emptyset$

f) $\{1, 2\} \subseteq B$

g) $B \subseteq C$

h) $A \subset B$

i) $A^c \cap C \subseteq B^c$

j) $A - C = \emptyset$

Q.3 (1,0) **Prove** utilizando as propriedades da lógica proposicional que para quaisquer conjuntos A, B vale que: $(A - B) \cup B = A \cup B$.

Q.4 Considere as relações binárias R, S, T , e W a seguir, contidas em $A \times B$, sendo $A = \{2,3,6\}$ e $B = \{3,4,5\}$.

(1,5) Parte I) Escreva os pares ordenados que satisfazem as relações:

a $R = A \times B$

b $T \subseteq A \times B$ tal que $xTy \leftrightarrow x > y$

c. $S \subseteq A \times B$ tal que $xSy \leftrightarrow y = x - 1$

d. $P \subseteq A \times B$ tal que $xPy \leftrightarrow x + y \geq 5$ e $y = 3$

e. $W \subseteq A \times B$ tal que $xWy \leftrightarrow x + y > x^2 - y^2$

(1,0) Parte II) Determine o **domínio e a imagem** de cada uma das relações anteriores e classifique as relações como: **um para um, ou um para muitos, ou muitos para um, ou muitos para muitos**.

Q.5 (1,0) Sejam $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ e $S \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ relações binárias em \mathbb{N} definidas por: $x R y \leftrightarrow$ "y divide x", e $x S y \leftrightarrow y > x + 3$. Decida, para cada letra a seguir, quais dos pares ordenados dados satisfazem as relações correspondentes.

a) $R \cup S$: (2, 6); (2, 1); (1,2); (1,4);

b) $R \cap S$: (2, 2); (1,6); (2,8); (2, 5)

c) R' : (1,6); (2, 4); (5, 1) ; (2, 1); (1,2)

d) S' : (1, 1); (2, 10); (4, 8); (4,1)

Q.6 (1,5) Sejam S e W as relações de \mathbb{R} em \mathbb{R} definidas por:

$S \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tal que $x S y \leftrightarrow y = -x^2 - x + 2$ e $W \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tal que por $x W y \leftrightarrow y \geq x - 1$.

a) Represente graficamente as relações S e W

b) Represente graficamente a relação $S \cap W$

c) Represente graficamente a relação $S - W$

BOM TRABALHO!

3

IDA: (

$$(A-B) \cup B \subseteq A \cup B$$

$$x \in (A-B) \cup B \rightarrow (x \in A \text{ e } x \notin B) \text{ ou } (x \in B)$$

Distributividade: $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

$$\rightarrow \underbrace{(x \in A)}_q \text{ e } \underbrace{(x \notin B)}_r \text{ ou } \underbrace{(x \in B)}_p$$

$$\rightarrow (x \in B) \text{ ou } (x \in A \text{ e } x \in B^c)$$

$$\rightarrow (x \in B \text{ ou } x \in A) \text{ e } (x \in B \text{ ou } x \in B^c) \rightarrow \text{conjunto universo}$$

$$\rightarrow (x \in B \text{ ou } x \in A) \cap (U) \rightarrow \text{interseção c/ universo é igual ao conjunto}$$

$$\rightarrow (x \in B \text{ ou } x \in A)$$

$$\rightarrow x \in (B \cup A)$$

$$\rightarrow x \in (A \cup B)$$

$$\text{Logo } x \in (A \cup B)$$

$$\text{Então } (A-B) \cup B \subseteq A \cup B$$

Volta

$$A \cup B \subseteq (A-B) \cup B$$

$$x \in A \cup B \rightarrow x \in (A \cup B) \cap U$$

$$\rightarrow (x \in A \text{ ou } x \in B) \text{ e } (x \in B \text{ ou } x \in B^c)$$

$$\rightarrow (p \vee q) \wedge (r \vee \neg q)$$

$$(p \wedge r) \vee q$$

$$\rightarrow (x \in A \text{ e } x \in B^c) \text{ ou } (x \in B)$$

$$\rightarrow (x \in A \text{ e } x \notin B) \text{ ou } (x \in B)$$

$$\rightarrow x \in (A-B) \cup B$$

$$\text{Logo } x \in (A-B) \cup B$$

$$\text{Portanto } A \cup B \subseteq (A-B) \cup B$$

1) a) $A \cup B = \{12, 28, 34, F, L, m, j\}$

b) $A \cup (B \cap C) = \{12, 34, F, m, j\}$

$$B \cap C = \{F\}$$

c) $B - (A \cap C) = \{28, 34, L, F\}$

$$A \cap C = \{j\}$$

$$B - (A \cap C) = B$$

d) $(A \cap B)' - C = \{12, 28, m, L\}$

$$(A \cap B) = \{34\}$$

$$(A \cap B)^c = \{12, 15, 27, 28, j, m, L, F\}$$

e) $(A \cap C^c) \cup (C \cap B^c)$

$$C^c = \{12, 28, 34, m, L\} \quad B^c = \{12, 15, 27, j, m\}$$

$$(A \cap C^c) = \{12, 34, m\} \quad (C \cap B^c) = \{15, 27, j\}$$

$$(A \cap C^c) \cup (C \cap B^c) = \{12, 15, 27, 34, m, j\}$$

② Parte I

a) $A \times B$

$$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \times \{1, \{1, 2\}\}$$

$$A \times B = \{(\emptyset, 1); (\emptyset, \{1, 2\}); (1, \{1, 2\}); (\{1, 2\}, \{1, 2\})\}$$

b) $A = \{\emptyset, \{1, 2\}\}$

$$P(A) = \{\emptyset; \{\emptyset\}; \{\{1, 2\}\}; \{\emptyset, \{1, 2\}\}$$

$$\#A = 4$$

Parte II

a) F Vazio está contido em qualquer conjunto.

b) F $\{\emptyset\} \in C$, porém $\emptyset \notin C$

c) F $1, 2 \in C$, porém $\{1, 2\} \notin C$ $1 \in C$ e $2 \in C$, porém $\{1, 2\} \notin C$

d) F $A \cap C = \emptyset$ pois $\{\emptyset\} \notin A$

e) V

f) F $2 \notin B$

g) F $\{1, 2\} \notin C$

h) F $\emptyset \notin B$

i) $A^c = \{1, 2, \emptyset\} \cap C = \{\emptyset, 1, 2\}$ $B^c = \{\emptyset, \{\emptyset, 1, 2\}\}$ pois $1 \notin B$

j) F $A - C = \{\emptyset, \{1, 2\}\}$

$$A - C = A$$

③ $(A - B) \cup B = A \cup B$

$$(A - B) \cup B \subseteq A \cup B$$

$$x \in (A - B) \cup B \rightarrow (x \in A \text{ e } x \notin B) \text{ ou } x \in B$$

$$\rightarrow (x \in A \text{ e } x \in B^c) \text{ ou } x \in B$$

$$\rightarrow (x \in B) \text{ ou } (x \in A \text{ e } x \in B^c)$$

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$\rightarrow (x \in B \text{ ou } x \in A) \text{ e } (x \in B \text{ ou } x \in B^c)$$

$$\rightarrow (x \in B \text{ ou } x \in A) \text{ e } x \in U$$

$$\rightarrow (x \in B \text{ ou } x \in A) \cap U$$

$$\rightarrow (x \in B \text{ ou } x \in A)$$

$$\rightarrow x \in (A \cup B)$$

$$\text{Logo } x \in (A \cup B)$$

$$\text{Portanto } (A - B) \cup B \subseteq (A \cup B)$$

$$A \cup B \subseteq (A - B) \cup B$$

$$x \in (A \cup B) \rightarrow (x \in A \text{ ou } x \in B)$$

$$\rightarrow (x \in A \text{ ou } x \in B) \cap U$$

$$\rightarrow (x \in A \text{ ou } x \in B) \text{ e } (x \in B \text{ ou } x \in B^c)$$

$$\rightarrow (x \in B) \text{ ou } (x \in A \text{ e } x \in B^c)$$

$$\rightarrow (x \in B) \text{ ou } (x \in A \text{ e } x \notin B)$$

$$\rightarrow (A - B) \cup B$$

④ Parte I

a) $R = \{(2,3), (2,4), (2,5), (3,3), (3,4), (3,5), (6,3), (6,4), (6,5)\}$

b) $T = \{(6,3), (6,4), (6,5)\}$

c) $S = \{(6,5)\}$

d) $P = \{(2,3), (3,3), (6,3)\}$

e) $W = \{(2,3), (2,4), (2,5), (3,3), (3,4), (3,5)\}$

$5 > 4 - 9 = -5 \quad 7 > 4 - 25 = -21$

$7 > 9 - 16$

$9 > 36 - 9$

$11 > 36 - 25$

$6 > 4 - 16 = -12$

$6 > 9 - 9$

$8 > 9 - 25$

$10 > 36 - 16$

Parte II

a) $D(R) = \{2, 3, 6\}$ muitos para muitos

$Im(R) = \{3, 4, 5\}$

b) $D(R) = \{6\}$ um para muitos

$Im(R) = \{3, 4, 5\}$

c) $D(R) = \{6\}$ um para um

$Im(R) = \{5\}$

d) $D(R) = \{2, 3, 6\}$ muitos para um

$Im(R) = \{3\}$

e) $D(R) = \{2, 3\}$ muitos para muitos

$Im(R) = \{3, 4, 5\}$

⑤ a) $R \cup S = \{(2,6), (2,1)\}$

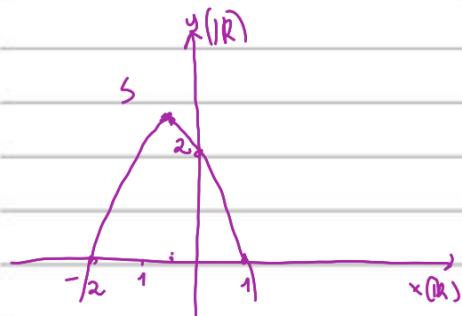
b) $R \cap S = \emptyset$

c) $R' = "x \text{ divide } y"$ $R' = \{(1,6), (2,4), (1,2)\}$

d) $S' = y < x + 3$ $S' = \{(1,1), (4,1)\}$

⑥ a) $S: y = -x^2 - x + 2$

$0 = -x^2 - x + 2 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(-1)(2)}}{-2} \quad x = \frac{1 \pm 3}{-2} \quad \begin{matrix} x' = -2 \\ x'' = 1 \end{matrix}$



$x_v = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$ $y_v = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4}$

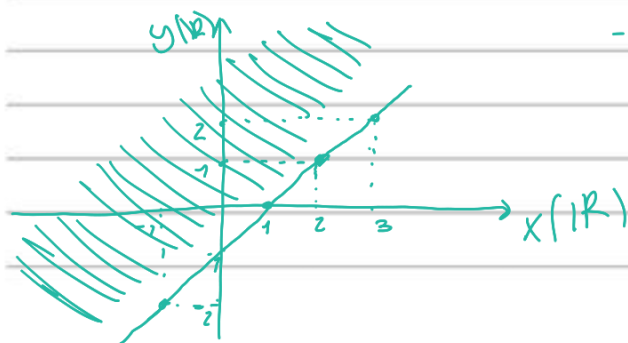
b) $W: y \geq x - 1$

$0 \geq x - 1 \quad x \leq 1$

$1 \geq x - 1 \quad x \leq 2$

$2 \geq x - 1 \quad x \leq 3$

$-1 + 1 \geq x \quad x \leq 0$



b) $snw \leftrightarrow -x^2 - x + 2 = x - 1$

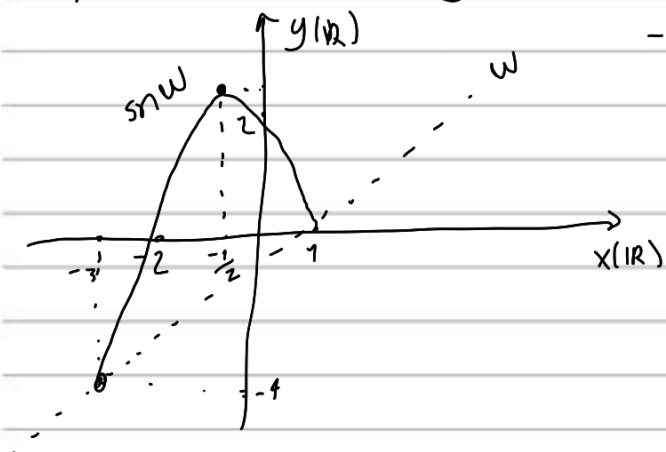
$-x^2 - 2x + 3 = 0 \quad x' = -3 \quad x'' = 1$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(1, 0)$

$x = -3 \quad y = -4$

$-9 + 3 + 2$
 -4



c) $s-w$

$-x^2 - x + 2 - (x - 1)$

$-x^2 - x + 2 - x + 1 = -x^2 - 2x + 3$

