Otimização dos tempos de produção nas máquinas de enfesto e corte dos tecidos

Mateus C. Silva*

February 18, 2024

Dado um processo de enfesto de tecidos com duas máquinas $E1$ e $E2$ localizada em duas mesas distintas com 10 metros de comprimento, cada uma com um tempo de *setup*. Uma máquina de corte C com tempo de *setup* que é usado em conjunto com ambos enfestos, mas com um custo temporal de deslocamento entre as mesas. É dado um conjunto de ordens de produção (OP) de tecidos que devem ser realizados no menor tempo possível, sendo que cada tecido possui um comprimento, tempo de enfesto e tempo de corte. É considerado que a OP ocupa o espaço na mesa a partir do momento que é posta para o enfesto até o término do seu corte.

Parâmetros

- n: quantidade de ordens de produção.
- m: quantidade de máquinas de enfesto.
- i: índice das $OPs = \{1, \dots, n\}$.
- j: índice das máquinas de enfesto $M = \{1, \dots, m\}$.
- e_i: tempo médio de enfesto de $i \in OP$.
- c_i: tempo médio de corte de $i \in OP$.
- w_i: comprimento de $i \in OP$.
- W: comprimento das mesas.
- s_m: tempo médio de *setup* da máquina de enfesto $m \in M$.
- s_c: tempo médio de *setup* da máquina de corte C.
- N: pode ser definido como $\sum_{i \in OP} e_i + n * \max(s_m) + n * s_c$.
- T: conjunto de unidades de tempo no intervalo de $\{0, \dots, N\}$.

*Institute of Computing, Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA 40170-115, Brazil (mateuscsilva.1@gmail.com).

Variáveis

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i\text{-ésima } OP \text{ for atribuída para máquina } j \in M, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$xt_{ijt} = \begin{cases} 1, & \text{se } i\text{-ésima } OP \text{ ocupa a máquina } j \in M \text{ no tempo } t, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$y_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in OP \text{ é } k\text{-ésima } OP \text{ a ser realizada,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$be_i =$ tempo de ínicio do *setup* antes da i-ésima OP

$fe_i =$ tempo de término da i-ésima OP

$bc_i =$ tempo de ínicio do *setup* antes da i-ésima OP

$fc_i =$ tempo de término da i-ésima OP

$f_{max} =$ maior tempo de término de uma OP

Função objetivo
A função objetivo minimiza o tempo de conclusão da última OP realizada pelas máquinas:

$$\min f_{max}$$

Restrições

$$\sum_{i \in OP} y_{ki} = 1, \qquad \forall\ k \in OP, \quad (1)$$

$$\sum_{k \in OP} y_{ki} = 1, \qquad \forall\ i \in OP, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} = 1, \qquad \forall\ i \in OP, \quad (3)$$

$$be_i \geq fe_l - N * (2 - x_{im} - x_{lm}), \qquad \forall\ m \in M, \forall\ i, l \in OP;\ l < i \text{ and } i \geq 2, \quad (4)$$

$$fe_i = be_i + \sum_{i \in OP} y_{ki} * e_i + \sum_{m \in M} x_{im} * s_m \qquad \forall i \in OP. \quad (5)$$

$$bc_i \geq fe_i \qquad \forall i \in OP. \quad (6)$$

$$bc_i \geq fc_l - N * (2 - x_{im} - x_{lm}), \qquad \forall\ m \in M, \forall\ i, l \in OP;\ l < i \text{ and } i \geq 2, \quad (7)$$

$$fc_i = bc_i + \sum_{i \in OP} y_{ki} * c_i + s_e \qquad \forall i \in OP. \quad (8)$$

$$\sum_{i \in OP} \sum_{j \in M} x_{ijt} * w_i <= W, \qquad \forall\ t \in T, \quad (9)$$

$$b_i \leq t \wedge t \leq fc_i \wedge x_{ij} = 1 \rightarrow x_{ijt} = 1, \qquad \forall\ t \in T, i \in OP, j \in M, \quad (10)$$

$$b_i \geq t \vee t \geq fc_i \vee x_{ij} = 0 \rightarrow x_{ijt} = 0, \qquad \forall\ t \in T, i \in OP, j \in M, \quad (11)$$

$$f_{max} \geq fc_i \qquad \forall i \in OP. \quad (12)$$

A restrição 1 garante que somente uma OP pode ser selecionado para cada posição k. A restrição 2 assegura que uma OP será selecionada para ordem de processamento exatamente uma vez. A restrição 3 garante que cada OP seja executada em uma única máquina. A restrição 4 garante que o tempo de ínicio do *setup* para uma OP na i-ésima posição seja sempre maior que o tempo de término do enfesto de qualquer outra na l-ésima posição que venha antes, desde que ambas sejam procesadas na mesma máquina de enfesto. A restrição 5 define o tempo de término do enfesto seja igual ao tempo de início do *setup*, mais o tempo de processamento da OP mais o tempo de *setup* da máquina em que foi processado. A restrição 6 força com que o *setup* para o corte de uma OP só possa começar depois que tiver terminado a etapa de enfesto da mesma. A restrição 7 garante que o tempo de ínicio do *setup* para o corte de uma OP na i-ésima posição seja sempre maior que o tempo de término do corte de qualquer outra na l-ésima posição que venha antes, desde que ambas sejam procesadas na mesma máquina de enfesto. A restrição 8 define o tempo de término do corte seja igual ao tempo de início do *setup* da máquina de corte, mais o tempo de *setup* da máquina, mais o tempo para cortar a OP. A restrição 9 garante que será respeitada a capacidade das mesas. As restrições 10 e 11 utilizam condições lógicas para forçar que todas as variáveis x_{ijt} com t no intervalo de *setup* do enfesto até o término do corte seja setada como um caso a i-ésima OP seja realizada na máquina j, indicando o intervalo de tempo que a OP está ocupando a máquina. Por fim, a restrição 12 assegura que o tempo final de todo o processo seja maior do quê o tempo de término de corte de qualquer OP.

Esse modelo está incompleto quanto ao problema, pois deixa de atender a restrição relacionada ao tempo de troca de mesas para o corte. Contudo todas as demais restrições são respeitas. Diferente dos demais também foi utilizada um modelo de programação lógica por restrições.

Domínio das variáveis

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in OP,\ j \in M, \quad (13)$$
$$xt_{ijt} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in OP,\ j \in M, t \in T \quad (14)$$
$$y_{ki} \in \{0,1\}, \qquad \forall k \in OP,\ i \in OP, \quad (15)$$
$$be_i \in \mathbb{N}_+, \qquad \forall\ i \in OP \quad (16)$$
$$fe_i \in \mathbb{N}_+, \qquad \forall\ i \in OP \quad (17)$$
$$bc_i \in \mathbb{N}_+, \qquad \forall\ i \in OP \quad (18)$$
$$fc_i \in \mathbb{N}_+, \qquad \forall\ i \in OP \quad (19)$$
$$f_{max} \in \mathbb{N}_+ \quad (20)$$
$$(21)$$