

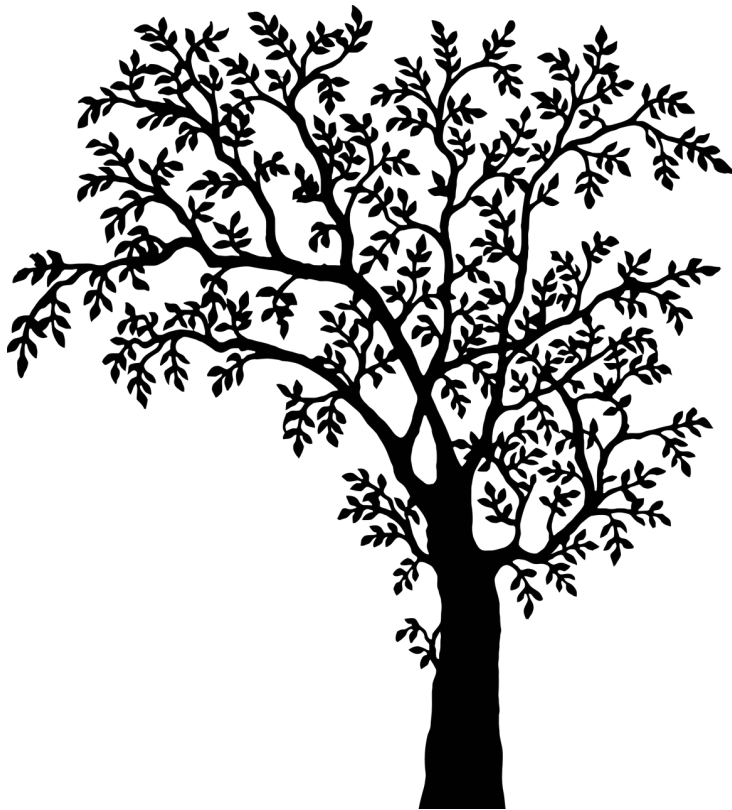
Árvores

Prof. Carlos A. Astudillo

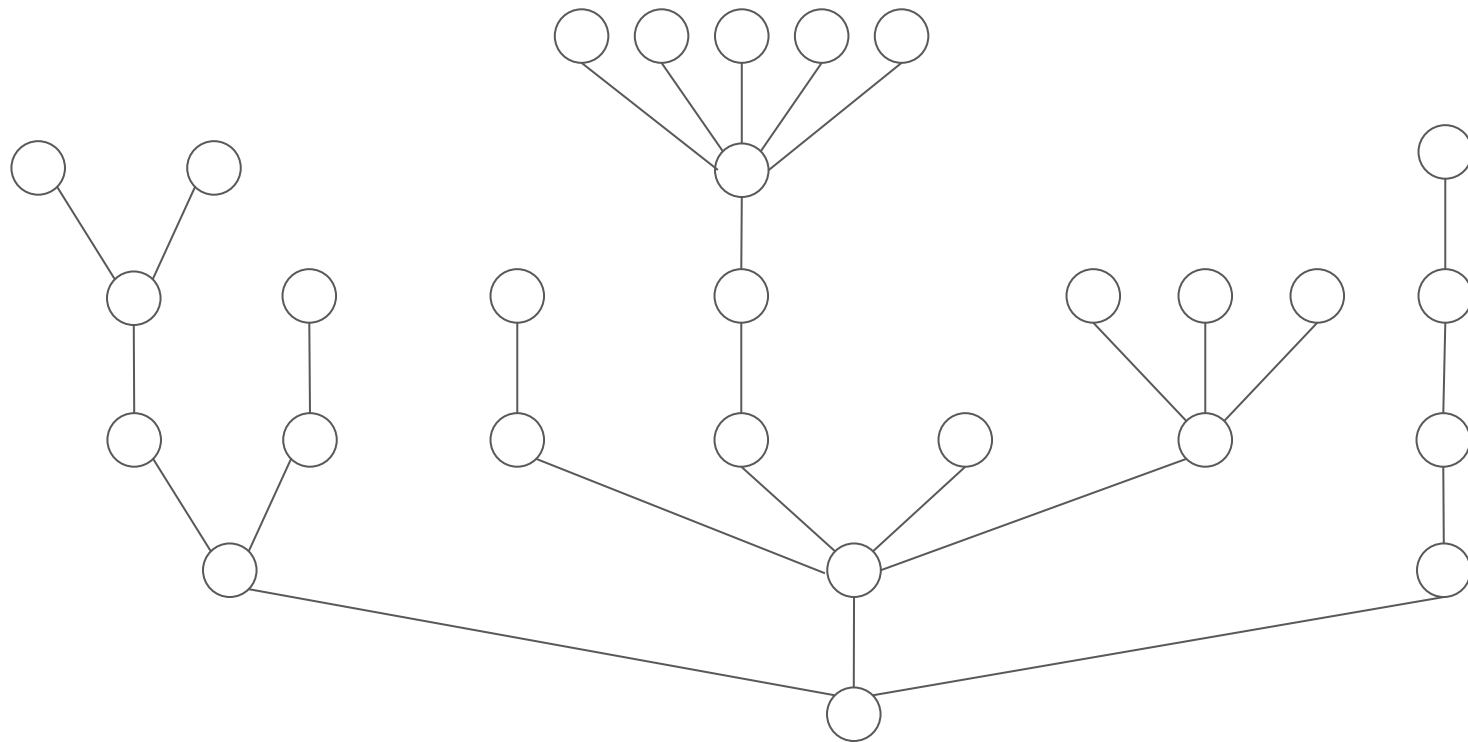
Árvore



Abstraindo a estrutura de uma árvore

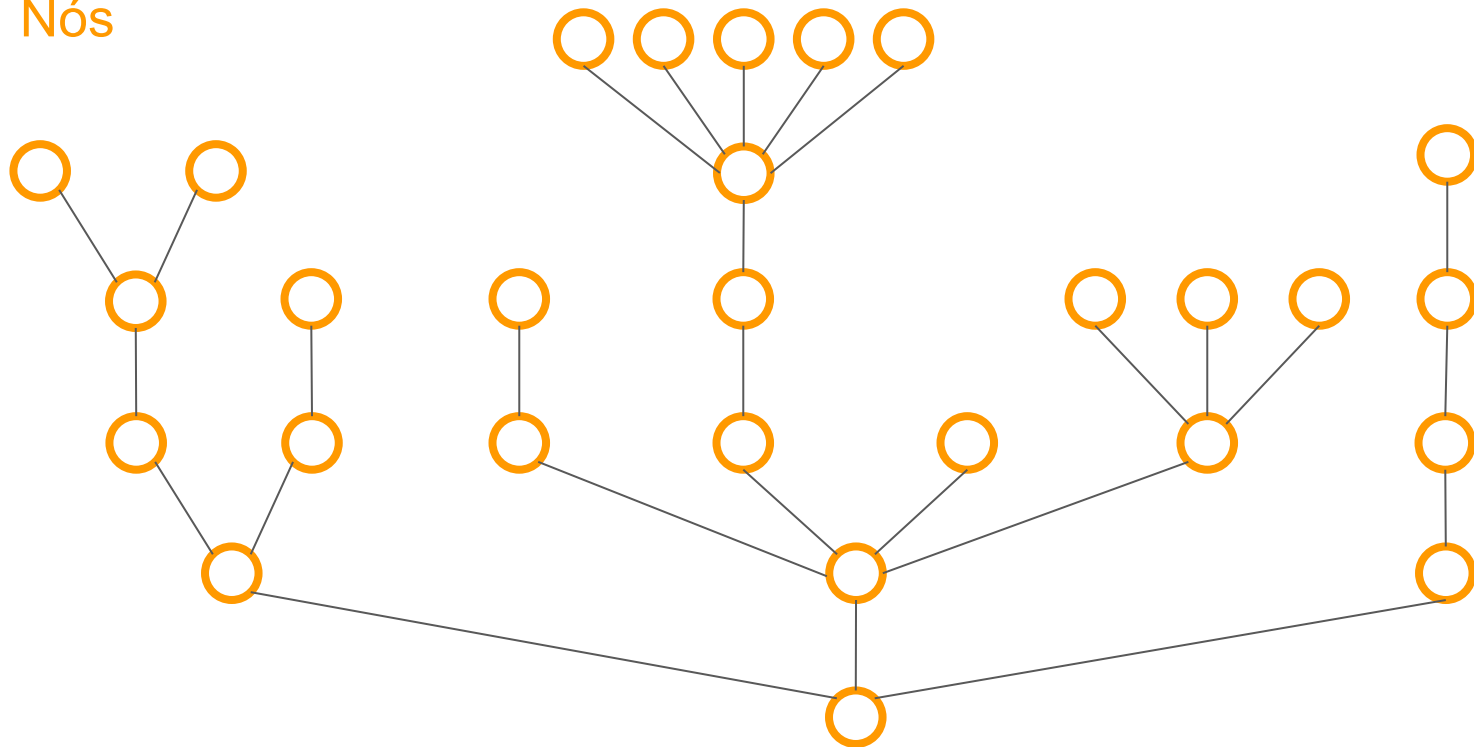


Abstraindo a estrutura de uma árvore



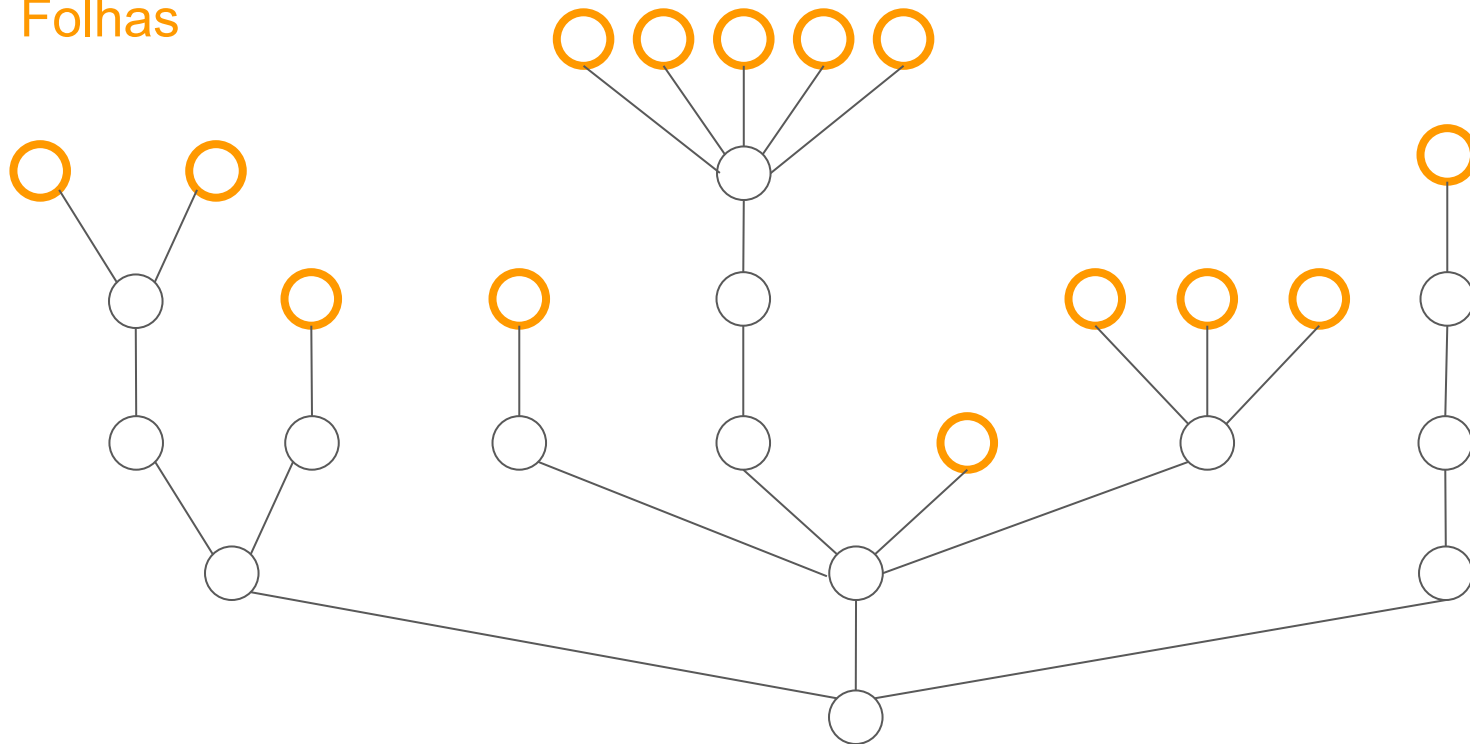
Abstraindo a estrutura de uma árvore

Nós

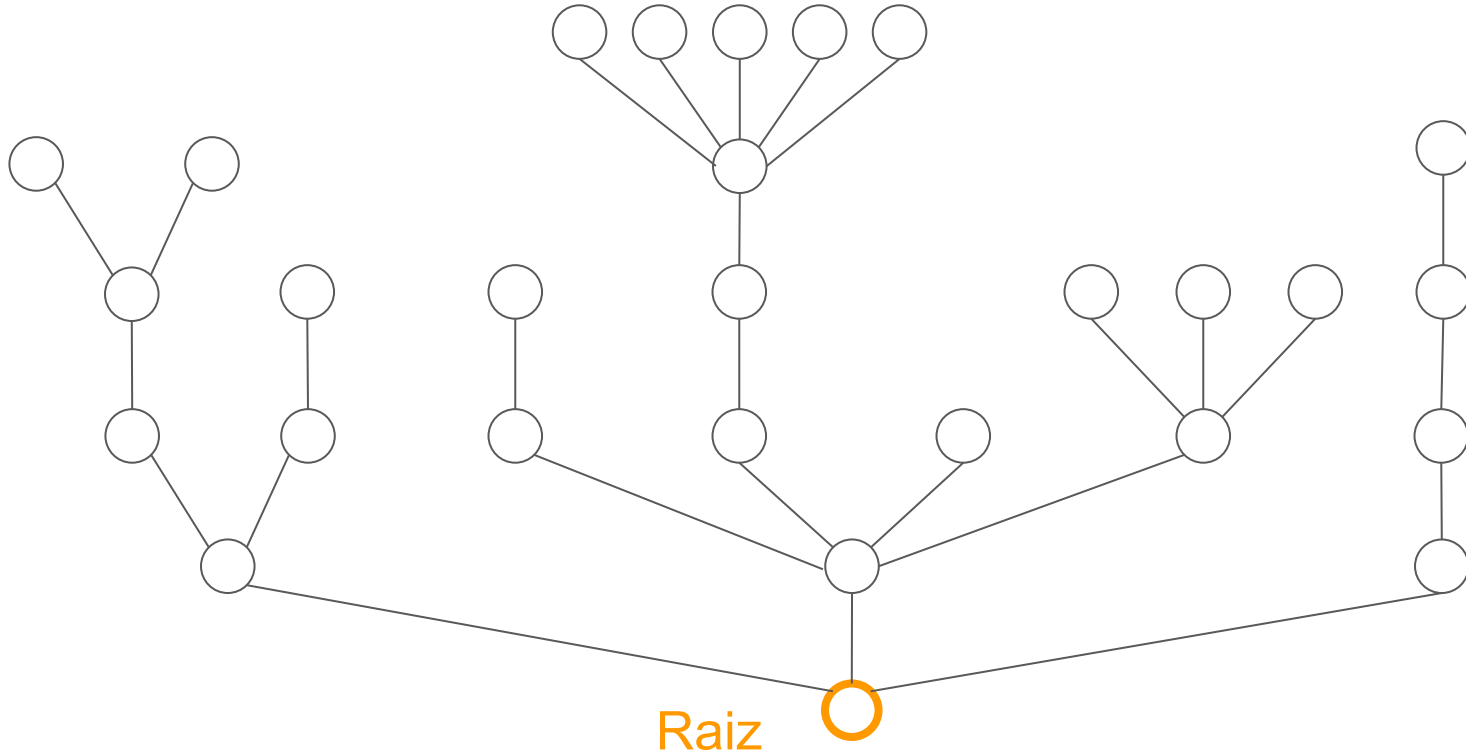


Abstraindo a estrutura de uma árvore

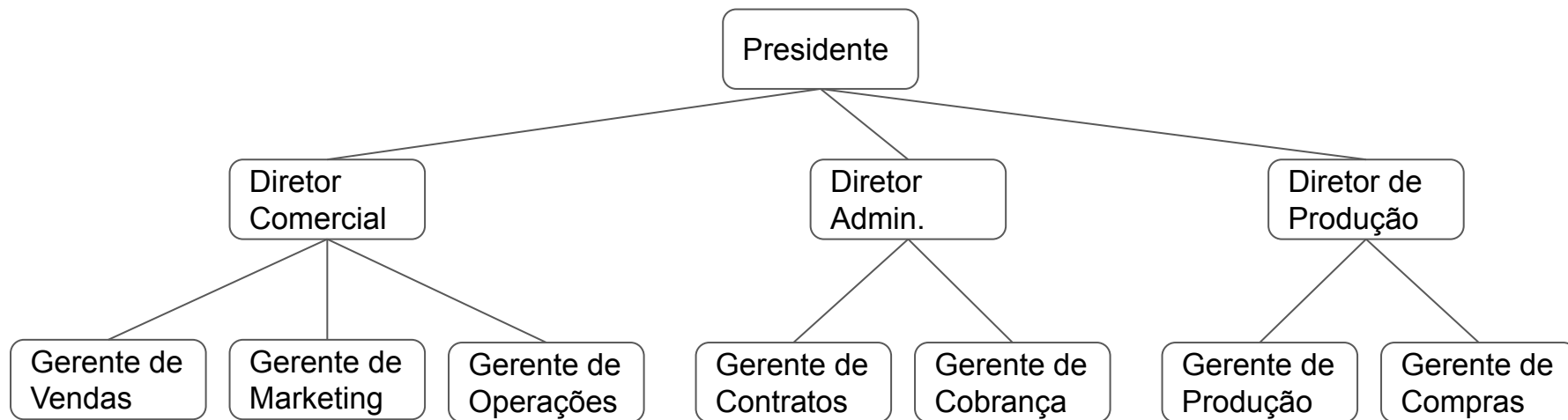
Folhas



Abstraindo a estrutura de uma árvore

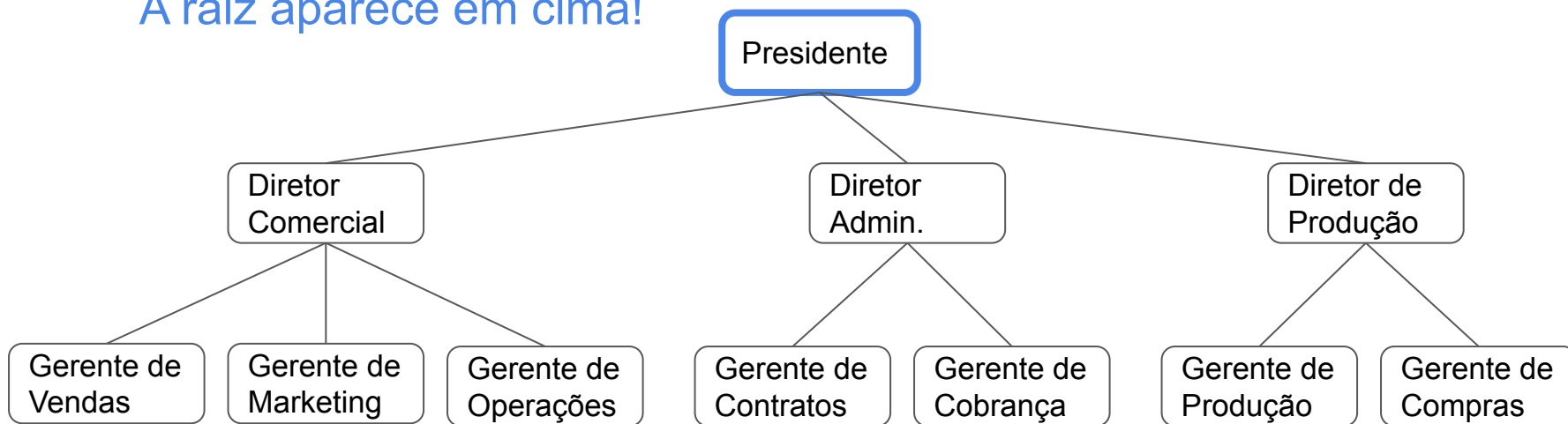


Exemplo de uso: organograma de uma empresa

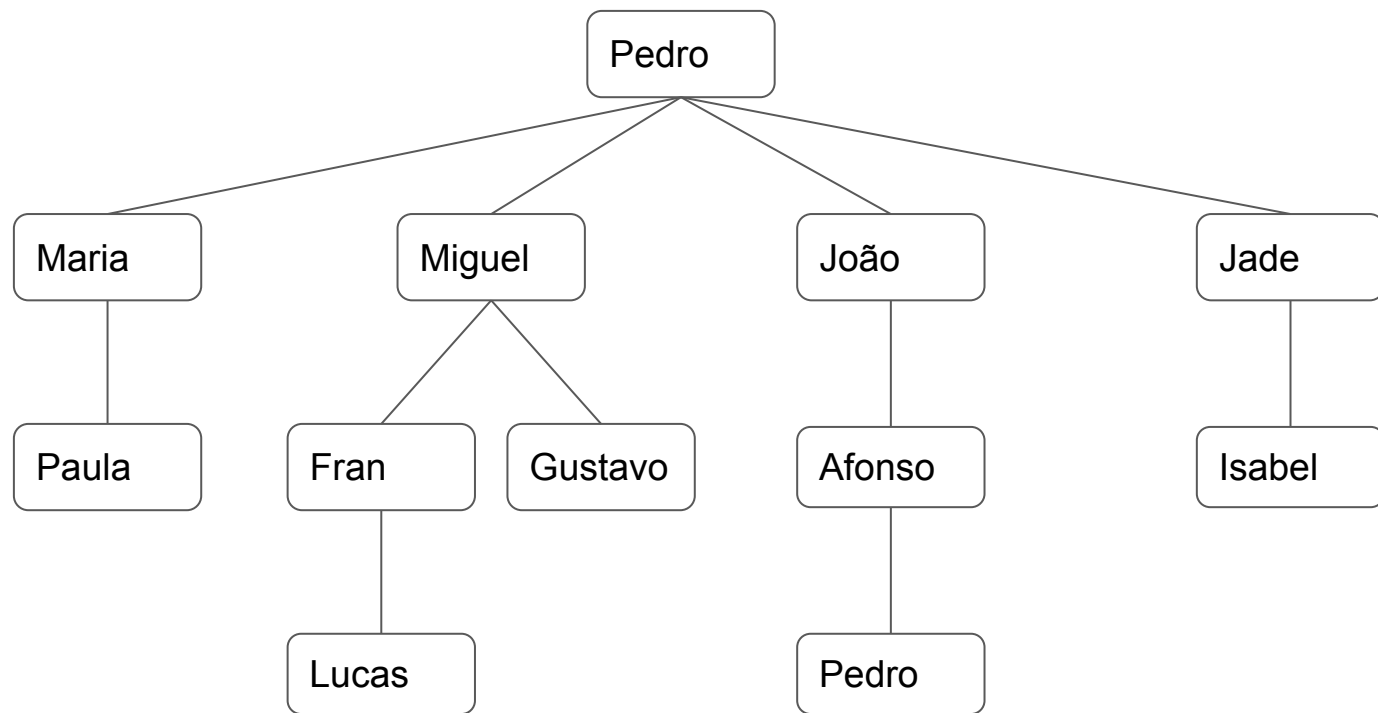


Exemplo de uso: organograma de uma empresa

A raiz aparece em cima!



Exemplo de uso: descendência de uma pessoa



Árvores - uso na Computação

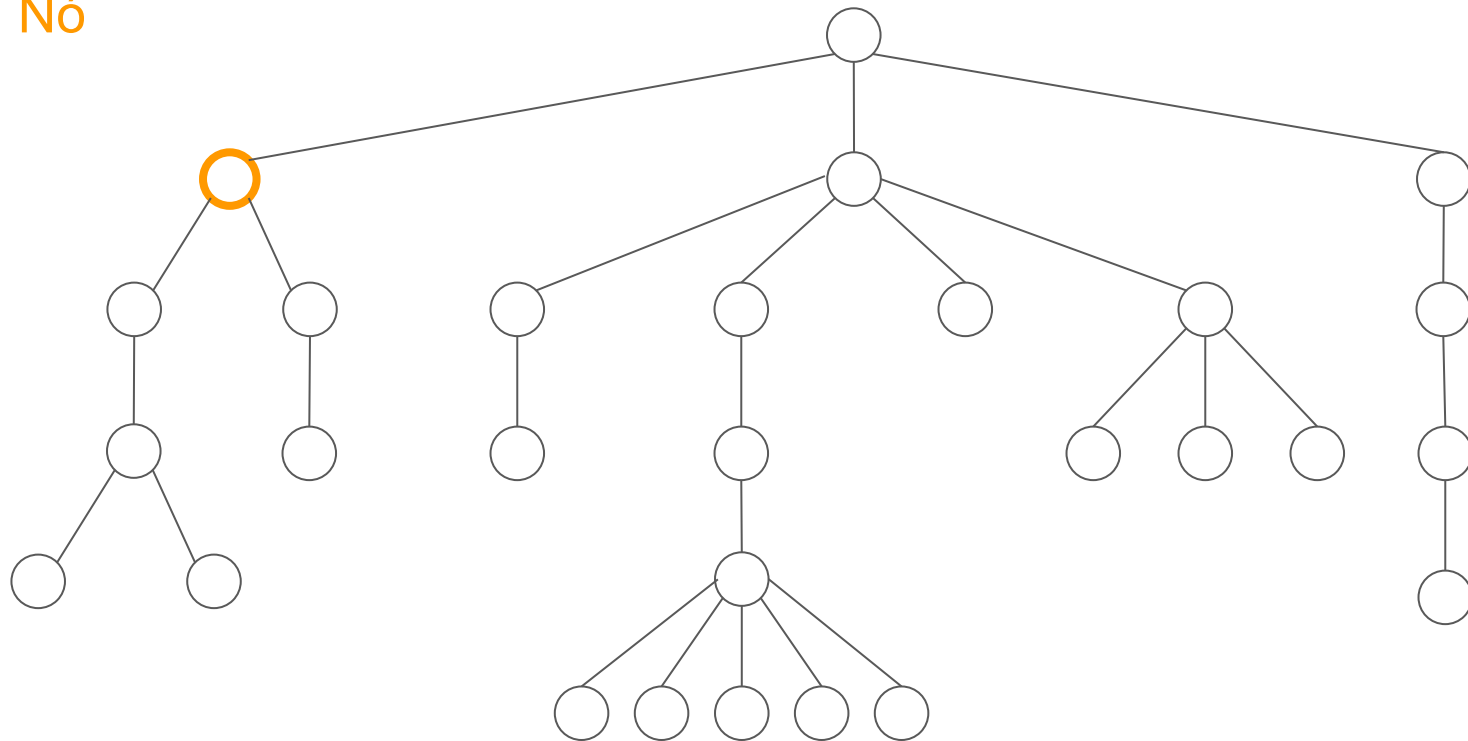
- Árvores são amplamente utilizadas na Computação
 - como uma ferramenta para descrever propriedades de algoritmos e
 - como uma estrutura de dados de fato

Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil

Árvore - definição

Nó

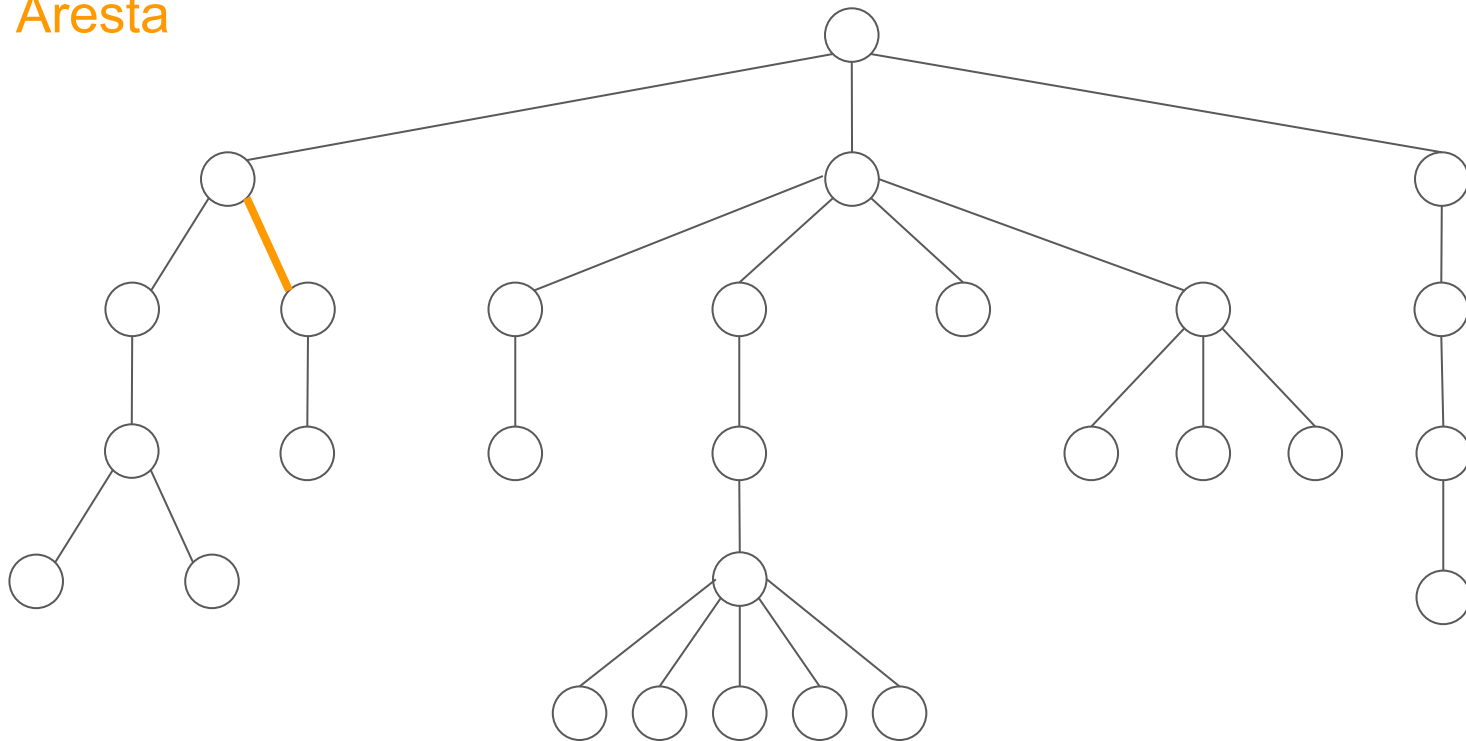


Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil
- Uma **aresta** é uma conexão entre dois nós

Árvore - definição

Aresta

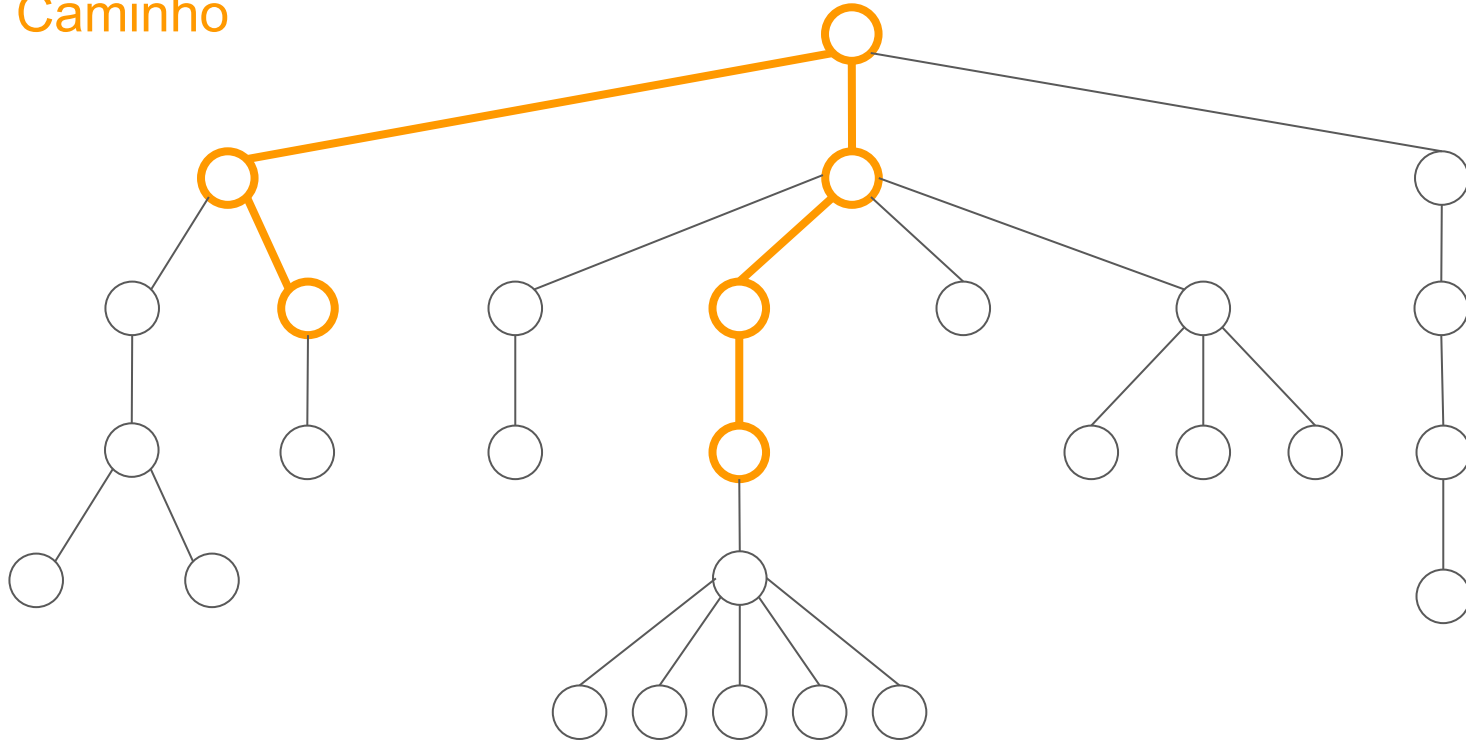


Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil
- Uma **aresta** é uma conexão entre dois nós
- Um **caminho** é uma sequência de nós $\langle v_0, v_1, v_2, \dots, v_k \rangle$ tal que
 - todos os nós da sequência são distintos
 - existe uma aresta conectando v_{i-1} e v_i para $i = 1, 2, \dots, k$

Árvore - definição

Caminho

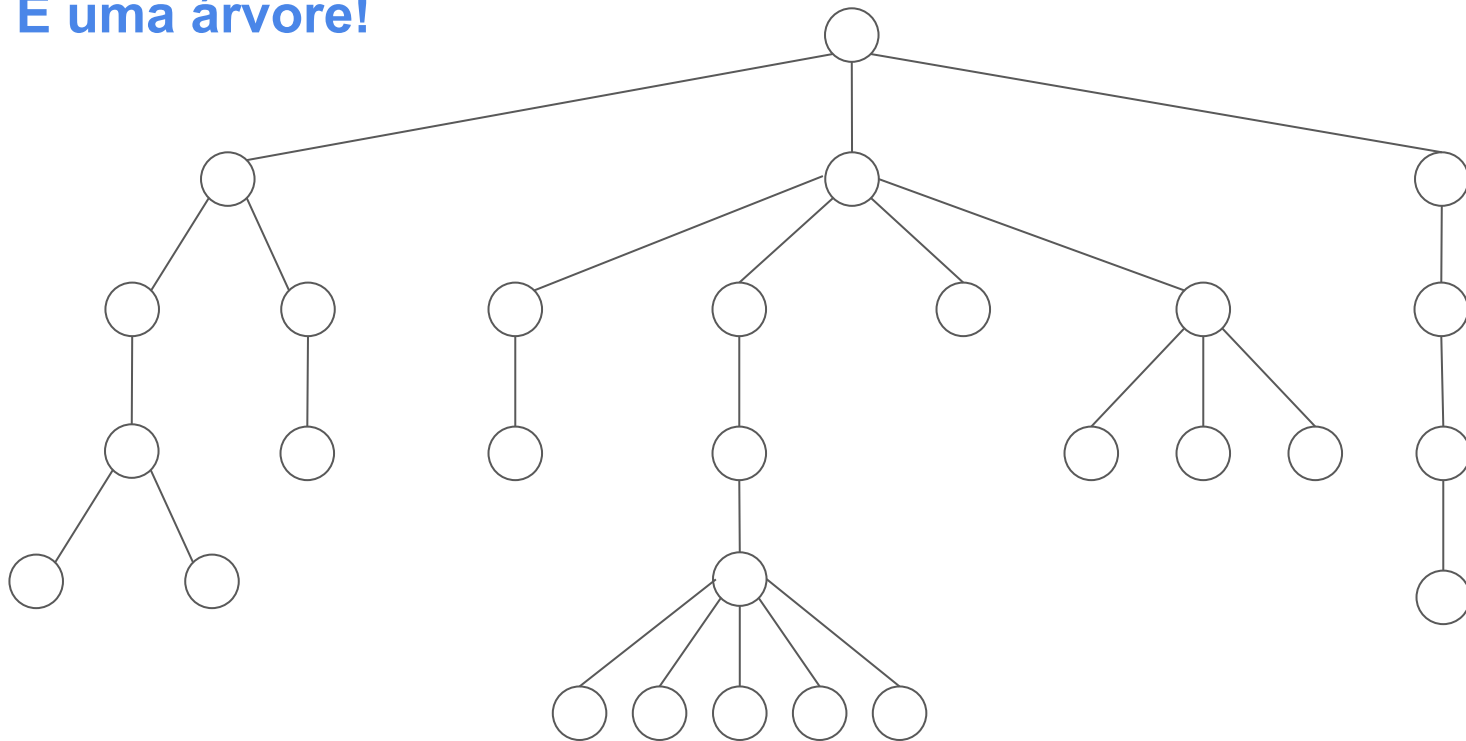


Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil
- Uma **aresta** é uma conexão entre dois nós
- Um **caminho** é uma sequência de nós $\langle v_0, v_1, v_2, \dots, v_k \rangle$ tal que
 - todos os nós da sequência são distintos
 - existe uma aresta conectando v_{i-1} e v_i para $i = 1, 2, \dots, k$
- Uma **árvore** é formada por nós e arestas tais que
 - existe **exatamente um caminho** conectando cada par de vértices

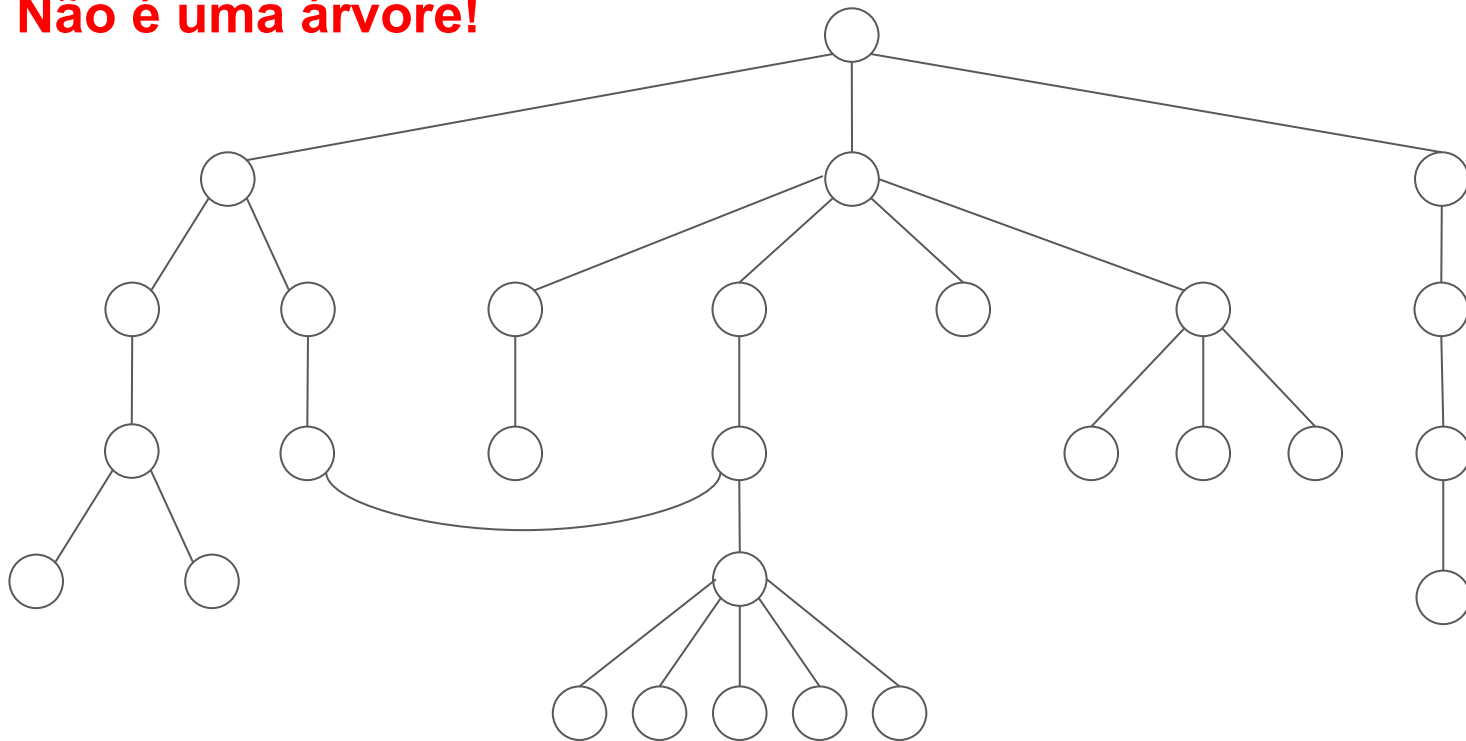
Árvore - definição

É uma árvore!



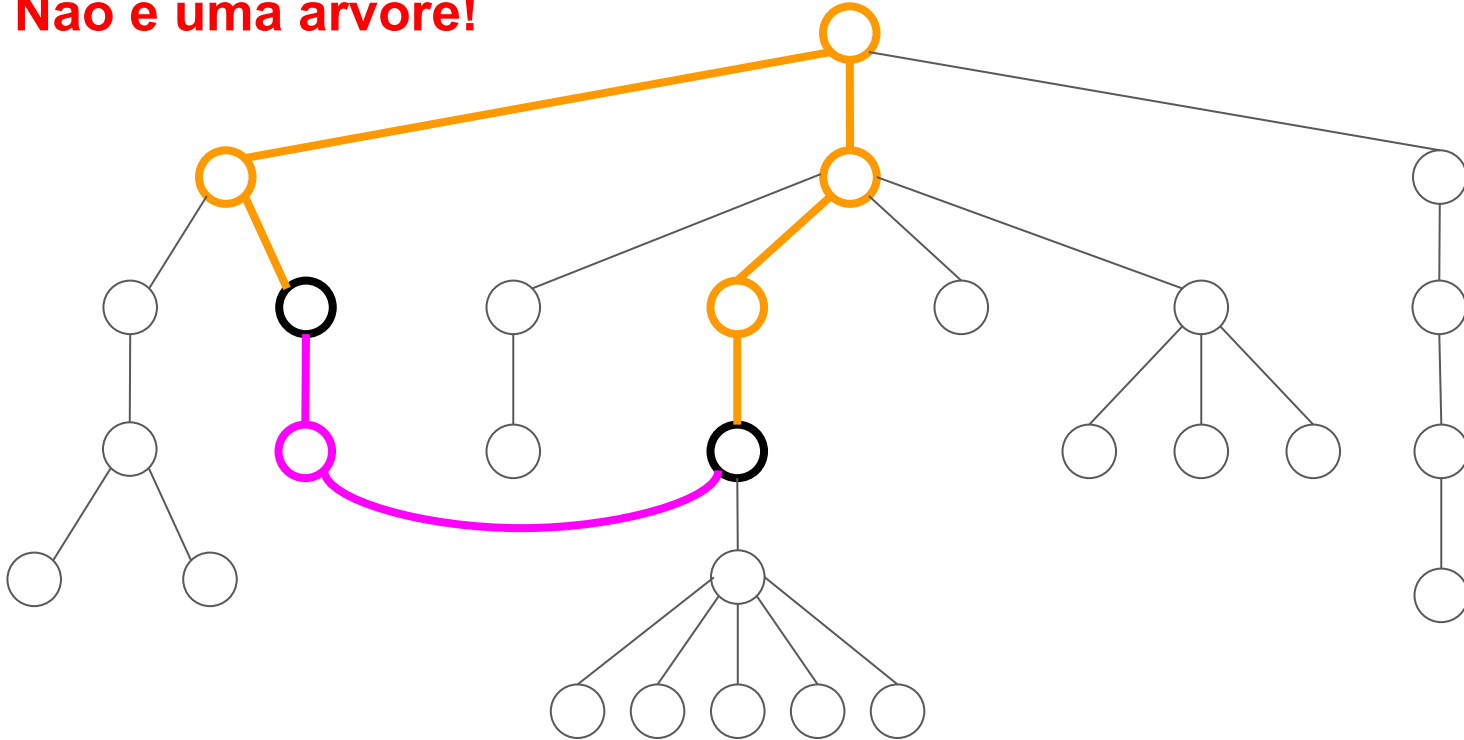
Árvore - definição

Não é uma árvore!



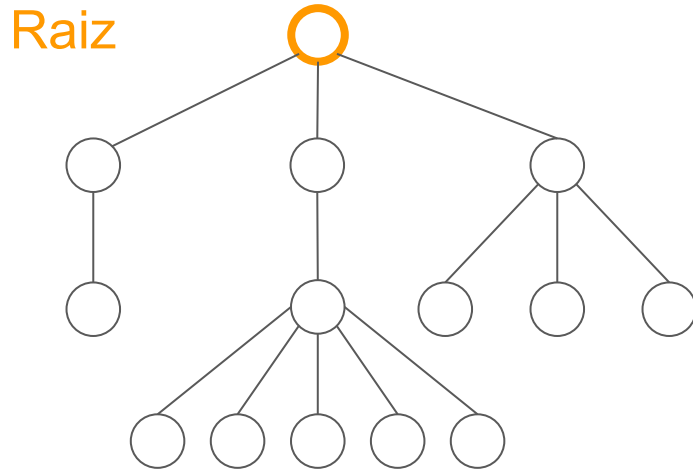
Árvore - definição

Não é uma árvore!

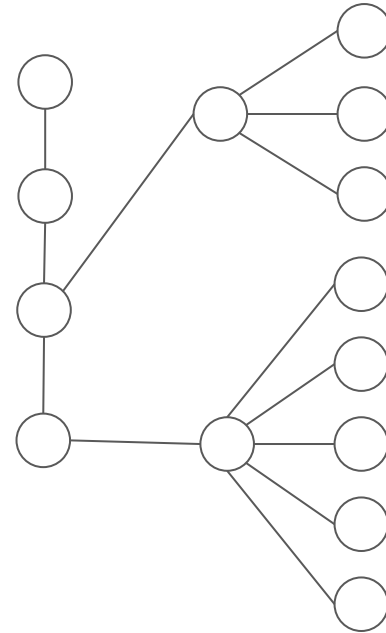


Árvore enraizada - terminologia

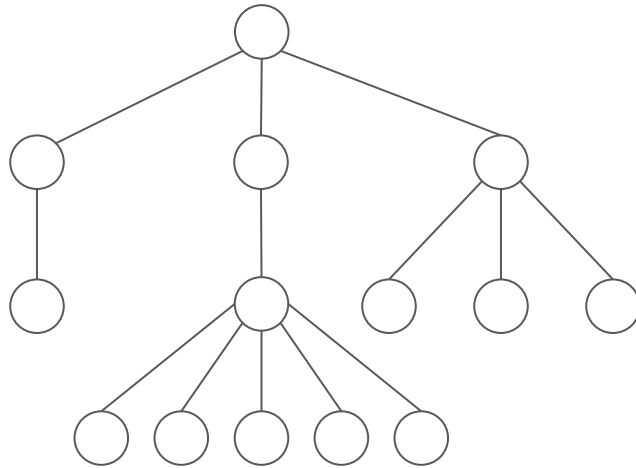
Árvore enraizada



Árvore não enraizada

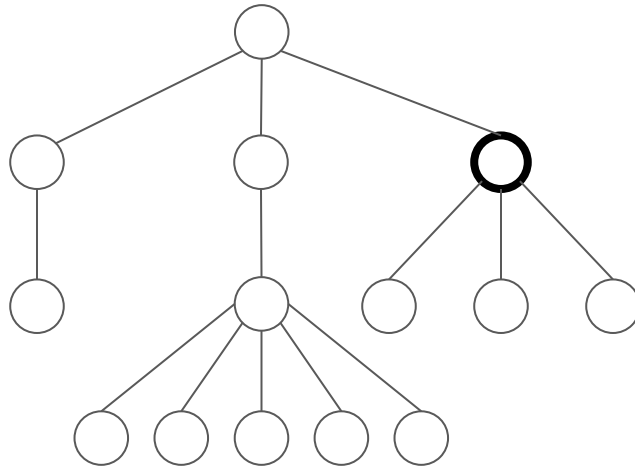


Árvore enraizada - terminologia



Árvore enraizada - terminologia

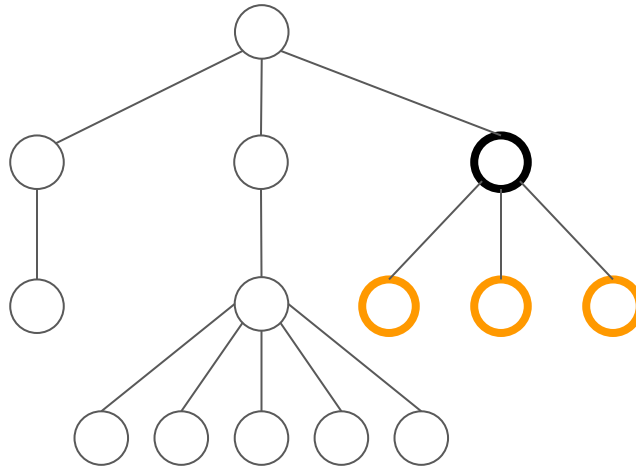
Nó



Árvore enraizada - terminologia

Nó

Filhos

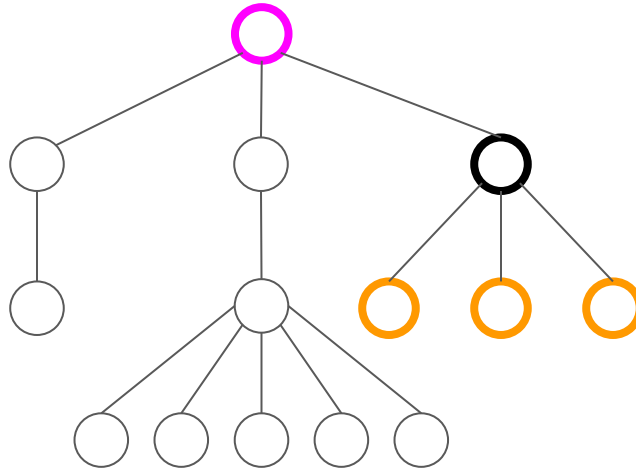


Árvore enraizada - terminologia

Pai

Nó

Filhos



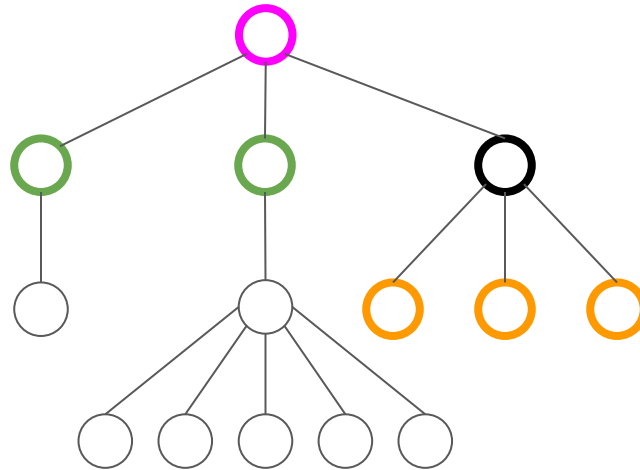
Árvore enraizada - terminologia

Pai

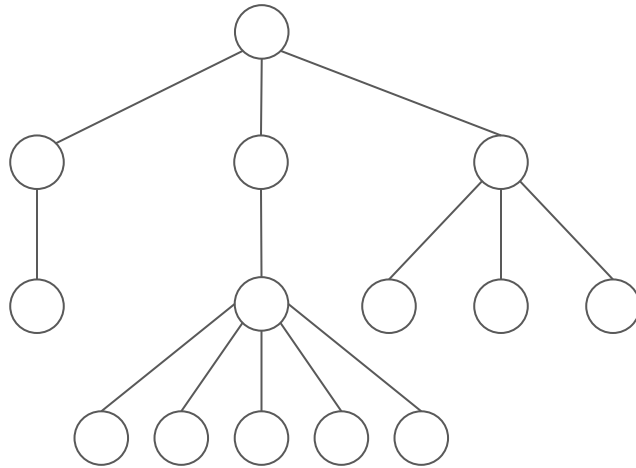
Nó

Irmãos

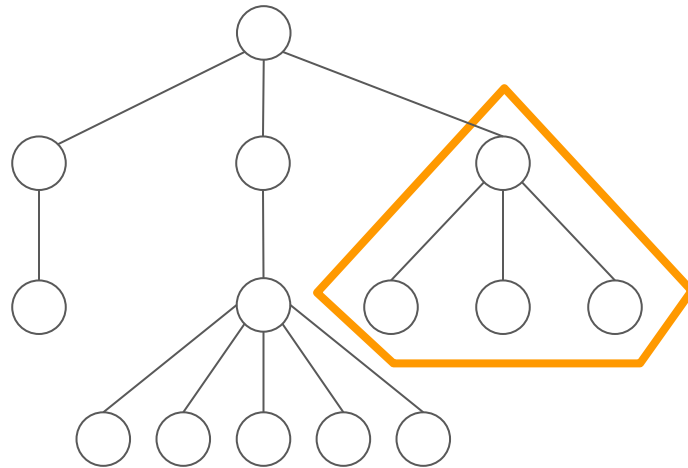
Filhos



Árvore enraizada - terminologia

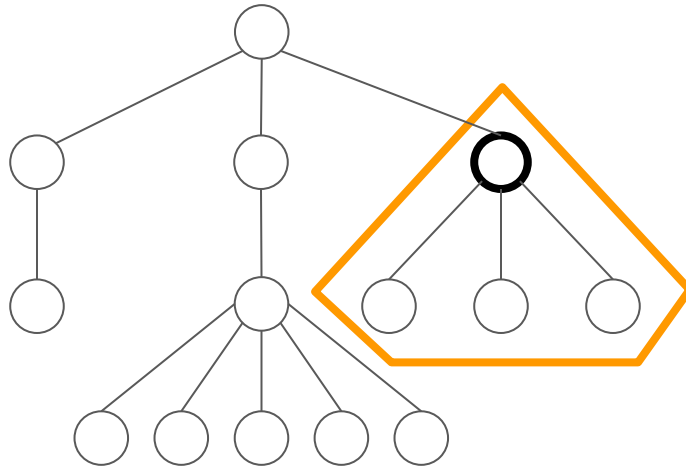


Árvore enraizada - terminologia



Subárvore

Árvore enraizada - terminologia



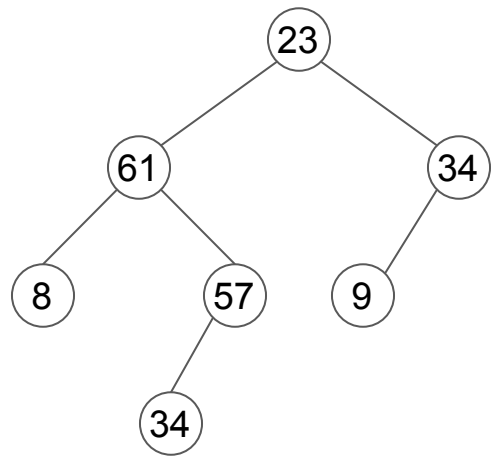
Raiz da
subárvore

Subárvore

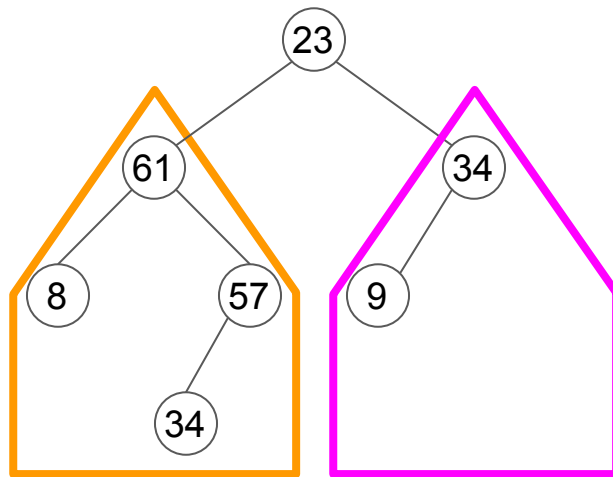
Árvore binária

- (Definição recursiva.) Uma **árvore binária**
 - ou não contém nenhum nó
 - ou é composta de um nó conectado
 - a uma árvore binária chamada de **subárvore esquerda** do nó e
 - a uma árvore binária chamada de **subárvore direita** do nó

Árvore binária



Árvore binária

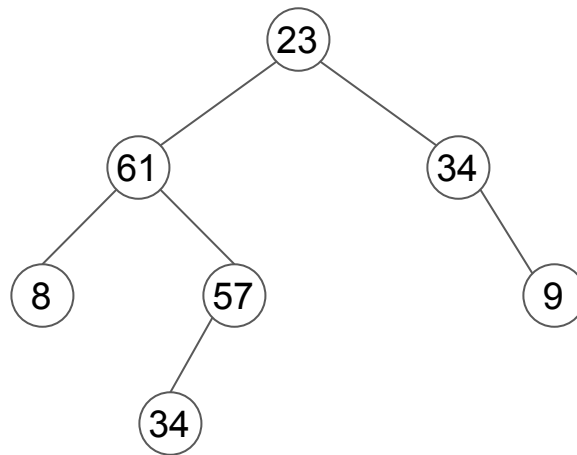
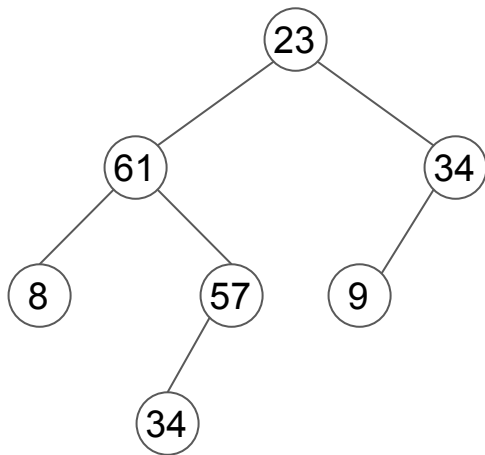


Subárvore
esquerda

Subárvore
direita

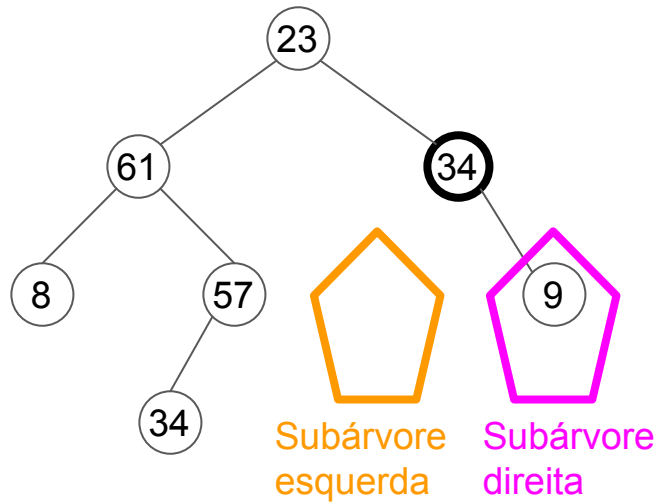
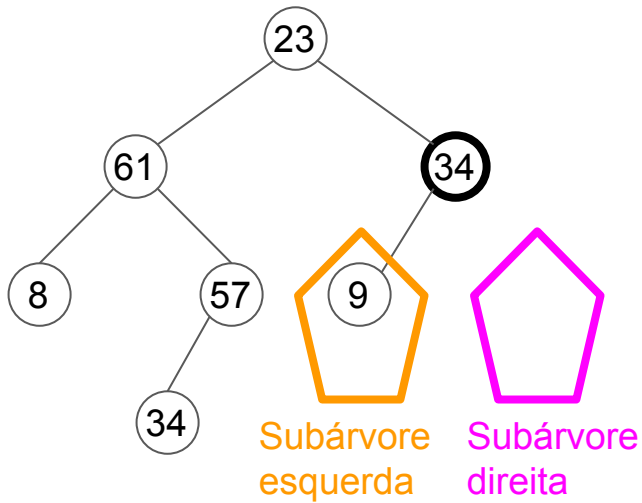
Árvore binária

Estas árvores binárias são iguais?



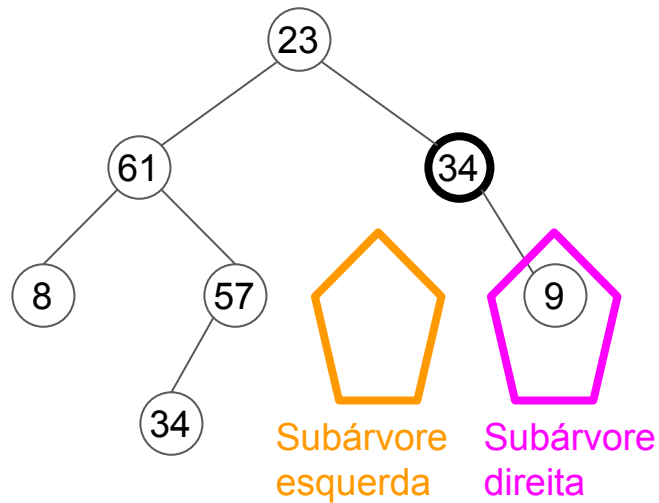
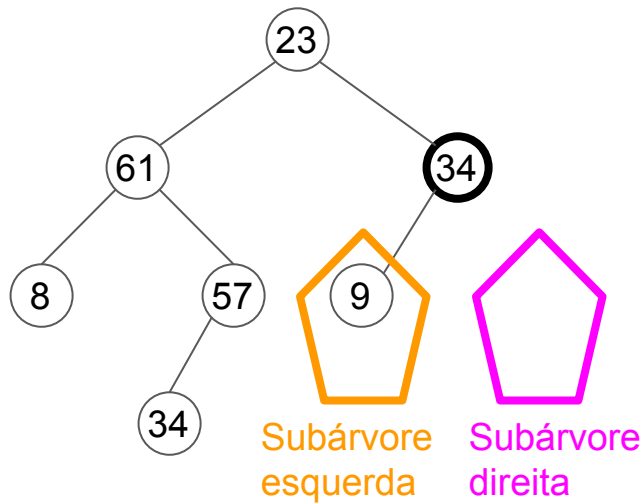
Árvore binária

Estas árvores binárias são iguais?



Árvore binária

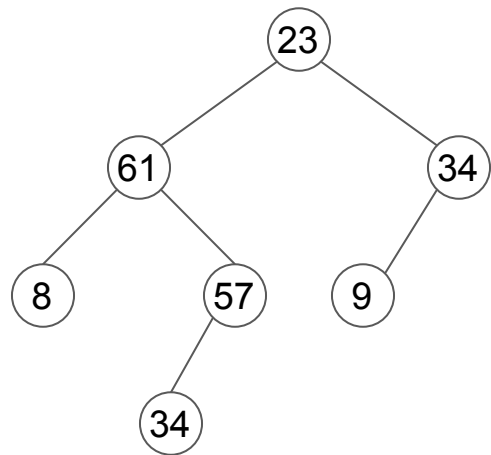
Estas árvores binárias são iguais? **Não!**



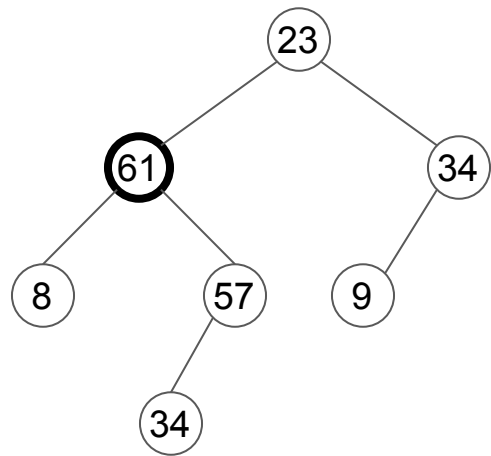
Árvore binária

- (Definição recursiva.) Uma **árvore binária**
 - ou não contém nenhum nó
 - ou é composta de um nó conectado
 - a uma árvore binária chamada de **subárvore esquerda** do nó e
 - a uma árvore binária chamada de **subárvore direita** do nó
- Em uma árvore binária, um filho de um nó é chamado de
 - **filho esquerdo** se ele é a raiz da subárvore esquerda do nó e
 - **filho direito** se ele é a raiz da subárvore direita do nó

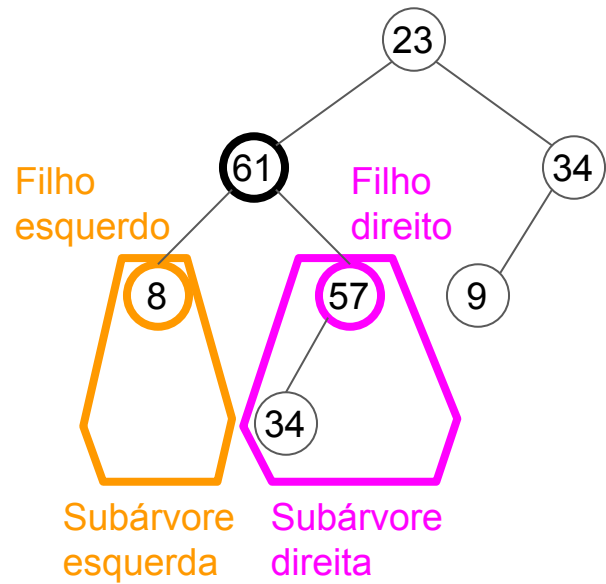
Árvore binária



Árvore binária



Árvore binária



Referências

- Esta apresentação é baseada nas seguintes referências:
 - Capítulo 5 do livro
Sedgewick, R., Algorithms in C, Addison-Wesley, 1998.
 - Apêndice B.5 do livro
Cormen, T., Leiserson, C., Rivest, R., Stein, C., Introduction To Algorithms, MIT Press, 2001.