

Grafos

Ricardo Dutra da Silva

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Componentes Fortemente Conexas

Definição

Um grafo direcionado é fortemente conexo se para todo par de vértices u e v existe um caminho de u para v e um caminho de v para u .

Entrada

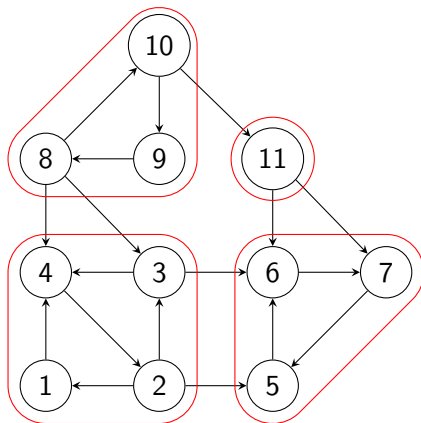
Grafo direcionado $G = (V, E)$.

Saída

Componentes fortemente conexas do grafo (subgrafo maximal fortemente conexo).

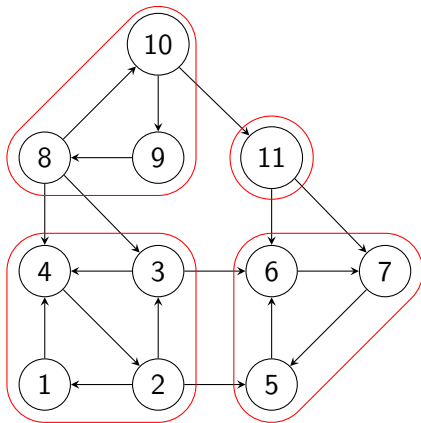
Componentes Fortemente Conexas

Um grafo G com quatro componentes fortemente conexas.



Componentes Fortemente Conexas

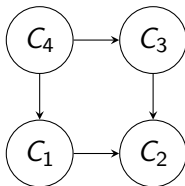
Grafo colapsado G_C de componentes de G .



G_C é um DAG.

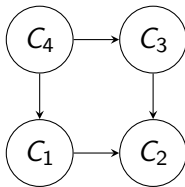
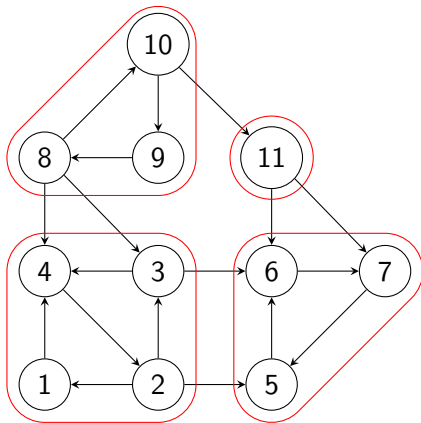
Busca em profundidade em C_2 só alcança vértices de C_2 (sorvedouro).

Remove C_2 e encontra outro sorvedouro.



Componentes Fortemente Conexas

Uma ordenação topológica ajudaria, mas como fazer?



Busca em profundidade no grafo transposto.

Algoritmo: BPB1(G, v)

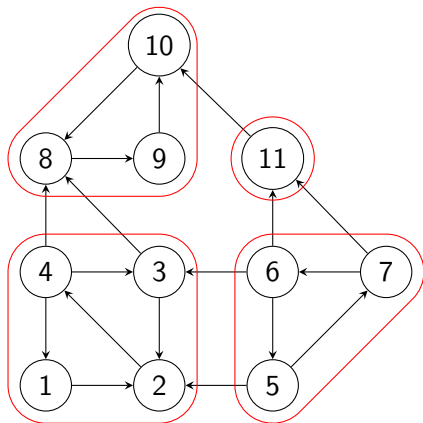
```
1 rotulo  $\leftarrow 1$ 
2 para  $v \in V$  faça
3    $v.visitado \leftarrow falso$ 
4 para  $v \in V$  faça
5   se  $v.visitado = falso$  então
6      $BP1(G, v)$ 
```

Algoritmo: BP1(G, v)

```
1  $v.visitado \leftarrow verdadeiro$ 
2 para  $(v, w) \in E$  faça
3   se  $w.visitado = falso$  então
4      $BP1(G, w)$ 
5  $v.r \leftarrow rotulo$ 
6  $rotulo \leftarrow rotulo + 1$ 
```

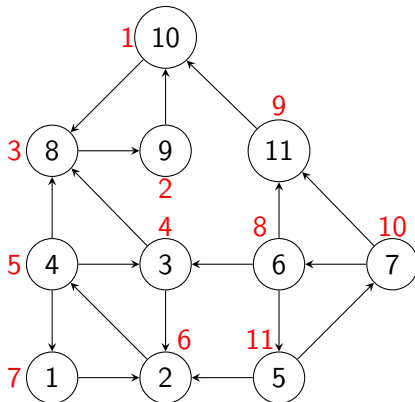
Componentes Fortemente Conexos

O grafo transposto de G , G^T , possui exatamente as mesmas componentes fortemente conexas.



Componentes Fortemente Conexas

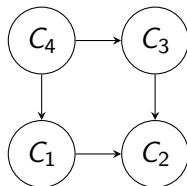
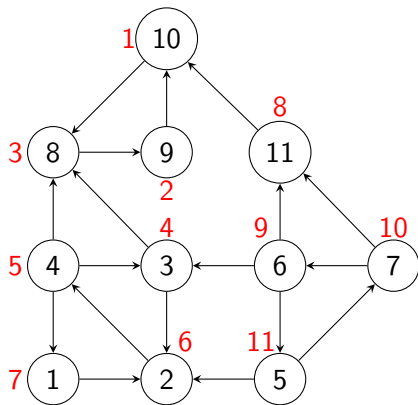
Seguindo a busca na ordem dos vértices.



Componentes Fortemente Conexas

Para toda aresta (C_i, C_j) no grafo G , $\max_{v \in C_i} \{v.r\} < \max_{v \in C_j} \{v.r\}$.

Prova análoga à prova da ordenação topológica.



Componentes Fortemente Conexas

Busca em profundidade seguindo a ordem computada.

Algoritmo: BPB2(G, v)

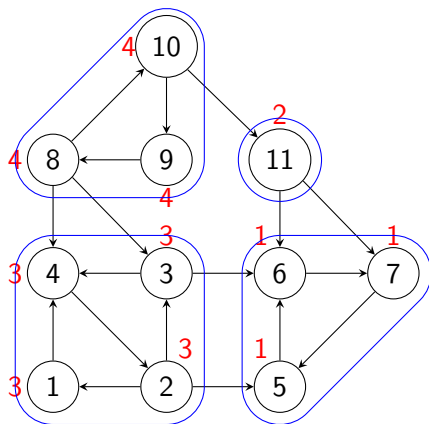
```
1 rotulo  $\leftarrow 1$ 
2 para  $v \in V$  faça
3    $v.visitado \leftarrow$  verdadeiro
   /* Loop percorre os v rtices
      na ordem do maior para o
      menor valor computado em
      BPB1. */
4 para  $v \in V$  faça
5   se  $v.visitado = falso$  então
6      $BP2(G, v)$ 
7      $rotulo \leftarrow rotulo + 1$ 
```

Algoritmo: BP2(G, v)

```
1  $v.visitado \leftarrow$  verdadeiro
2  $v.r \leftarrow$  rotulo
3 para  $(v, w) \in E$  faça
4   se  $w.visitado = falso$  então
5      $BP2(G, w)$ 
```

Componentes Fortemente Conexas

Seguindo a ordem computada.



Algoritmo: KOSARAJU(G)

- 1 computa G^T
 - 2 BPB1(G^T)
 - 3 BPB2(G)
-

