

1. (a) Temos que:

$$\frac{dP}{dt} = -kP(t)$$

Multiplicando ambos os lados por $\frac{1}{P(t)}$ e isolando o $-k$ do $P(t)$ temos:

$$\frac{dP}{P(t)} = -k dt \quad (2)$$

Usando o método das equações separáveis temos:

$$\int \frac{dP}{P(t)} = - \int k dt$$

Resolvendo a integral temos:

$$\ln[P(t)] = -kt + C$$

$$e^{\ln[P(t)]} = e^{-kt+C}$$

$$P(t) = e^{-kt+C}$$

$$P(t) = e^{-kt} \cdot e^C$$

$$P(t) = C e^{-kt}$$

Para achar a constante k , usamos o dado fornecido no enunciado:

$$3P(t) = P(t + 10)$$

$$3C e^{-kt} = C e^{-k(t+10)}$$

$$3C e^{-kt} = C e^{-kt-10k}$$

$$3C e^{-kt} = C e^{-kt} \cdot e^{-10k}$$

$$3 = e^{-10k}$$

$$\ln(3) = \ln(e^{-10k})$$

$$\ln(3) = -10k \cdot \ln(e)$$

$$-10k = \ln(3)$$

$$k = -\frac{\ln(3)}{10}$$

Resolvendo:

$$P(20) = P(0) e^{\frac{\ln(3)}{10} \cdot 20}$$

$$150000 = P(0) e^{2\ln(3)}$$

$$P(0) = 16,667 \text{ CORRIGIR}$$

(b)

2. (a) $\frac{dA}{dt}$ = taxa de entrada - taxa de saída. Usando os valores fornecidos no enunciado:

$$\frac{dA}{dt} = 2r - r \frac{A}{300}$$

Onde r é o fluxo de entrada dos galões.

Usando o método de fator integrante:

$$\frac{dA}{dt} + r \frac{A}{300} = 2r$$

$$\frac{dA}{dt} \cdot \mu + r \frac{A}{300} \cdot \mu = 2r \cdot \mu$$

Onde $\mu = e^{\int \frac{r}{300} dt}$.

$$\frac{d}{dt}(A e^{\frac{rt}{300}}) = 2r e^{\frac{rt}{300}}$$

Integrando ambos os lados:

$$A e^{\frac{rt}{300}} = 600 \frac{r e^{\frac{rt}{300}}}{r} + C$$

$$A = 600 + \frac{C}{e^{\frac{rt}{300}}}$$

$$A(t) = 600 + C e^{-\frac{rt}{300}}$$

Achando valor de C :

$$50 = 600 + C$$

$$C = -550$$

Substituindo em $A(t)$:

$$A(t) = 600 - 550 e^{-\frac{rt}{300}}$$

(b)

$$A(100) = 600 - 550 e^{-1}$$

$$A(100) = 397,666 \text{ ll}$$

(c)

3. (a) Usando $T = 0$:

$$T = C \cdot e^{kt} + T_n$$

$$T = C + T_n$$

$$C = T - T_n$$

Usando os dados do enunciado:

$$T = (T - T_n) e^{kt} + T_n$$

$$T - T_n = (T - T_n) e^{3k}$$

$$200 - 70 = (300 - 70) e^{3k}$$

$$130 = 230 e^{3k}$$

$$e^{3k} = \frac{130}{230}$$

$$\ln(e^{3k}) = \ln\left(\frac{13}{23}\right)$$

$$3k \cdot \ln(e) = \ln\left(\frac{13}{23}\right)$$

$$k = \frac{\ln\left(\frac{13}{23}\right)}{3}$$

$$k = -\frac{2}{10}$$

$$75 - 70 = 230e^{-\frac{2t}{10}}$$

$$e^{-\frac{2t}{10}} = \frac{5}{230}$$

$$e^{-\frac{2t}{10}} = \frac{1}{46}$$

$$\ln(e^{-\frac{2t}{10}}) = \ln\left(\frac{1}{46}\right)$$

$$-\frac{2t}{10} \cdot \ln(e) = \ln\left(\frac{1}{46}\right)$$

$$t = -\frac{\ln\left(\frac{1}{46}\right)}{5}$$

$$t = 19,14 \text{ min}$$

(b)