Projeto de Métodos Numéricos 2019.1

Sumário

I. Introdução

II. Problema 1

1. Problema
2. Modelo
3. Solução Analítica
4. Gráficos das Soluções Numéricas
5. O que acontece quando t tende ao ifinito?

III. Problema 2

1. Problema
2. Modelo
3. Solução Analítica
4. Gráficos das Soluções Numéricas
5. O que acontece quando t tende ao ifinito?

III. Problema 3

1. Problema
2. Modelo
3. Solução Analítica
4. Gráficos das Soluções Numéricas
5. O que acontece quando t tende ao ifinito?

IV. Problema 4

1. Problema
2. Modelo
3. Solução Analítica
4. Gráficos das Soluções Numéricas
5. O que acontece quando t tende ao ifinito?

I. Introdução

II. Problema 1

1. Problema

   (a) Temos que:

$$\frac{dP}{dt} = -kP(t)$$

   Multiplicando ambos os lados por dt e isolando o -k do P(t) temos:

$$\frac{dP}{P(t)} = -kdt \quad (2)$$

   Usando o método das equações separáveis temos:

$$\int \frac{dP}{P(t)} = -\int kdt$$

   Resolvendo a integral temos:

$$ln[P(t)] = -kt + C$$

$$e^{ln[P(t)]} = e^{-kt+C}$$

$$P(t) = e^{-kt+C}$$

$$P(t) = e^{-kt} \cdot e^{C}$$

$$P(t) = Ce^{-kt}$$

   Para achar a constante k, usamos o dado fornecido no enunciado:

$$3P(t) = P(t+10)$$

$$3Ce^{-kt} = Ce^{-k(t+10)}$$

$$3Ce^{-kt} = Ce^{-kt-10k}$$

$$3Ce^{-kt} = Ce^{-kt} \cdot e^{-10k}$$

$$3 = e^{-10k}$$

$$ln(3) = ln(e^{-10k})$$

$$ln(3) = -10k \cdot ln(e)$$

$$-10k = ln(3)$$

$$k = -\frac{ln(3)}{10}$$

   Resolvendo:

$$P(20) = P(0)e^{\frac{ln(3)}{10} \cdot 20}$$

$$150000 = P(0)e^{2ln(3)}$$

$$P(0) = 16.666,667$$

   (b)

2. Gráficos das Soluções Numéricas

3. O que acontece quando t tende ao ifinito?

III. Problema 2

1. Problema

   (a) $\frac{dA}{dt}$ = taxa de entrada - taxa de saída. Usando os valores fornecidos no enunciado:

   $$\frac{dA}{dt} = 2r - r\frac{A}{300}$$

   Onde r é o fluxo de entrada dos galões.

   Usando o método de fator integrante:

   $$\frac{dA}{dt} + r\frac{A}{300} = 2r$$

   $$\frac{dA}{dt} \cdot \mu + r\frac{A}{300} \cdot \mu = 2r \cdot \mu$$

   Onde $\mu = e^{\int \frac{r}{300} dt}$.

   $$\frac{d}{dt}(Ae^{\frac{rt}{300}}) = 2re^{\frac{rt}{300}}$$

   Integrando ambos os lados:

   $$Ae^{\frac{rt}{300}} = 600\frac{re^{\frac{rt}{300}}}{r} + C$$

   $$A = 600 + \frac{C}{e^{\frac{rt}{300}}}$$

   $$A(t) = 600 + Ce^{-\frac{rt}{300}}$$

   Achando valor de C:

   $$50 = 600 + C$$

   $$C = -550$$

   Substituindo em A(t):

   $$A(t) = 600 - 550e^{-\frac{rt}{300}}$$

   (b)

   $$A(100) = 600 - 550e^{-1}$$

   $$A(100) = 397,666\ ll$$

   (c)

2. Gráficos das Soluções Numéricas

3. O que acontece quando t tende ao ifinito?

III. Problema 3

1. Problema

(a) Usando T = 0:

$$T = C \cdot e^{kt} + T_n$$
$$T = C + T_n$$
$$C = T - T_n$$

Usando os dados do enunciado:

$$T = (T_0 - T_n)e^{kt} + T_n$$
$$T - T_n = (T_0 - T_n)e^{3k}$$
$$200 - 70 = (300 - 70)e^{3k}$$
$$130 = 230e^{3k}$$
$$e^{3k} = \frac{130}{230}$$
$$ln(e^{3k}) = ln(\frac{13}{23})$$
$$3k \cdot ln(e) = ln(\frac{13}{23})$$
$$k = \frac{ln(\frac{13}{23})}{3}$$
$$k = -\frac{2}{10}$$

$$75 - 70 = 230e^{-\frac{2t}{10}}$$
$$e^{-\frac{2t}{10}} = \frac{5}{230}$$
$$e^{-\frac{2t}{10}} = \frac{1}{46}$$
$$ln(e^{-\frac{2t}{10}}) = ln(\frac{1}{46})$$
$$-\frac{2t}{10} \cdot ln(e) = ln(\frac{1}{46})$$
$$t = -\frac{ln(\frac{1}{46})}{5}$$
$$t = 19,14\ min$$

(b)

2. Gráficos das Soluções Numéricas

3. O que acontece quando t tende ao ifinito?