 INSTITUTO FEDERAL Espírito Santo Campus Linhares Coordenadoria de Automação Industrial	Curso:	Engenharia de Controle e Automação						
	Turma:	ENG7 (7º Período)						
	Disciplina:	Robótica Móvel						
	Professor:	Lucas Vago Santana						
Alunos(as):								
Atividade:	Controladores Não-Lineares	Data:		Valor:	15	Nota:		

Estudo Dirigido

Controladores Não Lineares de Posição Orientação e Trajetória Baseados em Modelos Cinemáticos

Forma de avaliação:

- Relatório de respostas e
- Experimental via Simulação

Parte 1 – Controlador de Posição Não-Linear baseado em um Modelo Cinemático de Coordenadas Polares

Referências:

PEREIRA, F. G. *Navegação e Desvio de Obstáculos Usando um Robô Móvel Dotado de Sensor de Varredura Laser*. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória – Espírito Santo.

– Capítulo 4 (Página 54).

BRANDAO, A. S.; SARCINELLI FILHO, M.; BASTOS FILHO, T. F. *Navegação de Robôs Móveis com Desvio de Obstáculos: Implementação de Desvio Tangencial Modificado*. In: VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente VIII SBAI, 2007, Florianópolis. Anais do VIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente VIII SBAI. São Paulo: Sociedade Brasileira de Automática, 2007.

– Subseções 3.1 e 4.1

Resumo:

Estes trabalhos apresentam um controlador de posição não linear baseado em um modelo cinemático de coordenadas polares. Estruturas de controle não linear geralmente têm seu projeto e sua estabilidade analisadas via teoria de Lyapunov e tanto suas equações como seu comportamento prático são diferentes dos controladores lineares. As perguntas a seguir são destinadas à compreensão do controlador de posição utilizado em ambos os trabalhos.

Questões:

- 1) Quais equações descrevem o modelo cinemático do robô em coordenadas cartesianas?
- 2) Quais equações descrevem o modelo cinemático do robô em coordenadas polares?
- 3) Qual restrição que o erro de posição p enfrenta no modelo cinemático em coordenadas polares? Justifique.
- 4) Como se calculam as variáveis de estado p e α do modelo cinemático em coordenadas polares? Observar a dependência entre α e θ .
- 5) Quais são as equações que determinam os controladores utilizados para gerar os sinais v e ω ?
- 6) Qual o significado do parâmetro v_{max} que compõe a equação do controlador de v ?
- 7) Qual equação define a norma $|\omega_{max}|$? Como se pode utilizá-la para dimensionar o ganho de controle angular (k_ω)?
- 8) Implementar no ambiente de simulação CoppeliaSim controlador não linear de posição baseado em coordenadas polares. Demonstrar a simulação ao professor. Lembre-se de variar os parâmetros v_{max} e k_ω para averiguar a resposta de controle.
- 9) Aponte algumas diferenças de funcionamento deste método de controle de posição em comparação ao último método utilizado (Goal-To-Goal). Simule ambos para verificar as diferenças.

Teoria de Controle Não-Linear

Investigue sobre a teoria de Lyapunov para estabilidade de sistemas dinâmicos.

Recomendações:

- Vídeo do prof. Cristiano Marcos Agulhari (<https://youtu.be/rABkDgPvsmA>)
- Vídeo do prof. Carlos Alberto Fialho Thompson Leite (https://youtu.be/ZKuGbYlj_Ds)

Observe nas explicações:

- Conceito de função definida positiva e negativa;
- Conceito de função semidefinida positiva e negativa;
- Função de Lyapunov (Função candidata de Lyapunov);
- Teorema da estabilidade local e global de Lyapunov;

Sabendo que os quatro requisitos do teorema de Lyapunov suficientes para garantir a estabilidade global e assintótica de um sistema não-linear são dados por:

- $V(x)$ e $\dot{V}(x)$ são funções contínuas para todo x , com x sendo o conjunto de variáveis de estado em análise.
- $V(0) = 0$;
- $V(x) > 0$ para todo $x \neq 0$;
- $\dot{V}(x) \leq 0$ para todo $x \neq 0$;

Questão sobre controle não-linear:

- 10) Discuta como os requisitos da teoria de Lyapunov foram aplicados no projeto dos controladores para v e ω no artigo de (BRANDÃO, 2007). Compreenda e discuta o motivo pelo qual as equações de v e ω foram selecionadas no formato em que estão apresentadas no texto.

Observação sobre saturação:

- A saturação dos atuadores influencia na convergência dos controladores automáticos, sejam eles lineares ou não.
- Controladores não lineares podem optar por incorporar funções sigmóides, tais como a tangente hiperbólica em sua formulação para realizar saturação analítica dos controladores.
- Outra forma usual é o truncamento dos valores para regiões de segurança:
if(np.abs(v) > vmax):
 v = np.sign(v)*vmax
if(np.abs(w) > wmax):
 w = np.sign(w)*wmax

Parte 2 – Controlador de Posição Não-Linear baseado em um Modelo Cinemático de Coordenadas Polares com Orientação Final

Referência:

M. AICARDI; G. CASALINO; A. BICCHI; A. BALESTRINO, *Closed loop steering of unicycle like vehicles via Lyapunov Techniques*, in *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 2, no. 1, pp. 27-35, March 1995.

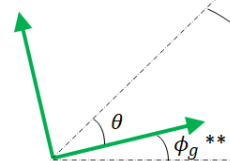
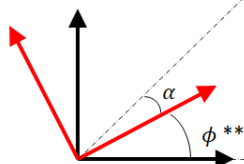
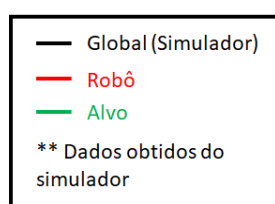
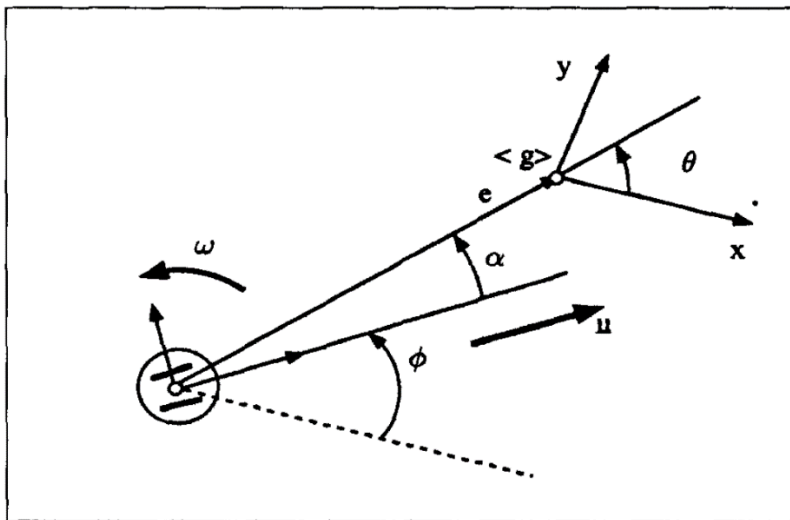
Resumo:

O artigo acima é a referência que originalmente apresenta a modelagem por coordenadas polares utilizada por (PEREIRA, 2006) e (BRANDÃO, 2007). Nele é possível identificar o projeto de um controlador não linear mais completo, que além de levar em consideração as posições finais do alvo (x_g, y_g), também se preocupa com a orientação final (ϕ_g). Portanto, espera-se dele que o robô também se alinhe com a orientação do alvo.

As equações a seguir descrevem o controlador do artigo:

$$\begin{cases} v = \gamma \cos \alpha e \\ \omega = k \alpha + \gamma \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\alpha} (\alpha + h \theta) \end{cases}$$

Adequando os parâmetros do artigo às informações obtidas via CoppeliaSim:



$$\beta = \text{atan2}(y_g - y, x_g - x) **$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \beta - \phi \\ \theta &= \beta - \phi_g \end{aligned}$$

$$e = \sqrt{(x_g - x)^2 + (y_g - y)^2}$$

$$\theta = \text{atan2}\left(\frac{y_g - y}{x_g - x}\right) - \phi_g$$

$$\alpha = \text{atan2}\left(\frac{y_g - y}{x_g - x}\right) - \phi$$

$\gamma > 0$, $k > 0$ e $h > 0$ são ganhos do controlador a serem ajustados.

Questões:

- 11) Simular este controlador, comparando-o com os anteriores. Mostrar ao professor.
- 12) Em que pontos das equações este controlador se difere daquele apresentado na Parte 1?
- 13) Qual o efeito prático da alteração dos parâmetros do controlador (γ, k, h)?

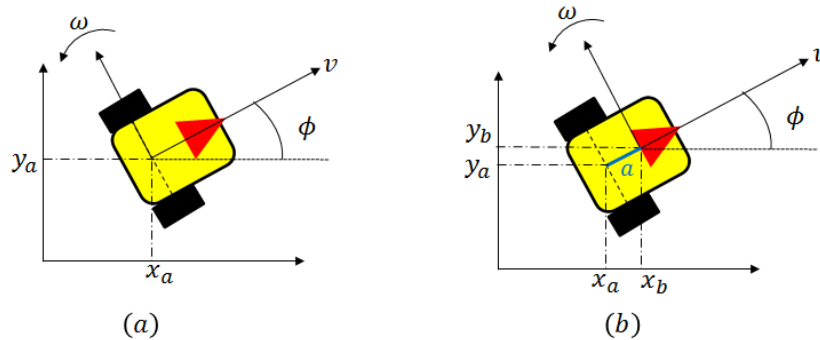
Referência:

RESENDE, C. Z. *Seguimento de Caminhos por múltiplos Robôs Coordenados: Uma Abordagem de Controle no Espaço de Formação do Agrupamento*. 2013. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória – Espírito Santo.

– Capítulo 2: Subseções (2.1.2); (2.2); (2.2.2)

Resumo:

Neste trabalho o autor utiliza um controlador de posição e/ou trajetória desenvolvido a partir de um modelo cartesiano de acessibilidade melhorada. Tal nome se origina do deslocamento do ponto de interesse conforme a Figura 1, onde a Figura (a) ilustra uma representação cartesiana comum enquanto na Figura (b) exemplifica o modelo de acessibilidade melhorada.



Da Figura (a), sabe-se que:

$$\begin{aligned}\dot{x}_a &= v \cos \phi \\ \dot{y}_a &= v \sin \phi\end{aligned}$$

Da geometria da Figura (b), é possível escrever que:

$$\begin{aligned}x_b &= x_a + a \cos \phi \\ y_b &= y_a + a \sin \phi\end{aligned}$$

Derivando no tempo, obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}_b &= \dot{x}_a - a \dot{\phi} \sin \phi = v \cos \phi - a \omega \sin \phi \\ \dot{y}_b &= \dot{y}_a + a \dot{\phi} \cos \phi = v \sin \phi + a \omega \cos \phi\end{aligned}$$

Portanto, o modelo cinemático retirado da Figura (b) possui uma representação matricial generalizada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \phi & -a \sin \phi \\ \sin \phi & a \cos \phi \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \quad \text{Eq. (1)}$$

A matriz \mathbf{C} possui algumas propriedades importantes, dentre elas a de **inversão**. Logo, pode-se utilizá-la para estabelecer de forma direta uma relação entre os sinais $\begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} \end{bmatrix}^T$ e $\begin{bmatrix} v & \omega \end{bmatrix}^T$.

Sendo assim, os controladores por cinemática inversa são projetados como:

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (2)}$$

Dessa forma, ao substituir a Eq. (2) na Eq. (1) se obtém:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \end{bmatrix} \quad \text{Eq. (3)}$$

A operação da Eq. (3) implica na anulação das não linearidades do modelo cinemático fazendo com que a relação resultante entre $\begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} \end{bmatrix}^T$ e $\begin{bmatrix} \eta_x & \eta_y \end{bmatrix}^T$ seja linear. Neste caso, tal relação é 1ª ordem e conhecida com integrador puro.

Logo, pode-se projetar $\begin{bmatrix} \eta_x & \eta_y \end{bmatrix}^T$ como sinais auxiliares de controle usando técnicas quaisquer de projeto. Neste caso, arquiteturas tradicionais de regulagem (P, PD) poderiam ser usadas. Porém, tais arquiteturas não possuem a

capacidade de rastreamento (seguir o alvo prevendo seu movimento). Outras arquiteturas são melhores neste quesito, como é o caso do controlador detalhado em (ZANETTI, 2013). Nele, o controlador é implementado como:

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} \eta_x \\ \eta_y \end{bmatrix}$$

Onde a matriz inversa é dada por:

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\frac{1}{a} \sin \phi & \frac{1}{a} \cos \phi \end{bmatrix}$$

E os sinais auxiliares:

$$\begin{aligned} \eta_x &= \dot{x}_g + v_{x_{max}} \tanh(k_x(x_g - x)) \\ \eta_y &= \dot{y}_g + v_{y_{max}} \tanh(k_y(y_g - y)) \end{aligned}$$

Parâmetros:

a – distância indicada na Figura (b) em [metros]
 $v_{x_{max}}$ – velocidade máxima na coordenada x em [m/s]
 $v_{y_{max}}$ – velocidade máxima na coordenada y em [m/s]
 $k_x > 0$ – ganho de controle a ser ajustado
 $k_y > 0$ – ganho de controle a ser ajustado
 \dot{x}_g – derivada temporal da posição destino na coordenada x
 \dot{y}_g – derivada temporal da posição destino na coordenada y

Onde $[\eta_x \ \eta_y]^T$ representam uma arquitetura com os diferenciais:

- Saturação não linear via tangente hiperbólica;
- Termo **feed-forward** oriundo da derivada da trajetória desejada (\dot{x}_g, \dot{y}_g) .

Destaca-se que este controlador pode ser utilizado para:

- Controle de posição, quando x_g e y_g são constantes e suas derivadas temporais $\dot{x}_g = 0$ e $\dot{y}_g = 0$;
- Controle de trajetória, quando $x_g(t)$ e $y_g(t)$ são função do tempo suas derivadas temporais $\dot{x}_g(t) \neq 0$ e $\dot{y}_g(t) \neq 0$.

Questões:

- 14) Qual a diferença entre realizar um controle de posição e o controle de trajetória de um robô?
- 15) Simular este para controle de posicionamento, comparando-o com os anteriores. Mostrar ao professor.
- 16) Qual o efeito prático da alteração dos parâmetros $v_{x_{max}}$, $v_{y_{max}}$, k_x e k_y ?
- 17) Ajustar o controlador para simular o seguimento de uma trajetória Lemniscata de Bernoulli dada por:

$$\begin{aligned} x_g(t) &= 2 * \sin(0.2 * t) \\ y_g(t) &= 0.5 * \sin(0.9t) \end{aligned}$$

- 18) Teste os outros controladores no seguimento desta trajetória. Mostre a simulação e discuta com o professor se eles têm ou não a capacidade de segui-la de forma adequada.