

CASSIUS ZANETTI RESENDE

**SEGUIMENTO DE CAMINHOS POR MÚLTIPLOS
ROBÔS COORDENADOS: UMA ABORDAGEM
DE CONTROLE NO ESPAÇO DE FORMAÇÃO
DO AGRUPAMENTO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Mário Sarcinelli Filho.

Coorientadores: Prof. Dr. Teodiano Freire Bastos Filho e Prof. Dr. Ricardo Carelli.

VITÓRIA
2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-publicação (CIP)
(Biblioteca Setorial Tecnológica,
Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil)

R433s Resende, Cassius Zanetti, 1976-
 Seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados:
 uma abordagem de controle no espaço de formação do
 agrupamento / Cassius Zanetti Resende. – 2013.
 155 f. : i.

Orientador: Mário Sarcinelli Filho.

Coorientadores: Teodiano Freire Bastos Filho; Ricardo
Carelli.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade
Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico.

1. Robôs móveis. 2. Robótica. 3. Lógica difusa. 4. Robôs –
Movimento. 5. Desvio de obstáculos. 6. Lyapunov, Funções de. I.
Sarcinelli Filho, Mário. II. Bastos Filho, Teodiano Freire. III.
Carelli, Ricardo. IV. Universidade Federal do Espírito Santo.
Centro Tecnológico. V. Título.

CDU: 621.3

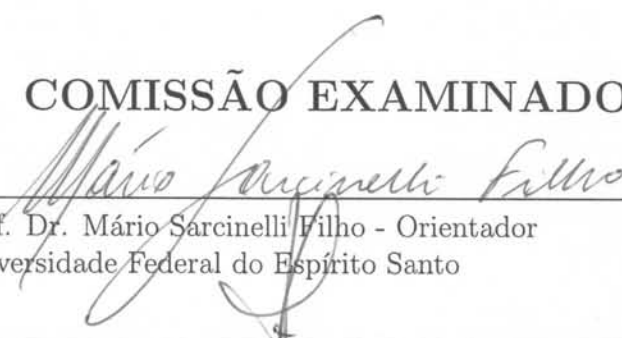
CASSIUS ZANETTI RESENDE

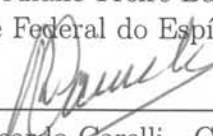
SEGUIMENTO DE CAMINHOS POR MÚLTIPLOS ROBÔS
COORDENADOS: UMA ABORDAGEM DE CONTROLE NO
ESPAÇO DE FORMAÇÃO DO AGRUPAMENTO

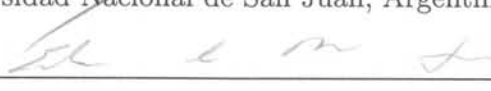
Tese submetida ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

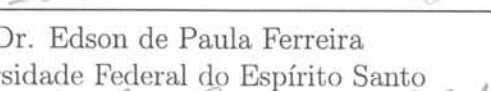
Aprovada em 8 de agosto de 2013.

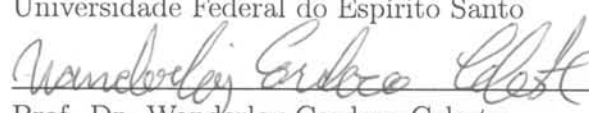
COMISSÃO EXAMINADORA

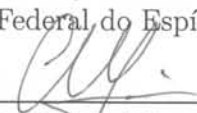

Prof. Dr. Mário Sarcinelli Filho - Orientador
Universidade Federal do Espírito Santo

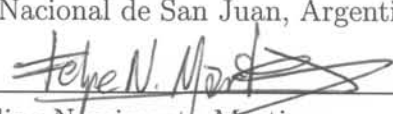

Prof. Dr. Teodiano Freire Bastos Filho - Co-orientador
Universidade Federal do Espírito Santo


Prof. Dr. Ricardo Carelli - Co-orientador
Universidad Nacional de San Juan, Argentina


Prof. Dr. Edson de Paula Ferreira
Universidade Federal do Espírito Santo


Prof. Dr. Wanderley Cardoso Celeste
Universidade Federal do Espírito Santo


Prof. Dr. Carlos Miguel Soria
Universidad Nacional de San Juan, Argentina


Prof. Dr. Felipe Nascimento Martins
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

A todos aqueles que se alegram com este trabalho.

Agradecimentos

Ao Senhor Deus, por ser meu apoio e amparo.

À minha esposa Janyluce, por todo seu incentivo, apoio, carinho e orações. Aos meus pais Luiz e Zenaida, que sempre foram e são exemplos de retidão. Aos meus irmãos Stenio e Fabíola, por sempre se preocuparem comigo.

Aos meus orientadores e amigos, Professor Dr. Mário Sarcinelli Filho, Professor Dr. Teodiano Freire Bastos Filho e Professor Dr. Ricardo Carelli, por compartilharem suas experiências de vida e os conhecimentos acumulados durante suas vidas acadêmicas, e por todo tempo dispensado nas revisões de todos os artigos e desta Tese.

Aos amigos Filipe Ieda Fazanaro e Daniel Cruz Cavalieri pelo período em que compartilhamos durante nossa estada em Alcalá de Henares.

A todos os colegas estudantes do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo e do Instituto de Automática da Universidad Nacional de San Juan, em especial ao amigo Lucio Salinas, pelo desenvolvimento da ferramenta de integração entre o MATLAB e os robôs Pioneer, e aos amigos Paulo Leica, Milton Cesar Paes Santos e Carlos Valadão, pela ajuda durante a realização dos experimentos com os robôs Pioneer.

Agradeço também ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo e ao Instituto de Automática da Universidad Nacional de San Juan, pela infraestrutura e organização que viabilizaram o desenvolvimento deste trabalho.

Finalmente, agradeço à CAPES pelo suporte financeiro durante minha estada na Universidad de Alcalá.

*Sede uma rocha protetora para mim, um abrigo bem seguro que me salve!
Porque sois a minha força e meu amparo, o meu refúgio, proteção e segurança!
Libertai-me, ó meu Deus, das mãos do ímpio.*

*Porque sois, ó Senhor Deus, minha esperança, em vós confio desde a minha juventude!
Sois meu apoio desde antes que eu nascesse, desde o seio maternal, o meu amparo.*

*Minha boca anunciará todos os dias vossa justiça e vossas graças incontáveis.
Vós me ensinastes desde a minha juventude, e até hoje canto as vossas maravilhas.*

Sumário

1	Introdução	p. 20
1.1	Motivação	p. 23
1.2	Problema	p. 24
1.3	Hipóteses	p. 24
1.4	Objetivos	p. 25
1.5	Contribuições	p. 26
1.6	Estrutura da Tese	p. 27
2	Aspectos Teóricos do Controle de Movimento dos Robôs Móveis de Tração Diferencial	p. 29
2.1	Modelos para Robôs Móveis de Tração Diferencial	p. 29
2.1.1	Modelo Cinemático Não-Holonômico	p. 29
2.1.2	Modelo Cinemático Não-Holonômico de Acessibilidade Melhorada	p. 30
2.1.3	Modelo Dinâmico	p. 32
2.2	Controladores Cinemáticos de Seguimento de Trajetória	p. 34
2.2.1	Revisão da Literatura	p. 35
2.2.2	Controlador Cinemático de Seguimento de Trajetória com Ganhos Fixos	p. 35
2.2.2.1	Análise de Estabilidade	p. 36
2.2.2.2	Escolha dos Ganhos e das Constantes de Saturação	p. 37
2.3	Controladores Cinemáticos de Seguimento de Caminhos	p. 40
2.3.1	Revisão de Literatura	p. 40

2.3.2	Controlador Cinemático de Seguimento de Caminhos com Ganhos Fixos	p. 41
2.3.2.1	Análise de Estabilidade	p. 44
2.3.2.2	Escolha das Constantes de Saturação	p. 48
2.4	Considerações Finais do Capítulo	p. 48
3	Controlador Cinemático de Seguimento de Trajetória com Ganhos Variáveis	p. 49
3.1	A Lei de Controle	p. 50
3.2	Projeto dos Compensadores <i>fuzzy</i> de Velocidade	p. 55
3.3	Análise de Estabilidade do Sistema	p. 61
3.4	Resultados Experimentais	p. 65
3.4.1	Experimento 1	p. 66
3.4.2	Experimento 2	p. 70
3.4.3	Experimento 3	p. 72
3.4.4	Resumo e Comparação dos Índices	p. 75
3.5	Considerações Finais do Capítulo	p. 76
4	Controlador Cinemático de Seguimento de Caminhos e Posicionamento	p. 77
4.1	A Lei de Controle	p. 77
4.2	Projeto dos Compensadores <i>fuzzy</i> de Velocidade	p. 82
4.3	Análise de Estabilidade	p. 85
4.3.1	Tarefa de Posicionamento	p. 87
4.3.2	Tarefa de Seguimento de Caminhos	p. 87
4.3.3	Tarefa de Seguimento de Caminhos com o Robô Inicialmente Deslocado em Relação ao Caminho	p. 89
4.4	Resultados Experimentais	p. 90

4.5	Considerações Finais do Capítulo	p. 94
5	Seguimento de Caminhos por Múltiplos Robôs Coordenados	p. 95
5.1	Controle de Formação na Literatura	p. 96
5.1.1	Método Baseado em Comportamento	p. 96
5.1.2	Método Líder-seguidor	p. 96
5.1.3	Método Baseado em Estruturas Virtuais	p. 97
5.1.4	Estrutura de Espaço de Agrupamento	p. 97
5.2	Coordenação de um Sistema de Três Robôs	p. 98
5.2.1	Transformações Cinemáticas de Posição	p. 99
5.2.2	Transformações Cinemáticas de Velocidade	p. 100
5.2.3	Estratégia de Coordenação	p. 100
5.3	Simulação da Estratégia de Seguimento de Caminho por Múltiplos Robôs	p. 104
5.3.1	Primeira Simulação	p. 104
5.3.2	Segunda Simulação	p. 107
5.4	Experimentos Utilizando a Estratégia de Seguimento de Caminho por Múltiplos Robôs	p. 110
5.4.1	Experimento 1	p. 112
5.4.2	Experimento 2	p. 116
5.4.3	Experimento 3	p. 119
5.4.4	Experimento 4	p. 122
5.5	Considerações Finais do Capítulo	p. 125
6	Evasão de Obstáculos	p. 127
6.1	Estrutura do Controlador de Seguimento de Trajetória com Evasão de Obstáculos	p. 129
6.2	Algoritmo de Evasão de Obstáculos	p. 130
6.3	Simulações e Experimentos da Estratégia de Evasão de Obstáculos . . .	p. 134

6.3.1	Simulação 1	p. 135
6.3.2	Simulação 2	p. 137
6.3.3	Experimento 1	p. 139
6.3.4	Experimento 2	p. 142
6.4	Considerações Finais do Capítulo	p. 145
7	Conclusões	p. 146
	Referências	p. 149

Lista de Tabelas

- 1 As 6 regras dos compensadores *fuzzy* aplicados no seguimento de trajetória. p. 54
- 2 Índices IAE e ITAE dos controladores obtidos nos experimentos. p. 76
- 3 As 6 regras dos compensadores *fuzzy* aplicados ao seguimento de caminhos. p. 82
- 4 Os parâmetros do algoritmo de desvio de obstáculos. p. 135

Lista de Figuras

1	Robô Manipulador ABB modelo IRB4400 (Grupo ABB).	p. 20
2	Robô móvel utilizado na movimentação de contêineres (DURRANT-WHYTE et al., 2007).	p. 21
3	Cadeira de rodas para assistência a pessoas com deficiência motora (CELESTE, 2009).	p. 22
4	Esboço que retrata a estratégia de seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados a ser desenvolvida.	p. 25
5	Esquema para se obter o modelo cinemático não-holonômico do robô de tração diferencial.	p. 30
6	Esquema para se obter o modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada do robô de tração diferencial.	p. 31
7	Variáveis e parâmetros de interesse para se obter o modelo dinâmico do robô móvel de tração diferencial.	p. 33
8	Exemplo de uma trajetória em forma de oito.	p. 34
9	Caminho seguido pelo ponto de interesse do robô até alcançar o ponto final utilizando $k_x = k_y = 3$	p. 39
10	Caminho seguido pelo ponto de interesse do robô até alcançar o ponto final utilizando $k_x = k_y = 2$	p. 39
11	Exemplo de uma caminho circular.	p. 40
12	Projeção do ponto de interesse sobre o caminho c	p. 42
13	Esquema do controlador de seguimento de trajetória.	p. 51
14	Esboço das funções de pertinência dos módulos dos erros de posição. . .	p. 53
15	Esboço das funções de pertinência do módulo da velocidade da trajetória.	p. 53

16	Trajectoria de referencia e a trajetória descrita pelo robô durante a primeira simulação.	p. 60
17	Velocidade do ponto de interesse do robô durante a primeira simulação: (a) direção X. (b) direção Y.	p. 60
18	Trajectoria seguida pelo robô durante a segunda simulação.	p. 61
19	Velocidade do ponto de interesse do robô durante a segunda simulação: (a) direção X. (b) direção Y.	p. 61
20	O robô utilizado dentro do ambiente dos experimentos.	p. 65
21	Caminho percorrido pelo robô durante a tarefa de controle de posição. .	p. 66
22	Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.	p. 67
23	Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos variáveis.	p. 67
24	Evolução da velocidade do ponto de interesse do robô durante a tarefa de controle de posição.	p. 68
25	Evolução do erro de posição do robô durante o experimento 1.	p. 68
26	Curva velocidade do ponto de interesse na direção X versus o erro na direção X.	p. 69
27	Curva velocidade do ponto de interesse na direção Y versus o erro na direção Y.	p. 69
28	Trajectoria de referencia e a trajetória realizada pelo robô durante o experimento 2.	p. 70
29	Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.	p. 71
30	Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos variáveis.	p. 71
31	Evolução da velocidade do ponto de interesse do robô durante o experimento 2.	p. 72
32	Evolução do erro de posição do robô durante o experimento 2.	p. 72

33	Trajetória de referência e a trajetória realizada pelo robô durante o experimento 3.	p. 73
34	Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.	p. 74
35	Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos variáveis.	p. 74
36	Evolução do erro de posição do robô durante o experimento 3.	p. 75
37	Projeção do ponto de interesse sobre o caminho c	p. 78
38	Esquema do controlador de seguimento de caminhos.	p. 79
39	Esboço das funções de pertinência do módulo da projeção da velocidade desejada.	p. 81
40	Esboço dos parâmetros utilizados para a prova de estabilidade.	p. 85
41	Esboço de um robô seguindo um caminho.	p. 88
42	Esboço dos parâmetros utilizados para a prova de estabilidade.	p. 90
43	Percursos executados durante o primeiro experimento.	p. 91
44	Evolução da velocidade do ponto de interesse durante o primeiro experimento.	p. 92
45	Percursos executados durante o segundo experimento.	p. 92
46	Evolução da velocidade do ponto de interesse durante o segundo experimento.	p. 93
47	Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.	p. 93
48	Variáveis de formação.	p. 98
49	Esboço que retrata a estratégia de seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados.	p. 101
50	Diagrama de blocos da estratégia de coordenação proposta.	p. 103
51	Simulação da estratégia de coordenação: caminho percorrido pelos robôs.	p. 105
52	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.	p. 105

53	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.	p. 106
54	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de orientação da formação.	p. 106
55	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de abertura da formação.	p. 106
56	Simulação da estratégia de coordenação: caminho programado.	p. 107
57	Simulação da estratégia de coordenação: caminho percorrido pelos robôs.	p. 108
58	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.	p. 109
59	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.	p. 109
60	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de orientação da formação.	p. 109
61	Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de abertura da formação.	p. 110
62	Controle centralizado.	p. 111
63	Esquema de integração entre os robôs Pioneer e o MATLAB.	p. 111
64	Diagrama de tempo das ações da ferramenta de integração e do MATLAB.	p. 112
65	Experimento 1: caminho percorrido pelos robôs.	p. 113
66	Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.	p. 114
67	Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.	p. 114
68	Experimento 1: evolução do erro de orientação da formação.	p. 114
69	Experimento 1: evolução do erro de abertura da formação.	p. 115
70	Experimento 1: evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação.	p. 115
71	Experimento 1: tempo de processamento.	p. 115
72	Experimento 2: caminho percorrido pelos robôs.	p. 117

73	Experimento 2: evolução do erro de dimensão do lado p da formação. .	p.117
74	Experimento 2: evolução do erro de dimensão do lado q da formação. .	p.118
75	Experimento 2: evolução do erro de orientação da formação.	p.118
76	Experimento 2: evolução do erro de abertura da formação.	p.118
77	Experimento 2: tempo de processamento.	p.119
78	Experimento 3: caminho percorrido pelos robôs.	p.120
79	Experimento 3: evolução do erro de dimensão do lado p da formação. .	p.120
80	Experimento 3: evolução do erro de dimensão do lado q da formação. .	p.121
81	Experimento 3: evolução do erro de orientação da formação.	p.121
82	Experimento 3: evolução do erro de abertura da formação.	p.121
83	Experimento 3: evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação.	p.122
84	Experimento 3: tempo de processamento.	p.122
85	Experimento 4: caminho percorrido pelos robôs.	p.123
86	Experimento 4: evolução do erro de dimensão do lado p da formação. .	p.123
87	Experimento 4: evolução do erro de dimensão do lado q da formação. .	p.124
88	Experimento 4: evolução do erro de orientação da formação.	p.124
89	Experimento 4: evolução do erro de abertura da formação.	p.124
90	Experimento 4: evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação.	p.125
91	Experimento 4: tempo de processamento.	p.125
92	Diagrama de blocos do controlador de seguimento de trajetória com evasão de obstáculos.	p.128
93	Diagrama de blocos do controlador de seguimento de trajetória com evasão de obstáculos.	p.129
94	Exemplo de identificação de obstáculos.	p.130
95	Definição dos ângulos de análise.	p.131

96	Área de desvio.	p.132
97	Interação virtual entre o robô e o meio.	p.133
98	Esquema para a geração da trajetória de desvio.	p.133
99	Simulação 1: caminho percorrido pelos robôs.	p.136
100	Simulação 1: evolução do erro de dimensão do lado p da formação. . . .	p.136
101	Simulação 1: evolução do erro de dimensão do lado q da formação. . . .	p.137
102	Simulação 1: evolução do erro de orientação da formação.	p.137
103	Simulação 1: evolução do erro de abertura da formação.	p.137
104	Simulação 2: caminho percorrido pelos robôs.	p.138
105	Simulação 2: evolução do torque fictício de repulsão aplicado ao robô Rb_2 .p.	139
106	Simulação 2: evolução do ângulo de desvio aplicado ao robô Rb_2	p.139
107	Experimento 1: caminho percorrido pelos robôs.	p.140
108	Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado p da formação. . .	p.141
109	Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado q da formação. . .	p.141
110	Experimento 1: evolução do erro de orientação da formação.	p.141
111	Experimento 1: evolução do erro de abertura da formação.	p.142
112	Experimento 1: tempo de processamento.	p.142
113	Experimento 2: caminho percorrido pelos robôs.	p.143
114	Experimento 2: evolução do torque fictício de repulsão aplicado no robô Rb_2	p.144
115	Experimento 2: evolução do ângulo de desvio aplicado ao robô Rb_2 . . .	p.144
116	Experimento 2: tempo de processamento.	p.144

Resumo

Neste trabalho é proposta uma nova solução para o seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis, que permite a um usuário especificar o movimento da formação desejada sem a necessidade de especificar os movimentos individuais de cada robô. A estratégia de coordenação de robôs móveis aqui proposta se baseia na formulação geral para especificação e controle de formações de múltiplos robôs móveis denominada “estrutura de espaço de agrupamento”, e utiliza dois novos controladores de movimento de robôs de tração diferencial, um controlador de seguimento de trajetória e um controlador de seguimento de caminhos. O novo controlador de seguimento de trajetória aqui proposto utiliza regras *fuzzy* para determinar os ganhos do controlador de acordo com os valores de velocidade da trajetória planejada e erros de posição. Tais regras *fuzzy* foram projetadas com o objetivo de limitar os sinais de controle e também para reduzir os erros devidos à dinâmica do robô. Similarmente, o novo controlador de seguimento de caminhos aqui proposto também utiliza regras *fuzzy* para determinar seus ganhos. A estabilidade de ambos controladores propostos é comprovada segundo a teoria de Lyapunov. Também é agregado à estratégia de coordenação de robôs um novo método reativo para se evitar obstáculos durante o seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados. Para reduzir o tempo de duração do processo de evasão de obstáculos e também o caminho percorrido pelo robô, o algoritmo de evasão proposto analisa uma possível configuração de obstáculos em relação ao robô. A estratégia de coordenação proposta foi implementada utilizando-se três robôs móveis comerciais. Os resultados experimentais obtidos são apresentados, os quais mostram que a formação de robôs móveis segue o caminho predefinido com a forma desejada, validando, assim, os controladores e a estratégia de coordenação propostos.

Abstract

A new solution to the problem of path following by a formation of mobile robots that allows the user to plan the motion of the desired formation without needing to specify the motion of each robot individually is proposed in this work. The motion coordination strategy for mobile robots here proposed is based on the general formulation for specifying and controlling multiple mobile robots called cluster space framework. It uses two new motion controllers for mobile robots with differential traction, a trajectory tracking controller and a path following controller. The trajectory tracking controller proposed here uses fuzzy rules to determine the gains of the controller, according to the values of the velocities of the reference trajectory and the values of the tracking errors. Such fuzzy rules were designed aiming at limiting the control signals, as well as at reducing the errors caused by the robot dynamics. The path following controller proposed here also uses fuzzy rules to determine its gains. The stability of both controllers is proven using the theory of Lyapunov. It is also added to the proposed motion coordination strategy a new reactive method to avoid obstacles during the path following by a multiple coordinated robots. To reduce the time of the obstacle avoidance process and the path traveled by the robot during such process, the proposed obstacle avoidance algorithm analyzes a possible configuration of obstacles in relation to the robot. The proposed coordination strategy was implemented using three commercial mobile robots, and the experimental results are presented, which show that the formation of mobile robot follows the programmed path with the desired form, thus validating the proposed coordination strategy and the proposed controllers.

1 *Introdução*

A robótica está presente em vários aspectos da vida moderna. Inicialmente ela surgiu como uma nova ferramenta de automação, que aos poucos modificou a indústria de manufatura (MARCOTTE, 1982). Hoje ela é muito mais abrangente, sendo empregada nos transportes, na medicina, em novos dispositivos destinados a pessoas com deficiência, na agricultura, no entretenimento, na exploração submarina, e até na conquista do espaço.

KOPLWITZ e NOTON (1973) definiram um robô como sendo uma máquina artificial inteligente, que lida diretamente com um ambiente do mundo real. Definições recentes separam os robôs em dois grupos principais: robôs industriais e robôs de serviço (BEKEY; YUH, 2008).

Segundo a *Robotic Industries Association* (RIA), um robô industrial é um manipulador multifuncional programável em três ou mais eixos, automaticamente controlado, reprogramável, que poderá estar fixo em um lugar ou ser móvel, destinado ao uso em aplicações de automação industrial (BEKEY; YUH, 2008). Um exemplo de robô manipulador é apresentado na Figura 1.



Figura 1: Robô Manipulador ABB modelo IRB4400 (Grupo ABB).

Segundo a *International Federation of Robotics* (IFR) um robô de serviço é definido como sendo um robô que opera de maneira semi-autônoma ou totalmente autônoma, destinado a realizar serviços úteis ao bem estar dos seres humanos ou equipamentos, excluindo operações de fabricação (BEKEY; YUH, 2008). Os robôs de serviço são utilizados nas mais variadas tarefas, como no auxílio a médicos durante intervenções médicas complexas (BEKEY; YUH, 2008), na assistência a pessoas com deficiência (CELESTE, 2009), nas tarefas agrícolas (HENTEN et al., 2003), nas aplicações militares (KHURSHID; BING-RONG, 2004; VOTH, 2004), no transporte de objetos pesados (DURRANT-WHYTE et al., 2007), na exploração submarina (CARROLL et al., 1992) e no entretenimento (WEIGEL et al., 2002).

Muitos robôs de serviço são móveis. A Figura 2 apresenta um robô de serviço móvel utilizado para o transporte de contêineres no porto da cidade de Brisbane, Australia (DURRANT-WHYTE et al., 2007). A Figura 3 apresenta outro exemplo de robô de serviço móvel, a cadeira de rodas robótica orientada a pessoas com deficiência motora (CELESTE, 2009), desenvolvida pelo Grupo de Robótica Móvel da Universidade Federal do Espírito Santo.



Figura 2: Robô móvel utilizado na movimentação de contêineres (DURRANT-WHYTE et al., 2007).

Na literatura, problemas que envolvem o controle do movimento dos robôs móveis são amplamente estudados, motivados, principalmente, pelas restrições não-holonômicas¹ associadas a esse tipo de sistema. Citam-se, por exemplo, os quatro principais:

¹Robôs móveis com restrições não-holonômicas, denominados robôs não-holonômicos, são aqueles que possuem alguma restrição de movimento.

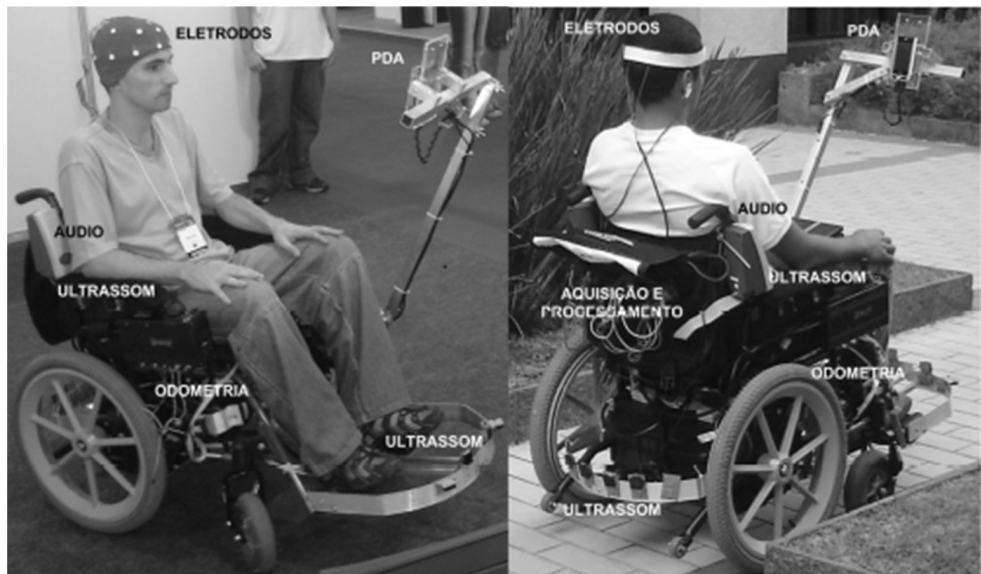


Figura 3: Cadeira de rodas para assistência a pessoas com deficiência motora (CELESTE, 2009).

- **controle de postura:** consiste em dois objetivos, a saber, posicionar e orientar o robô. Dada uma posição alvo, mediante uma lei de controle o robô deverá atingir esta posição com a orientação predeterminada;
- **seguimento de trajetória:** o objetivo do seguimento de trajetória é que, mediante uma lei de controle, o robô alcance e siga posições desejadas variáveis com o tempo, que formam um caminho contínuo;
- **seguimento de caminhos:** o objetivo do seguimento de caminhos é que, mediante uma lei de controle, o robô alcance e siga um caminho contínuo predeterminado, sem qualquer especificação de tempo; e
- **evasão de obstáculos:** esse tema trata especificamente de evitar a colisão do robô com o entorno. A evasão de obstáculos pode ser conseguida através do planejamento do movimento (para isto é suposto que o ambiente é totalmente conhecido) ou, também, através de estratégias reativas, baseadas em informações de sensores que detectam um suposto obstáculo.

É importante compreender a diferença entre o problema de seguimento de trajetória e o problema de seguimento de caminhos. Seguir uma trajetória significa percorrer um caminho respeitando um itinerário de tempo. Deste modo, uma trajetória desejada, relativa a um sistema de eixos ortogonais $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$, é definida por uma função temporal do tipo $p(t) = (x(t), y(t), z(t)) \in \mathbf{R}^3$, parametrizada pela variável tempo t . Durante o

seguimento de trajetória, uma vez que o robô móvel alcançou a trajetória desejada, para que o mesmo cumpra o itinerário de tempo sua velocidade deve ser idêntica à velocidade da trajetória desejada, dada por $\dot{p}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$. Já para cumprir o problema de seguimento de caminho, um robô pode seguir um caminho c sem qualquer limitação de tempo, ou seja, com qualquer velocidade. Um caminho c , relativo a um sistema de eixos ortogonais $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$, é definido por uma função paramétrica do tipo $c(s) = (x(s), y(s), z(s)) \in \mathbf{R}^3$, onde a variável s é denominada de abscissa curvilínea.

1.1 Motivação

Uma consequência natural do crescente interesse pelos robôs de serviço foi a sua utilização em sistemas multirrobôs cooperativos. Tal interesse é justificado já que tais sistemas proporcionam ganhos em termos de desempenho, além de abrir um leque de possibilidades de novas capacidades para os robôs, o que é confirmado pela diversidade de aplicações possíveis. Por exemplo, há trabalhos que utilizam sistemas multirrobôs móveis para a exploração de ambientes terrestres desconhecidos (BURGARD et al., 2005), para exploração subaquática (TURNER; TURNER, 2001), em aplicações militares (BALCH; ARKIN, 1998; XIAOMIN et al., 2009; SARIEL; BALCH; ERDOGAN, 2008), na escolta de um agente específico (ANTONELLI; ARRICHIELLO; CHIAVERINI, 2008; MAS et al., 2009), na busca e resgate de sobreviventes em acidentes ou desastres (JENNINGS; WHELAN; EVANS, 1997), nas aplicações de vigilância (HOUGEN et al., 2000), na cooperação entre robôs aéreos (BETHKE; VALENTI; HOW, 2008), na cooperação entre robôs aéreos e terrestres (MICHAEL; FINK; KUMAR, 2007; BRANDAO et al., 2012) e no transporte de objetos (YAMASHITA et al., 2000; STOUTEN; GRAAF, 2004).

Os sistemas multirrobôs são estruturas complexas e multidisciplinares que podem ser analisadas de diferentes perspectivas (MAS, 2011). Em (CAO; FUKUNAGA; KAHNG, 1997) são enumeradas várias questões que envolvem o tema. Por exemplo, os problemas de comunicação entre os robôs, os problemas de compartilhamento de recursos, a escolha do tipo de arquitetura de controle a ser utilizada e os problemas de controle de formação.

Esta Tese de Doutorado desenvolve o tema de sistemas multirrobôs, concentrando-se no **controle de formação de robôs móveis**, mais especificamente no problema de controlar as posições e orientações relativas de vários robôs pertencentes a um grupo, de tal forma que esse grupo se mova mantendo uma forma geométrica específica (RAMPINELLI, 2010).

1.2 Problema

Esta Tese de Doutorado se propõe a encontrar uma solução para o problema de seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis que ofereça uma abstração em relação ao controle, permitindo a um usuário especificar o movimento da formação desejada (controle de alto nível) sem a necessidade de especificar os movimentos individuais de cada robô (controle de baixo nível).

1.3 Hipóteses

Supõe-se que utilizando a formulação denominada de “estrutura de espaço de agrupamento” (*cluster space framework*) (KITTS; MAS, 2009) em conjunto com uma estratégia de controle de formação baseada em estrutura virtual (TAN; LEWIS, 1996), será possível propor uma solução para o problema de seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis que ofereça uma abstração em relação ao controle.

Estrutura de espaço de agrupamento é uma formulação geral para especificação, controle e monitoramento de formações de múltiplos robôs móveis, apresentada por Kitts e Mas (2009). Nesta técnica, todo controle do movimento e especificação do agrupamento é realizado utilizando variáveis de estado que descrevem a formação do agrupamento, sendo elas: a forma do agrupamento (um triângulo equilátero, por exemplo, considerando-se um grupo de três robôs), o tamanho do agrupamento (por exemplo, definindo o comprimento dos lados do triângulo equilátero), a posição do agrupamento (por exemplo, definida pela posição do centróide do triângulo equilátero) e a orientação do agrupamento.

Nas estratégias de controle de formação baseadas em estrutura virtual, cada robô do agrupamento deve manter uma relação geométrica rígida em relação a eixos ortogonais de referência PQ (ver Figura 4). Qualquer translação ou rotação dos eixos de referência obriga o movimento de todos os robôs. O movimento resultante do agrupamento de robôs pode ser comparado ao movimento de um corpo rígido, cujos vértices são dados pela posição de cada robô.

Imagina-se que é possível fazer com que uma formação de robôs siga um caminho determinado, modelando-se o movimento dos eixos ortogonais PQ de referência pelas mesmas equações que modelam o movimento de um robô, como se os eixos estivessem fixos sobre um robô virtual (ver Figura 4). À medida que o robô virtual segue o caminho proposto, os robôs reais serão forçados a mudar suas respectivas posições, para manter as

relações rígidas que definem a estrutura virtual. Observa-se que nesta proposta, diferente do robô virtual que segue um caminho proposto, os robôs reais estariam seguindo uma trajetória, uma vez que para manter a estrutura virtual eles devem assumir uma determinada posição para cada instante de tempo. Além disso, para garantir que a formação seja estabelecida é necessário que a velocidade do robô virtual seja inferior à velocidade dos robôs reais, ou seja, deve-se impor um limite de velocidade para o robô virtual inferior ao limite de velocidade estabelecido para os robôs reais.

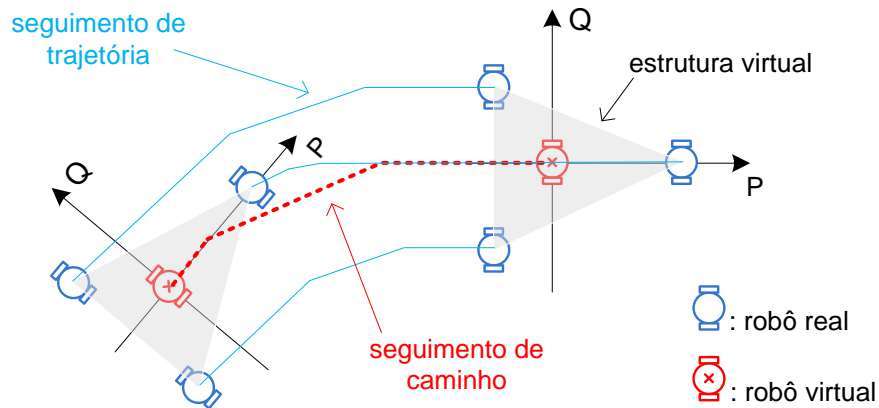


Figura 4: Esboço que retrata a estratégia de seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados a ser desenvolvida.

1.4 Objetivos

Este trabalho apresenta como objetivo geral criar e implementar uma estratégia de seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis que ofereça uma abstração em relação ao controle, permitindo a um usuário especificar o movimento da formação desejada sem a necessidade de especificar os movimentos individuais de cada robô. Como objetivos secundários decorrentes do objetivo geral, tem-se:

- propor e implementar um controlador de seguimento de trajetória que permita estabelecer um limite de velocidade para o robô;
- propor e implementar um controlador de seguimento de caminhos que permita estabelecer um limite de velocidade para o robô;
- integrar os controladores propostos à teoria de estrutura de espaço de agrupamento, estabelecendo uma estratégia para o seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis;

- integrar uma estratégia de evasão de obstáculos ao seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis.

1.5 Contribuições

A primeira contribuição desta Tese de Doutorado está relacionada a um novo controlador de seguimento de trajetória para robôs de tração diferencial aqui proposto. Os ganhos do controlador proposto são estabelecidos através de regras *fuzzy* que dependem dos valores de velocidade da trajetória planejada e dos valores de erro de posição do robô. Tais regras *fuzzy* foram projetadas com o objetivo de limitar a velocidade do robô e também para reduzir os erros no seguimento da trajetória devidos à dinâmica do robô. A redução dos erros de posição é alcançada pela mudança dos ganhos do controlador entre valores altos e baixos, enquanto a limitação da velocidade do robô é alcançada pela mudança gradual dos ganhos do controlador em função dos erros de posição do robô. A estabilidade do sistema resultante da utilização do controlador de seguimento de trajetória foi estudada com base na teoria de Lyapunov, e provou-se que os erros de controle tendem a zero ou a uma região limitada.

Uma segunda contribuição desta Tese de Doutorado está relacionada à proposta de um novo controlador de movimento para robôs de tração diferencial capaz de realizar tanto uma tarefa de posicionamento como uma tarefa de seguimento de caminhos. O controlador de movimento proposto tem a característica de posicionar o robô, percorrendo a rota mais curta entre sua posição inicial e o ponto alvo. Tal característica é utilizada na tarefa de seguimento de caminhos para também aproximar o robô ao caminho programado pela rota mais curta. O controlador proposto ainda apresenta a vantagem de limitar a velocidade do robô a um valor especificado. Além disso, a estabilidade do sistema resultante da utilização do controlador de seguimento de caminhos foi estudada com base na teoria de Lyapunov, e provou-se que os erros de controle tendem a zero. Tal estudo de estabilidade é de grande contribuição ao estado-da-arte, pois comprova, definitivamente, que os controladores de seguimento de caminho, que utilizam o modelo cinemático de acessibilidade melhorada do robô de tração diferencial, cumprem com tal tarefa.

Uma terceira contribuição desta Tese de Doutorado está relacionada à formulação de um estratégia para solucionar o problema de seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis. A estratégia aqui proposta permite ao usuário planejar o movimento da formação desejada sem a necessidade de especificar o movimento de cada robô individu-

almente. Além disso, tal estratégia também permite ao usuário programar mudanças na forma da formação à medida que esta se desloca pelo caminho programado.

Cita-se como última contribuição relevante o método proposto para se evitar obstáculos durante o seguimento de caminho por múltiplos robôs coordenados, considerando que os robôs móveis estão navegando em ambientes semi-estruturados. Para reduzir o tempo de duração do processo de evasão de obstáculos e o caminho percorrido pelo robô, o algoritmo de evasão proposto analisa uma possível configuração de obstáculos em relação ao robô, visando reduzir o caminho percorrido pelo robô durante as manobras de evasão, e consequentemente reduzindo o tempo da manobra. Um aspecto importante do esquema proposto é que a introdução dos módulos de rotação não afeta a estabilidade dos controladores de seguimento de trajetória, uma vez que somente referências de entrada são alteradas. Além disso, a proposta de evasão apresentada pode ser utilizada com qualquer controlador de seguimento de trajetória existente.

Artigos de divulgação científica que explicitam as contribuições desta Tese de Doutorado foram apresentados e publicados em congressos nacionais e internacionais (RESENDE et al., 2011b, 2011a, 2011, 2012a, 2012b), assim como em revista internacional (RESENDE; CARELLI; SARCINELLI-FILHO, 2013).

1.6 Estrutura da Tese

Esta Tese de Doutorado está estruturada como segue: o primeiro capítulo traz uma introdução ao tema pesquisado, delimitando o problema a ser estudado e os objetivos a serem alcançados. Também são citadas as contribuições alcançadas.

O Capítulo 2 é dedicado à revisão de aspectos teóricos de controle de movimento de robôs móveis de tração diferencial. Também são mencionados trabalhos relacionados aos temas principais desta Tese de Doutorado.

O Capítulo 3 apresenta um controlador de seguimento de trajetória. São realizadas análises de estabilidade do sistema em malha fechada, considerando a utilização do controlador proposto. Também são apresentados resultados de simulação e resultados experimentais que comprovam o funcionamento do sistema.

Já o Capítulo 4 apresenta um controlador de seguimento de caminhos, e são realizadas análises de estabilidade do sistema em malha fechada, considerando a utilização de cada controlador proposto. São apresentados resultados de simulação e resultados

experimentais que comprovam o funcionamento do sistema.

O Capítulo 5 apresenta uma solução para o problema de seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis, e são apresentados resultados de simulação e resultados experimentais que comprovam o funcionamento da estratégia de coordenação.

Já o Capítulo 6 agrega na estratégia de controle de formação, apresentada no Capítulo 5, a habilidade de se evitar obstáculos durante o seguimento de caminho por múltiplos robôs coordenados.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões e considerações finais desta Tese de Doutorado.

2 Aspectos Teóricos do Controle de Movimento dos Robôs Móveis de Tração Diferencial

2.1 Modelos para Robôs Móveis de Tração Diferencial

Nesta seção serão apresentados três modelos para robôs móveis de tração diferencial, dois deles classificados como modelos cinemáticos e um terceiro, mais completo, classificado como modelo dinâmico.

2.1.1 Modelo Cinemático Não-Holonômico

Para obtenção deste modelo, considera-se que o robô móvel de tração diferencial está localizado no ponto central do eixo virtual que conecta suas rodas de tração (ponto (x, y) da Figura 5).

Tendo-se como variáveis de controle a velocidade linear u do robô e a sua velocidade angular ω , a cinemática do ponto (x, y) do robô é definida por (KANAYAMA et al., 1990)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 \\ \sin\psi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

onde \dot{x} e \dot{y} são, respectivamente, as velocidades do ponto central do eixo virtual que conecta as rodas robô nas direções X e Y do referencial fixo, e ψ é a orientação do robô.

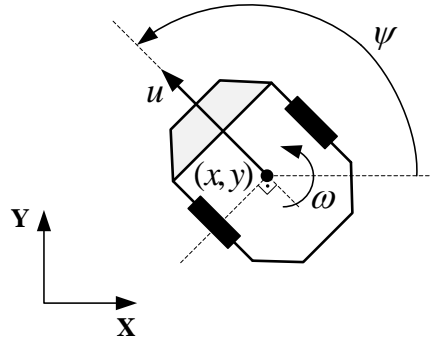


Figura 5: Esquema para se obter o modelo cinemático não-holonômico do robô de tração diferencial.

Este modelo possui a característica de ser não-holonômico. Um sistema não-holonômico possui restrições de velocidade (CRUZ, 2006). Mais especificamente, a velocidade do ponto (x, y) não pode assumir a direção axial em relação ao eixo virtual que conecta as rodas do robô, embora este possa assumir qualquer posição no plano XY. Outro fato interessante que se pode observar neste modelo é que a velocidade do ponto (x, y) do robô em relação ao eixo XY é idêntica à velocidade linear de controle u , não sendo influenciada pela velocidade angular ω do robô.

2.1.2 Modelo Cinemático Não-Holonômico de Acessibilidade Melhorada

Para obtenção deste modelo, considera-se que o robô de tração diferencial está localizado em um ponto à frente do eixo virtual que conecta suas rodas, que será denominado ponto de interesse do robô (ponto d da Figura 6). As coordenadas do ponto de interesse do robô podem ser escolhidas para representar a localização de uma ferramenta sobre a plataforma do robô, por exemplo, ou, ainda, para caracterizar o limite físico dianteiro do robô.

De acordo com a Figura 6, o modelo da cinemática do movimento do ponto de interesse do robô no plano cartesiano XY, em relação a um referencial fixo no espaço de trabalho, é dada por (ZHANG et al., 1998)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

onde a velocidade linear u e a velocidade angular ω são as entradas de controle do robô;

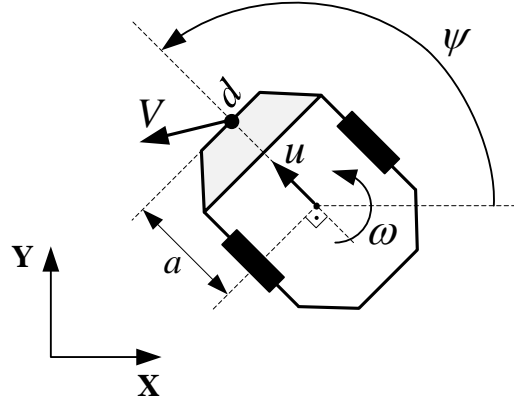


Figura 6: Esquema para se obter o modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada do robô de tração diferencial.

\dot{x} e \dot{y} são, respectivamente, a velocidade do ponto de interesse do robô na direção X e na direção Y do referencial fixo; $a > 0$ representa a distância entre o ponto de interesse do robô e o ponto central do eixo virtual que conecta as rodas; ψ é a orientação do robô, cuja derivada temporal é

$$\dot{\psi} = \omega; \quad (2.3)$$

e

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

é a matriz de cinemática direta.

O ponto de interesse do robô escolhido não possui restrições de velocidade no plano, ou seja, ele pode se mover em qualquer direção. Desejando-se impor certas velocidades \dot{x} e \dot{y} ao ponto (x, y) , os valores adequados de u e ω são determinados através da seguinte cinemática inversa (MARTINS, 2009)

$$\begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\frac{1}{a} \sin \psi & \frac{1}{a} \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

sendo

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\frac{1}{a} \sin \psi & \frac{1}{a} \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

a matriz de cinemática inversa.

É importante ressaltar que a velocidade do ponto de interesse do robô V não é necessariamente idêntica a u , pois ela é dada pela composição entre u e ω . O módulo da velocidade linear do ponto de interesse do robô é dado por

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}. \quad (2.7)$$

2.1.3 Modelo Dinâmico

Em 2006, Cruz propôs um modelo dinâmico para o robô móvel de tração diferencial, que possui a vantagem de ter como sinais de entradas as velocidades linear e angular desejadas para o robô, que são as duas variáveis de controle mais utilizadas nos robôs móveis comerciais.

Na construção de seu modelo, ele aproximou os controladores internos de velocidade linear e angular do robô por controladores PD (Proporcional-Derivativo), chegando ao modelo

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \psi - a\omega \sin \psi \\ u \sin \psi + a\omega \cos \psi \\ \omega \\ \frac{\theta_3}{\theta_1} \omega^2 - \frac{\theta_4}{\theta_1} u \\ -\frac{\theta_5}{\theta_2} u\omega - \frac{\theta_6}{\theta_2} \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\theta_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ 0 \\ \delta_u \\ \delta_\omega \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

onde u e ω são, respectivamente, as velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô, u_{ref} e ω_{ref} são, respectivamente, os sinais de referência de velocidade linear e angular, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6]^T$ é o vetor de parâmetros do modelo, e $\boldsymbol{\delta} = [\delta_x \ \delta_y \ 0 \ \delta_u \ \delta_\omega]^T$ é o vetor de incertezas associado ao modelo do robô móvel.

Os valores dos parâmetros do vetor $\boldsymbol{\theta}$ são função das características mecânicas do robô, das características elétricas dos motores utilizados no seu acionamento e dos ganhos dos controladores internos de velocidade linear e angular. As equações que descrevem os parâmetros do modelo são (CRUZ, 2006)

$$\theta_1 = \left[\frac{R_a}{k_a} (mr^2 + 2I_e) + 2rk_{DT} \right] \frac{1}{2rk_{PT}} \text{ [s]},$$

$$\theta_2 = \left\{ \frac{R_a}{k_a} [I_e d^2 + 2r^2(I_z + mb^2)] + 2r dk_{DR} \right\} \frac{1}{2r dk_{PR}} \text{ [s]},$$

$$\begin{aligned}\theta_3 &= \frac{R_a}{k_a} \frac{mbr}{2k_{PT}} [\text{s}\cdot\text{m}/\text{rad}^2], \\ \theta_4 &= \frac{R_a}{k_a} \left(\frac{k_a k_b}{R_a} + B_e \right) \frac{1}{rk_{PT}} + 1 [1], \\ \theta_5 &= \frac{R_a}{k_a} \frac{mbr}{dk_{PR}} [\text{s}/\text{m}], \text{ e} \\ \theta_6 &= \frac{R_a}{k_a} \left(\frac{k_a k_b}{R_a} + B_e \right) \frac{d}{2rk_{PR}} + 1 [1],\end{aligned}$$

onde R_a é a resistência elétrica dos motores, k_b é a constante eletromotriz dos motores, k_a é a constante de torque dos motores, B_e é o coeficiente de atrito viscoso do conjunto rotor do motor, caixa de redução e roda, I_z é o momento de inércia do robô no seu centro de massa, I_e é o momento de inércia do grupo rotor, caixa de redução e roda, r é o raio das rodas do robô, k_{PT} é o ganho proporcional do controlador de velocidade linear, k_{DT} é o ganho derivativo do controlador de velocidade linear, k_{PR} é o ganho proporcional do controlador de velocidade angular e k_{DR} é o ganho derivativo do controlador de velocidade angular. Os demais parâmetros e variáveis de interesse de tal modelo estão ilustrados na Figura 7, onde o ponto G é o centro de massa do robô, o ponto C é a posição de sua roda castor, o ponto E é a posição de uma ferramenta a bordo do robô, o ponto (x, y) é a localização do ponto de interesse do robô, pertencente à sua estrutura, cuja posição, em relação ao plano XY, se deseja controlar, ψ é a orientação do robô, a é a distância entre o ponto de interesse do robô (x, y) e o ponto central do eixo virtual que une as suas rodas, que está representado pelo ponto B , d é a distância entre as rodas de tração do robô, b é a distância entre os pontos G e B .

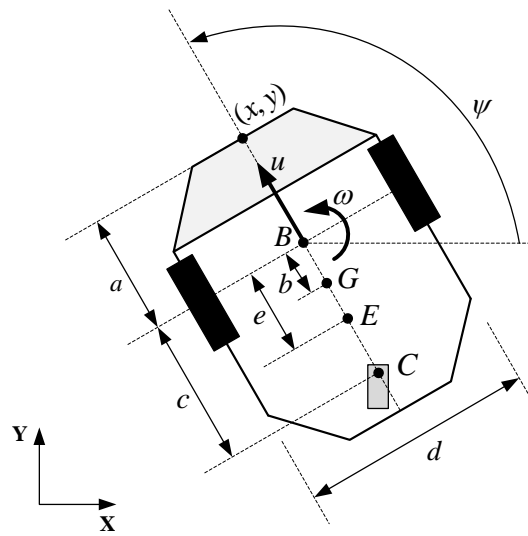


Figura 7: Variáveis e parâmetros de interesse para se obter o modelo dinâmico do robô móvel de tração diferencial.

Devido à complexidade de se obter todas as informações necessárias para o cálculo do vetor θ , Cruz (2006) propôs uma metodologia para identificá-lo. Os parâmetros do vetor θ identificados para o robô Pioneer 3-DX portando um computador de bordo, um sensor laser de varredura e uma câmara são (CRUZ, 2006)

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0,24089 \text{ [s]}, & \theta_2 &= 0,2424 \text{ [s]}, & \theta_3 &= -0,00093603 \text{ [s} \cdot \text{m/rad}^2], \\ \theta_4 &= 0,99629 \text{ [1]}, & \theta_5 &= -0,0037256 \text{ [s/m]}, & \theta_6 &= 1,0915 \text{ [1]}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

enquanto que os parâmetros do vetor θ identificados para o robô Pioneer 2-DX portando um computador de bordo e uma câmara são (CRUZ, 2006)

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0,3037 \text{ [s]}, & \theta_2 &= 0,2768 \text{ [s]}, & \theta_3 &= -0,0004018 \text{ [s} \cdot \text{m/rad}^2], \\ \theta_4 &= 0,9835 \text{ [1]}, & \theta_5 &= 0,003818 \text{ [s/m]}, & \theta_6 &= 1,0725 \text{ [1]}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2 Controladores Cinemáticos de Seguimento de Trajetória

O objetivo do controle de seguimento de trajetórias é conseguir, mediante uma lei de controle, que o ponto de interesse do robô alcance e siga uma trajetória desejada do tipo $p(t) = (x(t), y(t)) \in \mathbf{R}^2$, parametrizada pela variável tempo t . A Figura 8 apresenta, como exemplo, uma trajetória definida por

$$\begin{aligned} x(t) &= 2\text{sen}(0,18t) \text{ [m]}, \text{ e} \\ y(t) &= 0,5\text{sen}(0,9t) - 1 \text{ [m]}. \end{aligned}$$

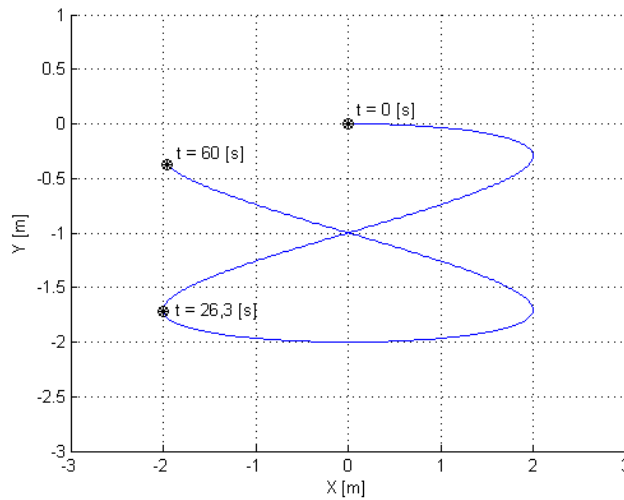


Figura 8: Exemplo de uma trajetória em forma de oito.

Durante o seguimento de trajetória, uma vez que o robô móvel alcançou a trajetória desejada, para cumprir o itinerário de tempo, sua velocidade deve ser idêntica à velocidade da trajetória desejada, dada por $\dot{p}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t))$.

2.2.1 Revisão da Literatura

As propostas de controladores cinemáticos de seguimento de trajetória para robôs móveis de tração diferencial encontradas na literatura utilizam controladores não-lineares, como é o caso dos trabalhos de Kanayama et al. (1990), Wit, Siciliano e Bastin (1997), Secchi, Carelli e Mut (2003), Martins (2009), Guechi et al. (2010) e Xingquan (2010).

Os trabalhos de Kanayama et al. (1990), Wit, Siciliano e Bastin (1997) e Secchi, Carelli e Mut (2003) apresentam controladores de seguimento de trajetória desenvolvidos a partir do modelo cinemático não-holonômico, e utilizam a teoria de Lyapunov para demonstrar a estabilidade do controlador projetado.

Os controladores de seguimento de trajetória apresentados nos trabalhos de Guechi et al. (2010) e Xingquan (2010) são controladores do tipo *fuzzy* de modelo Takagi-Sugeno (TS). Eles foram projetados utilizando-se a técnica de projeto conhecida por compensação paralela distribuída (PDC) (WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1996). Esta técnica permite a utilização de técnicas de controle linear em plantas não-lineares, através da representação da planta por meio de um conjunto de subsistemas dinâmicos lineares, localmente válidos, interpolados de forma suave, não-linear e convexa (MOZELLI, 2008).

O trabalho de Martins (2009) apresenta um controlador de seguimento de trajetória desenvolvido a partir do modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada. Por conveniência, este controlador será, daqui em diante, denominado controlador cinemático de seguimento de trajetória com ganhos fixos, e é detalhado a seguir.

2.2.2 Controlador Cinemático de Seguimento de Trajetória com Ganhos Fixos

Durante o seguimento de trajetórias o ponto de interesse do robô do modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada (ver Figura 6) deve alcançar e seguir posições desejadas variáveis com o tempo $(x_D(t), y_D(t))$. Para cumprir com esse objetivo, a lei de controle do controlador cinemático de seguimento de trajetória com ganhos fixos é (MARTINS, 2009)

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \dot{x}_D \\ \dot{y}_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \\ l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \end{bmatrix} \right), \quad (2.11)$$

onde u_r e ω_r são as saídas do controlador cinemático, \dot{x}_D e \dot{y}_D são, respectivamente, as velocidades das posições desejadas nas direções X e Y, \tilde{x} é o erro de posição no eixo X, definido por $\tilde{x} = x_D - x$, \tilde{y} é o erro de posição no eixo Y, definido por $\tilde{y} = y_D - y$, $k_x > 0$ e $k_y > 0$ são os ganhos do controlador, $l_x > 0$ e $l_y > 0$ são constantes de saturação, (x, y) e (x_D, y_D) são, respectivamente, as coordenadas atual e desejada do ponto de interesse do robô, e \mathbf{C}^{-1} é a matriz de cinemática inversa do modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada (equação 2.6).

2.2.2.1 Análise de Estabilidade

Considerando-se o seguimento perfeito de velocidade, ou seja, $u \equiv u_r$ e $\omega \equiv \omega_r$, os valores de velocidade do ponto de interesse do robô nas direções X e Y para o sistema em malha fechada são determinados substituindo-se (2.11) em (2.2), cujo resultado é

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_D + l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \\ \dot{y}_D + l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Reescrevendo (2.12) como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_D - \dot{x} \\ \dot{y}_D - \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \\ -l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

e sabendo-se que $\dot{\tilde{x}} = \dot{x}_D - \dot{x}$ e $\dot{\tilde{y}} = \dot{y}_D - \dot{y}$, o sistema em malha fechada também pode ser descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \\ -l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

A estabilidade do ponto de equilíbrio do sistema (2.14) é comprovada usando-se a função candidata de Lyapunov (MARTINS, 2009)

$$Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} > 0, \quad (2.15)$$

cuja primeira derivada, dada por

$$\dot{Q} = -\tilde{x}l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x}\tilde{x}\right) - \tilde{y}l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y}\tilde{y}\right), \quad (2.16)$$

é uma função negativa definida. Portanto, pode-se afirmar que o ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada, que corresponde a $\tilde{x} = 0$ e $\tilde{y} = 0$, é globalmente assintoticamente estável.

Martins (2009) também observou que o controlador cinemático de seguimento de trajetória com ganhos fixos pode ser utilizado para posicionar o robô, porém sem controle de sua orientação. Esta afirmação é comprovada fazendo-se a seguinte análise: determinando-se um ponto fixo desejado para o posicionamento do robô, a velocidade da trajetória desejada será zero, ou seja,

$$\dot{x}_D = 0 \quad \text{e} \quad \dot{y}_D = 0, \quad (2.17)$$

sabendo-se que em malha fechada

$$\tilde{x} \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad \tilde{y} \rightarrow 0. \quad (2.18)$$

Substituindo-se (2.17) e (2.18) em (2.11), tem-se que

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

o que permite concluir que os sinais de controle se tornam nulos uma vez que o robô alcance o ponto desejado, e o robô fica ali posicionado.

2.2.2.2 Escolha dos Ganhos e das Constantes de Saturação

Os valores adequados das constantes de saturação do controlador, l_x e l_y , são determinados a partir das seguintes considerações de velocidade máxima:

- limites de velocidade para a trajetória planejada:

$$|\dot{x}_D|, |\dot{y}_D| \leq T_{Vmax} \text{ [m/s]}; \quad (2.20)$$

- limites de velocidade para o ponto de interesse do robô nas direções X e Y:

$$|\dot{x}|, |\dot{y}| \leq R_{Vmax} \text{ [m/s]}. \quad (2.21)$$

Para erros de posição elevados, (2.12) se resume a

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_D + l_x \operatorname{sign}(\tilde{x}) \\ \dot{y}_D + l_y \operatorname{sign}(\tilde{y}) \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

uma vez que $l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \approx l_x \operatorname{sign}(\tilde{x})$ quando $|\tilde{x}| \gg 0$, e $l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \approx l_y \operatorname{sign}(\tilde{y})$ quando $|\tilde{y}| \gg 0$, sendo $\operatorname{sign}(\cdot)$ o sinal do argumento.

Analisando-se (2.22), considerando-se que o valor da velocidade da trajetória planejada é o máximo permitido, ou seja, $|\dot{x}_D|, |\dot{y}_D| = T_{Vmax}$ [m/s], para que o segundo limite de velocidade, estabelecido por (2.21), seja cumprido, tem-se

$$|T_{Vmax} + l_x \operatorname{sign}(\tilde{x})| \leq R_{Vmax} \quad \text{e} \quad |T_{Vmax} + l_y \operatorname{sign}(\tilde{y})| \leq R_{Vmax},$$

donde se conclui que os valores mais adequados para as constantes de saturação são

$$l_x = l_y = R_{Vmax} - T_{Vmax}, \quad (2.23)$$

observando-se que quando maior os valores das constantes de saturação, mais rápido o robô alcança a trajetória planejada.

Os ganhos k_x e k_y adequados para o controlador serão aqueles que garantam uma aproximação adequada ao ponto final, ou seja, aqueles que garantam que o robô alcance o ponto estabelecido sem ultrapassá-lo. Por exemplo, para o robô Pioneer 3-DX os valores adequados para os ganhos são $k_x = k_y = 2$. Tais ganhos foram determinados realizando-se experimentos, que consistiam em posicionar o robô no ponto (2, 2) [m], iniciando o movimento com postura inicial $x = 0$ [m], $y = 0$ [m] e $\psi = 0^\circ$. Os experimentos mostraram que valores elevados para os ganhos k_x e k_y ocasionam uma aproximação inadequada ao ponto final, isto é, o robô inicialmente passa pelo ponto estabelecido, para depois retornar à posição correta.

A Figura 9 apresenta o trajeto realizado pelo ponto de interesse do robô durante a execução da tarefa de posicionamento utilizando-se $k_x = k_y = 3$, com um detalhe da aproximação. Pode-se observar que utilizando $k_x = k_y = 3$ ocorreu uma aproximação inadequada ao ponto final. A Figura 10 apresenta o trajeto realizado pelo ponto de interesse do robô durante a execução da tarefa de posicionamento utilizando-se $k_x = k_y = 2$, com um detalhe da aproximação. Pode-se observar que utilizando $k_x = k_y = 2$ ocorreu uma aproximação adequada ao ponto final, ou seja, robô atingiu diretamente o ponto

final, sem ultrapassá-lo.

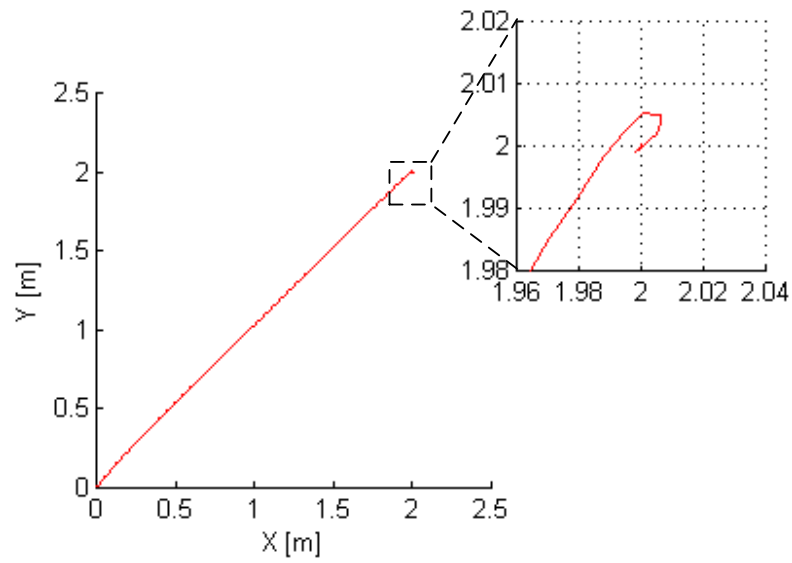


Figura 9: Caminho seguido pelo ponto de interesse do robô até alcançar o ponto final utilizando $k_x = k_y = 3$.

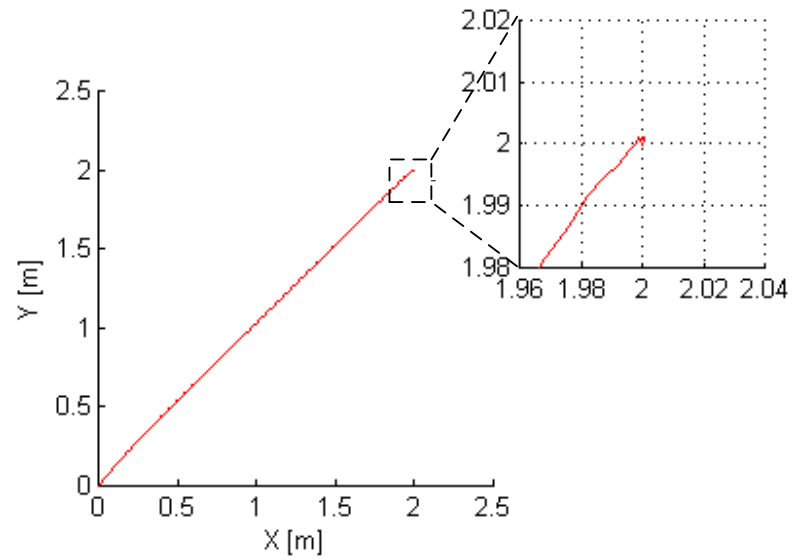


Figura 10: Caminho seguido pelo ponto de interesse do robô até alcançar o ponto final utilizando $k_x = k_y = 2$.

2.3 Controladores Cinemáticos de Seguimento de Caminhos

O objetivo do seguimento de caminhos é fazer com que um robô alcance e siga um caminho predeterminado sem qualquer especificação de tempo, através da aplicação de uma lei de controle. Um caminho c , relativo a um sistema de eixos ortogonais X, Y e Z , é definido por uma função paramétrica do tipo $c(s) = (x(s), y(s)) \in \mathbf{R}^2$, onde a nova variável, s , é denominada de abscissa curvilínea. A Figura 11 apresenta, como exemplo, o caminho definido por

$$x(s) = -2 \cos\left(\frac{\pi}{100}s\right) + 4 \text{ [m]}, \text{ e}$$

$$y(s) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{100}s\right) \text{ [m]}.$$

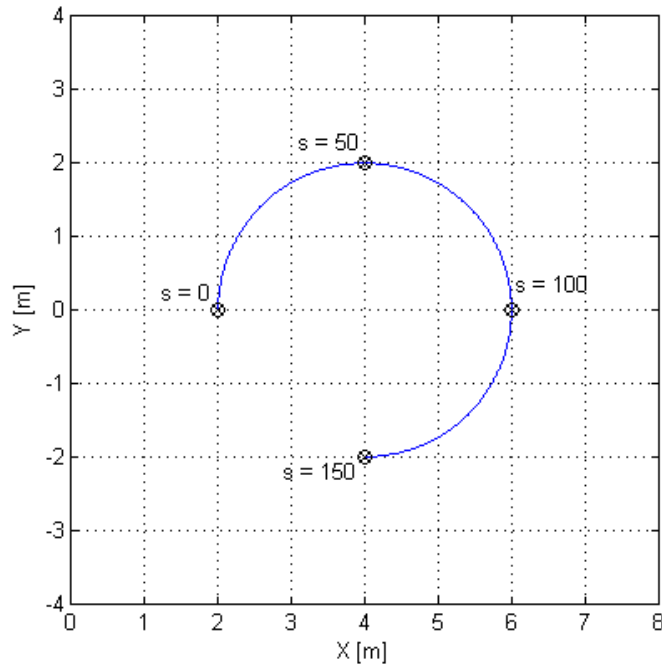


Figura 11: Exemplo de uma caminho circular.

2.3.1 Revisão de Literatura

Inicialmente a solução do problema de seguimento de caminho foi apresentada no trabalho de Wit, Siciliano e Bastin (1997). Esta solução possui dois inconvenientes: apresenta singularidade e não permite que o robô assuma velocidade igual a zero durante o seguimento do caminho. Isto impede que o robô móvel pare devido a uma sinalização de controle de tráfego, por exemplo, o que é uma situação verossímil.

Uma nova abordagem para solucionar o problema de seguimento de caminho, sem apresentar o inconveniente da singularidade, foi apresentada por Soetanto, Lapierre e Pascoal (2003). Contudo, Celeste et al. (2013) mostram que quando há valores elevados de erros essa solução satura os atuadores do robô, ocasionando instabilidade no sistema.

Alterando as leis de controle de Soetanto, Lapierre e Pascoal (2003), Celeste et al. (2013) também apresentam outra proposta para o seguimento de caminhos, solucionando o problema de saturação dos atuadores. Embora não possuam singularidades, as duas últimas soluções citadas, como a primeira, também não permitem que o robô assuma velocidade zero durante o seguimento do caminho.

Uma solução que permite ao robô assumir velocidade zero durante o seguimento de caminhos e que não possui singularidade é apresentada em (ANDALUZ et al., 2011). Nesse trabalho é demonstrado que a mesma estrutura de controle utilizada por Martins (2009) no seguimento de trajetória e no posicionamento sem controle de orientação também pode ser utilizada no seguimento de caminhos. A unificação desses três controladores é formalizada em (ANDALUZ et al., 2012), embora apresente um controlador de movimento unificado de manipuladores móveis.

Para demonstrar a estabilidade e comprovar que o controlador proposto cumpre com o seguimento de caminhos, Andaluz et al. (2011) utilizam a transformada de Laplace. Na sequência desta Tese, porém, será demonstrado que é possível comprovar a estabilidade de tal controlador de uma outra forma, através da utilização do teorema de Lyapunov.

Por conveniência, daqui em diante o controlador proposto em (ANDALUZ et al., 2011) será denominado controlador cinemático de seguimento de caminhos com ganhos fixos, e é detalhado a seguir.

2.3.2 Controlador Cinemático de Seguimento de Caminhos com Ganhos Fixos

Para cumprir com a proposta de seguimento de caminho, o ponto de interesse do robô do modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada (ver Figura 6) deve alcançar e seguir um caminho proposto com velocidade desejada V_e .

Pela Figura 12, sendo $c(s) = (x_c(s), y_c(s))$ um caminho proposto, sendo o ponto $P_d = (x_c(s_d), y_c(s_d))$ a projeção ortogonal do ponto de interesse do robô sobre o caminho $c(s)$, sendo s_d a abscissa curvilínea que define o ponto P_d , sendo T e N os vetores unitários tangencial e normal do sistema de referência de Frenet construído no ponto P_d , sendo

θ_T a orientação do vetor T em relação ao sistema inercial de referência $\{I\}$, sendo θ_N a orientação do vetor N em relação ao sistema inercial de referência $\{I\}$, sendo $\tilde{x} = x_c(s_d) - x$ o erro de posição na direção X , $\tilde{y} = y_c(s_d) - y$ o erro de posição na direção Y e sendo $\tilde{n} = 0 - n = -n$ o erro de posição na direção N , o problema de seguimento de caminhos é resolvido por uma lei de controle capaz de fazer com que o ponto de interesse do robô assuma a velocidade desejada V_e e com que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y} = 0. \quad (2.24)$$

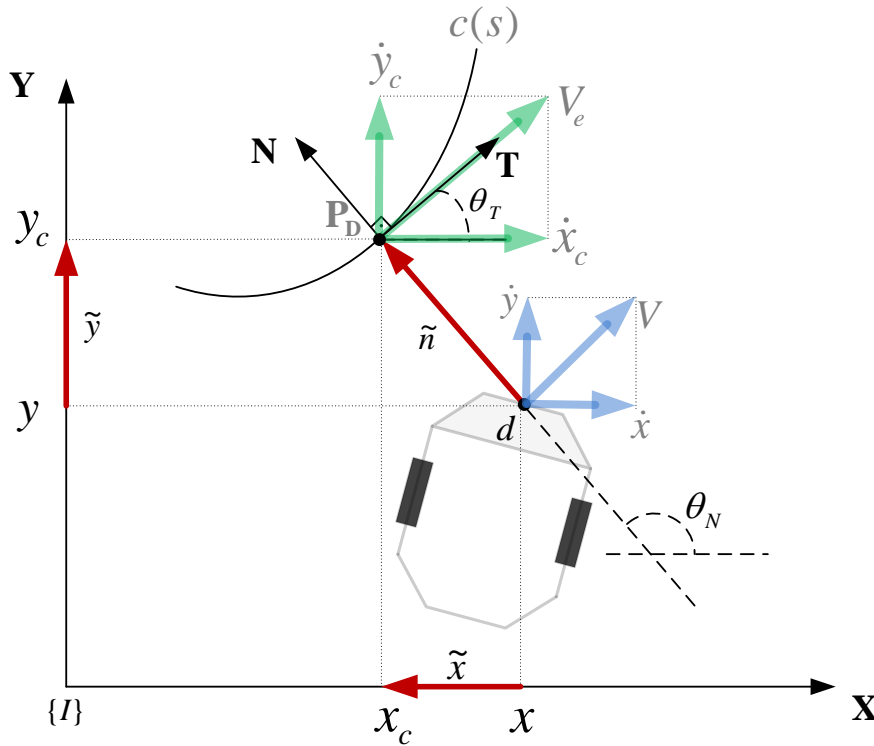


Figura 12: Projeção do ponto de interesse sobre o caminho c .

Observe-se que em relação ao sistema de referência de Frenet as coordenadas do ponto de interesse do robô são dadas por $(0, n)$. Assim, comprovar (2.24) é o mesmo que comprovar que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{n} = 0, \quad (2.25)$$

sendo \tilde{n} o erro de posição no eixo N , dado por

$$\tilde{n} = 0 - n = -n \quad (2.26)$$

Pela Figura 12 ainda é possível obter outras relações, relatadas na sequência. A relação entre os erros \tilde{x} e \tilde{n} é dada por

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= \tilde{n} \cos(\theta_T + 90^\circ) \\ \tilde{x} &= -\tilde{n} \sin(\theta_T).\end{aligned}\tag{2.27}$$

A relação entre os erros \tilde{y} e \tilde{n} é dada por

$$\begin{aligned}\tilde{y} &= \tilde{n} \sin(\theta_T + 90^\circ) \\ \tilde{y} &= \tilde{n} \cos(\theta_T).\end{aligned}\tag{2.28}$$

Por fim, decompondo \dot{x} e \dot{y} na direção N, a relação entre as velocidades \dot{x} , \dot{y} e \dot{n} , respectivamente as velocidades na direção X, Y e N, é dada por

$$\dot{n} = -\dot{x} \sin(\theta_T) + \dot{y} \cos(\theta_T).\tag{2.29}$$

A lei de controle proposta para o seguimento de caminhos é

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \left(\begin{bmatrix} V_e \cos(\theta_T) \\ V_e \sin(\theta_T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \\ l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \end{bmatrix} \right),\tag{2.30}$$

com θ_T dado por

$$\theta_T = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{dy}{ds}(s_d)}{\frac{dx}{ds}(s_d)} \right),\tag{2.31}$$

onde u_r e ω_r são as saídas do controlador cinemático, V_e é o módulo da velocidade escolhida para o ponto de interesse do robô durante o seguimento de caminho, $k_x > 0$ e $k_y > 0$ são os ganhos do controlador, $l_x > 0$ e $l_y > 0$ são constantes de saturação, e \mathbf{C}^{-1} é a matriz de cinemática inversa do modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada (equação 2.6).

2.3.2.1 Análise de Estabilidade

Derivando-se (2.26), obtém-se

$$\dot{\tilde{n}} = -\dot{n}, \quad (2.32)$$

e substituindo (2.29) em (2.32), tem-se

$$\dot{\tilde{n}} = \dot{x} \sin(\theta_T) - \dot{y} \cos(\theta_T). \quad (2.33)$$

Considerando o seguimento perfeito de velocidade, ou seja, $u \equiv u_r$ e $\omega \equiv \omega_r$, os valores de velocidade do ponto de interesse do robô nas direções X e Y com o sistema em malha fechada são determinados substituindo-se (2.30) em (2.2), cujo resultado é

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} V_e \cos(\theta_T) \\ V_e \sin(\theta_T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) \\ l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} \right). \quad (2.34)$$

Agora, substituindo (2.34) em (2.33), obtém-se

$$\dot{\tilde{n}} = l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) \sin(\theta_T) - l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \cos(\theta_T). \quad (2.35)$$

Por fim, substituindo (2.27) e (2.28) em (2.35), tem-se o comportamento de \tilde{n} em malha fechada, que é dado por

$$\dot{\tilde{n}} = -l_x \tanh\left[\frac{k_x}{l_x} \tilde{n} \sin(\theta_T)\right] \sin(\theta_T) - l_y \tanh\left[\frac{k_y}{l_y} \tilde{n} \cos(\theta_T)\right] \cos(\theta_T). \quad (2.36)$$

A equação (2.36) só possui um ponto de equilíbrio, que é $\tilde{n} = 0$. Para analisar a estabilidade deste equilíbrio, usa-se a seguinte função candidata de Lyapunov

$$U = \frac{1}{2} \tilde{n}^2 > 0 \quad (2.37)$$

cujas primeira derivada é dada por

$$\dot{U} = \tilde{n} \dot{\tilde{n}}, \quad (2.38)$$

e, pela substituição de (2.36) em (2.38), torna-se

$$\dot{U} = -l_x \tanh \left[\frac{k_x}{l_x} \tilde{n} \sin(\theta_T) \right] \tilde{n} \sin(\theta_T) - l_y \tanh \left[\frac{k_y}{l_y} \tilde{n} \cos(\theta_T) \right] \tilde{n} \cos(\theta_T). \quad (2.39)$$

Sendo esta última função negativa definida, pode-se afirmar que o ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada é assintoticamente estável, o que significa que $\tilde{n} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Logo a lei de controle proposta cumpre a condição (2.25).

Uma vez que $\tilde{n} \rightarrow 0$, também $\tilde{x} \rightarrow 0$ e $\tilde{y} \rightarrow 0$. Logo, pela equação 2.34 as velocidades finais do ponto de interesse do robô nas direções X e Y são dadas por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_e \cos(\theta_T) \\ V_e \sin(\theta_T) \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

ou seja, como é requerido, durante o seguimento de caminhos o módulo da velocidade linear do ponto de interesse do robô V será idêntico a V_e (ver equação (2.7)).

Agora, ampliando ainda mais o trabalho de Andaluz et al. (2011), a estabilidade do controlador de seguimento de caminhos será novamente analisada, relaxando-se a condição de seguimento perfeito de velocidade, ou seja, considerando que $u \neq u_r$ e $\omega \neq \omega_r$. Tais diferenças são consequência dos efeitos da dinâmica do robô, por exemplo.

Considerando-se os erros de seguimento de velocidade, pode-se dizer que

$$\begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_u \\ \varepsilon_\omega \end{bmatrix}, \quad (2.41)$$

onde ε_u e ε_ω são, respectivamente, o erro de seguimento de velocidade linear e o erro de seguimento de velocidade angular. Substituindo (2.30) e (2.41) em (2.2), a equação do sistema em malha fechada será dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} V_e \cos(\theta_T) \\ V_e \sin(\theta_T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \\ l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \end{bmatrix} \right) - \mathbf{C} \begin{bmatrix} \varepsilon_u \\ \varepsilon_\omega \end{bmatrix}. \quad (2.42)$$

Substituindo (2.42) em (2.33), obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{n}} = & l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x}\tilde{x}\right) \sin(\theta_T) - l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y}\tilde{y}\right) \cos(\theta_T) - \\ & - \varepsilon_u \cos(\psi) \sin(\theta_T) + a\varepsilon_\omega \sin(\psi) \sin(\theta_T) + \varepsilon_u \sin(\psi) \cos(\theta_T) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi) \cos(\theta_T). \end{aligned} \quad (2.43)$$

Utilizando a mesma função candidata de Lyapunov (2.37), e substituindo (2.43) em (2.38), tem-se que

$$\begin{aligned} \dot{U} = & l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x}\tilde{x}\right) \sin(\theta_T) \tilde{n} - l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y}\tilde{y}\right) \cos(\theta_T) \tilde{n} - \\ & - \varepsilon_u \cos(\psi) \sin(\theta_T) \tilde{n} + a\varepsilon_\omega \sin(\psi) \sin(\theta_T) \tilde{n} + \varepsilon_u \sin(\psi) \cos(\theta_T) \tilde{n} + a\varepsilon_\omega \cos(\psi) \cos(\theta_T) \tilde{n}. \end{aligned} \quad (2.44)$$

De (2.27) e (2.28), tem-se que

$$\tilde{n} = -\frac{\tilde{x}}{\sin(\theta_T)} \quad (2.45)$$

e

$$\tilde{n} = \frac{\tilde{y}}{\cos(\theta_T)}. \quad (2.46)$$

Substituindo adequadamente (2.45) e (2.46) em (2.44) chega-se em

$$\begin{aligned} \dot{U} = & -l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x}\tilde{x}\right) \tilde{x} - l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y}\tilde{y}\right) \tilde{y} + \\ & + \tilde{x}[\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)] + \tilde{y}[\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)]. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Como k_x, k_y, l_x e $l_y \in \mathfrak{R}^+$, uma condição suficiente para (2.47) se tornar negativa é

$$l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x}\tilde{x}\right) \tilde{x} > |\tilde{x}[\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)]| \quad (2.48)$$

e

$$l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y}\tilde{y}\right) \tilde{y} > |\tilde{y}[\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)]|. \quad (2.49)$$

Para valores elevados dos erros de controle pode-se escrever que

$$l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x}\tilde{x}\right) \tilde{x} = l_x \operatorname{sign}(\tilde{x})\tilde{x} = l_x |\tilde{x}| \quad (2.50)$$

e

$$l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \tilde{y} = l_y \operatorname{sign}(\tilde{y}) \tilde{y} = l_y |\tilde{y}|, \quad (2.51)$$

onde $\operatorname{sign}(\cdot)$ representa o sinal do argumento. Assim, uma condição suficiente para a estabilidade assintótica na condição de erros elevados é que

$$l_x > |\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)| \quad (2.52)$$

e

$$l_y > |\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)|. \quad (2.53)$$

Com l_x e l_y escolhidos adequadamente, à medida que os erros de controle se tornam pequenos, pode-se escrever que

$$l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) \tilde{x} = k_x \tilde{x}^2 \quad (2.54)$$

e

$$l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \tilde{y} = k_y \tilde{y}^2. \quad (2.55)$$

Assim, uma condição suficiente para (2.47) se tornar negativa é

$$|\tilde{x}| > \frac{|\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)|}{k_x} \quad (2.56)$$

e

$$|\tilde{y}| > \frac{|\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)|}{k_y}, \quad (2.57)$$

ou seja, a estabilidade do sistema está garantida com erros de controle finalmente limitados (do inglês, *ultimately bounded* (CORLESS; LEITMANN, 1981)) por

$$|\tilde{x}| < \frac{|\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)|}{k_x} \quad (2.58)$$

e

$$|\tilde{y}| < \frac{|\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)|}{k_y}. \quad (2.59)$$

2.3.2.2 Escolha das Constantes de Saturação

Os valores adequados das constantes de saturação do controlador de seguimento de caminhos com ganhos fixos são determinados a partir do estabelecimento dos seguintes limites de velocidade: um limite para a velocidade desejada durante o seguimento de caminhos, representado por $V_{e_{max}}$, e um limite de velocidade para o ponto de interesse, este representado por V_{max} .

Para erros de posição elevados, (2.34) se resume a

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_e \cos(\theta_T) + l_x \operatorname{sign}(\tilde{x}) \\ V_e \sin(\theta_T) + l_y \operatorname{sign}(\tilde{y}) \end{bmatrix}, \quad (2.60)$$

uma vez que $l_x \tanh(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}) \approx l_x \operatorname{sign}(\tilde{x})$ quando $|\tilde{x}| \gg 0$, e $l_y \tanh(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}) \approx l_y \operatorname{sign}(\tilde{y})$ quando $|\tilde{y}| \gg 0$, sendo $\operatorname{sign}(\cdot)$ o sinal do argumento.

Levando-se em consideração os limites de velocidade estabelecidos, de acordo com (2.60), tem-se

$$|V_{e_{max}} + l_x \operatorname{sign}(\tilde{x})| \leq V_{max} \quad \text{e} \quad |V_{e_{max}} + l_y \operatorname{sign}(\tilde{y})| \leq V_{max},$$

donde se conclui que os valores adequados para as constantes de saturação do controlador de seguimento de caminhos com ganhos fixos são

$$l_x = l_y = V_{max} - V_{e_{max}}. \quad (2.61)$$

2.4 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo foi dedicado à revisão de aspectos teóricos de controle de movimento de robôs móveis de tração diferencial, indispensáveis para o entendimento desta Tese de Doutorado. Também foi discutido o estado da arte referente aos temas desenvolvidos nos dois próximos capítulos, respectivamente o seguimento de trajetória por robôs móveis de tração diferencial, tratado no Capítulo 3, e o seguimento de caminhos por robôs móveis de tração diferencial, tratado no Capítulo 4.

3 *Controlador Cinemático de Seguimento de Trajetória com Ganhos Variáveis*

Neste capítulo é apresentada uma nova proposta para limitar os sinais de controle durante o seguimento de trajetória por robôs móveis do tipo uniciclo. Na literatura é comum encontrar trabalhos que utilizam a tangente hiperbólica para limitar os sinais de controle (MARTINS et al., 2008; ANDALUZ et al., 2012). Na nova proposta apresentada aqui, regras *fuzzy* são adotadas para obter tal limitação.

O controle *fuzzy* surgiu na década de 70 como uma metodologia heurística baseada no conhecimento do projetista sobre o processo a ser controlado, obtendo bastante sucesso após os trabalhos inovadores de Zadeh (1973) e Mamdani (1974). Este tipo de metodologia possui a vantagem de realizar o controle de uma planta sem necessariamente conhecer sua dinâmica. Entretanto, comprovar a estabilidade desse tipo de controlador *fuzzy* é uma tarefa difícil (SALA; ARIÑO, 2009). No campo da robótica móvel, vários autores utilizaram controladores *fuzzy* de metodologia heurística para resolver o problema de seguimento de caminhos, sem necessariamente tratar da estabilidade do sistema, como Deist e Fourie (1993), Lakehal, Amirat e Pontnau (1995), Hung e Chung (2006), Antonelli, Chiaverini e Fusco (2007), e Susnea et al. (2008). Isto significa que não há a garantia teórica que a tarefa que está sendo realizada será completada corretamente.

Devido à necessidade formal de comprovar a estabilidade dos controladores, os controladores *fuzzy* recebem um novo enfoque a partir de 1985, com os controladores *fuzzy* de modelo Takagi-Sugeno (TS) (TAKAGI; SUGENO, 1985). Ao contrário dos controladores *fuzzy* baseados em heurística, o trabalho de Tanaka e Sugeno (1992) mostrou que um controlador *fuzzy* de modelo TS pode ser projetado de maneira rigorosa, seguindo metodologias que podem ser reproduzidas de forma sistemática, garantindo, além da estabilidade, diversos critérios de desempenho em malha fechada (MOZELLI, 2008).

Segundo Mozelli (2008), e Sala e Ariño (2009), a técnica mais adotada para o projeto de controladores representados no modelo *fuzzy* TS é a compensação paralela distribuída (PDC) (WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1996). A técnica de controle PDC permite a utilização de técnicas de controle linear em plantas não-lineares, através da representação da planta por meio de um conjunto de subsistemas dinâmicos lineares, localmente válidos, interpolados de forma suave, não-linear e convexa (MOZELLI, 2008). O projeto do controlador consiste em resolver um problema de desigualdades matriciais lineares (LMI). A solução deste problema é derivada do estudo da estabilidade desse tipo de sistema, e permite projetar um controlador linear para cada um dos subsistemas que modelam a planta não linear. Apesar de possuir a vantagem da comprovação da estabilidade do sistema em malha fechada, o procedimento de projeto dos controladores *fuzzy* TS através da técnica PDC limita a forma do controlador, que deverá possuir o mesmo número de subsistemas dinâmicos lineares da planta não-linear, e, apesar da técnica PDC ser baseada em controladores *fuzzy*, não é possível utilizar o conhecimento do projetista sobre o processo. A técnica PDC foi utilizada em Guechi et al. (2010) e Xingquan (2010) para o projeto de seus respectivos controladores de seguimento de trajetória para robôs moveis.

O controlador aqui proposto combina o conhecimento heurístico do problema, a técnica *sector nonlinearity* (TANAKA; WANG, 2001) e a cinemática inversa da plataforma móvel. A técnica *sector nonlinearity* foi utilizada para desenvolver um controlador *fuzzy* com um número reduzido de regras e de baixa complexidade, possibilitando sua implementação em processadores de baixo desempenho, que normalmente estão disponíveis nas plataformas móveis. A aplicação da cinemática inversa da plataforma móvel permitiu desenvolver um controlador *fuzzy* TS sem a utilização da técnica PDC. Mais que isso, foi possível empregar o conhecimento sobre o processo para reduzir os erros de posição causados pela diferença entre os valores desejados de velocidade angular e linear (entradas do sistema) e os valores reais assumidos pela plataforma móvel.

3.1 A Lei de Controle

Durante o seguimento de trajetórias, o ponto de interesse do robô (ver Figura 6) deve alcançar e seguir, sem erros, posições desejadas (x_D, y_D) variáveis com o tempo. De acordo com a Figura 13, a lei de controle proposta para se cumprir tal objetivo é

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \dot{x}_D \\ \dot{y}_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_x \\ \nu_y \end{bmatrix} \right), \quad (3.1)$$

onde u_r e ω_r são as saídas do controlador, \dot{x}_D e \dot{y}_D são, respectivamente, as velocidades desejadas para o ponto de interesse nas direções X e Y, e ν_x e ν_y são as saídas dos blocos “compensadores *fuzzy* de velocidade” (CFV). A saída ν_x do compensador *fuzzy* de velocidade da direção X (CFV_X) depende de \dot{x}_D e do erro de posição no eixo X, definido como $\tilde{x} = x_d - x$. A saída ν_y do compensador *fuzzy* de velocidade da direção Y (CFV_Y) depende de \dot{y}_D e do erro de posição no eixo Y, definido como $\tilde{y} = y_d - y$.

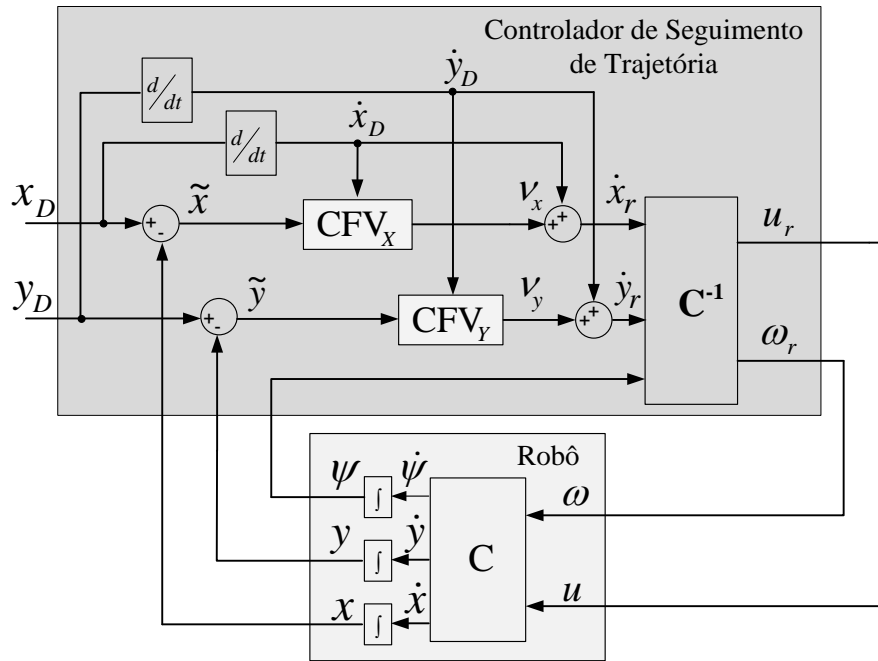


Figura 13: Esquema do controlador de seguimento de trajetória.

A ideia do controlador proposto é: uma vez que o ponto de interesse do robô coincide com o ponto da trajetória desejado (x_D, y_D) , nenhum sinal de compensação de velocidade é gerado, ou seja, $\nu_x = 0$, $\nu_y = 0$, $\dot{x}_r = \dot{x}_D$ e $\dot{y}_r = \dot{y}_D$. Ocorrendo erros de posição \tilde{x} e \tilde{y} , o compensador *fuzzy* de velocidade gera sinais de compensação de velocidade ν_x e ν_y , até que o ponto de interesse do robô coincida novamente com o ponto da trajetória desejado. A matriz de cinemática inversa \mathbf{C}^{-1} é responsável por transformar \dot{x}_r e \dot{y}_r em u_r e ω_r .

Os dois compensadores *fuzzy* de velocidade possuem bases de regras Se-Então semelhantes, sendo que o compensador *fuzzy* de velocidade da direção X tem como variáveis premissas $|\tilde{x}|$ e $|\dot{x}_D|$, respectivamente o módulo do erro de posição na direção X e o módulo da velocidade da trajetória desejada na direção X. O compensador *fuzzy* de velocidade da direção Y tem como variáveis premissas $|\tilde{y}|$ e $|\dot{y}_D|$, respectivamente o módulo do erro de posição na direção Y e o módulo da velocidade da trajetória desejada na direção Y.

A Figura 14 apresenta o esboço das funções de pertinência das variáveis premissas $|\tilde{x}|$

e $|\tilde{y}|$, que estão divididas em 3 conjuntos *fuzzy* cada, a saber,

- erro pequeno (P): módulo do erro menor que η_2 [m];
- erro médio (M): módulo do erro entre η_1 [m] and η_3 [m];
- erro grande (G): módulo do erro entre η_2 [m] and η_3 [m];

A função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro pequeno é dada por

$$f_P(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 1, & |\tilde{e}| < \eta_1 \text{ [m]}; \\ \frac{\eta_1}{(\eta_1 - \eta_2)} - \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|}, & \eta_1 \leq |\tilde{e}| < \eta_2 \text{ [m]}; \\ 0, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3 \text{ [m]}; \end{cases} \quad (3.2)$$

enquanto a função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro médio é dada por

$$f_M(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 0, & |\tilde{e}| < \eta_1 \text{ [m]}; \\ \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)}, & \eta_1 \leq |\tilde{e}| < \eta_2 \text{ [m]}; \\ \frac{\eta_2}{(\eta_2 - \eta_3)} - \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|}, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3 \text{ [m]}; \end{cases} \quad (3.3)$$

e a função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro grande é dada por

$$f_G(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 0, & |\tilde{e}| < \eta_2 \text{ [m]}; \\ \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)}, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3 \text{ [m]}; \end{cases} \quad (3.4)$$

onde \tilde{e} representa o erro de posição \tilde{x} ou \tilde{y} .

A Figura 15 apresenta o esboço das funções de pertinência das variáveis premissas módulos das velocidades da trajetória desejadas $|\dot{x}_D|$ e $|\dot{y}_D|$, que estão divididas em 2 conjuntos *fuzzy* cada: velocidade baixa (B) e velocidade elevada (E). Observe-se que $|\dot{x}_D|$ e $|\dot{y}_D|$ são definidas de 0 a T_{Vmax} , onde T_{Vmax} é o limite de velocidade estabelecido para a trajetória desejada na respectiva direção, X ou Y.

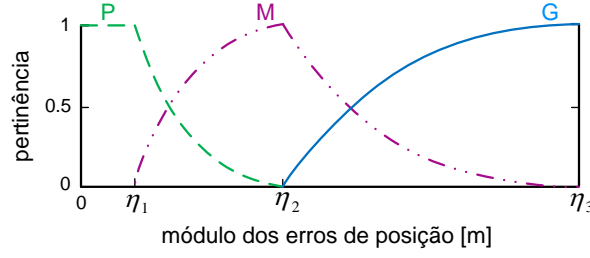


Figura 14: Esboço das funções de pertinência dos módulos dos erros de posição.

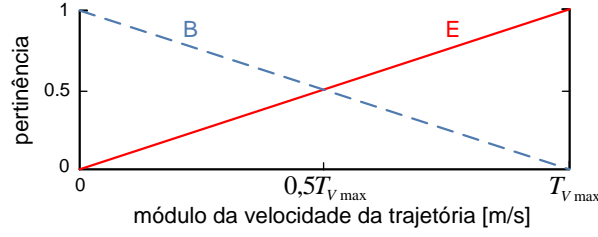


Figura 15: Esboço das funções de pertinência do módulo da velocidade da trajetória.

A Tabela 1 apresenta o resumo das 6 regras que compõem os dois compensadores *fuzzy* de velocidade. A base de regras Se-Então do compensador *fuzzy* de velocidade da direção X é constituída por 6 regras Rx_i . Cada uma delas é expressa através da forma geral

Rx_i : Se $|\dot{x}_D|$ é M_i e $|\tilde{x}|$ é N_i , então:

$$\nu_x = a_i \tilde{x}, \quad (3.5)$$

com $i = 1, 2, \dots, 6$, onde M_i pode assumir os conjuntos *fuzzy* velocidade baixa (B) ou velocidade elevada (E); N_i pode assumir os conjuntos *fuzzy* erro pequeno (P), erro médio (M) ou erro grande (G), e a_i é uma constante real positiva não nula ($a_i \in \mathbb{R}^+$).

Da mesma forma, a base de regras Se-Então do segundo compensador *fuzzy* de velocidade é constituída por 6 regras Ry_i . Cada uma delas é expressa através da forma geral

Ry_i : Se $|\dot{y}_D|$ é M_i e $|\tilde{y}|$ é N_i , então:

$$\nu_y = a_i \tilde{y}, \quad (3.6)$$

com $i = 1, 2, \dots, 6$.

Na Tabela 1, T_{Vmax} é o limite de velocidade estabelecido para a trajetória desejada na direção X ou Y, R_{Vmax} é o limite de velocidade estabelecido para o ponto de interesse do

robô na direção X ou Y durante a realização de uma tarefa de seguimento de trajetória, e V_{pos} é o limite de velocidade estabelecido para o ponto de interesse do robô na direção X ou Y durante a realização de uma tarefa de posicionamento.

Como exemplo, a primeira regra do compensador *fuzzy* de velocidade da direção X, dada por

Rx_1 : Se $|\dot{x}_D|$ é uma velocidade baixa (B) e $|\tilde{x}|$ é um erro pequeno (P), então:

$$\nu_x = a_1 \tilde{x},$$

é representada na Tabela 1 por “ $Rx_1: BP \rightarrow a_1$ ”.

Como outro exemplo, a sexta regra aplicada ao compensador *fuzzy* de velocidade da direção Y, dada por

Ry_6 : Se $|\dot{y}_D|$ é uma velocidade elevada (E) e $|\tilde{y}|$ é um erro grande (G), então:

$$\nu_y = a_6 \tilde{y},$$

é representada na Tabela 1 por “ $R_6: EG \rightarrow a_6$ ”.

Tabela 1: As 6 regras dos compensadores *fuzzy* aplicados no seguimento de trajetória.

$R_1: BP \rightarrow$ a_1 (escolhido)	$R_4: EP \rightarrow$ $a_4 = \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_1}$
$R_2: BM \rightarrow$ $a_2 = \frac{V_{pos}}{\eta_2}$	$R_5: EM \rightarrow$ $a_5 = \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_2}$
$R_3: BG \rightarrow$ $a_3 = \frac{V_{pos}}{\eta_3}$	$R_6: EG \rightarrow$ $a_6 = \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_3}$

Definidas as regras *fuzzy*, para cada par de entrada (\dot{x}_D, \tilde{x}) , a saída ν_x é dada pela interpolação suave, não-linear e convexa, dos 6 subsistemas lineares que compõem a base de regras Se-Então, como segue

$$\nu_x = \frac{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{x}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|) a_i \tilde{x}}{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{x}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|)}, \quad (3.7)$$

sendo $f_{M_i}(|\dot{x}_D|)$ o grau de pertinência da premissa $|\dot{x}_D|$ dentro do conjunto fuzzy M_i e $f_{N_i}(|\tilde{x}|)$ o grau de pertinência da premissa $|\tilde{x}|$ dentro do conjunto fuzzy N_i .

Da mesma forma, para cada par de entrada (\dot{y}_D, \tilde{y}) , a saída do ν_y é dada por

$$\nu_y = \frac{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{y}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|) a_i \tilde{y}}{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{y}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|)}, \quad (3.8)$$

sendo $f_{M_i}(|\dot{y}_D|)$ o grau de pertinência da premissa $|\dot{y}_D|$ dentro do conjunto fuzzy M_i e $f_{N_i}(|\tilde{y}|)$ o grau de pertinência da premissa $|\tilde{y}|$ dentro do conjunto fuzzy N_i .

Nota 3.1 O erro η_1 define o valor de erro a partir do qual o projetista considera que o robô já alcançou a trajetória.

Nota 3.2 O ganho a_4 deve ser alto, ou seja, se o robô está realizando uma tarefa de seguimento de trajetória, o ganho do controlador deve ser alto para reduzir os erros de posição durante o seguimento de trajetória. Este conhecimento prático é evidenciado na análise de estabilidade do sistema em malha fechada.

Nota 3.3 O ganho a_1 deve ser pequeno, ou seja, se o robô está realizando uma tarefa de posicionamento, o ganho do controlador deve ser pequeno para permitir uma aproximação suave ao ponto alvo.

Nota 3.4 O erro η_2 define o valor de erro a partir do qual o projetista considera que o robô deve desacelerar ao se aproximar de trajetórias de baixa velocidade. A desaceleração é influenciada pelo ganho pequeno a_1 .

Nota 3.5 O erro η_3 define o erro máximo de posição.

3.2 Projeto dos Compensadores fuzzy de Velocidade

Os compensadores fuzzy de velocidade foram desenvolvidos buscando-se a limitação dos sinais de controle, evitando, assim, a saturação dos atuadores do robô, além da redução dos erros de posição causados pela diferença entre os valores desejados de velocidade angular e linear (entradas do sistema) e os valores atuais assumidos pela plataforma móvel.

A redução dos erros de posição do robô é conseguida com a mudança dos ganhos do controlador entre valores altos e pequenos, de acordo com a velocidade da trajetória

programada, enquanto a limitação dos sinais de controle é conseguida com a mudança gradual dos ganhos do controlador em função do erro de posição, de tal forma que o robô obedeça aos seguintes valores de velocidade máxima:

- limites de velocidade para a trajetória desejada:

$$|\dot{x}_D|, |\dot{y}_D| \leq T_{Vmax} \text{ [m/s]};$$

- limites de velocidade para o ponto de interesse do robô para tarefas de seguimento de trajetória:

$$|\dot{x}|, |\dot{y}| \leq R_{Vmax} \text{ [m/s]}.$$

- limites de velocidade para o ponto de interesse do robô para tarefas de posicionamento:

$$|\dot{x}|, |\dot{y}| \leq V_{pos} \text{ [m/s]}.$$

Para o projeto das funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* de erro de posição é utilizada a técnica *sector nonlinearity* (TANAKA; WANG, 2001). Por esta razão, tais funções de pertinência são construídas de uma forma específica: para $|\tilde{e}| > \eta_1$ [m] somente duas das três funções de pertinência são diferentes de zero e

$$\sum f_{N_i}(|\tilde{e}|) = f_P(|\tilde{e}|) + f_M(|\tilde{e}|) + f_G(|\tilde{e}|) = 1, \quad (3.9)$$

onde \tilde{e} representa o erro de posição \tilde{x} ou \tilde{y} .

Pela mesma razão, as funções de pertinência dos conjuntos de velocidade devem ser construídas de tal forma que

$$\sum f_{M_i}(|\dot{v}_D|) = f_B(|\dot{v}_D|) + f_E(|\dot{v}_D|) = 1, \quad (3.10)$$

onde \dot{v}_D representa a velocidade \dot{x}_D ou \dot{y}_D .

Desmembrando $\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{v}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{e}|)$, este termo pode ser reescrito como

$$\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{v}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{e}|) = [f_P(|\tilde{e}|) + f_M(|\tilde{e}|) + f_G(|\tilde{e}|)] \cdot [f_B(|\dot{x}_D|) + f_E(|\dot{x}_D|)],$$

ou seja, respeitando-se os requerimentos de projeto (3.9) e (3.10), conclui-se que

$$\sum_{i=1}^e f_{M_i}(|\dot{x}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|) = 1. \quad (3.11)$$

Manipulando (3.7), (3.8) e (3.11) em (3.1) tem-se que

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \dot{x}_D \\ \dot{y}_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\sum_{i=1}^6 a_i \cdot f_{M_i}(|\dot{x}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|)] \cdot \tilde{x} \\ [\sum_{i=1}^6 a_i \cdot f_{M_i}(|\dot{y}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|)] \cdot \tilde{y} \end{bmatrix} \right). \quad (3.12)$$

Assim, por conveniência e simplicidade, a lei de controle dada por (3.1), (3.7) e (3.8) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \dot{x}_D \\ \dot{y}_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k(\dot{x}_D, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \\ k(\dot{y}_D, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \end{bmatrix} \right), \quad (3.13)$$

onde $k(\dot{x}_D, \tilde{x})$ e $k(\dot{y}_D, \tilde{y})$ são ganhos variáveis dados por

$$k(\dot{v}_D, \tilde{e}) = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot f_{M_i}(|\dot{v}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{e}|). \quad (3.14)$$

Introduzindo (3.13) em (2.2) chega-se no comportamento em malha fechada da velocidade do ponto de interesse do robô, dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_D + k(\dot{x}_D, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \\ \dot{y}_D + k(\dot{y}_D, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Seguindo, as funções de pertinência $f_P(|\tilde{e}|)$, $f_M(|\tilde{e}|)$ e $f_M(|\tilde{x}|)$, e os ganhos a_4 , a_5 e a_6 são calculados para limitar a velocidade do ponto de interesse do robô em $\dot{x} = \dot{y} = R_{Vmax}$ [m/s] para $\eta_1 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$ [m], durante o seguimento de trajetória:

i) examinando (3.15) e os limites de velocidade, pode-se concluir que

$$k(\dot{v}_D, \tilde{e}) \cdot \tilde{e} = R_{Vmax} - T_{Vmax}. \quad (3.16)$$

ii) para $\tilde{e} = \eta_1$ [m] e $\dot{v}_D = T_{Vmax}$ [m/s], os valores de pertinência dos conjuntos *fuzzy* são $f_P(|\tilde{x}|) = 1$, $f_M(|\tilde{x}|) = 0$, $f_G(|\tilde{x}|) = 0$, $f_B(\tilde{x}) = 0$ e $f_E(\tilde{x}) = 1$. Com isso, de acordo com (3.14), $k(\dot{v}_D, \tilde{e}) = a_4$. Substituindo este ganho em (3.16), pode-se escrever que $a_4 \cdot \eta_1 = R_{Vmax} - T_{Vmax}$. Portanto o ganho a_4 deve ser

$$a_4 = \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_1}. \quad (3.17)$$

iii) repetindo o processo anterior para $\tilde{e} = \eta_2$ [m] e $\tilde{e} = \eta_3$ [m], conclui-se que os ganhos a_5 e a_6 devem ser

$$a_5 = \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_2} \quad (3.18)$$

e

$$a_6 = \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_3}. \quad (3.19)$$

iv) Para $\eta_1 \leq \tilde{e} \leq \eta_2$ [m] e $\dot{v}_D = T_{Vmax}$ [m/s] os valores de pertinência dos conjuntos *fuzzy* são $f_P(|\tilde{e}|) \neq 0$, $f_M(|\tilde{e}|) \neq 0$, $f_G(|\tilde{e}|) = 0$, $f_B(|\dot{v}_D|) = 0$ e $f_E(|\dot{v}_D|) = 1$. Substituindo estes resultados em (3.9) e (3.14), respectivamente, tem-se

$$f_P(|\tilde{e}|) + f_M(|\tilde{e}|) = 1 \quad (3.20)$$

e

$$k(\dot{v}_D, \tilde{e}) = a_4 \cdot f_P(|\tilde{e}|) + a_5 \cdot f_M(|\tilde{e}|). \quad (3.21)$$

Substituindo (3.17) e (3.18) em (3.21), chega-se em

$$k(\dot{v}_D, \tilde{e}) = \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_1} \cdot f_P(|\tilde{e}|) + \frac{R_{Vmax} - T_{Vmax}}{\eta_2} \cdot f_M(|\tilde{e}|). \quad (3.22)$$

Resolvendo o sistema de equações formado por (3.16), (3.20) e (3.22), obtêm-se as funções de pertinência $f_P(|\tilde{e}|)$ e $f_M(|\tilde{e}|)$ para $\eta_1 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_2$ [m], são elas

$$f_P(|\tilde{e}|) = \frac{\eta_1}{(\eta_1 - \eta_2)} - \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|} \quad (3.23)$$

e

$$f_M(|\tilde{e}|) = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)}. \quad (3.24)$$

v) repetindo o processo anterior, chega-se nas funções de pertinência $f_M(|\tilde{e}|)$ e $f_G(|\tilde{e}|)$ para $\eta_2 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$ [m], são elas

$$f_M(|\tilde{e}|) = \frac{\eta_2}{(\eta_2 - \eta_3)} - \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|} \quad (3.25)$$

e

$$f_G(|\tilde{e}|) = \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)}. \quad (3.26)$$

Os ganhos a_2 e a_3 são calculados para limitar a velocidade do ponto de interesse do robô em $\dot{x} = \dot{y} = V_{pos}$ [m/s] para $\eta_2 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$ [m], durante a tarefa de posicionamento ($\dot{x}_D = \dot{y}_D = 0$ [m/s]):

vi) examinando (3.15) e os limites de velocidade, pode-se concluir que

$$k(\dot{v}_D, \tilde{e}) \cdot \tilde{e} = V_{pos}. \quad (3.27)$$

vii) Para $\tilde{e} = \eta_2$ [m] e $\dot{v}_D = 0$ [m/s], os valores de pertinência dos conjuntos *fuzzy* são $f_P(|\tilde{e}|) = 0$, $f_M(|\tilde{e}|) = 1$, $f_G(|\tilde{e}|) = 0$, $f_B(|\dot{v}_D|) = 1$ e $f_E(|\dot{v}_D|) = 0$. Com isso, de acordo com (3.14), $k(\dot{v}_D, \tilde{e}) = a_2$. Substituindo este ganho em (3.27), pode-se escrever que $a_2 \cdot \eta_2 = V_{pos}$. Portanto, o ganho a_2 deve ser

$$a_2 = \frac{V_{pos}}{\eta_2} \quad (3.28)$$

viii) repetindo o processo anterior para $\tilde{e} = \eta_3$ [m], conclui-se que o ganho a_3 deve ser

$$a_3 = \frac{V_{pos}}{\eta_3}. \quad (3.29)$$

Para demonstrar a eficiência do processo de limitação da velocidade do robô, a seguir são apresentadas duas simulações utilizando o modelo cinemático do robô uniciclo. Em ambas as simulações foram estabelecidos os seguintes limites de velocidade: $T_{Vmax} = 0,3$ [m/s], $R_{Vmax} = 0,4$ [m/s] e $V_{pos} = 0,3$ [m/s]. Escolhendo-se $\eta_1 = 0,025$ [m], $\eta_2 = 0,3$ [m], $\eta_3 = 20$ [m], e $a_1 = 2$. Consequentemente, os outros parâmetros do controlador devem ser $a_2 = 1$, $a_3 = 3/200$, $a_4 = 4$, $a_5 = 1/3$ e $a_6 = 1/200$.

Na primeira simulação, referente à tarefa de seguimento de trajetória, o robô parte com postura inicial $x = 0$ [m], $y = 0$ [m] e $\psi = 0^\circ$, e deve seguir uma trajetória definida por $p_s(t) = (x_D(t) = 0,3 \cdot t + 1, y_D(t) = 0,3 \cdot t + 2), t \geq 0$.

A Figura 16 apresenta a trajetória de referência e a trajetória descrita pelo robô durante a primeira simulação, para os primeiros 30 [s]. As velocidades do ponto de interesse do robô nas direções X e Y são apresentadas nas Figuras 17(a) e 17(b), respectivamente. Note-se que as velocidades do ponto de interesse do robô são limitadas em $R_{Vmax} = 0,4$ [m/s] em ambas as direções, de acordo com o esperado.

Na segunda simulação, referente à tarefa de posicionamento, o robô deve atingir o ponto $x = 2$ [m], $y = 3$ [m], iniciando o movimento com uma pose inicial $x = 0$ [m],

$y = 0$ [m] e $\psi = 0^\circ$.

A Figura 18 apresenta o caminho descrito pelo robô durante a segunda simulação, para os primeiros 30 [s]. As velocidades desenvolvidas pelo ponto de interesse do robô nas direções X e Y são apresentadas nas Figuras 19(a) e 19(b), respectivamente. Note-se que ambas estão limitadas a $V_{pos} = 0,3$ [m/s], de acordo com o esperado.

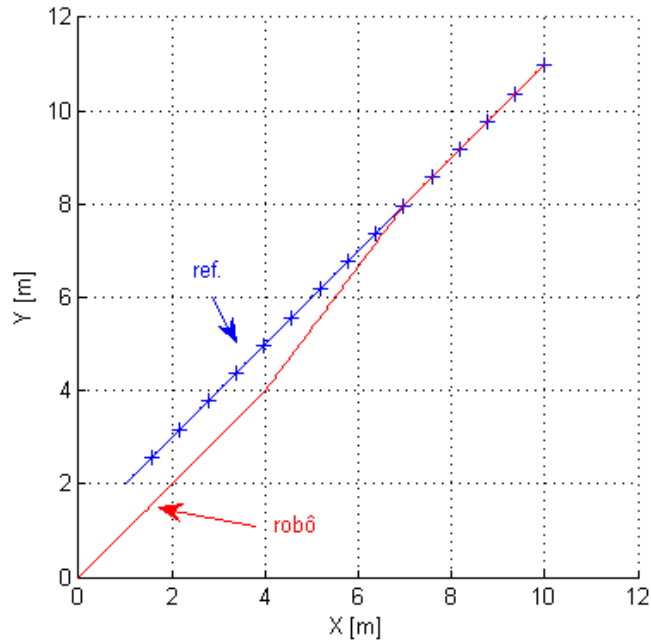


Figura 16: Trajetória de referência e a trajetória descrita pelo robô durante a primeira simulação.

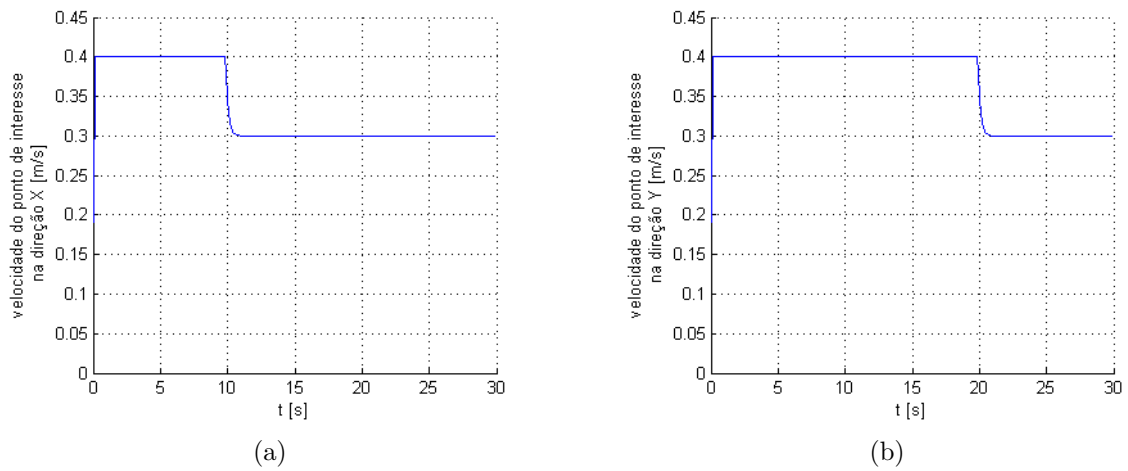


Figura 17: Velocidade do ponto de interesse do robô durante a primeira simulação: (a) direção X. (b) direção Y.

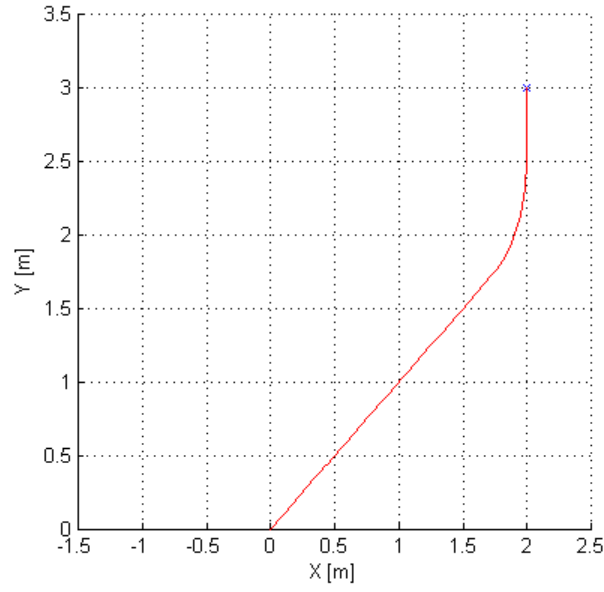


Figura 18: Trajetória seguida pelo robô durante a segunda simulação.

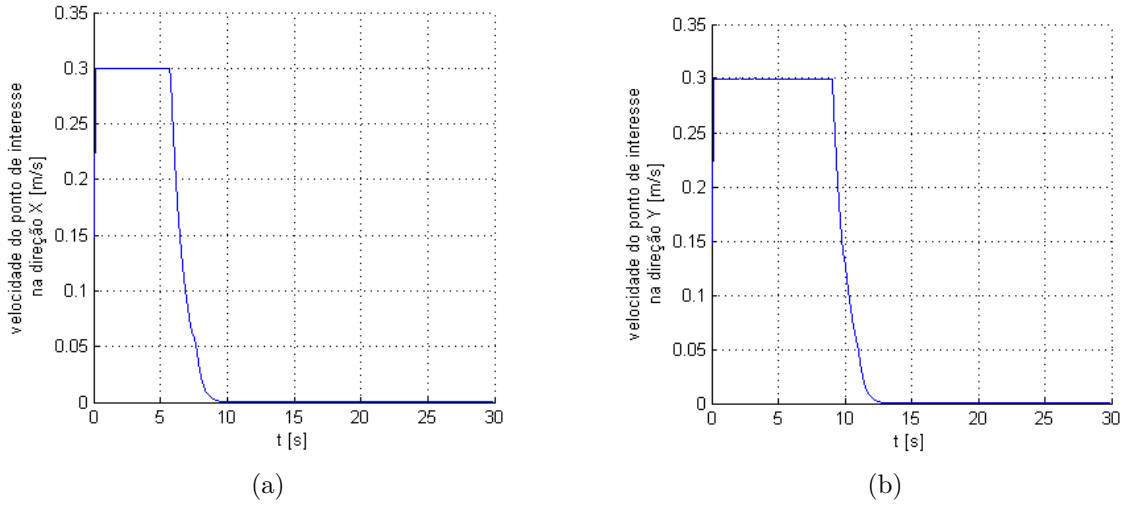


Figura 19: Velocidade do ponto de interesse do robô durante a segunda simulação: (a) direção X. (b) direção Y.

3.3 Análise de Estabilidade do Sistema

Substituindo (3.13) em (2.2), a equação do sistema em malha fechada, considerando-se o seguimento perfeito de velocidade, será dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_D + k(\dot{x}_D, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \\ \dot{y}_D + k(\dot{y}_D, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k(\dot{x}_D, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \\ k(\dot{y}_D, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

Propondo-se a função candidata de Lyapunov

$$Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} > 0, \quad (3.32)$$

uma condição suficiente para que o ponto de equilíbrio do sistema (3.31) seja globalmente assintoticamente estável é que

$$\dot{Q} = \tilde{x} \cdot \dot{\tilde{x}} + \tilde{y} \cdot \dot{\tilde{y}} < 0. \quad (3.33)$$

Substituindo (3.31) em (3.33), tem-se que

$$\dot{Q} = -\tilde{x}^2 \cdot k(\dot{x}_D, \tilde{x}) - \tilde{y}^2 \cdot k(\dot{y}_D, \tilde{y}) < 0, \quad (3.34)$$

ou seja, para cumprir a condição (3.34) é necessário que

$$k(\dot{x}_D, \tilde{x}) = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot f_{M_i}(|\dot{x}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|) > 0 \quad (3.35)$$

e

$$k(\dot{y}_D, \tilde{y}) = \sum_{i=1}^6 a_i \cdot f_{M_i}(|\dot{y}_D|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|) > 0. \quad (3.36)$$

Assim, pode-se afirmar que o ponto de equilíbrio do sistema será globalmente assintoticamente estável se

$$a_i \in \mathbf{R}^+, \quad (3.37)$$

uma vez que $f_{M_i}(|\dot{v}_D|)$ e $f_{N_i}(|\tilde{e}|)$ só assumem valores positivos, e pelo menos um dos termos de cada somatório é diferente de zero (de acordo com o procedimento de construção das funções de pertinência).

O único ponto de equilíbrio do sistema (3.31) é $\tilde{x} = 0$ and $\tilde{y} = 0$, ou seja, erros de

seguimento de trajetória iguais a zero, provando que o controlador proposto é capaz de fazer com que o robô siga uma trajetória dada com erros de seguimento que convergem assintoticamente para zero.

O controlador cinemático de seguimento de trajetória com ganhos variáveis também pode ser utilizado para posicionar o robô sem controle de sua orientação. Esta afirmação é comprovada fazendo-se uma análise semelhante àquela realizada na subseção 2.2.2: escolhendo-se um ponto fixo para o posicionamento do robô, a velocidade da trajetória desejada será zero, ou seja,

$$\dot{x}_D = 0 \quad \text{e} \quad \dot{y}_D = 0, \quad (3.38)$$

sabendo-se que em malha fechada

$$\tilde{x} \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad \tilde{y} \rightarrow 0, \quad (3.39)$$

e substituindo-se (3.38) e (3.39) em (3.13) tem-se que

$$\begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.40)$$

o que permite concluir que uma vez que o robô alcance o ponto desejado os sinais de controle se tornam nulos, e o robô fica ali posicionado.

Agora, a estabilidade do sistema será novamente analisada, relaxando-se a condição de seguimento perfeito de velocidade, ou seja, considerando que $u \neq u_r$ e $\omega \neq \omega_r$ (como consequência dos efeitos da dinâmica do robô).

Considerando-se os erros de seguimento de velocidade, pode-se dizer que

$$\begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_r \\ \omega_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varepsilon_u \\ \varepsilon_\omega \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

onde ε_u e ε_ω são, respectivamente, o erro de seguimento de velocidade linear e o erro de seguimento de velocidade angular. Manipulando (3.13) e (3.41) em (2.2), a equação do sistema em malha fechada será dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k(\dot{x}_D, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \\ k(\dot{y}_D, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \varepsilon_u \\ \varepsilon_\omega \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Utilizando a mesma função candidata de Lyapunov (3.32), e substituindo (3.42) em (3.33), tem-se que

$$\begin{aligned} \dot{Q} = & -\tilde{x}^2 \cdot k(\dot{x}_D, \tilde{x}) - \tilde{y}^2 \cdot k(\dot{y}_D, \tilde{y}) + \\ & + \tilde{x}[\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)] + \tilde{y}[\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)]. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Escolhendo somente ganhos positivos a_i , ter-se-á que $k(\dot{x}_D, \tilde{x}) > 0$ e $k(\dot{y}_D, \tilde{y}) > 0$. Portanto, uma condição suficiente para (3.43) se tornar negativa é

$$\tilde{x}^2 \min\{k(\dot{x}_D, \tilde{x})\} > |\tilde{x}[\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)]| \quad (3.44)$$

e

$$\tilde{y}^2 \min\{k(\dot{y}_D, \tilde{y})\} > |\tilde{y}[\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)]|. \quad (3.45)$$

Assim, desde que $a_i \in \mathbb{R}^+$, a estabilidade do sistema está garantida com erros de controle finalmente limitados (do inglês, *ultimately bounded* (CORLESS; LEITMANN, 1981)) por

$$|\tilde{x}| < \frac{|\varepsilon_u \cos(\psi) - a\varepsilon_\omega \sin(\psi)|}{\min\{k_x(\dot{x}_D, \tilde{x})\}} \quad (3.46)$$

e

$$|\tilde{y}| < \frac{|\varepsilon_u \sin(\psi) + a\varepsilon_\omega \cos(\psi)|}{\min\{k_y(\dot{y}_D, \tilde{y})\}}. \quad (3.47)$$

O controlador cinemático de seguimento de trajetória com ganhos variáveis possibilita a amenização dos efeitos da dinâmica do robô, pois é possível estabelecer ganhos elevados durante o seguimento de trajetórias com velocidade elevada. Observe-se que pelas equações (3.46) e (3.47), quanto maior os ganhos, menores serão os erros. Além disso, os efeitos da dinâmica do robô também são amenizados para a tarefa de posicionamento, ao se estabelecer um ganho a_1 baixo, uma vez que este ganho influencia reduzindo a velocidade do ponto de interesse do robô a partir do erro de posicionamento igual a η_2 (ver Figura 14), permitindo ao robô atingir o ponto alvo sem ultrapassá-lo.

Caso uma aplicação específica exija a plena compensação da dinâmica do robô, é possível aplicar a técnica apresentada por Martins et al. (2008). Em tal técnica, a dinâmica do robô é compensada adicionado-se um bloco de compensação dinâmica em série com o controlador cinemático que está sendo empregado, sem alterá-lo. Portanto, esta estratégia poderia ser utilizada em conexão com o controlador cinemático aqui proposto.

3.4 Resultados Experimentais

Para comprovar o funcionamento do controlador cinemático de seguimento de trajetória com ganhos variáveis, e compará-lo com o controlador cinemático de seguimento de trajetória com ganhos fixos, foram realizados três experimentos práticos. Tais controladores foram implementados no robô móvel Pioneer 3-DX, utilizando os *softwares* de desenvolvimento fornecidos pelo fabricante. A Figura 20 apresenta o robô utilizado e uma vista do ambiente onde foram realizados os experimentos.



Figura 20: O robô utilizado dentro do ambiente dos experimentos.

Considerando o espaço de trabalho do robô, os seguintes limites de velocidade foram estabelecidos para a execução dos experimentos: $T_{V_{max}} = 0,3$ [m/s], $R_{V_{max}} = 0,4$ [m/s] e $V_{pos} = 0,3$ [m/s].

Para o projeto do controlador de seguimento de trajetória com ganhos *fuzzy* foram escolhidos $\eta_1 = 0,025$ [m] (a partir desse valor de erro, considera-se que o robô alcançou a trajetória programada), $\eta_2 = 0,3$ [m] (a partir desse valor de erro o robô reduz sua velocidade, dependendo da tarefa e do valor da trajetória programada), $\eta_3 = 20$ [m] e $a_1 = 2$ (menor ganho do controlador, utilizado nas tarefas de posicionamento). Consequentemente, para se cumprir os limites de velocidade, os outros parâmetros do controlador devem ser $a_2 = 1$, $a_3 = 3/200$, $a_4 = 4$ (maior ganho do controlador, utilizado no seguimento da trajetória de maior velocidade), $a_5 = 1/3$ e $a_6 = 1/200$.

Para o projeto do controlador de ganhos fixos e limitação de velocidade via tangente hiperbólica, as constantes de saturação que atendem aos limites de velocidade estabelecidos são $l_x = l_y = 0,1$, e os valores de ganhos escolhidos são $k_x = k_y = 2$ (melhores ganhos para este controlador aplicado ao robô Pioneer 3-DX, definidos pelos experimentos apresentados na Subseção 2.2.2).

O desempenho do sistema foi calculado com base nos índices IAE (Integral do valor absoluto do erro) e ITAE (Integral do erro absoluto vezes o tempo), sendo

$$IAE = \int_{T_1}^{T_2} |E(t)| \cdot dt \quad E(t) = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}, \quad (3.48)$$

e

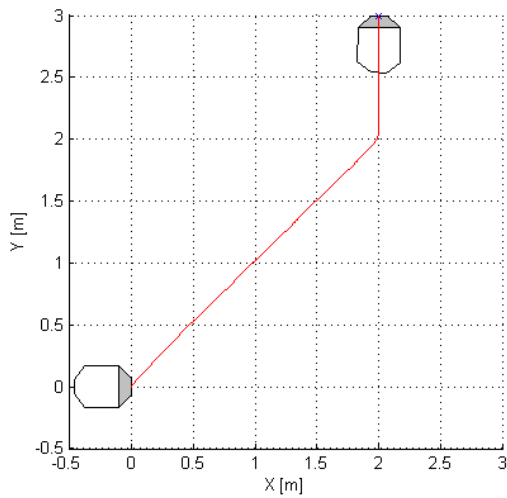
$$ITAE = \int_{T_1}^{T_2} t \cdot |E(t)| \cdot dt \quad E(t) = \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}, \quad (3.49)$$

onde $E(t)$ denota o valor instantâneo do erro de seguimento de trajetória, t representa o tempo, e T_1 e T_2 representam os limites do intervalo de tempo considerado para cálculo dos índices.

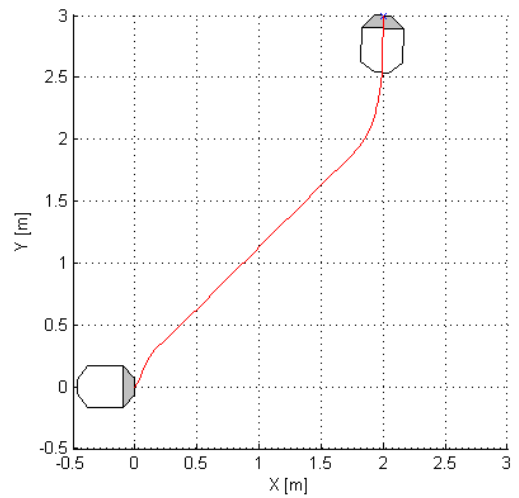
3.4.1 Experimento 1

Neste experimento, correspondente à tarefa de controle de posição, o robô deve atingir o ponto $x = 2$ [m], $y = 3$ [m], partindo com postura inicial $x = 0$ [m], $y = 0$ [m] e $\psi = 0^\circ$.

As Figuras 21(a) e 21(b) apresentam o caminho seguido pelo robô até atingir o ponto alvo, utilizando-se o controlador de ganhos fixos e o controlador de ganhos variáveis, respectivamente. Cabe ressaltar que, neste e nos próximos experimentos apresentados ao longo deste capítulo, o percurso percorrido pelo robô é reconstruído com base na informação de sua odometria.



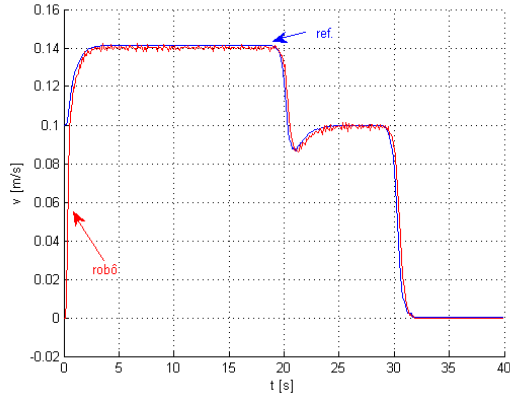
(a) Controlador de ganhos fixos



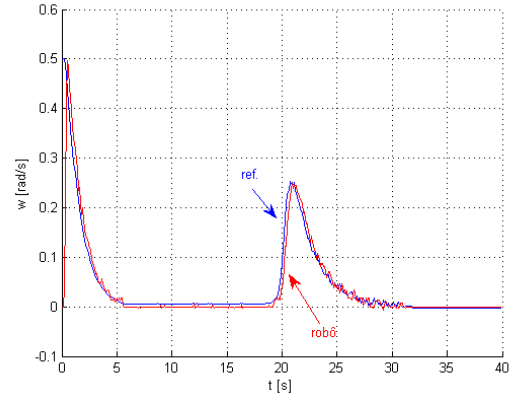
(b) Controlador de ganhos variáveis

Figura 21: Caminho percorrido pelo robô durante a tarefa de controle de posição.

As velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô durante o posicionamento, utilizando o controlador de ganhos fixos, são apresentadas nas Figuras 22(a) e 22(b), respectivamente, juntamente com os sinais de referência enviados pelo controlador.



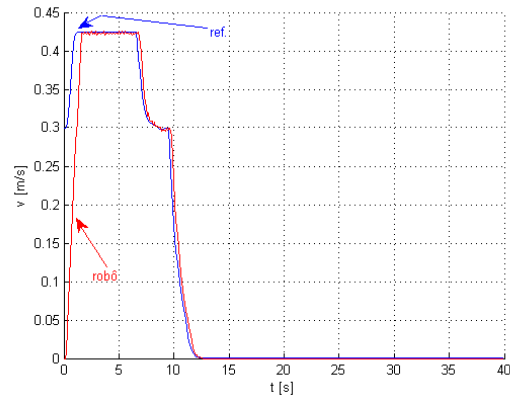
(a) Velocidades lineares



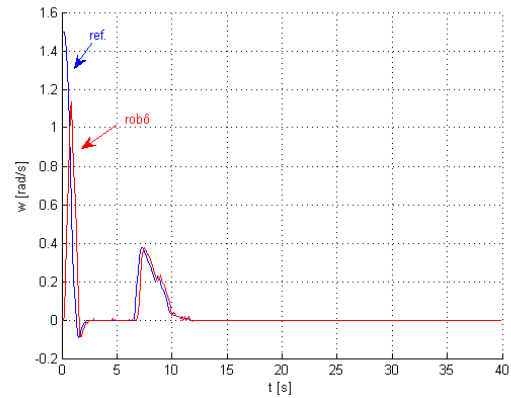
(b) Velocidades angulares

Figura 22: Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.

As velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô durante o posicionamento, utilizando o controlador de ganhos variáveis, são apresentadas nas Figuras 23(a) e 23(b), respectivamente, juntamente com os sinais de referência enviados pelo controlador.



(a) Velocidades lineares



(b) Velocidades angulares

Figura 23: Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos variáveis.

A Figura 24 apresenta a evolução da velocidade do ponto de interesse do robô, utilizando-se o controlador de ganhos fixos e o controlador de ganhos variáveis. Pode-se observar que a velocidade do ponto de interesse do robô, utilizando o controlador de ganhos fixos, fica limitada a 0,142 [m/s]. Isso se dá devido à necessidade de se impor os limites de saturação de $l_x = l_y = 0,1$, para que os limites de velocidade máxima sejam

respeitados. Por sua vez, utilizando o controlador de ganhos variáveis, pode-se observar que a velocidade do ponto de interesse do robô é limitada em $0,426 \text{ [m/s]}$, ainda assim respeitando-se os limites de velocidade máxima.

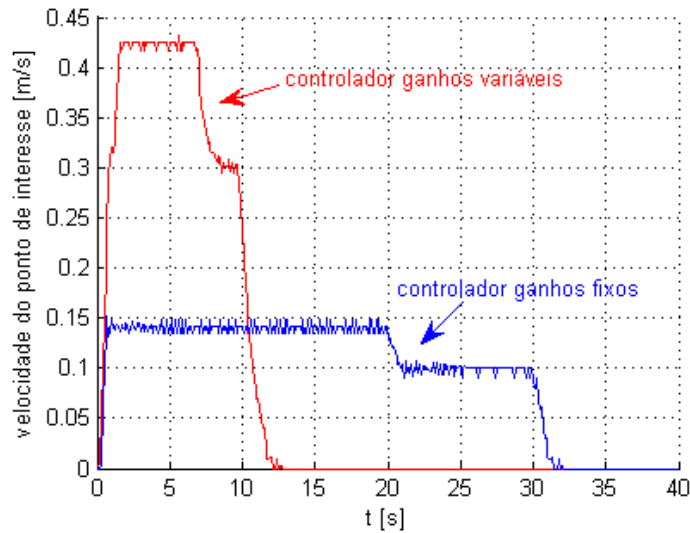


Figura 24: Evolução da velocidade do ponto de interesse do robô durante a tarefa de controle de posição.

A Figura 25 apresenta a evolução do erro de posição do robô utilizando o controlador de ganhos fixos e o controlador de ganhos variáveis. Pode-se observar que utilizando o controlador de ganhos variáveis o robô alcança o ponto alvo em um tempo inferior, o que também se percebe na Figura 24.

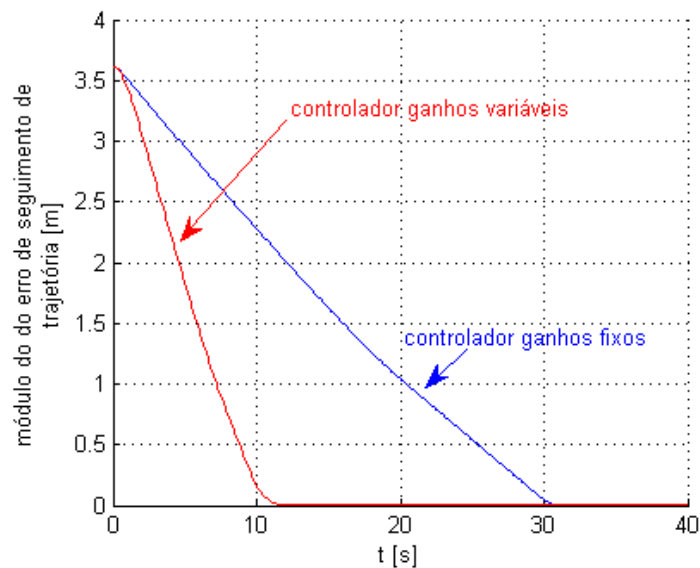


Figura 25: Evolução do erro de posição do robô durante o experimento 1.

A Figura 26 apresenta a curva correspondente à velocidade do ponto de interesse na direção X versus o erro de posição na direção X. Por sua vez, a Figura 27 apresenta a curva correspondente à velocidade do ponto de interesse na direção Y versus o erro de posição na direção Y. Note-se, primeiramente, que a velocidade do ponto de interesse é limitada a $V_{pos} = 0,3 \text{ [m/s]}$ em cada direção. Segundo, note-se que, devido à sua dinâmica, o robô percorre aproximadamente $0,2 \text{ [m]}$ em cada direção para atingir a velocidade máxima. Por fim, note-se que a dinâmica do robô é respeitada pelo controlador proposto, quando o mesmo diminui a velocidade do robô a partir do erro igual a $\eta_2 = 0,3 \text{ [m]}$, proporcionando uma correta aproximação do robô ao ponto alvo.

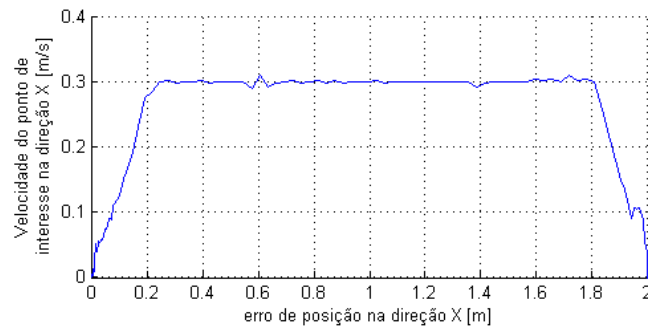


Figura 26: Curva velocidade do ponto de interesse na direção X versus o erro na direção X.

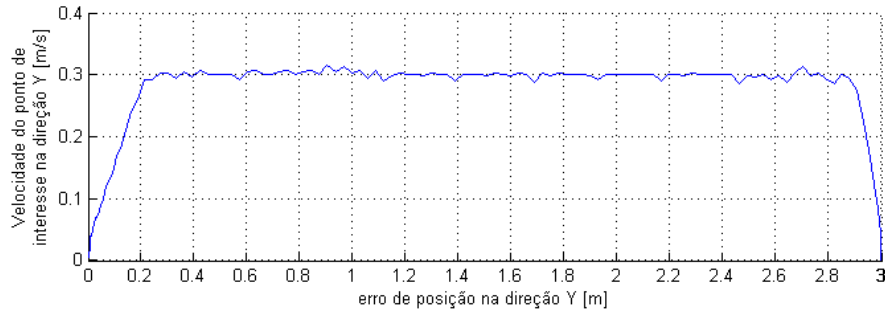


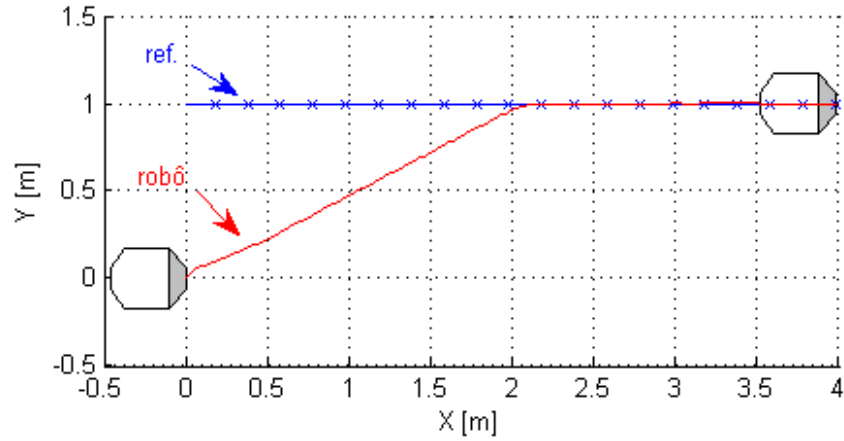
Figura 27: Curva velocidade do ponto de interesse na direção Y versus o erro na direção Y.

3.4.2 Experimento 2

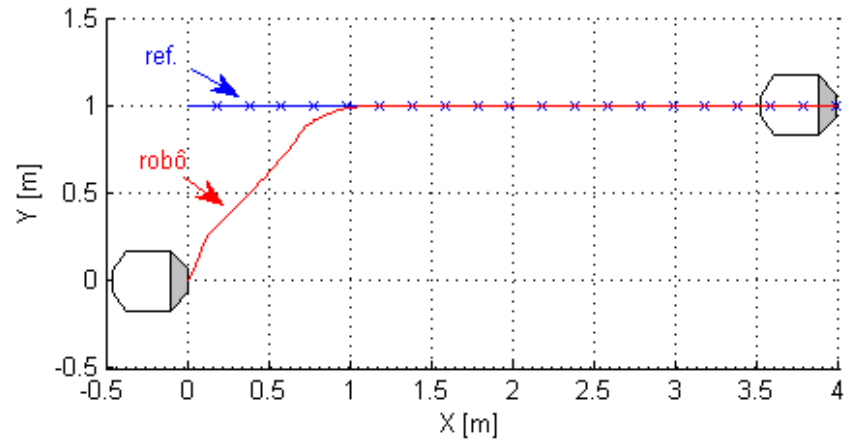
Neste experimento, correspondente à tarefa de seguimento de trajetória, partindo com postura inicial $x = 0$ [m], $y = 0$ [m] e $\psi = 0^\circ$, o robô deve seguir uma trajetória definida por

$$p_2(t) = (x_D(t) = 0, 2 \cdot t, y_D(t) = 1).$$

As Figuras 28(a) e 28(b) apresentam a trajetória de referência e a trajetória realizada pelo robô durante o segundo experimento, utilizando-se o controlador de ganhos fixos e o controlador de ganhos variáveis, respectivamente.



(a) Controlador de ganhos fixos

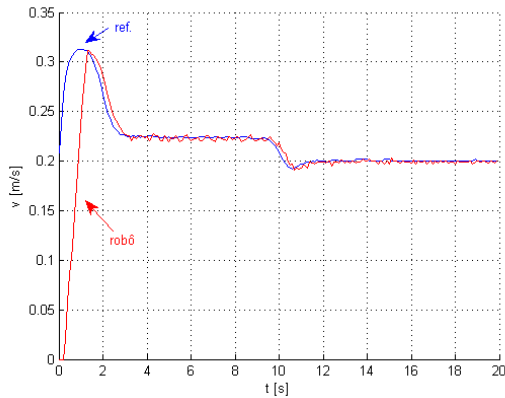


(b) Controlador de ganhos variáveis

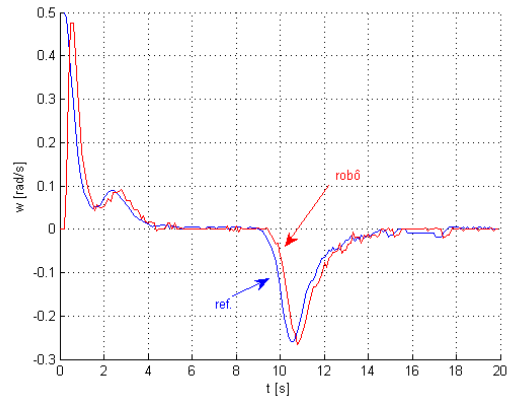
Figura 28: Trajetória de referência e a trajetória realizada pelo robô durante o experimento 2.

As velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô durante a realização da tarefa de seguimento de trajetória, utilizando o controlador de ganhos fixos, são apresentadas

nas Figuras 29(a) e 29(b), respectivamente, juntamente com os sinais de referência enviados pelo controlador. Já as velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô durante o seguimento da trajetória, utilizando o controlador de ganhos variáveis, são apresentadas nas Figuras 30(a) e 30(b), respectivamente, juntamente com os sinais de referência enviados pelo controlador.

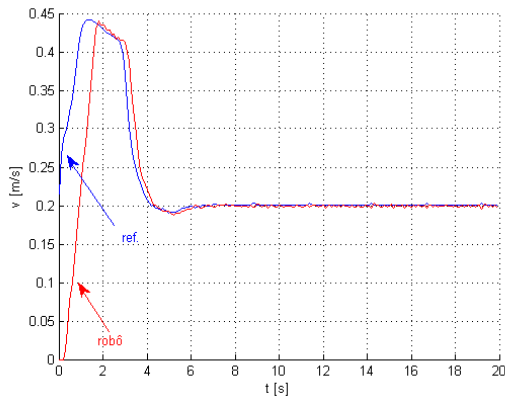


(a) Velocidades lineares

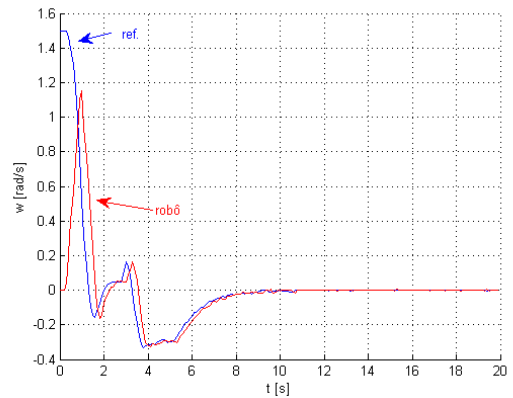


(b) Velocidades angulares

Figura 29: Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.



(a) Velocidades lineares



(b) Velocidades angulares

Figura 30: Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos variáveis.

A Figura 31 apresenta a evolução da velocidade do ponto de interesse do robô, utilizando-se o controlador de ganhos fixos e o controlador de ganhos variáveis. A Figura 32 apresenta a evolução do erro de posição do robô utilizando o controlador de ganhos fixos e o controlador de ganhos variáveis. Comparando essas figuras, pode-se observar que utilizando o controlador de ganhos variáveis o robô alcança a trajetória planejada em um tempo inferior.

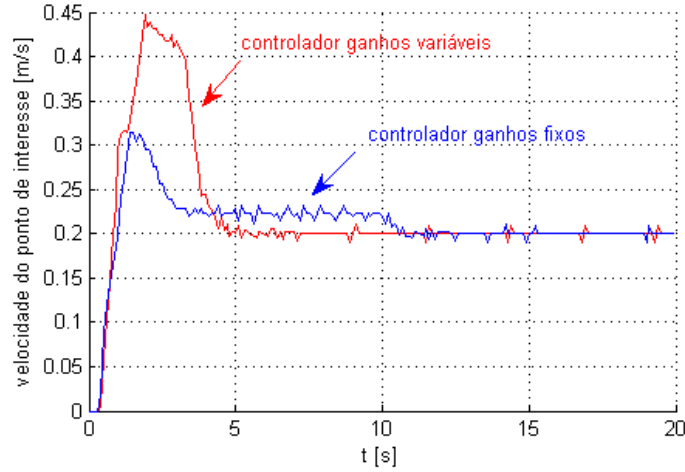


Figura 31: Evolução da velocidade do ponto de interesse do robô durante o experimento 2.

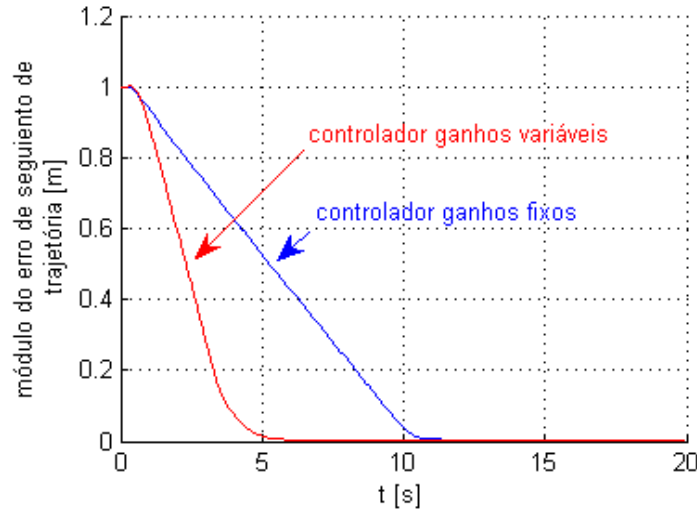


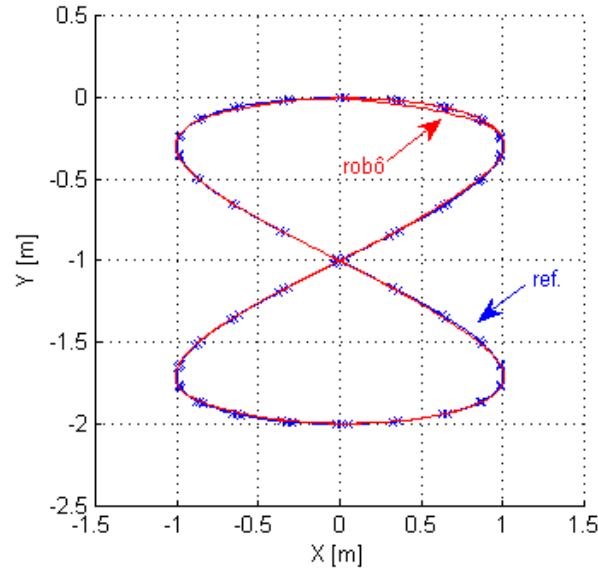
Figura 32: Evolução do erro de posição do robô durante o experimento 2.

3.4.3 Experimento 3

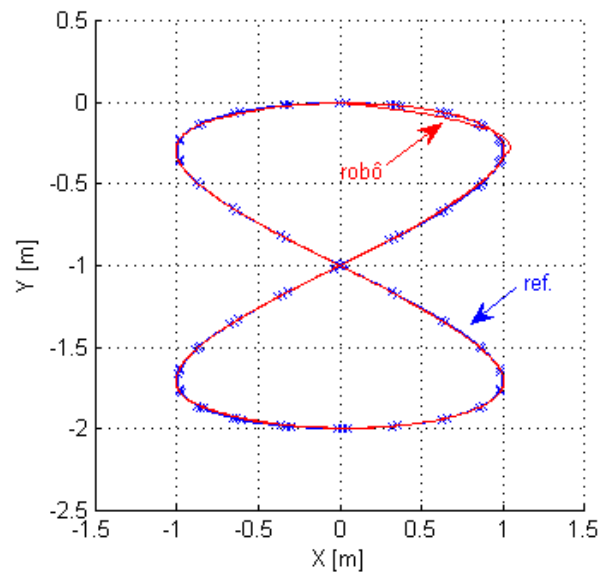
O terceiro experimento tem como objetivo analisar o comportamento do robô seguindo uma trajetória que excite a sua dinâmica. Foi utilizada uma trajetória em forma de oito, que possui mudanças bruscas de velocidade e de direção. O robô inicia o movimento com postura inicial $x = 0$ [m], $y = 0$ [m] e $\psi = 0^\circ$, e durante 90 [s] deve seguir a trajetória em forma de oito, a qual também inicia em $x = 0$ [m] e $y = 0$ [m]. A trajetória em forma de oito utilizada é definida por

$$p_3(t) = (x_D(t) = 1 \cdot \sin(0,3 \cdot t), y_D(t) = 1 \cdot \cos(0,15 \cdot t) - 1).$$

As Figuras 33(a) e 33(b) apresentam a trajetória de referência e a trajetória realizada pelo robô durante o experimento, utilizando-se o controlador de ganhos fixos e o controlador de ganhos variáveis, respectivamente.



(a) Controlador de ganhos fixos

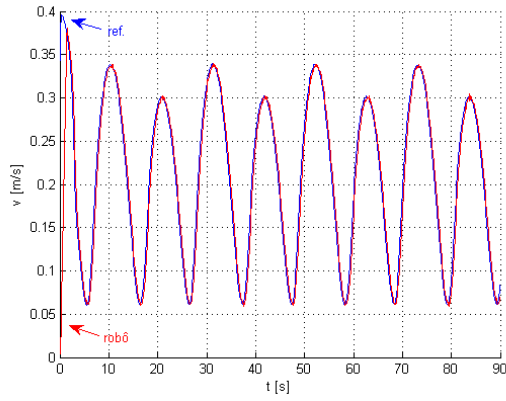


(b) Controlador de ganhos variáveis

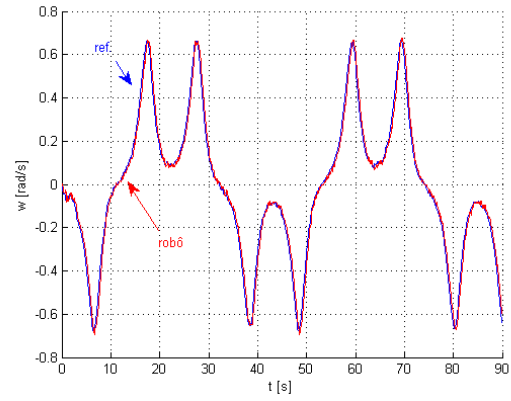
Figura 33: Trajetória de referência e a trajetória realizada pelo robô durante o experimento 3.

As velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô durante a realização da tarefa de seguimento da trajetória em forma de oito, utilizando o controlador de ganhos fixos, são apresentadas nas Figuras 34(a) e 34(b), respectivamente, juntamente com os sinais de referência enviados pelo controlador. Já as velocidades linear e angular desenvolvidas pelo

robô durante a realização da tarefa de seguimento da trajetória em forma de oito, utilizando o controlador de ganhos variáveis, são apresentadas nas Figuras 35(a) e 35(b), respectivamente, juntamente com os sinais de referência enviados pelo controlador.

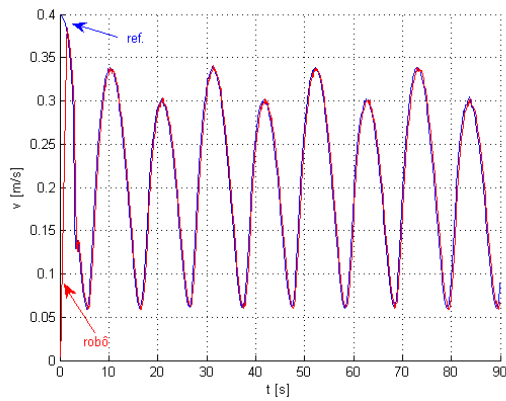


(a) Velocidades lineares

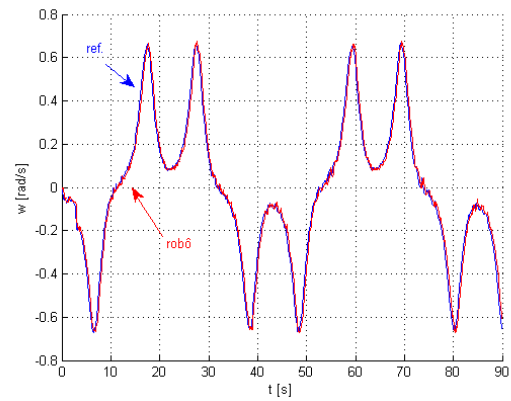


(b) Velocidades angulares

Figura 34: Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.



(a) Velocidades lineares



(b) Velocidades angulares

Figura 35: Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos variáveis.

A Figura 36(a) apresenta a evolução do erro de posição do robô utilizando ambos controladores. A Figuras 36(b) apresenta um detalhe dessas evoluções. Pode-se observar que o erro de seguimento de trajetória é menor utilizando o controlador de ganhos variáveis.

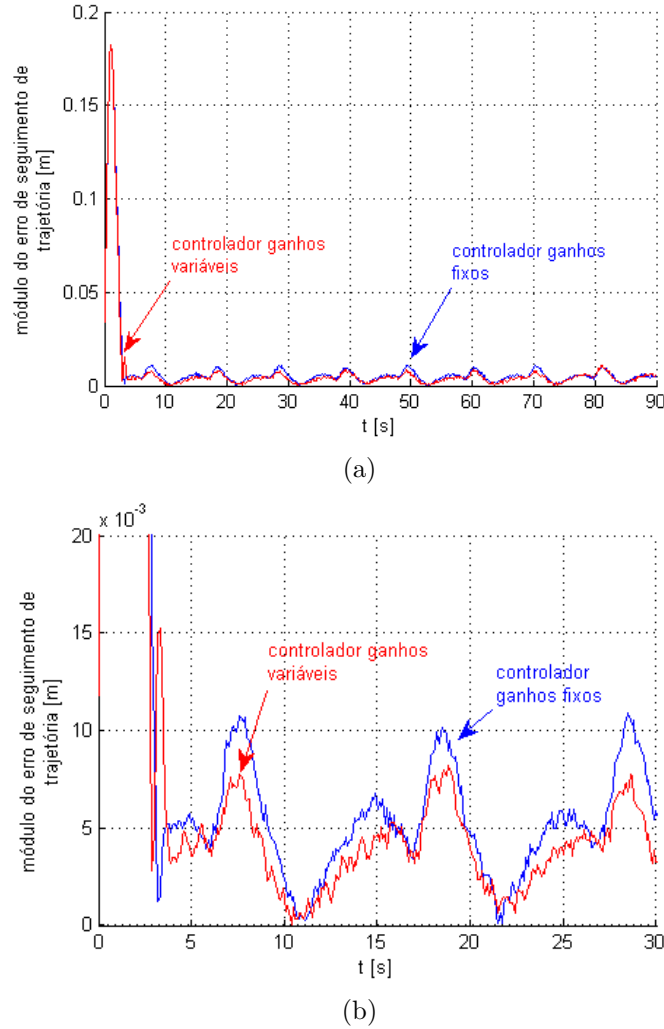


Figura 36: Evolução do erro de posição do robô durante o experimento 3.

3.4.4 Resumo e Comparação dos Índices

A Tabela 2 apresenta os índices IAE e ITAE para cada um dos experimentos. Pode-se concluir que o controlador de seguimento de trajetória com ganhos variáveis, por considerar o valor da velocidade da trajetória desejada para estabelecer um limite de velocidade máxima, tem desempenho superior ao do controlador de seguimento de trajetória com ganhos fixos na execução de tarefas de posicionamento (experimento 1) e de tarefas de seguimento de trajetória, que exigem a aproximação do robô à trajetória desejada (experimento 2).

Tabela 2: Índices IAE e ITAE dos controladores obtidos nos experimentos.

Experimento	IAE		ITAE	
	Ganhos Fixos	Ganhos Variáveis	Ganhos Fixos	Ganhos Variáveis
Experimento 1	51,4	19,0	499,9	64,6
Experimento 2	5,3	2,4	18,5	3,5
Experimento 3	1,07	1,01	28,83	24,79

O controlador de seguimento de trajetória de ganhos variáveis ainda se apresentou mais eficiente em relação ao controlador de seguimento de trajetória de ganhos fixos na execução de tarefas de seguimento de trajetória com mudanças bruscas de velocidade e de direção (experimento 3).

Concluindo, pode-se notar que o uso de um controlador de ganhos variáveis é bastante atrativo, em comparação com um controlador de ganhos fixos, principalmente em tarefas com altos erros iniciais. Isto ocorre porque o controlador de ganhos fixos limita a velocidade do robô sempre considerando o maior valor de velocidade de trajetória permitido, que pode ser incompatível com a trajetória programada, enquanto o controlador de ganhos variáveis limita a velocidade do robô de acordo com a tarefa dada.

3.5 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou um novo controlador de seguimento de trajetória para robôs uniciclos. O controlador proposto utiliza regras *fuzzy* para determinar os ganhos do controlador de acordo com os valores de velocidade da trajetória planejada e com os valores de erros de posição. Tais regras *fuzzy* foram desenvolvidas com o objetivo de limitar os sinais de controle e também para reduzir os erros causados devido à dinâmica do robô.

Comparou-se o controlador proposto com outro controlador de seguimento de trajetória que utiliza a tangente hiperbólica como função de saturação. Os índices IAE e ITAE calculados para os resultados experimentais obtidos mostraram que o controlador proposto tem um desempenho superior em relação ao controlador que utiliza a tangente hiperbólica.

O controlador proposto é de fácil implementação, o que o torna adequado para a implementação em processadores de baixo desempenho, ou, ainda, adequado na implementação de uma estratégia de controle de formação do tipo centralizada.

4 *Controlador Cinemático de Seguimento de Caminhos e Posicionamento*

Este capítulo apresenta um novo controlador de movimento para robôs uniciclo que é capaz de realizar tanto a tarefa de posicionamento como a tarefa de seguimento de caminhos. O controlador aqui proposto possui a vantagem de realizar a aproximação do robô ao caminho proposto pelo trajeto mais curto. Tal característica vantajosa é obtida utilizando-se a estrutura de controle apresentada no Capítulo 3, porém com novos ganhos.

4.1 A Lei de Controle

Na Figura 37, $c(s) = (x_c(s), y_c(s))$ é um caminho proposto; $C_D = (x_c(s_D), y_c(s_D))$ é o ponto do caminho $c(s)$ mais próximo ao ponto de interesse, onde s_D é a abscissa curvilínea que define o ponto C_D ; T e N são os vetores unitários tangencial e normal, construídos no ponto C_D ; θ_T é a orientação do vetor T em relação ao sistema inercial de referência $\{I\}$ e θ_N é a orientação do vetor N em relação ao sistema inercial de referência $\{I\}$; $\tilde{x} = x_c(s_D) - x$ é o erro de posição na direção X , $\tilde{y} = y_c(s_D) - y$ é o erro de posição na direção Y , $\tilde{\gamma}$ é o erro de posição na direção Γ e θ_Γ é a orientação do vetor Γ em relação ao sistema inercial de referência $\{I\}$.

Ressalta-se que a Figura 37 retrata uma situação em que o robô está próximo ao caminho, onde o ponto do caminho $c(s)$ mais próximo ao ponto de interesse é dado pela projeção ortogonal do ponto de interesse sobre o caminho $c(s)$, ou seja, $\theta_\Gamma = \theta_N$. Mais adiante também será tratada a situação em que o robô está distante do caminho.

De acordo com a Figura 37, o problema de seguimento de caminhos é resolvido por uma lei de controle capaz de fazer com que o ponto de interesse do robô assumira uma velocidade desejada igual a

$$V = V_e \angle \theta_T, \quad (4.1)$$

direção Y, \mathbf{C}^{-1} é a matriz de cinemática inversa do modelo cinemático não-holonômico de acessibilidade melhorada, e ρ_x e ρ_y são as saídas dos blocos “compensadores *fuzzy* de velocidade” (CFV).

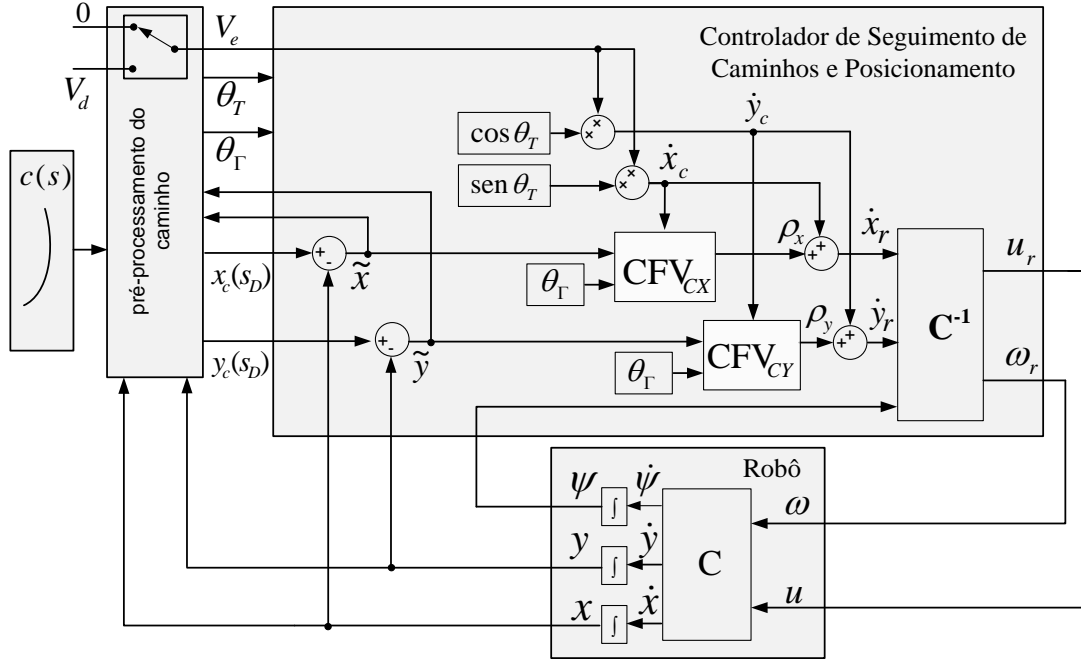


Figura 38: Esquema do controlador de seguimento de caminhos.

O bloco de pré-processamento da Figura 38 é responsável por determinar o ponto $C_D = (x_c(s_D), y_c(s_D))$ e os ângulos θ_T e θ_Γ , dados por

$$\theta_T = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{dy}{ds}(s_D)}{\frac{dx}{ds}(s_D)} \right) \quad (4.5)$$

e

$$\theta_\Gamma = \tan^{-1} \left(\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}} \right). \quad (4.6)$$

Além disso, o bloco de pré-processamento é responsável por determinar o comportamento do controlador. Fazendo-se $V_e = 0$, o controlador estará aproximando o robô ao caminho e fazendo-se $V_e = V_d$, o robô estará seguindo o caminho. O comportamento do controlador é determinado pela seguinte condição

$$V_e = \begin{cases} 0, & |\tilde{\gamma}| > e_c \text{ [m]}; \\ V_d, & |\tilde{\gamma}| \leq e_c \text{ [m]}. \end{cases} \quad (4.7)$$

onde e_c é um valor de erro, e V_d é o valor de velocidade desejada para o robô sobre o caminho.

Os dois compensadores *fuzzy* de velocidade do controlador de seguimento de caminhos possuem a mesma estrutura dos compensadores *fuzzy* de velocidade aplicados no seguimento de trajetória, porém com novos ganhos e novas variáveis premissas.

O compensador *fuzzy* de velocidade do controlador de seguimento de caminhos aplicado na direção X tem como variáveis premissas $|\tilde{x}|$ e $|\dot{x}_c|$, respectivamente o módulo do erro de posição na direção X e o módulo da projeção de V_e na direção X. Por sua vez, o compensador *fuzzy* de velocidade do controlador de seguimento de caminhos aplicado na direção Y tem como variáveis premissas $|\tilde{y}|$ e $|\dot{y}_c|$, respectivamente o módulo do erro de posição na direção Y e o módulo da projeção de V_e na direção Y.

As variáveis premissas $|\tilde{x}|$ e $|\tilde{y}|$ são divididas em 3 conjuntos *fuzzy* cada: erro pequeno (P), médio (M) e grande (G). As funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* erro são as mesmas apresentadas anteriormente. A função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro pequeno é dada por

$$f_P(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 1, & |\tilde{e}| < \eta_1; \\ \frac{\eta_1}{(\eta_1 - \eta_2)} - \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|}, & \eta_1 \leq |\tilde{e}| < \eta_2; \\ 0, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3; \end{cases} \quad (4.8)$$

enquanto a função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro médio é dada por

$$f_M(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 0, & |\tilde{e}| < \eta_1; \\ \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_2}{(\eta_1 - \eta_2)}, & \eta_1 \leq |\tilde{e}| < \eta_2; \\ \frac{\eta_2}{(\eta_2 - \eta_3)} - \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|}, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3; \end{cases} \quad (4.9)$$

e a função de pertinência do conjunto *fuzzy* erro grande é dada por

$$f_G(|\tilde{e}|) = \begin{cases} 0, & |\tilde{e}| < \eta_2; \\ \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)|\tilde{e}|} - \frac{\eta_3}{(\eta_2 - \eta_3)}, & \eta_2 \leq |\tilde{e}| < \eta_3; \end{cases} \quad (4.10)$$

onde \tilde{e} representa o erro de posição \tilde{x} ou \tilde{y} .

As variáveis premissas $|\dot{x}_c|$ e $|\dot{y}_c|$ são divididas em 2 conjuntos *fuzzy* cada: velocidade baixa (B) e velocidade elevada (E). De acordo com a Figura 39, tais funções de pertinência são definidas de zero a V_{dmax} , onde V_{dmax} é o limite para velocidade desejada V_d .

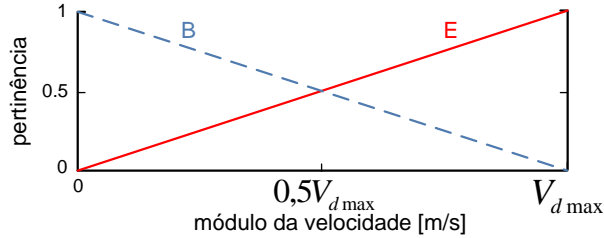


Figura 39: Esboço das funções de pertinência do módulo da projeção da velocidade desejada.

A base de regras Se-Então do compensador *fuzzy* de velocidade da direção X é constituída pelas 6 regras Rx_i apresentadas na Tabela 3. Cada uma delas é expressa através da forma geral “ Rx_i : Se $|\dot{x}_c|$ é M_i e $|\tilde{x}|$ é N_i então $\rho_x = b_i \tilde{x}$ ”, onde $i = 1, 2, \dots, 6$, M_i pode assumir os conjuntos *fuzzy* velocidade baixa (B) ou velocidade elevada (E), e N_i pode assumir os conjuntos *fuzzy* erro pequeno (P), erro médio (M) ou erro grande (G). Como exemplo, a primeira regra do compensador *fuzzy* de velocidade da direção X, dada por “ Rx_1 : Se $|\dot{x}_c|$ é uma velocidade baixa (B) e $|\tilde{x}|$ é um erro pequeno (P), então $\rho_x = b_1 \tilde{x}$ ” está representada na Tabela 1 por “ $Rx_1: BP \rightarrow b_1$ ”. Da mesma forma, a base de regras Se-Então do compensador *fuzzy* de velocidade aplicado na direção Y é constituída por 6 regras Ry_i também apresentadas na Tabela 3. Cada uma delas é expressa através da forma geral “ Ry_i : Se $|\dot{y}_c|$ é M_i e $|\tilde{y}|$ é N_i , então $\rho_y = c_i \tilde{y}$ ”, com $i = 1, 2, \dots, 6$.

Na Tabela 3, V_{max} é o limite de velocidade estabelecido para o ponto de interesse fora do caminho. Para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada $V_{max} > V_{dmax}$.

Definidas as regras *fuzzy*, para cada par de entrada (\dot{x}_c, \tilde{x}) , a saída ρ_x é dada por

$$\rho_x = \frac{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{x}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|) b_i \tilde{x}}{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{x}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|)}, \quad (4.11)$$

sendo $f_{M_i}(|\dot{x}_c|)$ o grau de pertinência da premissa $|\dot{x}_c|$ dentro do conjunto *fuzzy* M_i e $f_{N_i}(|\tilde{x}|)$ o grau de pertinência da premissa $|\tilde{x}|$ dentro do conjunto *fuzzy* N_i . Da mesma forma, para cada par de entrada (\dot{y}_c, \tilde{y}) , a saída ρ_y é dada por

$$\rho_y = \frac{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{y}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|) c_i \tilde{y}}{\sum_{i=1}^6 f_{M_i}(|\dot{y}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|)}, \quad (4.12)$$

sendo $f_{M_i}(|\dot{y}_c|)$ o grau de pertinência da premissa $|\dot{y}_c|$ dentro do conjunto *fuzzy* M_i e $f_{N_i}(|\tilde{y}|)$ o grau de pertinência da premissa $|\tilde{y}|$ dentro do conjunto *fuzzy* N_i .

Tabela 3: As 6 regras dos compensadores *fuzzy* aplicados ao seguimento de caminhos.

$R_1: BP \rightarrow$ $b_1 = c_1$ (escolhidos)	$R_4: EP \rightarrow$ $b_4 = c_4 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_1}$
$R_2: BM \rightarrow$ $b_2 = \frac{ V_{max} \cos \theta_\Gamma }{\eta_2}$ e $c_2 = \frac{ V_{max} \sin \theta_\Gamma }{\eta_2}$	$R_5: EM \rightarrow$ $b_5 = c_5 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_2}$
$R_3: BG \rightarrow$ $b_3 = \frac{ V_{max} \cos \theta_\Gamma }{\eta_3}$ e $c_3 = \frac{ V_{max} \sin \theta_\Gamma }{\eta_3}$	$R_6: EG \rightarrow$ $b_6 = c_6 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_3}$

Nota 4.1 O valor η_1 define o erro a partir do qual o projetista considera que o robô já alcançou o caminho.

Nota 4.2 Ganhos b_4 e c_4 mais elevados resultam em erros de seguimento de caminho menores.

Nota 4.3 Ganhos b_1 e c_1 pequenos resultam numa aproximação mais suave ao ponto alvo na tarefa de posicionamento.

Nota 4.4 O valor η_2 define o erro a partir do qual o projetista considera que o robô deve desacelerar ao se aproximar do caminho. A desaceleração é influenciada pelos ganhos pequenos b_1 e c_1 .

4.2 Projeto dos Compensadores *fuzzy* de Velocidade

Para o projeto das funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* de erro de posição é utilizada a técnica *sector nonlinearity* (TANAKA; WANG, 2001). Por esta razão, as funções de pertinência dos conjuntos de erro são construídas de uma forma específica: para $|\tilde{e}| > \eta_1$ somente duas das três funções de pertinência são diferentes de zero e

$$\sum f_{N_i}(|\tilde{e}|) = 1, \quad (4.13)$$

onde \tilde{e} representa o erro de posição \tilde{x} ou \tilde{y} . Pela mesma razão, as funções de pertinência dos conjuntos de velocidade devem ser construídas de tal forma que

$$\sum f_{M_i}(|\dot{v}_c|) = 1, \quad (4.14)$$

onde \dot{v}_c representa a velocidade \dot{x}_c ou \dot{y}_c .

Manipulando (2.2), (4.2), (4.11), (4.12), (4.13) e (4.14), chega-se ao comportamento em malha fechada da velocidade do ponto de interesse, dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_c + k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \tilde{x} \\ \dot{y}_c + k(\dot{y}_c, \tilde{y}) \cdot \tilde{y} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

onde $k(\dot{x}_c, \tilde{x})$ e $k(\dot{y}_c, \tilde{y})$ são ganhos dados por

$$k(\dot{x}_c, \tilde{x}) = \sum_{i=1}^6 b_i \cdot f_{M_i}(|\dot{x}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{x}|), \quad (4.16)$$

e

$$k(\dot{y}_c, \tilde{y}) = \sum_{i=1}^6 c_i \cdot f_{M_i}(|\dot{y}_c|) \cdot f_{N_i}(|\tilde{y}|). \quad (4.17)$$

Seguindo, as funções de pertinência $f_P(|\tilde{e}|)$, $f_M(|\tilde{e}|)$ e $f_G(|\tilde{e}|)$, e os ganhos b_4 , b_5 , b_6 , c_4 , c_5 e c_6 são calculados para limitar a velocidade do ponto de interesse do robô em $\dot{x} = \dot{y} = V_{max}$ entre $\eta_1 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$. Examinando (4.15), considerando que $\tilde{x} = \eta_1$ e $\dot{x}_c = V_{dmax}$, o limite de velocidade V_{max} é respeitado se

$$k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \eta_1 = V_{max} - V_{dmax}. \quad (4.18)$$

Mas, nesta condição, de acordo com (4.16), $k(\dot{x}_c, \tilde{x}) = b_4$, ou seja, o ganho b_4 deve ser

$$b_4 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_1}. \quad (4.19)$$

Repetindo o processo anterior para $\tilde{x} = \eta_2$ e $\tilde{x} = \eta_3$, respectivamente, tem-se

$$b_5 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_2}, \quad (4.20)$$

e

$$b_6 = \frac{V_{max} - V_{dmax}}{\eta_3}. \quad (4.21)$$

Da mesma forma, examinando (4.15) e considerando que $\dot{y}_c = V_{dmax}$, $\tilde{y} = \eta_1$, $\tilde{y} = \eta_2$ e $\tilde{y} = \eta_3$, chega-se aos valores de c_4 , c_5 e c_6 da Tabela 3.

Para $\eta_2 \leq \tilde{x} \leq \eta_3$ e $\dot{x}_c = V_{dmax}$ os valores de pertinência dos conjuntos fuzzy são $f_P(|\tilde{x}|) = 0$, $f_M(|\tilde{x}|) \neq 0$, $f_G(|\tilde{x}|) \neq 0$, $f_B(|\dot{x}_c|) = 0$ e $f_E(|\dot{x}_c|) = 1$. Substituindo estes resultados em (4.13) e (4.16), respectivamente, tem-se

$$f_M(|\tilde{x}|) + f_G(|\tilde{x}|) = 1 \quad (4.22)$$

e

$$k(\dot{x}_c, \tilde{c}) = b_5 \cdot f_M(|\tilde{e}|) + b_6 \cdot f_G(|\tilde{e}|). \quad (4.23)$$

Resolvendo o sistema de equações formado por (4.18), (4.20), (4.21), (4.22) e (4.23), obtém-se as funções de pertinência $f_M(|\tilde{e}|)$ e $f_G(|\tilde{e}|)$ para $\eta_2 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$, dadas por (4.9) e (4.10).

Repetindo o processo anterior para $\eta_1 \leq \tilde{x} \leq \eta_2$ e $\dot{x}_c = V_{dmax}$ chega-se nas funções de pertinência $f_P(|\tilde{e}|)$ e $f_M(|\tilde{e}|)$ para $\eta_1 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_2$, dadas por (4.8) e (4.9).

Seguindo, os ganhos b_2 , b_3 , c_2 e c_3 são calculados para orientar, durante o posicionamento ($\dot{x}_c = \dot{y}_c = 0$), a velocidade do ponto de interesse na direção do erro θ_Γ , isso enquanto $\eta_2 \leq |\tilde{e}| \leq \eta_3$. Deste modo, durante o posicionamento, deseja-se que $\dot{x} = |V_{max} \cos \theta_\Gamma|$ e $\dot{y} = |V_{max} \sin \theta_\Gamma|$. Examinando (4.15), para $\tilde{x} = \eta_2$ e $\dot{x}_c = 0$, deseja-se que

$$k(\dot{x}_c, \tilde{x}) \cdot \eta_2 = |V_{max} \cos \theta_\Gamma|. \quad (4.24)$$

Mas, nesta condição, de acordo com (4.16), $k(\dot{x}_c, \tilde{x}) = b_2$, ou seja, o ganho b_2 deve ser

$$b_2 = \frac{|V_{max} \cos \theta_\Gamma|}{\eta_2}. \quad (4.25)$$

Examinando (4.15), para $\tilde{x} = \eta_3$ e $\dot{x}_c = 0$, tem-se que b_3 deve ser

$$b_3 = \frac{|V_{max} \cos \theta_\Gamma|}{\eta_3}. \quad (4.26)$$

Da mesma forma, examinando (4.15) para $\dot{y}_c = 0$, $\tilde{y} = \eta_2$ e $\tilde{y} = \eta_3$, chega-se nos valores de c_2 e c_3 da Tabela 3.

Para $\eta_2 \leq \tilde{x} \leq \eta_3$ e $\dot{x}_c = 0$ os valores de pertinência dos conjuntos *fuzzy* são $f_P(|\tilde{x}|) = 0$, $f_M(|\tilde{x}|) \neq 0$, $f_G(|\tilde{x}|) \neq 0$, $f_B(|\dot{x}_c|) = 1$ e $f_E(|\dot{x}_c|) = 0$. Substituindo estes resultados em (4.13) e (4.16), respectivamente, tem-se

$$f_M(|\tilde{x}|) + f_G(|\tilde{x}|) = 1 \quad (4.27)$$

e

$$k(\dot{x}_c, \tilde{c}) = b_2 \cdot f_M(|\tilde{e}|) + b_3 \cdot f_G(|\tilde{e}|). \quad (4.28)$$

Resolvendo-se o sistema de equações formado por (4.24), (4.25), (4.26), (4.27) e (4.28), chega-se nas mesmas funções de pertinência $f_M(|\tilde{e}|)$ e $f_G(|\tilde{e}|)$ já calculadas anteriormente para velocidade elevada, encerrando, assim, o projeto dos CFV.

4.3 Análise de Estabilidade

De acordo com a Figura 40, o problema de seguimento de caminhos é resolvido por uma lei de controle capaz de aproximar o robô do caminho e fazer com que ele permaneça sobre o caminho, ou seja, que $\tilde{x} = 0$ e $\tilde{y} = 0$, que é o mesmo que $\tilde{\gamma} = 0$. Além disso, a velocidade do ponto de interesse do robô deve assumir um valor desejado igual a V_e .

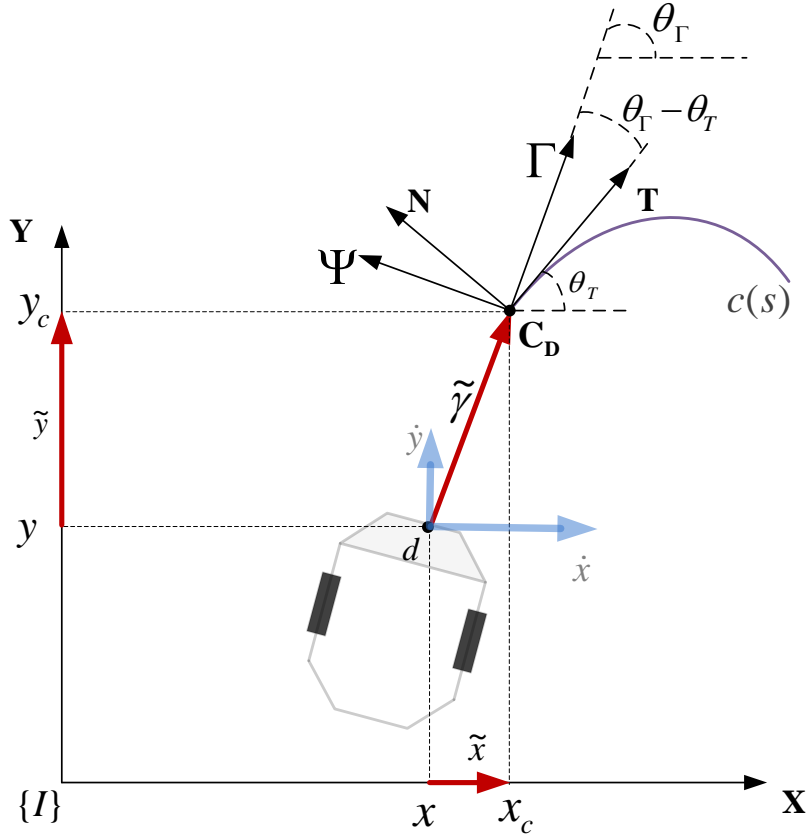


Figura 40: Esboço dos parâmetros utilizados para a prova de estabilidade.

Analisando-se a Figura 40, tem-se que

$$\tilde{x} = \tilde{\gamma} \cos(\theta_\Gamma) \quad \text{e} \quad \tilde{y} = \tilde{\gamma} \sin(\theta_\Gamma). \quad (4.29)$$

Observe-se que, em relação ao sistema $\Gamma C_D \Psi$, as coordenadas do ponto de interesse são sempre do tipo $(\gamma, 0)$, com $\gamma \leq 0$. Assim, o erro de posição é dado por $\tilde{\gamma} = 0 - \gamma$, ou seja,

$$\tilde{\gamma} = -\gamma. \quad (4.30)$$

Além disso, tal erro será sempre positivo, ou seja, $\tilde{\gamma} \geq 0$. Esta última conclusão é importante na prova de estabilidade do sistema, como será visto adiante.

Ainda, de acordo com a Figura 40, tem-se que a velocidade na direção do erro é dada por

$$\dot{\gamma} = \dot{x} \cos(-\theta_\Gamma) + \dot{y} \cos(90^\circ - \theta_\Gamma).$$

$$\dot{\gamma} = \dot{x} \cos(\theta_\Gamma) + \dot{y} \sin(\theta_\Gamma). \quad (4.31)$$

Derivando-se (4.30), obtém-se

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -\dot{\gamma}, \quad (4.32)$$

e substituindo (4.31) em (4.32) tem-se

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -\dot{x} \cos(\theta_\Gamma) - \dot{y} \sin(\theta_\Gamma). \quad (4.33)$$

Agora, substituindo (4.3) e (4.4) em (4.15), e na sequência substituindo o resultado obtido em (4.33), tem-se

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\gamma}} &= -[V_e \cos(\theta_T) + k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{x}] \cos(\theta_\Gamma) - [V_e \sin(\theta_T) + k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{y}] \sin(\theta_\Gamma) \\ \dot{\tilde{\gamma}} &= -V_e [\cos(\theta_T) \cos(\theta_\Gamma) + \sin(\theta_T) \sin(\theta_\Gamma)] - k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{x} \cos(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{y} \sin(\theta_\Gamma) \\ \dot{\tilde{\gamma}} &= -V_e \cos(\theta_T - \theta_\Gamma) - k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{x} \cos(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{y} \sin(\theta_\Gamma). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Por fim, substituindo (4.29) em (4.34), tem-se o comportamento em malha fechada do erro $\tilde{\gamma}$, que é dado por

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -V_e \cos(\theta_T - \theta_\Gamma) - k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{\gamma} \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{\gamma} \sin^2(\theta_\Gamma). \quad (4.35)$$

A partir de (4.35), a estabilidade do sistema em malha fechada será analisada em três situações: para a realização de uma tarefa de posicionamento, para a realização de uma tarefa de seguimento de caminhos e para uma situação bem específica que é a realização de uma tarefa de seguimento de caminhos em que o robô está inicialmente distante do caminho.

4.3.1 Tarefa de Posicionamento

Na tarefa de posicionamento $V_e = 0$. Assim, de acordo com (4.35), o comportamento em malha fechada do erro $\tilde{\gamma}$ é dado por

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -k(\dot{x}_e, \tilde{x})\tilde{\gamma} \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_e, \tilde{y})\tilde{\gamma} \sin^2(\theta_\Gamma). \quad (4.36)$$

A equação (4.36) só possui um ponto de equilíbrio, que é $\tilde{\gamma} = 0$. Propondo-se a função candidata de Lyapunov $U = \frac{1}{2}\tilde{\gamma}^2 > 0$, uma condição para a estabilidade assintótica do ponto de equilíbrio é que

$$\dot{U} = \tilde{\gamma}\dot{\tilde{\gamma}} < 0, \quad (4.37)$$

ou seja, se $k_x(\dot{x}_D, \tilde{x}) > 0$ e $k_y(\dot{y}_D, \tilde{y}) > 0$ tem-se que (4.36) será definida negativa, garantindo que o ponto de equilíbrio do sistema em malha fechada é assintoticamente estável. Isto comprova que a lei de controle proposta cumpre com o problema de posicionamento (porém sem o controle de orientação). Observe-se que $k_x(\dot{x}_D, \tilde{x}) > 0$ e $k_y(\dot{y}_D, \tilde{y}) > 0$ sempre que $b_1 > 0$, $c_1 > 0$ e $V_{max} > V_{dmax}$.

4.3.2 Tarefa de Seguimento de Caminhos

A Figura 41(a) retrata a projeção do ponto de interesse sobre o caminho quando o robô está à direita do mesmo. Sabendo-se que durante o seguimento do caminho o ponto \mathbf{C}_D é definido pela projeção do ponto de interesse sobre o caminho $c(s)$ (note-se que o ponto \mathbf{C}_D é sempre o ponto do caminho mais próximo do ponto de interesse), a relação entre θ_Γ e θ_T é dada por

$$\theta_\Gamma = \theta_T + 90^\circ, \quad (4.38)$$

e o comportamento em malha fechada de $\tilde{\gamma}$ para tal situação é dado pela substituição de (4.38) em (4.35), ou seja,

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -V_e \cos(-90^\circ) - k(\dot{x}_e, \tilde{x})\tilde{\gamma} \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_e, \tilde{y})\tilde{\gamma} \sin^2(\theta_\Gamma).$$

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -k(\dot{x}_e, \tilde{x})\tilde{\gamma} \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_e, \tilde{y})\tilde{\gamma} \sin^2(\theta_\Gamma). \quad (4.39)$$

Já a Figura 41(b) retrata a projeção do ponto de interesse sobre o caminho quando o robô está à esquerda do caminho. Em tal situação, a relação entre θ_Γ e θ_T é dada por

$$\theta_\Gamma = \theta_T - 90^\circ, \quad (4.40)$$

e o comportamento em malha fechada de $\tilde{\gamma}$ para tal situação é dado pela substituição de (4.40) em (4.35), ou seja,

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -V_e \cos(90^\circ) - k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{\gamma} \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{\gamma} \sin^2(\theta_\Gamma).$$

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{\gamma} \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{\gamma} \sin^2(\theta_\Gamma). \quad (4.41)$$

Observando que (4.39) e (4.41) são iguais, pode-se afirmar que durante a realização de uma tarefa de seguimento de caminho o comportamento de $\tilde{\gamma}$ independente da posição do robô em relação ao caminho. Já a estabilidade de (4.39) e (4.41) já foram discutidas na subseção anterior, uma vez que (4.36) é idêntica a (4.39) e (4.41). Sendo assim, a equação (4.39) ou (4.41) só possui um ponto de equilíbrio assintoticamente estável, que é $\tilde{\gamma} = 0$.

Uma vez que $\tilde{\gamma} \rightarrow 0$, também $\tilde{x} \rightarrow 0$ e $\tilde{y} \rightarrow 0$. Com isso, pela equação (4.15) a velocidade final do ponto de interesse durante o seguimento de caminho será $V = V_e \angle \theta_T$.

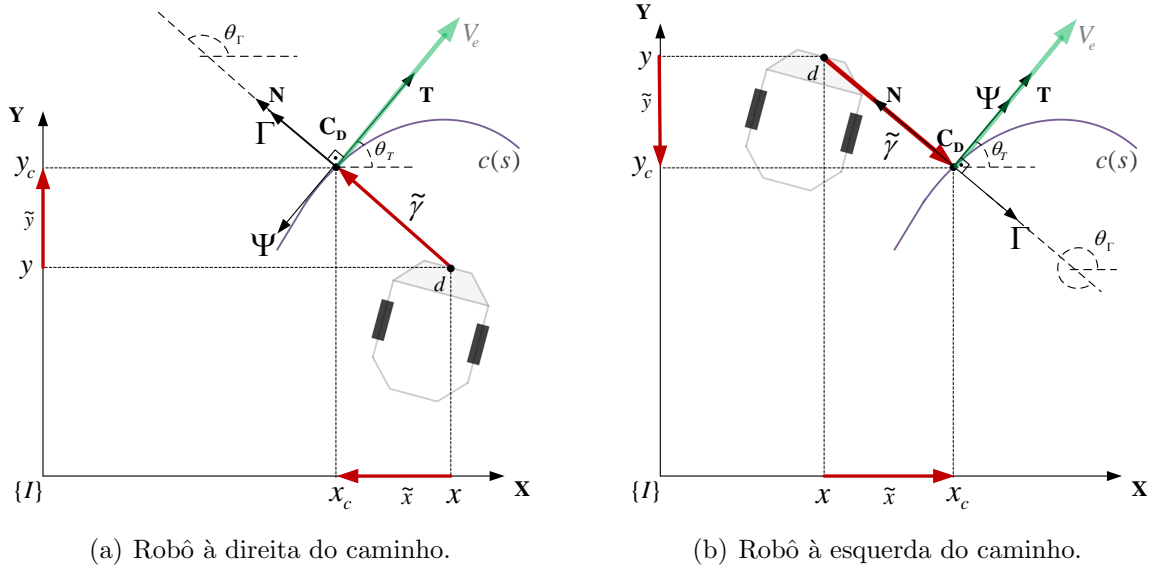


Figura 41: Esboço de um robô seguindo um caminho.

4.3.3 Tarefa de Seguimento de Caminhos com o Robô Inicialmente Deslocado em Relação ao Caminho

Define-se que o robô está deslocado em relação ao caminho quando não há uma projeção ortogonal do ponto de interesse sobre o caminho $c(s)$ (ver Figura 40). Nesta situação o ponto \mathbf{C}_D é o ponto inicial do caminho, lembrando que o ponto \mathbf{C}_D é sempre o ponto do caminho mais próximo do ponto de interesse.

Foi mostrado que o comportamento em malha fechada de $\tilde{\gamma}$ é dado por

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -V_e \cos(\theta_T - \theta_\Gamma) - k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{\gamma} \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{\gamma} \sin^2(\theta_\Gamma). \quad (4.42)$$

Obter o ponto de equilíbrio de (4.42) analiticamente é difícil. Porém, pode-se determinar a região do plano TC_DN onde tal ponto de equilíbrio se localiza. Como $V_e > 0$, $k(\dot{x}_c, \tilde{x}) > 0$, $k(\dot{y}_c, \tilde{y}) > 0$ e lembrando que $\tilde{\gamma} \geq 0$, a condição para que $\dot{\tilde{\gamma}} = 0$ é

$$\cos(\theta_T - \theta_\Gamma) < 0, \quad (4.43)$$

que é o mesmo que

$$\cos(\theta_\Gamma - \theta_T) < 0. \quad (4.44)$$

Assim, a região do plano TC_DN onde está localizado o ponto de equilíbrio é dada por $\theta_T + 90^\circ < \theta_\Gamma < \theta_T + 270^\circ$, ou seja, o ponto de equilíbrio está localizado à direita do eixo normal (ver Figura 42). Em tal região, o ponto \mathbf{C}_D já passa a ser dado pela projeção do ponto de interesse sobre o caminho, e o robô passa a seguir ao caminho conforme foi demonstrado na subseção anterior. Resta determinar se tal ponto de equilíbrio é estável, ou seja, se a região à direita do eixo normal é atrativa.

Propondo-se a função candidata de Lyapunov $U = \frac{1}{2}\tilde{\gamma}^2 > 0$, de acordo com (4.42), sua derivada é

$$\dot{U} = -V_e \cos(\theta_T - \theta_\Gamma)\tilde{\gamma} - k(\dot{x}_c, \tilde{x})\tilde{\gamma}^2 \cos^2(\theta_\Gamma) - k(\dot{y}_c, \tilde{y})\tilde{\gamma}^2 \sin^2(\theta_\Gamma). \quad (4.45)$$

Como $V_e > 0$, $k(\dot{x}_c, \tilde{x}) > 0$, $k(\dot{y}_c, \tilde{y}) > 0$ e $\tilde{\gamma} \geq 0$, a condição para que (4.45) seja definida negativa, comprovando que a região à direita do ponto de interesse é atrativa, é que $\cos(\theta_\Gamma - \theta_T) > 0$, ou seja, que o ponto de interesse esteja localizado à esquerda do eixo normal. Conclui-se, então, que quando o robô inicia o seguimento do caminho distante do mesmo (ponto de interesse à esquerda do eixo normal), ele, o robô, é atraído para a região à direita do eixo normal, e, a partir daí, de fato, o robô passa a seguir o caminho.

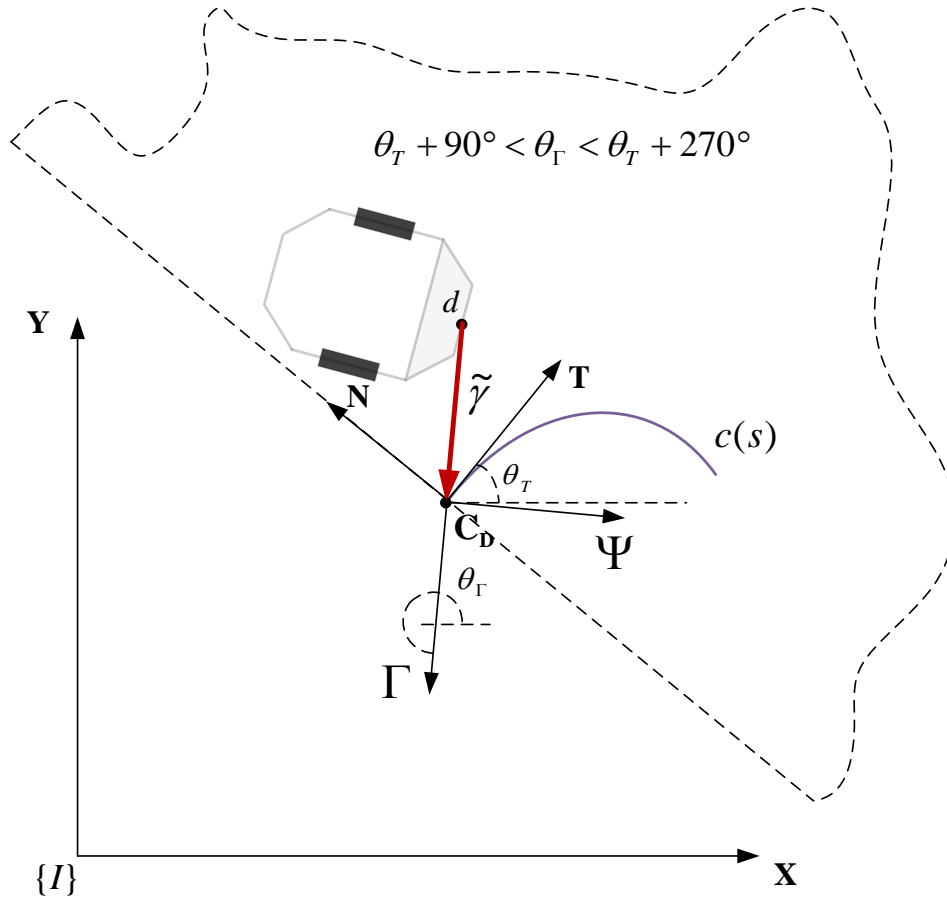


Figura 42: Esboço dos parâmetros utilizados para a prova de estabilidade.

4.4 Resultados Experimentais

O controlador de seguimento de caminhos proposto foi implementado no robô Pioneer 3-DX. Os resultados obtidos são apresentados e comprovam sua eficiência. Levando-se em consideração, além do robô, o espaço de trabalho disponível, estabeleceram-se os seguintes limites de velocidade para os experimentos: $V_{max} = 0,3$ [m/s] e $V_{dmax} = 0,2$ [m/s].

Escolhendo $\eta_1 = 0,025$ [m], $\eta_2 = 0,3$ [m], $\eta_3 = 20$ [m], $e_c = 0,3\sqrt{2}$ [m], $b_1 = 1$ e $c_1 = 1$, os ganhos do controlador são obtidos de acordo com a Tabela 3.

No primeiro experimento, o robô deve seguir um caminho definido por

$$c(s) = (x_c(s) = 0,5s, y_c(s) = s),$$

com a velocidade desejada $V_d = 0,2$ [m/s], e partindo de poses iniciais distintas.

A Figura 43 apresenta os percursos do robô para três poses iniciais distintas. Tais percursos são reconstruído com base na informação de odometria dos robôs. Note-se que

enquanto $|\tilde{n}| > e_c$, independente da pose inicial, o robô se aproxima do caminho seguindo a orientação θ_N . Note-se também que próximo do caminho, a partir de $|\tilde{n}| \leq e_c$, o robô muda de orientação para alcançar o caminho suavemente.

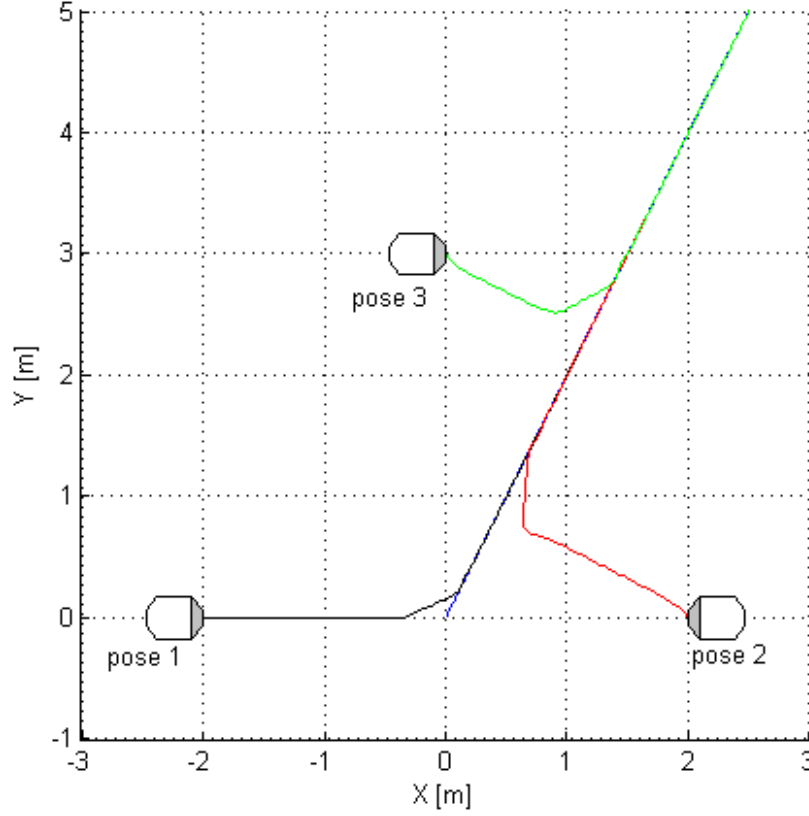


Figura 43: Percursos executados durante o primeiro experimento.

A Figura 44 apresenta a evolução da velocidade do ponto de interesse do robô durante o primeiro experimento, para as três poses iniciais distintas. Observe-se que fora do caminho a velocidade do ponto de interesse é mantida limitada próximo a $V_{max} = 0,3$ [m/s]. Ao atingir o caminho, a velocidade do ponto de interesse vai para o valor desejado $V_d = 0,2$ [m/s].

No segundo experimento, o robô deve atingir o ponto definido por

$$c(s) = (x_c(s) = 0, y_c(s) = 1,5),$$

com $V_d = 0$, e partindo de poses iniciais distintas. A Figura 45 apresenta os percursos seguidos pelo robô, para duas poses iniciais distintas. Tais percursos são reconstruído com base na informação de odometria dos robôs. Note-se que partindo da pose 4 o robô se aproxima do ponto seguindo a orientação θ_N . Já quando parte da pose 5, primeiro o robô efetua um giro para depois se aproximar do ponto alvo seguindo a orientação θ_N .

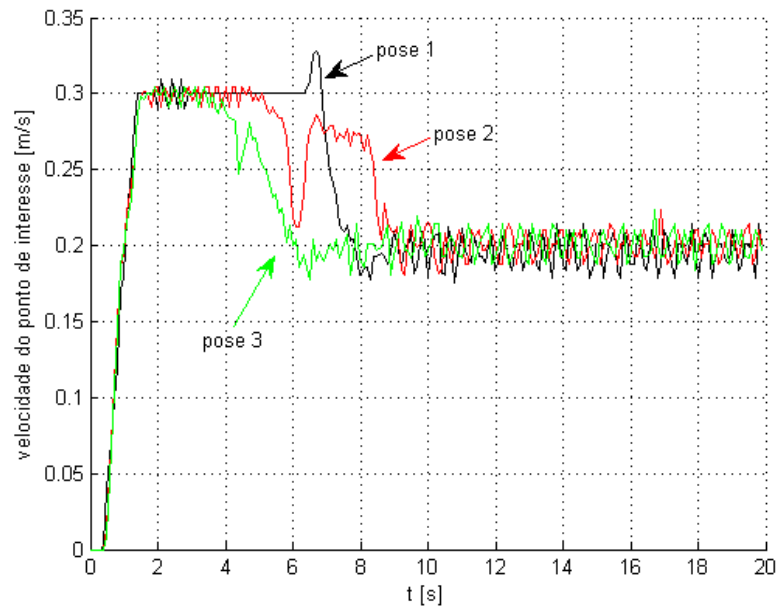


Figura 44: Evolução da velocidade do ponto de interesse durante o primeiro experimento.

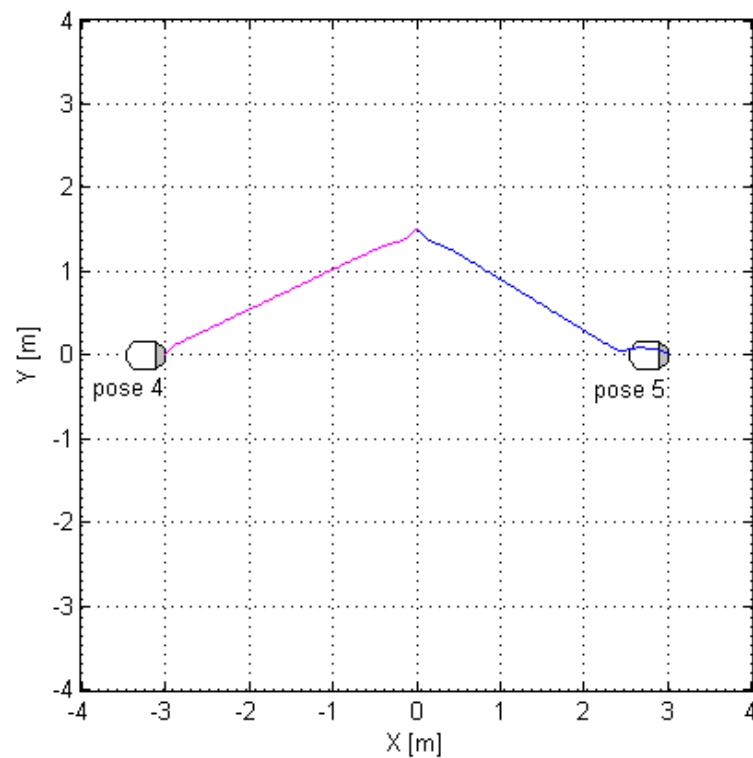


Figura 45: Percursos executados durante o segundo experimento.

A Figura 46 apresenta a evolução da velocidade do ponto de interesse do robô durante o segundo experimento, para as duas poses iniciais distintas. Note-se que a velocidade está limitada a $V_{max} = 0,3$ [m/s], mostrando que o controlador proposto é realmente capaz de limitar a velocidade do ponto de interesse. Note-se também que partindo da pose 5,

durante o giro do robô ($0 < t < 4$ [s]), a velocidade do ponto de interesse não é fixa em $V_{max} = 0,3$ [m/s].

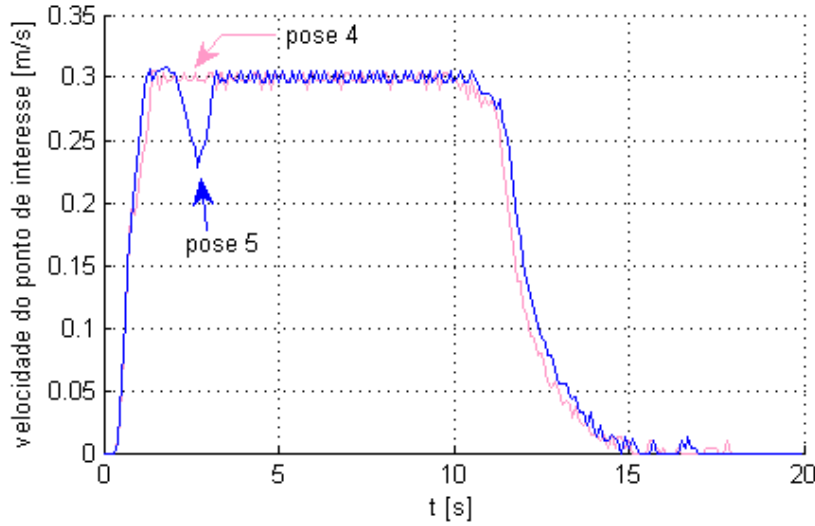
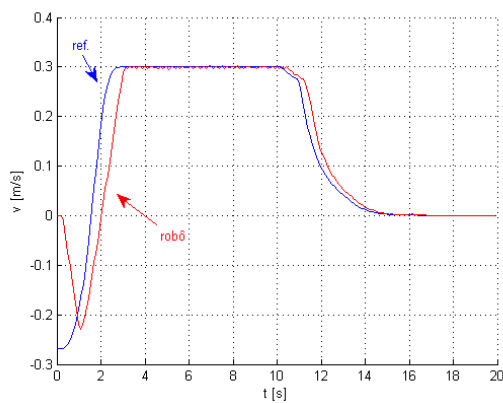
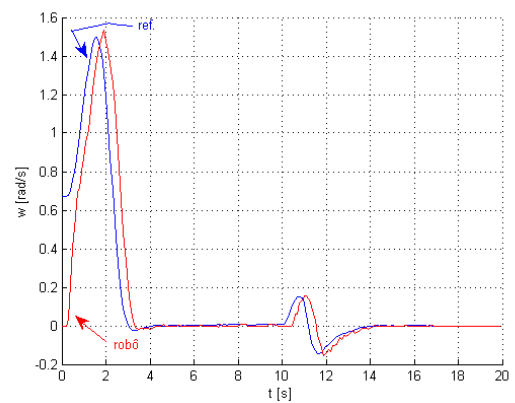


Figura 46: Evolução da velocidade do ponto de interesse durante o segundo experimento.

As velocidades linear e angular desenvolvidas pelo robô que parte da pose 5, durante o posicionamento, são apresentadas nas Figuras 47(a) e 47(b), respectivamente, juntamente com os sinais de referência enviados pelo controlador. Observe-se que inicialmente a velocidade angular do robô é diferente de zero e a velocidade linear é negativa, confirmando que, inicialmente, ele efetua um giro para depois se aproximar do ponto alvo seguindo a orientação θ_N .



(a) Velocidades lineares



(b) Velocidades angulares

Figura 47: Velocidades de referência e desenvolvida pelo robô utilizando-se o controlador de ganhos fixos.

4.5 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou uma proposta de controlador de movimento para robôs uniciclos capaz de realizar tanto a tarefa de posicionamento como a tarefa de seguimento de caminhos.

O controlador de seguimento de caminhos proposto tem a característica de posicionar o robô, percorrendo o caminho mais curto entre sua posição inicial e o ponto alvo. Tal característica é utilizada na tarefa de seguimento de caminhos para aproximar o robô ao caminho programado pela rota mais curta. O controlador proposto ainda apresenta outras vantagens: ele limita a velocidade do robô a um valor especificado, limitando, assim, os sinais de controle, e reduz os efeitos da dinâmica do robô.

O controlador proposto é de fácil implementação, fazendo-o adequado para a implementação em processadores de baixo desempenho, ou, ainda, adequado para a implementação de uma estratégia de controle de formação do tipo centralizada.

5 *Seguimento de Caminhos por Múltiplos Robôs Coordenados*

O principal objetivo desta Tese de Doutorado é o controle coordenado de um grupo de robôs, para que ele navegue mantendo uma formação geométrica definida. Neste contexto, o que se propõe é que o movimento da formação seja definido de forma global, com base no espaço do agrupamento, o que é tratado neste capítulo.

Muitos trabalhos planejam o movimento da formação desejada usando uma estrutura com vários pares de robôs, sendo um robô líder e outro seguidor (TANNER; PAPPAS; KUMAR, 2004; GHOMMAM et al., 2010; GHOMMAM; MEHRJERDI; SAAD, 2013; CONSOLINI et al., 2012). Em tais trabalhos a geometria e a orientação da formação é dada indiretamente pela especificação de relações não triviais entre cada par robô líder e robô seguidor. Além disso, para cada nova forma ou orientação desejada para a formação se faz necessário obter novas relações entre cada par de robô líder e robô seguidor. Já na abordagem relatada em (EGERSTEDT; HU, 2001), cada robô segue um elemento virtual, cujo movimento é regido por funções que definem a forma da formação. Neste último trabalho também se observa que não é trivial obter as funções que regem o movimento dos elementos virtuais, principalmente se é desejável o controle da orientação da formação.

Diferente dos trabalhos relatados anteriormente, a solução aqui proposta para o seguimento de caminhos por uma formação triangular de robôs é uma solução genérica para qualquer forma ou orientação desejada, permitindo o fácil controle da formação. Cabe ao usuário somente especificar a forma, a orientação e o caminho desejados para a formação. Ressalte-se que, apesar da Tese tratar de uma formação de três robôs, a solução proposta é replicável para o controle de formações com mais elementos.

5.1 Controle de Formação na Literatura

O problema de controle de formação de robôs móveis trata do problema de controlar as posições relativas dos robôs pertencentes a um grupo para que o ele se mova como um todo, com uma forma geométrica específica (RAMPINELLI, 2010).

Os principais métodos de controle de formação explorados na literatura são: o método baseado em comportamento (BALCH; ARKIN, 1998; GAZI; PASSINO, 2003; ANTONELLI; ARRICHIELLO; CHIAVERINI, 2009), o método líder-seguidor (TANNER; PAPPAS; KUMAR, 2004; GHOMMAM et al., 2010; GHOMMAM; MEHRJERDI; SAAD, 2013; CONSOLINI et al., 2012; DESAI; OSTROWSKI; KUMAR, 1998; BRANDÃO, 2008; TANNER; PAPPAS; KUMAR, 2004) e o método baseado em estrutura virtual (TAN; LEWIS, 1996; EGERSTEDT; HU, 2001; RAMPINELLI et al., 2009).

5.1.1 Método Baseado em Comportamento

Nas abordagens baseadas em comportamento, vários comportamentos básicos, tais como evitar colisões, desviar de obstáculos, manter a formação, navegar em direção ao destino desejado, são previamente definidos para cada robô.

Em tal método, o sinal de controle recebido por cada robô da formação provém de uma média ponderada dos sinais de controle associados a cada comportamento desejado. A ponderação da média depende da informação recebida pelos sensores do robô a cada instante. Enquanto isto pode tornar o sistema tolerante a falhas, projetar comportamentos que produzam uma forma específica para a formação é um problema difícil, e, portanto, não é trivial de se garantir que a formação irá convergir para uma configuração desejada (BEARD; LAWTON; HADAEGH, 2001).

5.1.2 Método Líder-seguidor

No método líder-seguidor, um robô definido como o líder da formação é responsável por guiar todos os robôs que compõem o grupo, chamados de seguidores. Enquanto o robô líder navega executando uma tarefa dada, os outros o seguem, considerando-o como um ponto de referência.

No método líder-seguidor, o comportamento do grupo é diretamente especificado pelo comportamento de um único elemento, no caso o robô líder, o que torna este método de fácil implementação. Entretanto, devido ao importante papel do líder nesse método,

qualquer falha desse ente prejudicará todo o sistema e comprometerá a realização da tarefa programada. Além disso, neste método não há uma realimentação explícita do estado da formação. Por exemplo, caso o robô líder se mova mais rápido que os robôs seguidores, a formação não será composta (BEARD; LAWTON; HADAEGH, 2001).

5.1.3 Método Baseado em Estruturas Virtuais

O conceito de estrutura virtual foi primeiramente definido e utilizado em (TAN; LEWIS, 1996). Neste tipo de abordagem, a formação é tratada como uma estrutura virtual rígida, cujos vértices são definidos pelas posições dos robôs. Qualquer movimento programado para a estrutura virtual rígida deve resultar em comandos de movimento individuais para cada robô da formação.

A implementação desta abordagem é semelhante ao método líder-seguidor, exceto que, nesse caso, cada líder passa a ser um ponto virtual situado no espaço de trabalho (EGERSTEDT; HU, 2001).

Neste método, o comportamento da formação é regido pela entidade virtual, que a priori não possui falhas (a menos que o sistema de processamento do controle falhe), tornando-o mais interessante que o método líder-seguidor. Além disso, neste tipo de abordagem há propostas com realimentação explícita do estado da formação (RAMPINELLI et al., 2009) e outras não (EGERSTEDT; HU, 2001).

5.1.4 Estrutura de Espaço de Agrupamento

Estrutura de espaço de agrupamento (*cluster space framework*) é uma formulação geral para especificação, controle e monitoramento de formações de múltiplos robôs móveis proposta por Kitts e Mas (2009). Nesta técnica, um sistema composto por n robôs é considerado como sendo uma entidade única, denominada agrupamento (*cluster*). Todo movimento da formação de n robôs é especificado utilizando variáveis que descrevem o agrupamento, podendo ser a forma do agrupamento, o tamanho do agrupamento, a posição do agrupamento e a orientação do agrupamento.

A utilização da formulação de estrutura de espaço de agrupamento oferece uma abstração em relação ao controle, permitindo a um usuário especificar o movimento da formação desejada (controle de alto nível) sem a necessidade de especificar os movimentos individuais de cada robô (controle de baixo nível). Estes dois níveis de controle estão relacionados através de transformações cinemáticas, as quais permitem que as variáveis de

estado do espaço de agrupamento sejam convertidas diretamente em variáveis de estado do espaço de robôs, e vice-versa.

Trabalhos recentes utilizam a formulação de estrutura de espaço de agrupamento na solução de questões referentes à execução de tarefas por sistemas multirrobôs: Mas, Petrovic e Kitts (2008) utilizam a teoria para realizar o controle de posição e o controle de seguimento de trajetória de um sistema multirrobôs composto por 3 robôs; Mas et al. (2009) utilizam a teoria para realizar a tarefa de escolta e patrulhamento ao redor de um alvo móvel, e Rampinelli et al. (2009) propõem um esquema multicamadas para controlar a trajetória de formações com n robôs móveis ($n > 3$) utilizando tal formulação.

5.2 Coordenação de um Sistema de Três Robôs

Neste trabalho, as variáveis utilizadas para representar uma formação triangular, inspiradas nos trabalhos de Rampinelli (2010) e Mas (2011), são apresentadas na Figura 48. A posição da formação é definida por $\mathbf{P}_F = [x_F \ y_F]$, onde (x_F, y_F) representa a posição do centróide da formação triangular. Já os parâmetros, que são definidos em função do caminho, estão agrupados no vetor $\mathbf{S}_F = [\phi_F \ p_F \ q_F \ \beta_F]$, cujos parâmetros representam, respectivamente, a orientação da formação em relação ao referencial fixo $\{I\}$, a distância entre os robôs Rb_1 e Rb_2 , a distância entre os robôs Rb_1 e Rb_3 , e o ângulo de abertura da formação $Rb_2\hat{R}b_1Rb_3$. Note-se que, a formação triangular é totalmente definida pelo vetor $\mathbf{Q} = [\mathbf{P}_F \ \mathbf{S}_F]^T$.

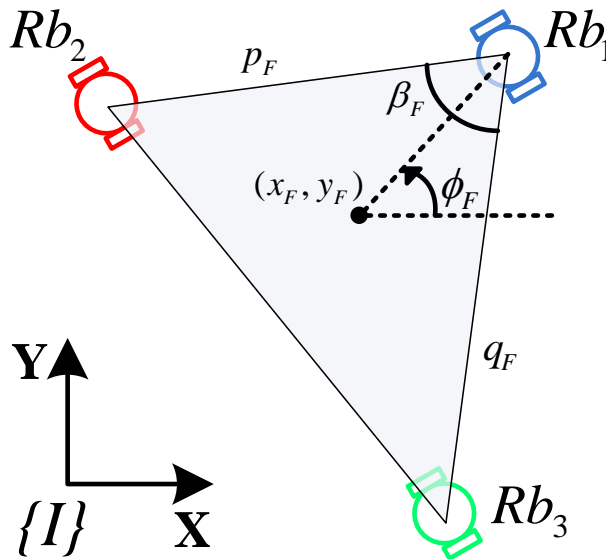


Figura 48: Variáveis de formação.

5.2.1 Transformações Cinemáticas de Posição

Sendo $\mathbf{h}_i = [x_i \ y_i]^T$ o vetor que representa a posição do robô Rb_i em relação ao sistema de referência fixo $\{I\}$, então o vetor que representa as variáveis de estados dos robôs é dado por $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^T \ \mathbf{h}_2^T \ \mathbf{h}_3^T]^T$. A relação entre as variáveis de formação e a posição \mathbf{h}_i de cada robô é expressa pelas transformações cinemáticas direta e inversa. Dado o vetor \mathbf{H} , o vetor \mathbf{Q} é obtido pela transformação direta de posição $\mathbf{Q} = f(\mathbf{H})$. Dado o vetor \mathbf{Q} , o vetor \mathbf{H} é obtido pela transformação inversa de posição $\mathbf{H} = g(\mathbf{Q})$.

A transformação cinemática direta $\mathbf{Q} = f(\mathbf{H})$, de acordo com a Figura 48, é dada por

$$f(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} \frac{x_1+x_2+x_3}{3} \\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3} \\ \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{(2/3)x_1 - (1/3)(x_2+x_3)}{(2/3)y_1 - (1/3)(y_2+y_3)} \\ \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2} \\ \sqrt{(x_1-x_3)^2 + (y_1-y_3)^2} \\ \arccos \frac{p_F^2 + q_F^2 - r_F^2}{2p_F q_F} \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

onde $r_F = \sqrt{(x_2-x_3)^2 + (y_2-y_3)^2}$ representa a distância entre os robôs Rb_2 e Rb_3 (RAMPINELLI, 2010).

Por sua vez, a transformação cinemática inversa $\mathbf{H} = g(\mathbf{Q})$ é dada por

$$g(\mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} x_F + \frac{2}{3}h_F \sin \psi \\ y_F + \frac{2}{3}h_F \cos \psi \\ x_F + \frac{2}{3}h_F \sin \psi - p_F \sin(\alpha + \psi) \\ y_F + \frac{2}{3}h_F \cos \psi - p_F \cos(\alpha + \psi) \\ x_F + \frac{2}{3}h_F \sin \psi + q_F \sin(\beta_F - \alpha - \psi) \\ y_F + \frac{2}{3}h_F \cos \psi - q_F \cos(\beta_F - \alpha - \psi) \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

onde $l_F = \sqrt{p_F^2 + q_F^2 - 2p_F q_F \cos \beta_F}$, $h_F = \sqrt{\frac{1}{2}(p_F^2 + q_F^2 - \frac{1}{2}l_F^2)}$, $\alpha = \arccos \frac{p_F^2 + h_F^2 - (1/4)l_F^2}{2p_F h_F}$ e $\psi = \frac{\pi}{2} - \phi_F$ (RAMPINELLI, 2010).

5.2.2 Transformações Cinemáticas de Velocidade

Tomando a derivada temporal das transformações cinemáticas de posição, pode-se obter as transformações cinemáticas de velocidade, as quais mapeiam as relações de velocidade entre os dois espaços de estados, \mathbf{Q} e \mathbf{H} . Ou seja, através de

$$\dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{J}(\mathbf{H})\dot{\mathbf{H}} \quad (5.3)$$

se obtém as derivadas temporais das variáveis do agrupamento em função das velocidades dos robôs, e através de

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{J}(\mathbf{Q})\dot{\mathbf{Q}} \quad (5.4)$$

se obtém as velocidades dos robôs em função das derivadas temporais das variáveis do agrupamento, sendo $\mathbf{J}(\mathbf{H})$ e $\mathbf{J}(\mathbf{Q})$, respectivamente, a matriz jacobiana direta e a matriz jacobiana inversa, calculadas segundo as equações

$$\mathbf{J}(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{H})_{11}}{\partial \mathbf{H}_{11}} & \frac{\partial f(\mathbf{H})_{11}}{\partial \mathbf{H}_{21}} & \cdots & \frac{\partial f(\mathbf{H})_{11}}{\partial \mathbf{H}_{61}} \\ \frac{\partial f(\mathbf{H})_{21}}{\partial \mathbf{H}_{11}} & \frac{\partial f(\mathbf{H})_{21}}{\partial \mathbf{H}_{21}} & \cdots & \frac{\partial f(\mathbf{H})_{21}}{\partial \mathbf{H}_{61}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{H})_{61}}{\partial \mathbf{H}_{11}} & \frac{\partial f(\mathbf{H})_{61}}{\partial \mathbf{H}_{21}} & \cdots & \frac{\partial f(\mathbf{H})_{61}}{\partial \mathbf{H}_{61}} \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

e

$$\mathbf{J}(\mathbf{Q}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{11}}{\partial \mathbf{Q}_{11}} & \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{11}}{\partial \mathbf{Q}_{21}} & \cdots & \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{11}}{\partial \mathbf{Q}_{61}} \\ \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{21}}{\partial \mathbf{Q}_{11}} & \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{21}}{\partial \mathbf{Q}_{21}} & \cdots & \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{21}}{\partial \mathbf{Q}_{61}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{61}}{\partial \mathbf{Q}_{11}} & \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{61}}{\partial \mathbf{Q}_{21}} & \cdots & \frac{\partial g(\mathbf{Q})_{61}}{\partial \mathbf{Q}_{61}} \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

5.2.3 Estratégia de Coordenação

A estratégia adotada para fazer com que a formação triangular de robôs siga um caminho determinado baseia-se na modelagem do movimento do centróide da formação pelas mesmas equações que modelam o movimento de um robô controlado por um controlador de seguimento de caminhos, ou seja, a posição do centróide da formação corresponderá à posição de um robô virtual, que tem a tarefa de seguir o caminho programado (ver Figura 49). À medida que o robô virtual segue o caminho proposto, os robôs reais são forçados a mudar suas respectivas posições, para atender à nova formação estabelecida.

Observe-se que, diferente do robô virtual, que segue um caminho, os robôs reais devem seguir uma trajetória, uma vez que, para manter a estrutura virtual, os robôs reais devem assumir uma determinada posição para cada instante de tempo (cada robô deve assumir uma determinada velocidade). Observe-se, também, que para garantir que a formação seja estabelecida é necessário impor um limite de velocidade para o robô virtual inferior ao limite de velocidade estabelecido para os robôs reais .

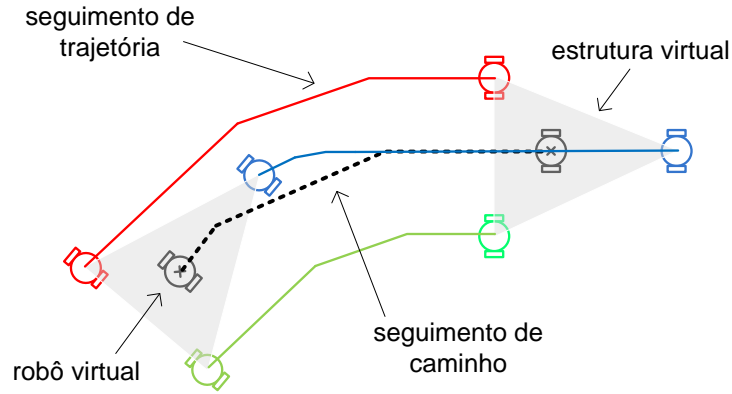


Figura 49: Esboço que retrata a estratégia de seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados.

A Figura 50 apresenta o diagrama de blocos da estratégia de coordenação proposta. As variáveis de entrada do sistema são: o caminho programado $c(s)$, a velocidade desejada de deslocamento da formação $V_F(s)$, a orientação e a forma requerida para a formação $\mathbf{S}_F(s)$, além de sua derivada $\frac{d\mathbf{S}_F(s)}{ds}$. Todas as variáveis de entrada são definidas em termos da variável paramétrica s . Deste modo, tanto a velocidade como a forma desejada para a formação são programadas em função do caminho, ou seja, elas dependem da posição que a formação ocupa ao longo do caminho.

O controlador de seguimento de caminhos utilizado é aquele apresentado na Capítulo 4. Vale lembrar que a variável de saída do controlador de seguimento de caminhos $s_d(t)$ define uma posição do caminho desejada para o robô virtual (ou para a formação). O comportamento temporal da velocidade desejada para a formação é dado por

$$V_F(t) = V_F(s_d(t)). \quad (5.7)$$

As equações que regem a cinemática do robô virtual são aquelas apresentadas na subseção 2.1.1. A posição inicial do robô virtual é determinada pelo centróide do triângulo formado pelas posições iniciais dos robôs reais, já sua orientação inicial foi adotada sempre igual a zero. Caso inicialmente os robôs reais estejam completamente alinhados, adota-se a posição do robô Rb_1 como a posição inicial do robô virtual.

Os parâmetros de \mathbf{Q} e $\dot{\mathbf{Q}}$ são gerados de acordo com pseudo-deslocamento do robô virtual. De acordo com a Figura 50, a posição da formação $\mathbf{P}_F(t)$ é definida pela posição atual do robô virtual $\mathbf{h}_F(t)$, ou seja, $\mathbf{P}_F(t) = \mathbf{h}_F(t) = [x_F(t) \ y_F(t)]^T$, e o vetor $\mathbf{Q}_D(t)$ é formado pelo agrupamento de $\mathbf{P}_F(t)$ e $\mathbf{S}_F(t)$, ou seja, $\mathbf{Q}_D(t) = [\mathbf{P}_F^T(t) \ \mathbf{S}_F^T(t)]^T$. Sendo que o comportamento temporal para a forma desejada é dada por

$$\mathbf{S}_F(t) = \mathbf{S}_F(s_d(t)) = [\phi_F(s_d(t)) \ p_F(s_d(t)) \ q_F(s_d(t)) \ \beta_F(s_d(t))]. \quad (5.8)$$

À medida que a formação se move, a derivada dos parâmetros de forma é calculada como $\dot{\mathbf{S}}_F(t) = \frac{d\mathbf{S}_F}{ds} \frac{ds}{dt}$. O vetor $\dot{\mathbf{Q}}_F(t)$ é formado agrupando $\dot{\mathbf{P}}_F(t)$ e $\dot{\mathbf{S}}_F(t)$, ou seja, $\dot{\mathbf{Q}}_F(t) = [\dot{\mathbf{P}}_F^T(t) \ \dot{\mathbf{S}}_F^T(t)]^T$, onde $\dot{\mathbf{P}}_F(t) = \dot{\mathbf{h}}_F(t) = [\dot{x}_F(t) \ \dot{y}_F(t)]^T$ é a velocidade do robô virtual.

Uma vez que $\mathbf{Q}_D(t)$ e $\dot{\mathbf{Q}}_D(t)$ estão compostos, as posições e as velocidades adequadas dos robôs para que a formação desejada seja mantida são calculadas usando as transformações cinemáticas inversas. Elas são dados por

$$\mathbf{H}_D = [\mathbf{h}_{D1}(t) \ \mathbf{h}_{D2}(t) \ \mathbf{h}_{D3}(t)]^T = g(\mathbf{Q}_D), \quad (5.9)$$

e

$$\dot{\mathbf{H}}_D = [\dot{\mathbf{h}}_{D1}(t) \ \dot{\mathbf{h}}_{D2}(t) \ \dot{\mathbf{h}}_{D3}(t)]^T = \mathbf{J}(\mathbf{Q}_D)\dot{\mathbf{Q}}_D, \quad (5.10)$$

sendo \mathbf{H}_D o vetor que representa as posições dos robôs que definem a formação desejada e $\dot{\mathbf{H}}_D$ o vetor das velocidades desejadas para os robôs em tais posições.

O controlador de seguimento de trajetória utilizado é aquele apresentado no Capítulo 3. Tal controlador é capaz de fazer com que o robô siga uma trajetória com erros de seguimento que convergem para zero. Uma vez que as posições atuais dos robôs \mathbf{H}_A convergem para as posições adequadas \mathbf{H}_D , a formação desejada é estabelecida.

Por fim, observe-se que a estrutura de controle proposta também pode ser utilizada para guiar uma formação de robôs durante um seguimento de trajetória, sendo necessário somente a troca do controlador de seguimento de caminhos por um controlador de seguimento de trajetória. Além disso, como o controlador de seguimento de caminhos utilizado também é capaz de posicionar o robô virtual, a estratégia de coordenação proposta também é apta a posicionar uma formação.

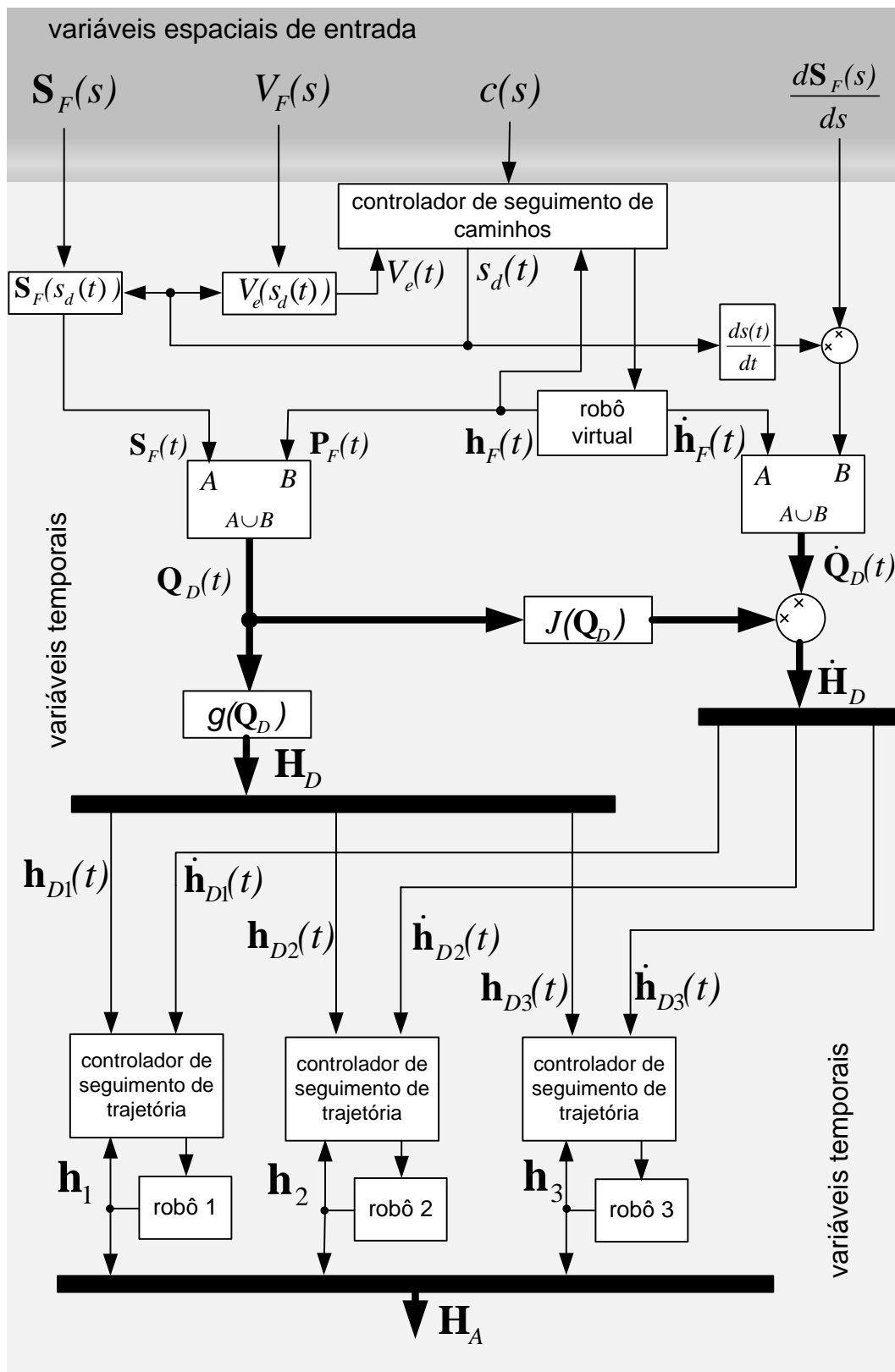


Figura 50: Diagrama de blocos da estratégia de coordenação proposta.

5.3 Simulação da Estratégia de Seguimento de Caminho por Múltiplos Robôs

Para ilustrar o funcionamento da estratégia de seguimento de caminho por múltiplos robôs coordenados foram realizadas duas simulações, utilizando o modelo dinâmico do robô Pioneer, apresentado na subseção 2.1.3.

Para o projeto dos controladores de seguimento de trajetória utilizados nas simulações foram estabelecidos os seguintes limites de velocidade: $T_{V_{max}} = 0,3$ [m/s], $R_{V_{max}} = 0,4$ [m/s] e $V_{pos} = 0,3$ [m/s]. Além disso, escolheu-se $\eta_1 = 0,025$ [m], $\eta_2 = 0,3$ [m], $\eta_3 = 20$ [m] e $a_1 = 2$. Consequentemente, os ganhos dos controladores de seguimento de trajetória são obtidos de acordo com a Tabela 1. Para o projeto do controlador de seguimento de caminho utilizado nas simulações foram estabelecidos os seguintes limites de velocidade: $V_{max} = 0,2$ [m/s] e $V_{dmax} = 0,1$ [m/s]. Além disso, escolheu-se $\eta_1 = 0,025$ [m], $\eta_2 = 0,3$ [m], $\eta_3 = 20$ [m], $e_c = 0,3\sqrt{2}$ [m], $b_1 = 1$ e $c_1 = 1$. Consequentemente, os ganhos do controlador de seguimento de caminhos são obtidos de acordo com a Tabela 3.

5.3.1 Primeira Simulação

Na primeira simulação, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que uma formação siga um caminho reto dado por $c(s) = (x(s), y(s))$, sendo $x(s) = s$ e $y(s) = 1$. A forma desejada para a formação ao longo do caminho é definida por: $\phi_F(s) = 20^\circ$, $p_F(s) = q_F(s) = 2,5$ [m] e $\beta_F(s) = 57,37^\circ$. Além disso, a velocidade desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $V_e(s) = 0,1$ [m/s].

Nesta simulação, a postura inicial do robô Rb_1 é dada por $x_1 = 2,0$ [m], $y_1 = 0$ [m] e $\psi_1 = 180^\circ$, a postura inicial do robô Rb_2 é dada por $x_2 = -1$ [m], $y_2 = 0,5$ [m] e $\psi_2 = 90^\circ$ e a postura inicial do robô Rb_3 é dada por $x_3 = -1$ [m], $y_3 = 1$ [m] e $\psi_3 = 30^\circ$, sendo ψ_1 , ψ_2 e ψ_3 respectivamente a orientação do robô Rb_1 , Rb_2 e Rb_3 .

A Figura 51 apresenta o caminho percorrido pelos robôs reais durante a simulação, e resalta a formação em três instante de tempo. A Figura 52 apresenta o erro de dimensão do lado p da formação, \tilde{p}_F . A Figura 53 apresenta o erro de dimensão do lado q da formação, \tilde{q}_F . A Figura 54 apresenta o erro de orientação da formação, $\tilde{\phi}_F$. Já a Figura 55 apresenta o erro de abertura da formação, $\tilde{\beta}_F$. Observe-se que, inicialmente, os robôs reais estão fora de formação, convergindo para a forma desejada à medida que o robô virtual se aproxima do caminho programado.

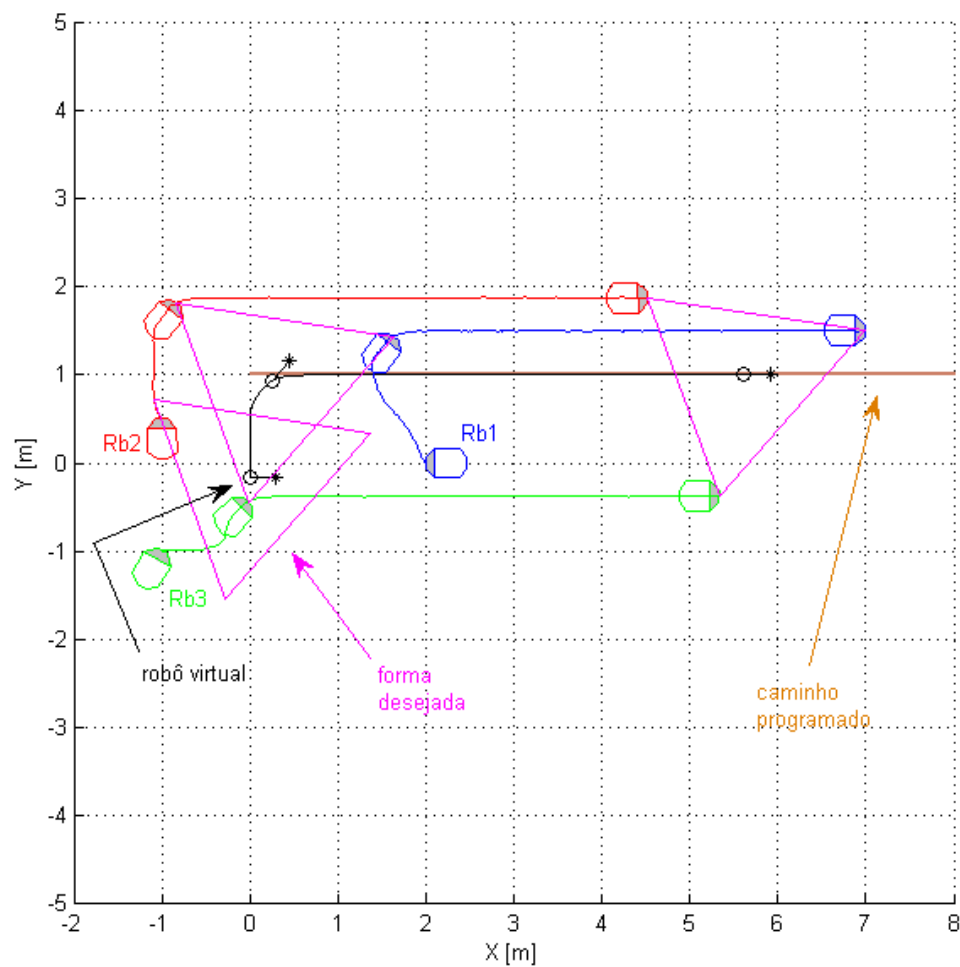


Figura 51: Simulação da estratégia de coordenação: caminho percorrido pelos robôs.

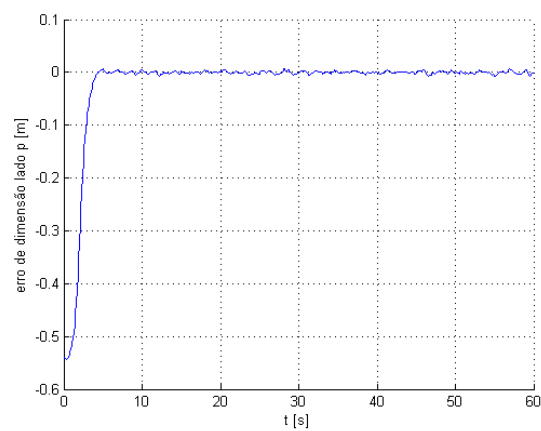


Figura 52: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

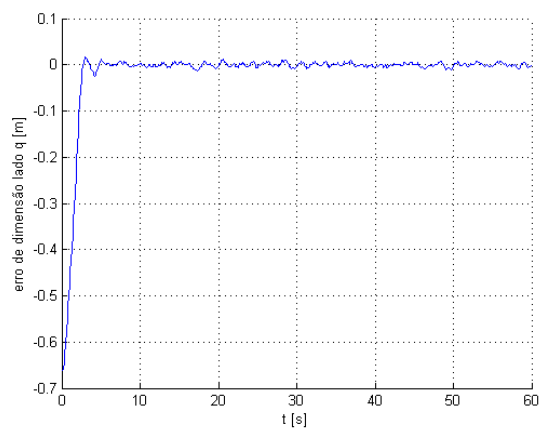


Figura 53: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

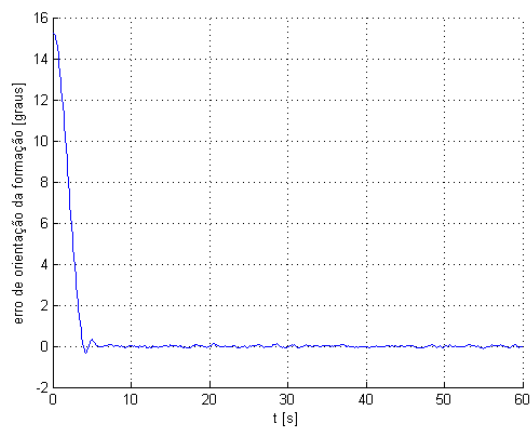


Figura 54: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de orientação da formação.

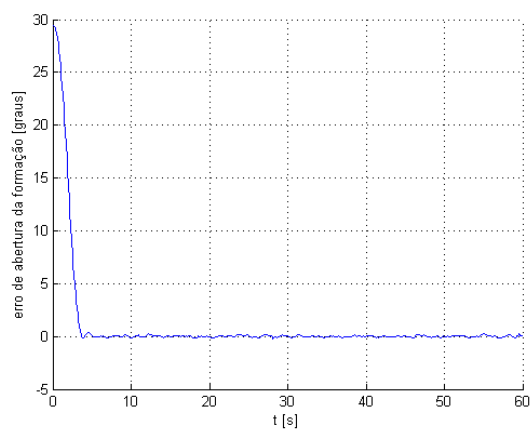


Figura 55: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de abertura da formação.

5.3.2 Segunda Simulação

Na segunda simulação, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que uma formação siga um caminho reto dado por $c(s) = (x(s), y(s))$, sendo $x(s) = s$ e $y(s) = 0$. A orientação desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $\phi_F(s) = 0^\circ$. A velocidade desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $V_F(s) = 0,1 \text{ [m/s]}$. A abertura da formação, ao longo do caminho, é dada por $\beta_F(s) = 60^\circ$, e as dimensões dos lados p e q da formação são dados por

$$p_F(s) = q_F(s) = \begin{cases} 3 \text{ [m]}, & s \leq 3; \\ 0,75(s - 3) + 3 \text{ [m]}, & 3 < s \leq 5; \\ 1,5 \text{ [m]}, & 5 < s \leq 9; \\ 0,75(s - 9) + 1,5 \text{ [m]}, & 9 < s \leq 11; \\ 3 \text{ [m]}, & s > 11. \end{cases}$$

Observe-se que $p_F(s)$ e $q_F(s)$ foram estabelecidos considerando que há uma passagem mais estreita ao longo do caminho, como ilustra a Figura 56.

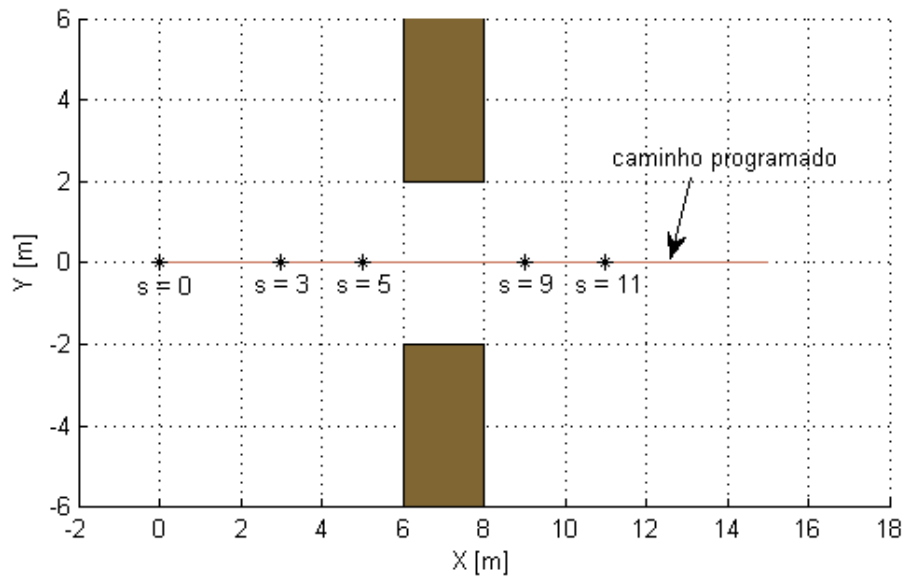


Figura 56: Simulação da estratégia de coordenação: caminho programado.

A Figura 57 apresenta o caminho percorrido pelos robôs reais durante a simulação da estratégia, e resalta a formação em três instante de tempo. A postura inicial do robô Rb_1 é dada por $x_1 = 1,732$ [m], $y_1 = 0$ [m] e $\psi_1 = 0^\circ$, a postura inicial do robô Rb_2 é dada por $x_2 = -0,866$ [m], $y_2 = 1,5$ [m] e $\psi_2 = 0^\circ$, e a postura inicial do robô Rb_3 é dada por $x_3 = -0,866$ [m], $y_3 = -1,5$ [m] e $\psi_3 = 0^\circ$. Observe-se que foi programada uma redução do tamanho da formação para permitir sua passagem pelo estreitamento mostrado, e que aqui não foi usada nenhuma estratégia específica para o desvio de obstáculos, o que será introduzido adiante, na sequência do trabalho.

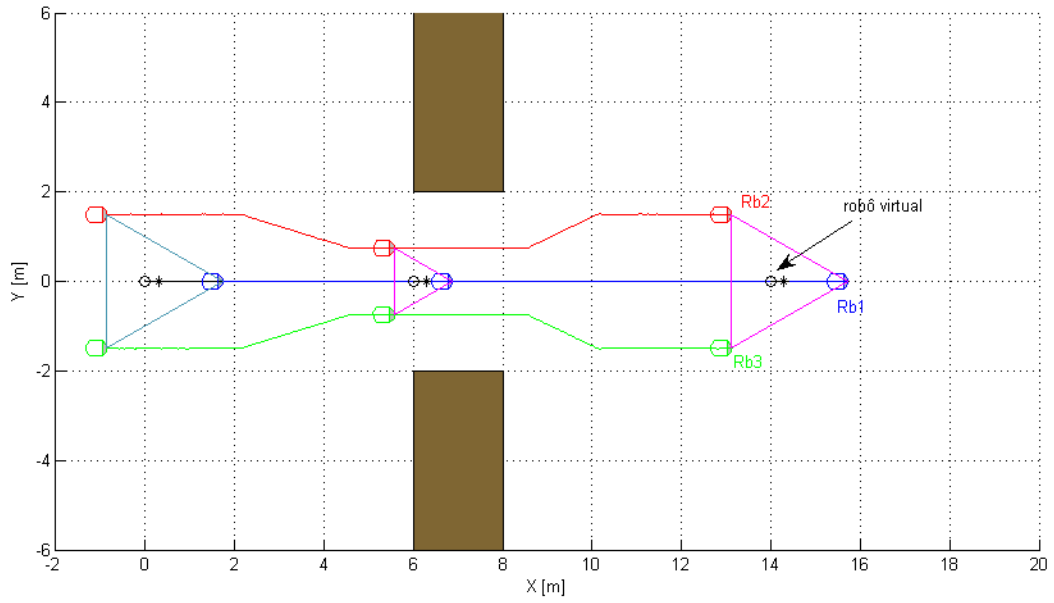


Figura 57: Simulação da estratégia de coordenação: caminho percorrido pelos robôs.

A Figura 58 apresenta o erro de dimensão do lado p da formação, \tilde{p}_F , e a Figura 59 apresenta o erro de dimensão do lado q da formação, \tilde{q}_F . Já, a Figura 60 apresenta o erro de orientação da formação $\tilde{\phi}_F$, enquanto a Figura 61 apresenta o erro de abertura da formação, $\tilde{\beta}_F$. Observe-se que os robôs estão iniciando o movimento já em formação, e os erros dos parâmetros de formação permanecem próximos de zero, com exceção de quatro picos que ocorrem nos erros \tilde{p}_F e \tilde{q}_F . Estes picos ocorrem quando o robô virtual alcança os pontos do caminho para $s = 3$, $s = 5$, $s = 9$ e $s = 11$, nos quais as velocidades lineares e angulares dos robôs reais são alteradas para atender a uma nova condição de formação. Tais erros ocorrem devido à dinâmica do robô, que impede que as novas referências de velocidade lineares e angulares sejam atingidas instantaneamente.

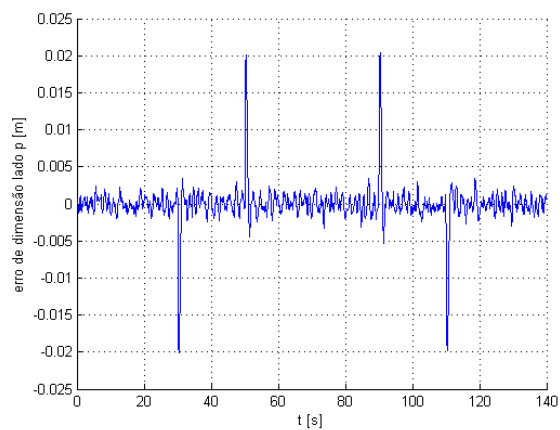


Figura 58: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

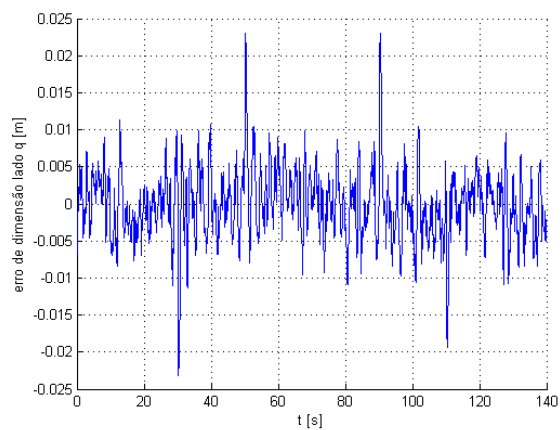


Figura 59: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

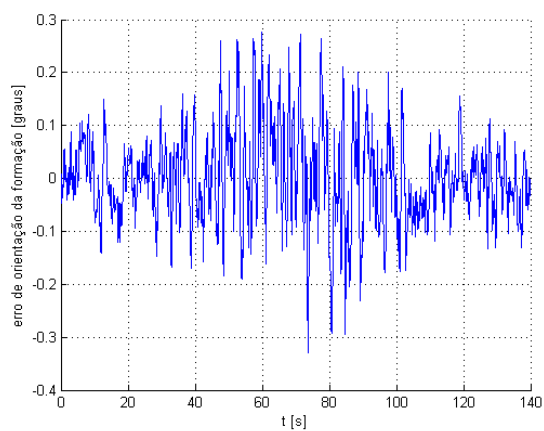


Figura 60: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de orientação da formação.

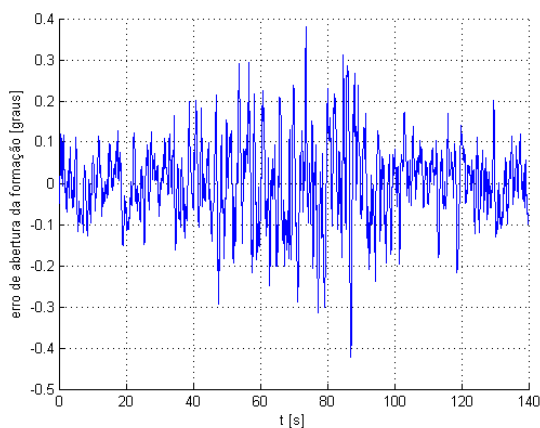


Figura 61: Simulação da estratégia de coordenação: evolução do erro de abertura da formação.

5.4 Experimentos Utilizando a Estratégia de Seguimento de Caminho por Múltiplos Robôs

Nesta seção, quatro experimentos são apresentados com o intuito de ilustrar a eficiência da estratégia proposta. A solução aqui proposta para o problema de seguimento de caminho por uma formação de robôs foi implementada utilizando três robôs móveis, dois Pioneer 3-DX e um Pioneer 3-AT, todos eles com computador de bordo.

A estrutura de controle implementada foi do tipo centralizada. O controlador de seguimento de caminho, o robô virtual, o cálculo das transformadas cinemáticas inversas, os três controladores de seguimento de trajetória, ou seja, todos os elementos de controle, foram implementados em uma única estação de trabalho (computador Core i5 com 4G de memória RAM). Via uma rede local *wireless* a estação de trabalho recebe as posições dos robôs e retorna as velocidades linear e angular de referência para os robôs (entregue aos computadores de bordo), como mostra a Figura 62. O computador de bordo se comunica com a placa de controle de baixo nível dos robôs Pioneer, recebendo a odometria dos mesmos e informando as velocidades lineares e angulares de referência.

A estratégia de coordenação foi implementada utilizando a linguagem MATLAB e uma ferramenta própria de integração entre MATLAB e os robôs Pioneer, desenvolvida pelo Instituto de Automática da Universidade Nacional de San Juan - Argentina (INAUT). Conforme apresenta a Figura 63, a ferramenta desenvolvida se integra ao MATLAB através de uma memória compartilhada. O software MATLAB é capaz de ler as posições dos robôs que estão contidas na memória compartilhada, além de escrever na mesma as referências de velocidade. Por sua vez, a ferramenta de integração é capaz de

ler da memória compartilhada as referências de velocidade, além de escrever na mesma as posições dos robôs. Outra função da ferramenta própria de integração é o gerenciamento da rede local *wireless*.

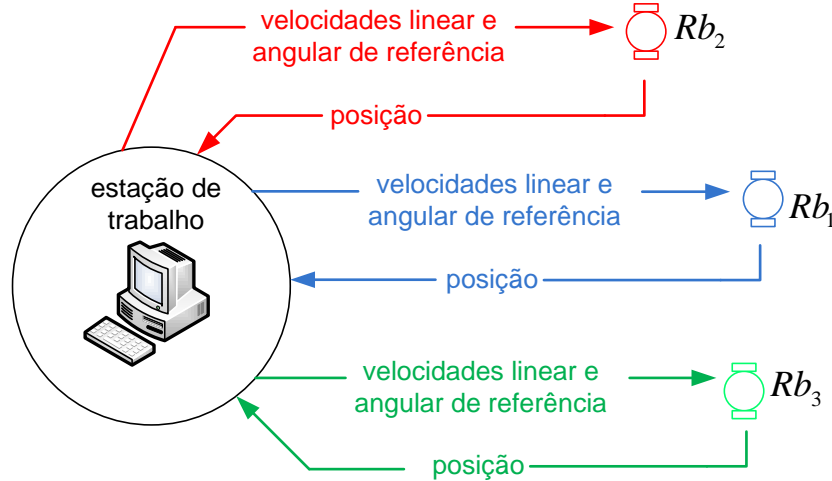


Figura 62: Controle centralizado.

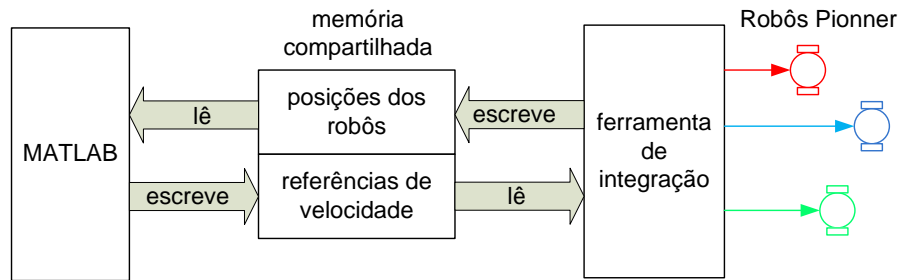


Figura 63: Esquema de integração entre os robôs Pioneer e o MATLAB.

Conforme apresenta o diagrama de tempo da Figura 64, o MATLAB e a ferramenta de integração processam as informações simultaneamente, porém não sincronamente entre si. A ferramenta de integração atualiza as posições dos robôs (escreve na memória) e informa as velocidades de referência para os robôs (lê da memória) a cada 50 [ms]. Já o MATLAB lê as posições dos robôs a cada 100 [ms], e a partir daí processa as informações e atualiza as velocidades de referência (escreve na memória). O tempo gasto pela estação de trabalho entre ler as posições, processá-las e atualizar as referências de velocidade dos robôs é definido como tempo de processamento t_p . Os controladores de seguimento de trajetória e seguimento de caminhos aqui desenvolvidos são suficientemente simples para que o tempo de processamento t_p seja pequeno.

Por fim, o controlador de seguimento de caminhos e os controladores de seguimento de trajetória utilizados nos experimentos, que serão apresentados a seguir, são idênticos àqueles utilizados na simulação.

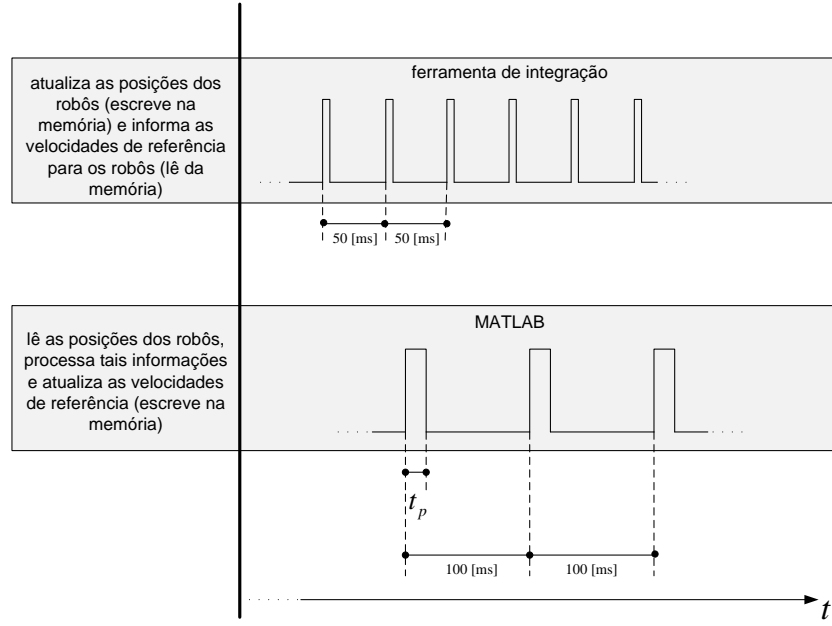


Figura 64: Diagrama de tempo das ações da ferramenta de integração e do MATLAB.

5.4.1 Experimento 1

Neste primeiro experimento, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que uma formação siga um caminho reto dado por $c(s) = (x(s), y(s))$, sendo $x(s) = s$ e $y(s) = 1, 0$. A orientação desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $\phi_F(s) = 20^\circ$. A velocidade desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $V_e(s) = 0, 1$ [m/s]. A abertura da formação, ao longo do caminho, é dada por $\beta_F(s) = 57, 37^\circ$ e as dimensões dos lados da formação são $p = q = 2, 5$ [m]. A postura inicial do robô Rb_1 é dada por $x_1 = 1, 8$ [m], $y_1 = 0$ [m] e $\psi_1 = 0^\circ$. Já a postura inicial do robô Rb_2 é dada por $x_2 = -0, 30$ [m], $y_2 = 1, 2$ [m], e $\psi_2 = 0^\circ$, e a postura inicial do robô Rb_3 é dada por $x_3 = 0, 3$ [m], $y_3 = -1, 2$ [m] e $\psi_3 = 0^\circ$.

A Figura 65 apresenta o caminho percorrido pelos robôs reais durante o experimento 1, ressaltando a forma da formação em três instante de tempo: $t = 0$ [s], $t = 8$ [s] e $t = 50$ [s]. Inicialmente, a forma da formação não é a desejada. A forma desejada é alcançada à medida que os robôs se aproximam do caminho planejado, o que ocorre em torno de $t = 8$ [s]. Observe-se que, de maneira vantajosa, o centróide da formação (robô virtual), inicialmente se aproxima pela normal ao caminho (pela menor distância), e, na sequência, assume gradativamente a direção do caminho. Isso se dá devido ao uso do controlador de seguimento de caminhos apresentado no Capítulo 4. Cabe ressaltar também que, neste e nos próximos experimentos apresentados ao longo deste capítulo, o percurso percorrido pelo robô é reconstruído com base na informação de sua odometria.

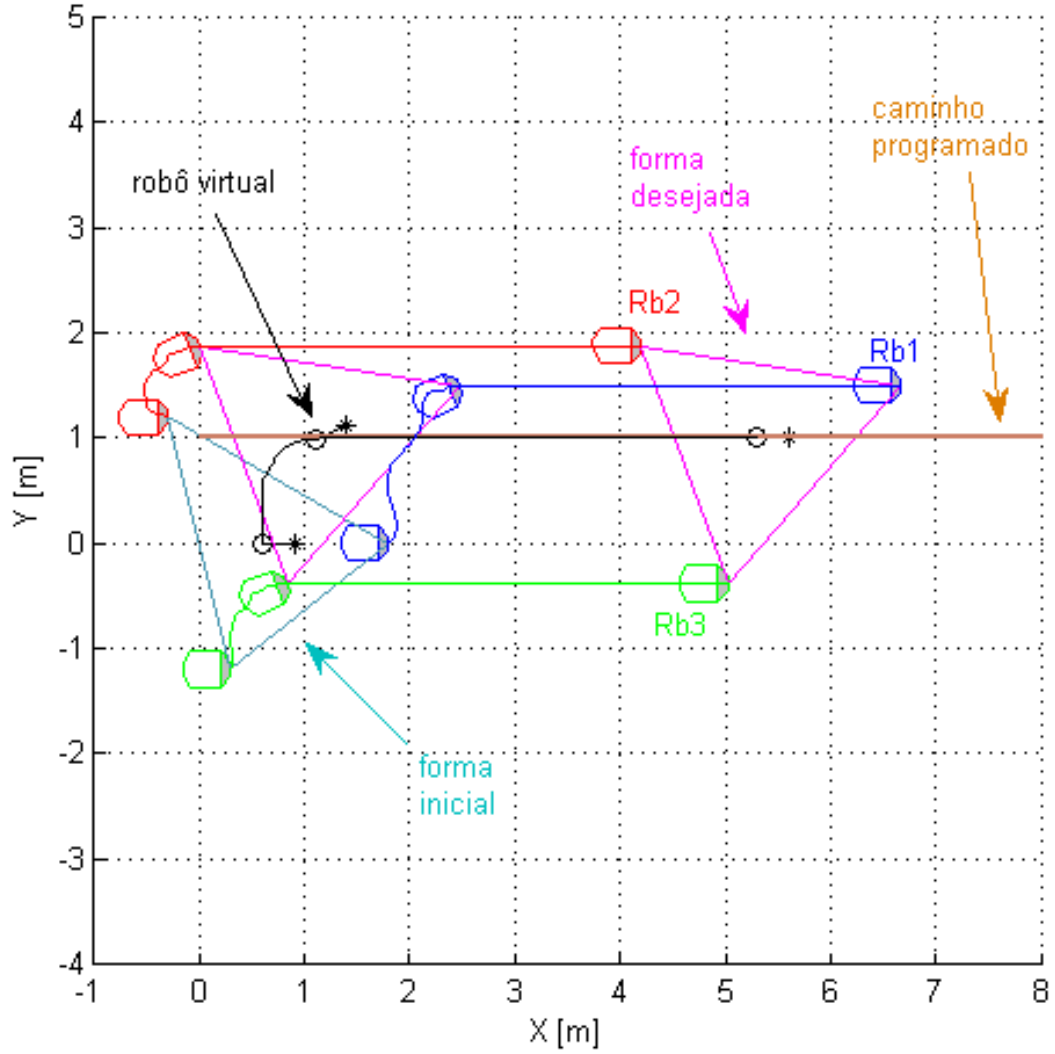


Figura 65: Experimento 1: caminho percorrido pelos robôs.

As Figuras 66, 67, 68 e 69 apresentam, respectivamente, a evolução do erro de dimensão do lado p , a evolução do erro de dimensão do lado q , a evolução do erro de orientação da formação $\tilde{\phi}_F$ e a evolução do erro de abertura da formação $\tilde{\beta}_F$. Observe-se que todos esses erros convergem para zero.

A Figura 70 apresenta a evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação em relação ao caminho. Pode-se observar que a formação alcança o caminho programado em $t = 8$ [s].

A Figura 71 apresenta o tempo de processamento dos 50 primeiros ciclos de processamento executados pela estação de trabalho durante a realização do primeiro experimento. Observe-se que, com exceção do primeiro ciclo de processamento, que foi realizado em 16,9 [ms], os demais 49 ciclos foram realizados com menos de 2 [ms].

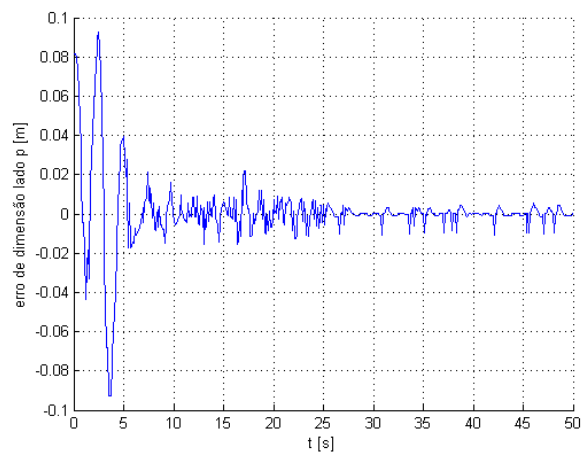


Figura 66: Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

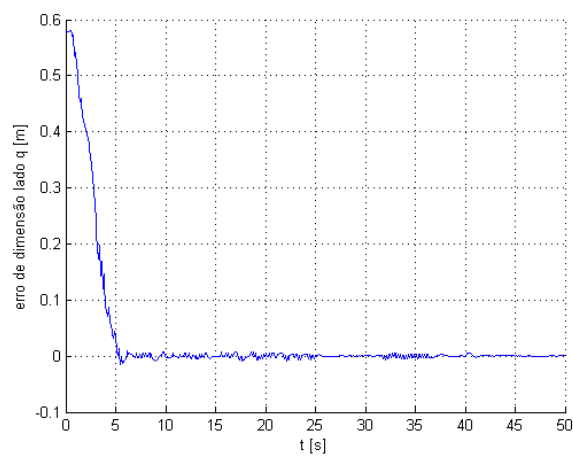


Figura 67: Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

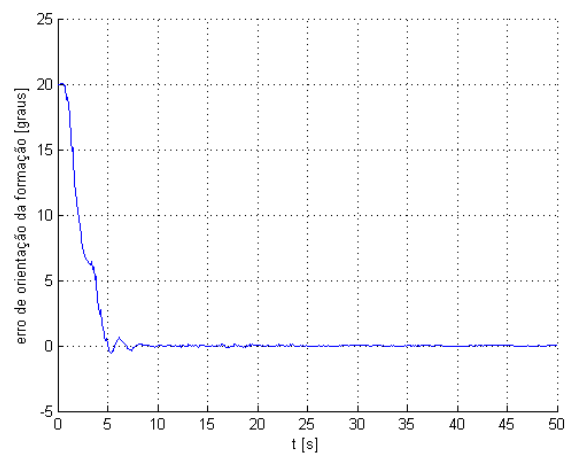


Figura 68: Experimento 1: evolução do erro de orientação da formação.

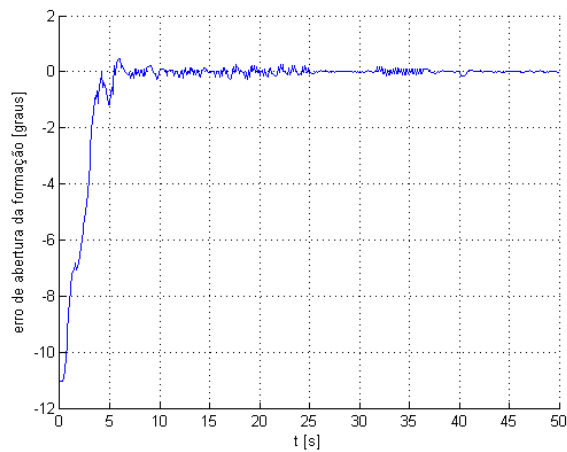


Figura 69: Experimento 1: evolução do erro de abertura da formação.

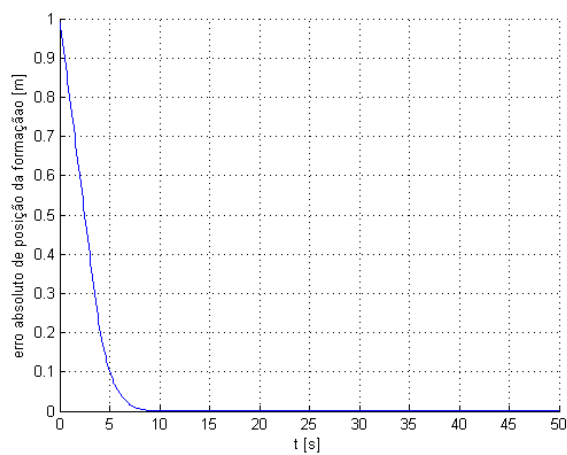


Figura 70: Experimento 1: evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação.

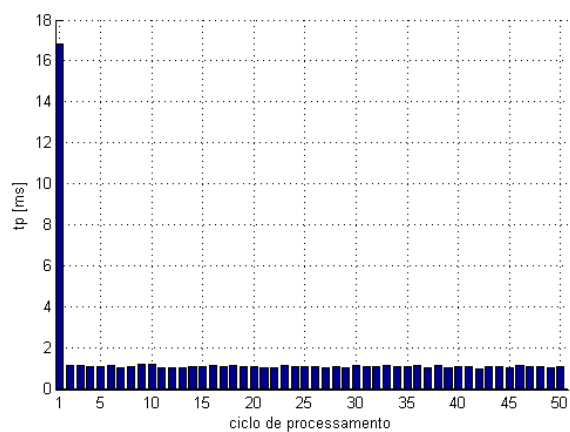


Figura 71: Experimento 1: tempo de processamento.

5.4.2 Experimento 2

Neste segundo experimento, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que uma formação siga um caminho reto dado por $c(s) = (x(s), y(s))$, sendo $x(s) = s$ e $y(s) = 0$. A orientação desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $\phi_F(s) = 0^\circ$. A velocidade desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $V_e(s) = 0,1$ [m/s]. As dimensões dos lados da formação são dados por $p = q = 2,35$ [m], e a abertura da formação, ao longo do caminho, é dada por

$$\beta_F(s) = \begin{cases} 45^\circ, & s \leq 2; \\ 15(s - 2) + 45, & 2 < s \leq 4; \\ 75^\circ, & s > 4. \end{cases}$$

A postura inicial do robô Rb_1 é dada por $x_1 = 1,77$ [m], $y_1 = 0$ [m] e $\psi_1 = 0^\circ$. Já a postura inicial do robô Rb_2 é dada por $x_2 = -0,4$ [m], $y_2 = 0,9$ [m] e $\psi_2 = 0^\circ$, e a postura inicial do robô Rb_3 é dada por $x_3 = -0,4$ [m], $y_3 = -0,9$ [m] e $\psi_3 = 0^\circ$.

A Figura 72 apresenta o caminho percorrido pelos robôs reais durante o segundo experimento, e resalta a formação em três instantes de tempo, em $t = 0$ [s], em $t = 25$ [s] e em $t = 50$ [s]. Observe-se que o experimento comprova que a forma da formação pode ser programada em função do caminho.

As Figuras 73, 74, 75 e 76 apresentam, respectivamente, a evolução do erro de dimensão do lado p , a evolução do erro de dimensão do lado q , a evolução do erro de orientação da formação $\tilde{\phi}_F$ e a evolução do erro de abertura da formação $\tilde{\beta}_F$ durante o segundo experimento. Observe-se que todos os erros permanecem próximo de zero.

A Figura 77 apresenta o tempo de processamento dos 50 primeiros ciclos de processamento executados pela estação de trabalho durante a realização do segundo experimento. Observe-se que, com exceção do primeiro ciclo de processamento, que foi realizado em 15,1 [ms], os demais 49 ciclos foram realizados com menos de 2 [ms].

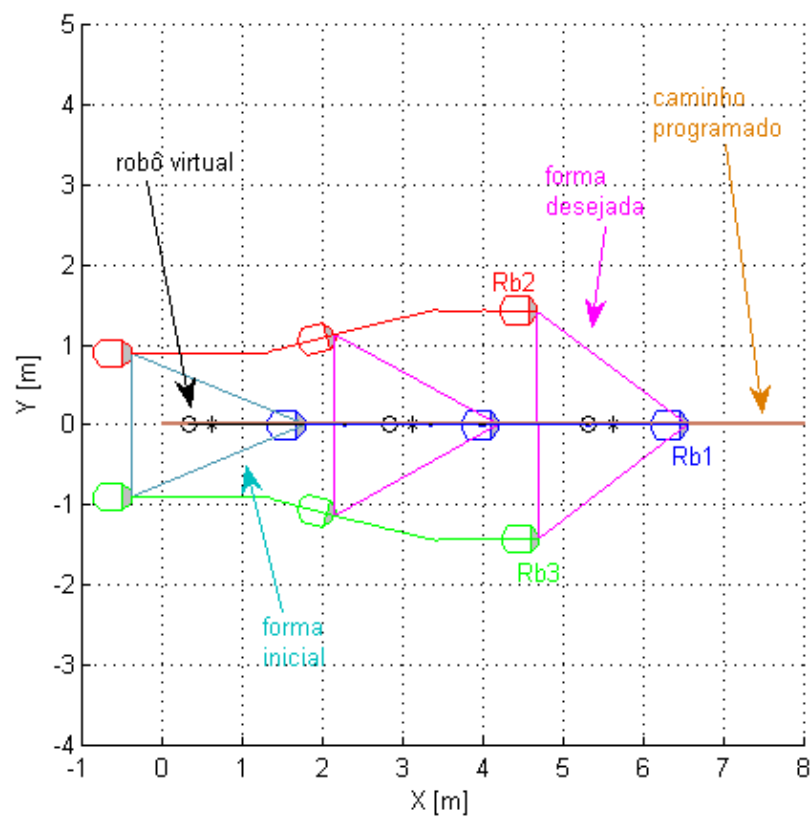


Figura 72: Experimento 2: caminho percorrido pelos robôs.

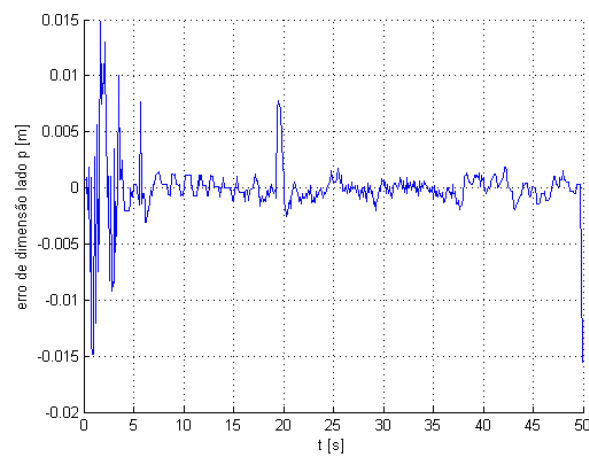


Figura 73: Experimento 2: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

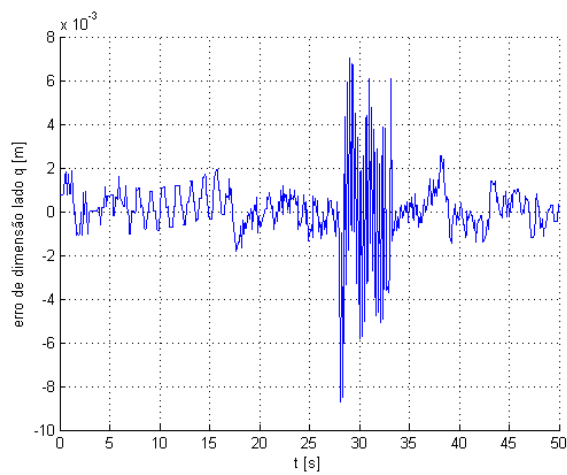


Figura 74: Experimento 2: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

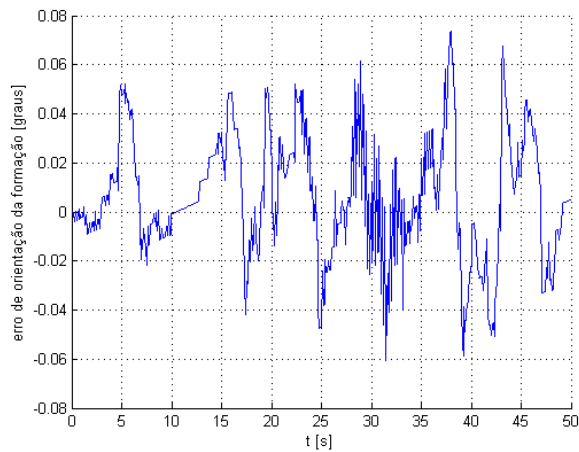


Figura 75: Experimento 2: evolução do erro de orientação da formação.

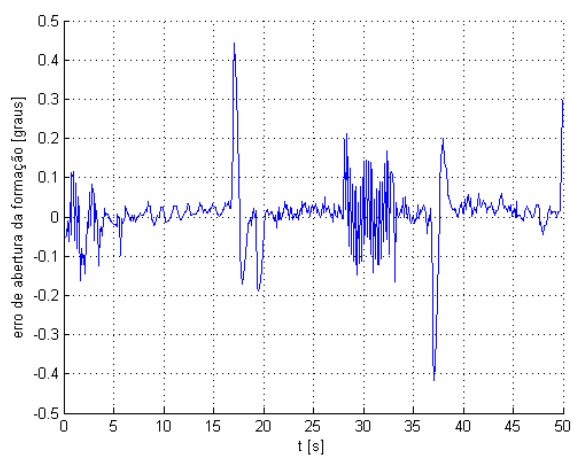


Figura 76: Experimento 2: evolução do erro de abertura da formação.

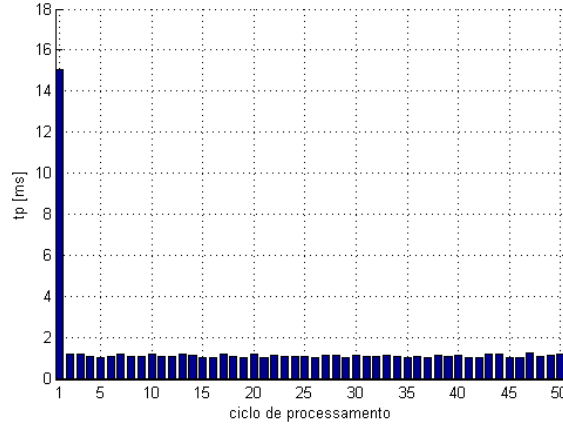


Figura 77: Experimento 2: tempo de processamento.

5.4.3 Experimento 3

No terceiro experimento, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que uma formação siga um caminho circular dado por $c(s) = (x(s), y(s))$, sendo $x(s) = -2 \cos(\frac{1}{100}s) + 4$ e $y(s) = 2 \sin(\frac{1}{100}s)$. A orientação desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $\phi_F(s) = -90^\circ$. A velocidade desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $V_e(s) = 0,1$ [m/s]. A abertura da formação, ao longo do caminho, é dada por $\beta_F(s) = 57,37^\circ$, e as dimensões dos lados da formação são $p = q = 2,5$ [m]. A postura inicial do robô Rb_1 é dada por $x_1 = 0,2$ [m], $y_1 = -0,09$ [m] e $\psi_1 = 0^\circ$. Já a postura inicial do robô Rb_2 é dada por $x_2 = 1,4$ [m], $y_2 = 2,1$ [m] e $\psi_2 = 0^\circ$ e a postura inicial do robô Rb_3 é dada por $x_3 = -1,0$ [m], $y_3 = 2,1$ [m] e $\psi_3 = 0^\circ$.

A Figura 78 apresenta o caminho percorrido pelos robôs reais durante o terceiro experimento, e ressalta a formação em dois instantes de tempo, em $t = 0$ [s] e $t = 50$ [s]. Inicialmente os robôs reais estão em formação, mas distantes do caminho programado. Observe-se que os robôs se aproximam do caminho programado mantendo a forma desejada.

As Figuras 79, 80, 81 e 82 apresentam, respectivamente, a evolução do erro de dimensão do lado p , a evolução do erro de dimensão do lado q , a evolução do erro de orientação da formação, $\tilde{\phi}_F$, e a evolução do erro de abertura da formação, $\tilde{\beta}_F$. Observe-se que todos esses erros são próximos de zero.

A Figura 83 apresenta a evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação em relação ao caminho. Nela pode-se observar que a formação alcança o caminho programado em $t = 11$ [s].

A Figura 84 apresenta o tempo de processamento dos 50 primeiros ciclos de processamento executados pela estação de trabalho durante a realização do terceiro experimento. Observe-se que, com exceção do primeiro ciclo de processamento, que foi realizado em 14,4 [ms], os demais 49 ciclos foram realizados com menos de 2 [ms].

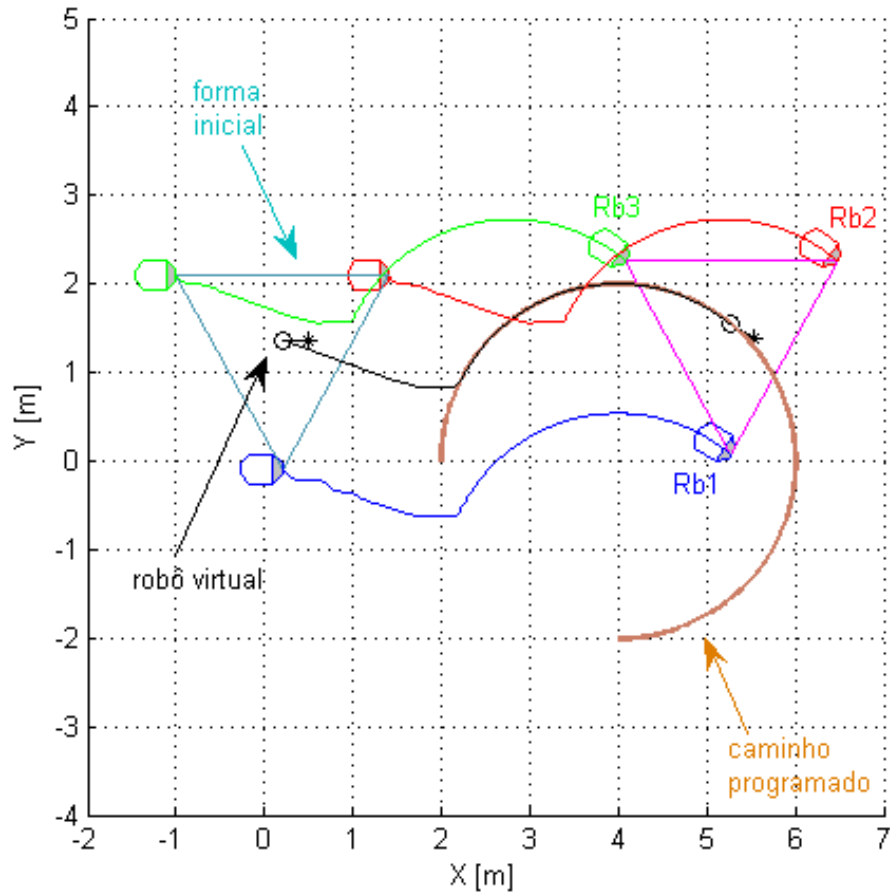


Figura 78: Experimento 3: caminho percorrido pelos robôs.

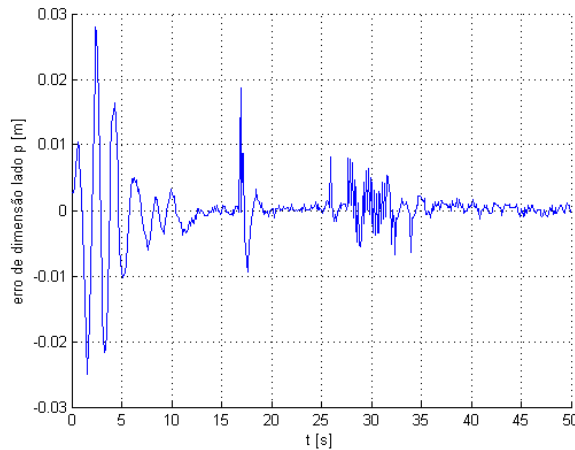


Figura 79: Experimento 3: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

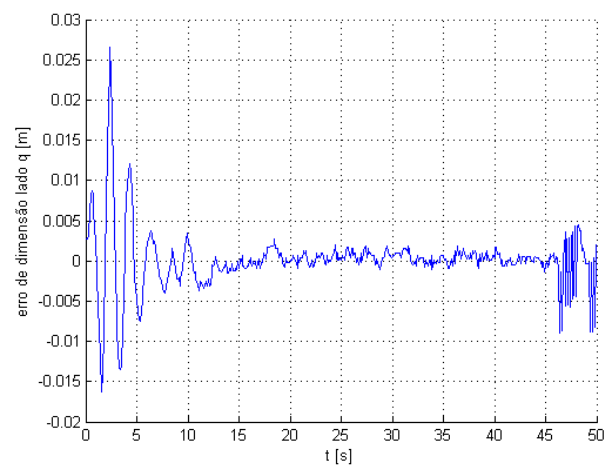


Figura 80: Experimento 3: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

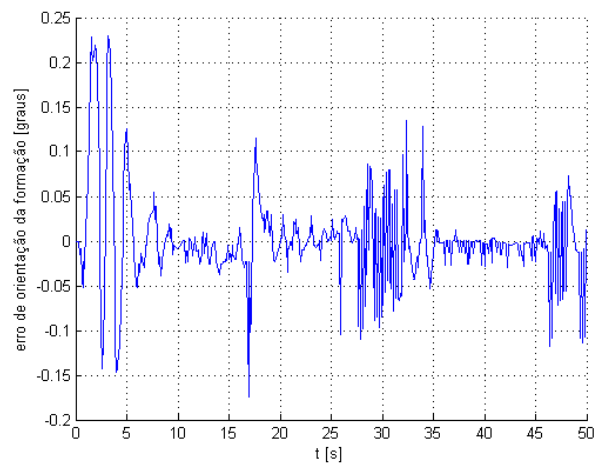


Figura 81: Experimento 3: evolução do erro de orientação da formação.

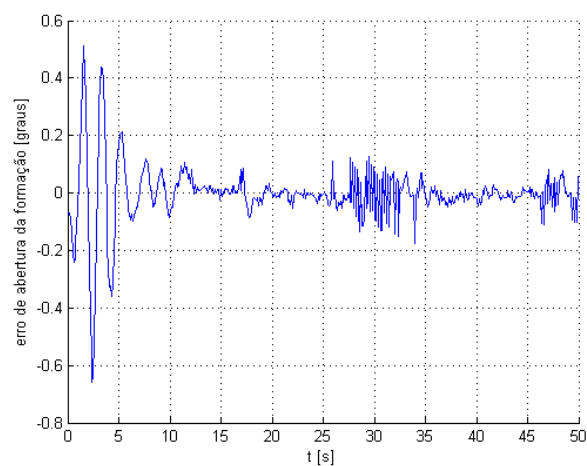


Figura 82: Experimento 3: evolução do erro de abertura da formação.

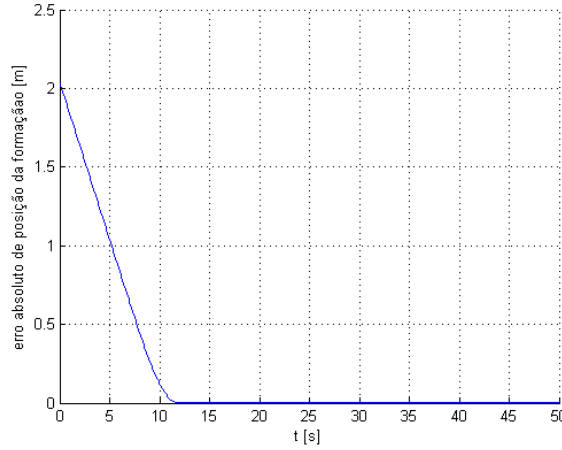


Figura 83: Experimento 3: evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação.

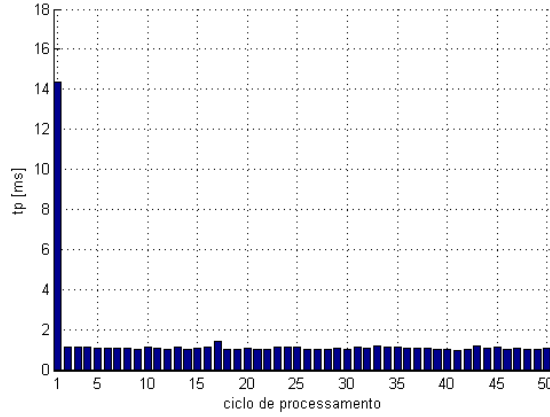


Figura 84: Experimento 3: tempo de processamento.

5.4.4 Experimento 4

Neste quarto experimento, a estratégia de coordenação proposta é utilizada para fazer com que a formação alcance o ponto definido por $c(s) = (x_c(s) = 4, 0, y_c(s) = 1, 0)$ com $V_F(s) = 0$. Deseja-se que a formação siga para o ponto alvo com a seguinte forma: $\phi_F(s) = 0^\circ$, $p(s) = q(s) = 2, 5$ [m] e $\beta_F(s) = 60^\circ$. A postura inicial do robô Rb_1 é dada por $x_1 = 1, 8$ [m], $y_1 = 0$ [m] e $\psi_1 = 0^\circ$. Já a postura inicial do robô Rb_2 é dada por $x_2 = -0, 3$ [m], $y_2 = 1, 2$ [m] e $\psi_2 = 0^\circ$ e a postura inicial do robô Rb_3 é dada por $x_3 = -0, 3$ [m], $y_3 = -0, 6$ [m] e $\psi_3 = 0^\circ$.

A Figura 85 apresenta o caminho percorrido pelos robôs reais durante o quarto experimento, e ressalta a formação inicial e a formação final já posicionada corretamente no ponto alvo.

As Figuras 86, 87, 88 e 89 apresentam, respectivamente, a evolução do erro de dimensão do lado p , a evolução do erro de dimensão do lado q , a evolução do erro de orientação da formação, $\tilde{\phi}_F$, e a evolução do erro de abertura da formação, $\tilde{\beta}_F$. Já a Figura 83 apresenta a evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação ao ponto alvo. Em tais figuras pode-se observar que em $t = 8$ [s] a formação já está com a forma desejada (todos erros de forma já são iguais a zero), e que em $t = 21$ [s] a formação atinge o ponto alvo (erro absoluto de posição do centróide da formação igual a zero).

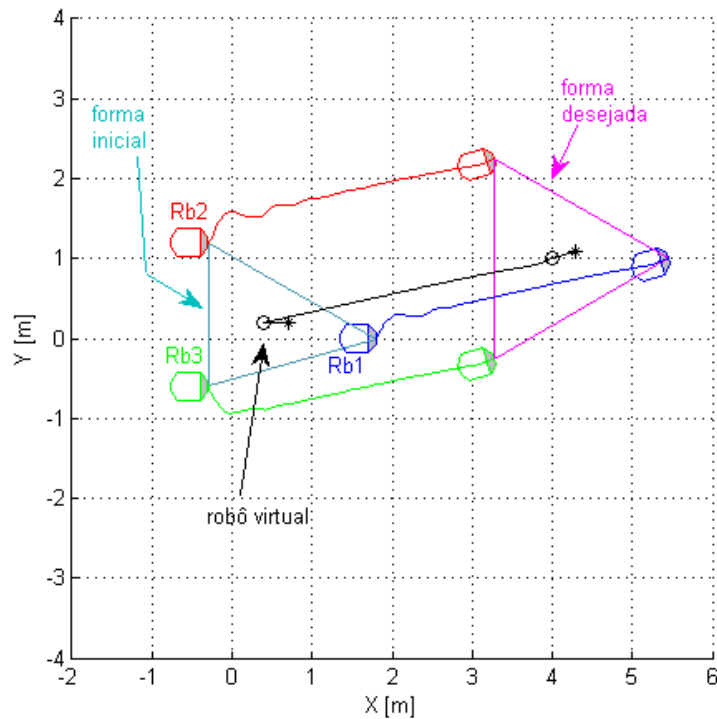


Figura 85: Experimento 4: caminho percorrido pelos robôs.

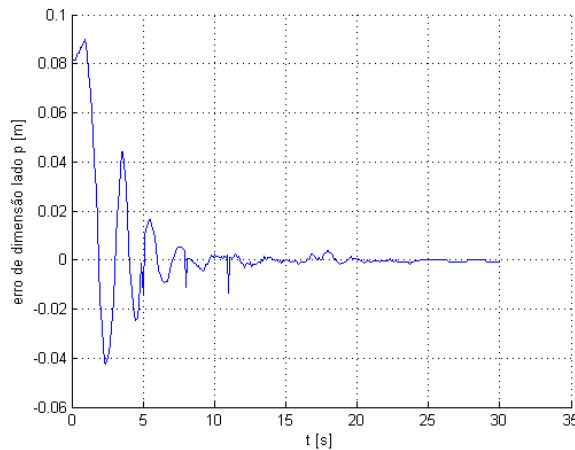


Figura 86: Experimento 4: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

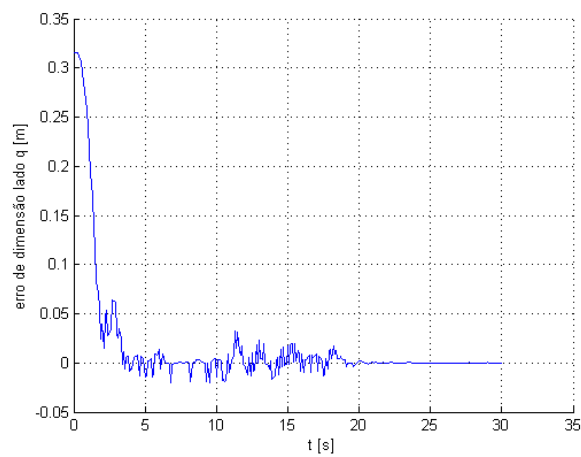


Figura 87: Experimento 4: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

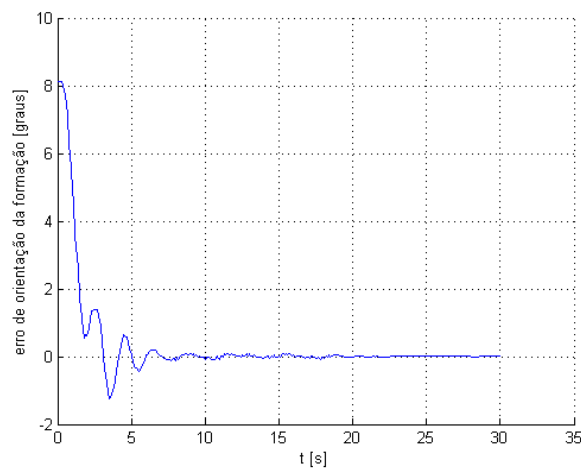


Figura 88: Experimento 4: evolução do erro de orientação da formação.

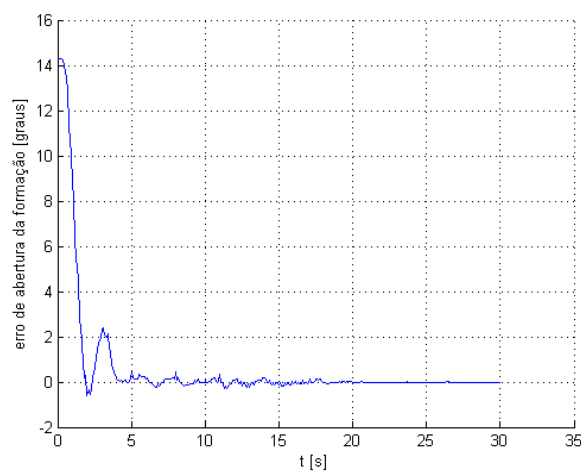


Figura 89: Experimento 4: evolução do erro de abertura da formação.

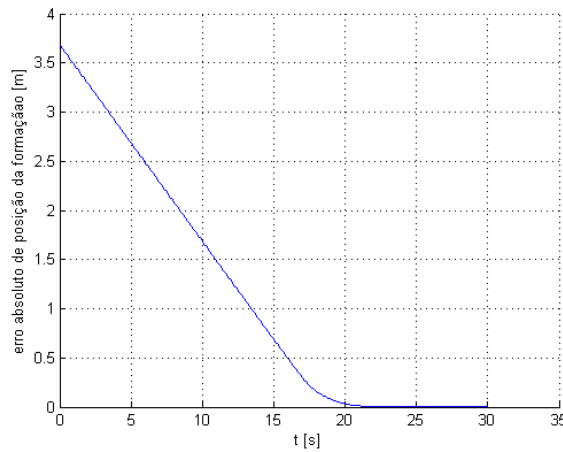


Figura 90: Experimento 4: evolução do erro absoluto de posição do centróide da formação.

A Figura 91 apresenta o tempo de processamento dos 50 primeiros ciclos de processamento executados pela estação de trabalho durante a realização do quarto experimento. Observe-se que, com exceção do primeiro ciclo de processamento, que foi realizado em 14,6 [ms], os demais 49 ciclos foram realizados com menos de 2 [ms].

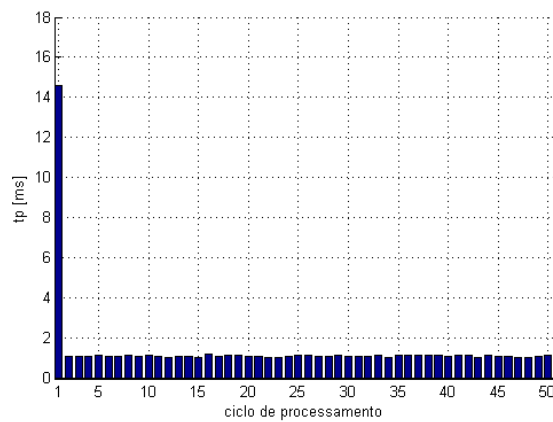


Figura 91: Experimento 4: tempo de processamento.

5.5 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou e testou uma solução para o problema de seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis.

A estratégia aqui proposta permite ao usuário planejar o movimento da formação desejada sem a necessidade de especificar o movimento de cada robô individualmente. Além disso, tal estratégia também permite ao usuário programar mudanças da forma da formação à medida que esta se desloca pelo caminho programado.

Reporta-se que a estratégia aqui proposta também é capaz de executar tarefas de posicionamento, inclusive mantendo a forma desejada para a formação ao longo de seu deslocamento entre a sua posição original até o ponto alvo especificado.

6 *Evasão de Obstáculos*

Este capítulo apresenta um método reativo para se evitar obstáculos durante o seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados, considerando que os robôs móveis uniciclo estão navegando em ambientes semi-estruturados.

De acordo com Miles e Cannon Jr. (1995), um ambiente semi-estruturado é um ambiente de trabalho robótico sobre o qual se sabe muito a priori, mas que contém pelo menos um elemento de incerteza. Para garantir a segurança dos robôs neste tipo de ambiente, a estratégia de navegação adotada deve ser baseada em informações sensoriais. Tais estratégias de navegação são conhecidas como navegação reativa. Campos Potenciais (KHATIB, 1986), detecção de bordas (KUC; BARSHAN, 1989), diagrama de proximidade (MINGUEZ; MONTANO, 2004), desvio tangencial (FERREIRA et al., 2008; BRANDAO; SARCINELLI-FILHO; CARELLI, 2013), deformação reativa do caminho (LAMIRAUX; BONNAFOUS; LEFEBVRE, 2004) e forças fictícias acopladas com impedância mecânica (SECCHI; CARELLI; MUT, 1999; SECCHI; MUT, 2007; RAMPINELLI et al., 2010) são bons exemplos de técnicas de navegação reativas.

Em geral, trabalhos que discutem o desvio de obstáculos analisam somente o obstáculo mais próximo ao robô para realizar um desvio (MARTINEZ et al., 1998; RAMPINELLI et al., 2010). Nesta Tese, entretanto, o que se analisa é uma possível configuração de obstáculos em relação ao robô, visando reduzir o caminho percorrido pelo robô durante as manobras de evasão, e, conseqüentemente, reduzindo o tempo da manobra.

Como está ilustrado na Figura 92, o desvio de obstáculos foi incorporado à estratégia de coordenação de robôs móveis, incluindo-se módulos de rotação entre a trajetória desejada e o controlador de seguimento de trajetória de cada um dos robôs da formação. Um aspecto importante do esquema proposto é que a introdução dos módulos de rotação não afeta a estabilidade dos controladores de seguimento de trajetória, uma vez que somente referências de entrada são alteradas. Além disso, essa proposta mantém a característica modular da estratégia de coordenação.

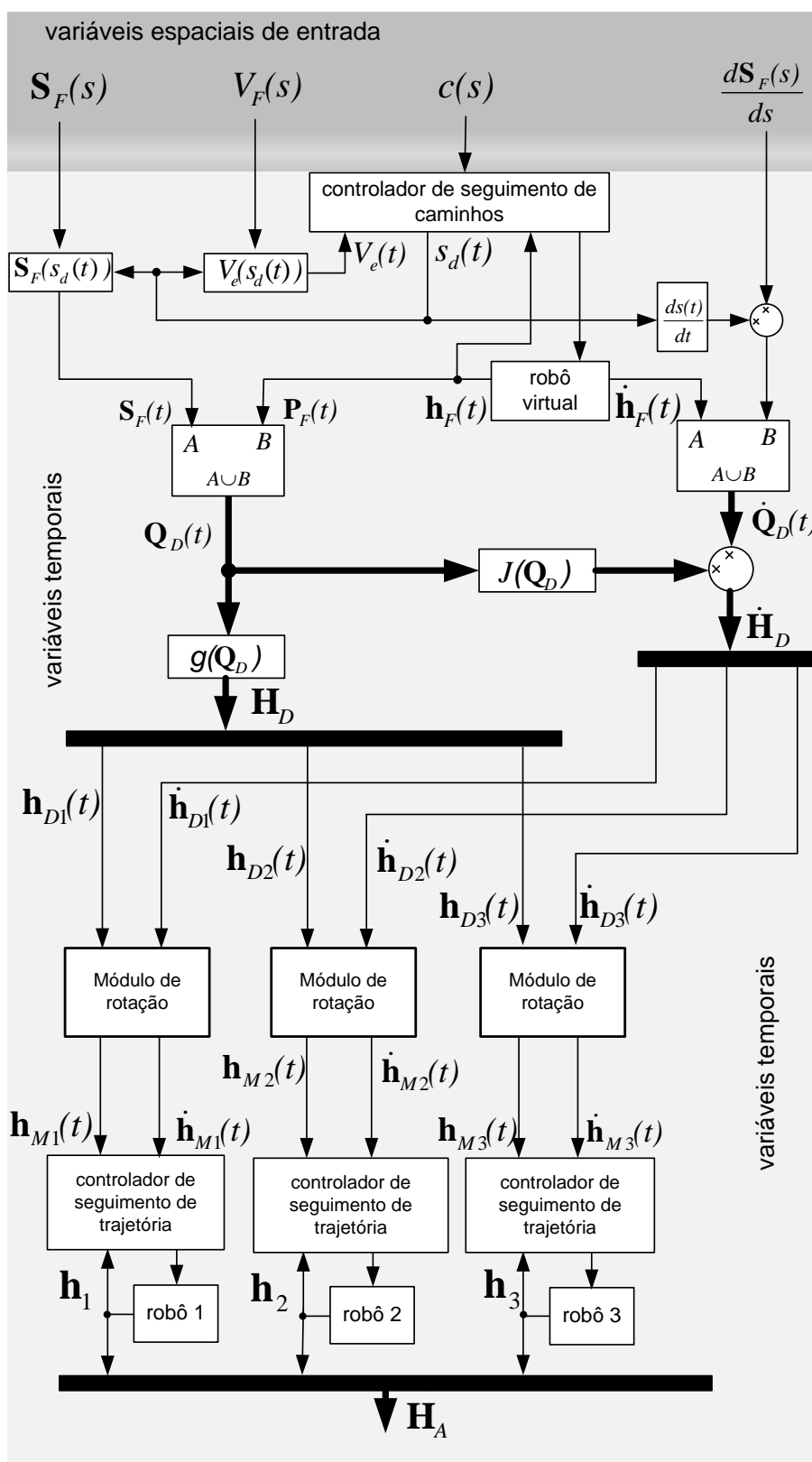


Figura 92: Diagrama de blocos do controlador de seguimento de trajetória com evasão de obstáculos.

6.1 Estrutura do Controlador de Seguimento de Trajetória com Evasão de Obstáculos

A Figura 93 apresenta o diagrama de blocos do módulo de rotação anexado ao controlador de seguimento de trajetória. A trajetória desejada para o robô Rb_i é definida pelas posições desejadas (x_{Di}, y_{Di}) e as velocidades desejadas $(\dot{x}_{Di}, \dot{y}_{Di})$. A partir de medições de distância, fornecidas por um sensor laser, por exemplo, o módulo de interação com o ambiente decide se há um obstáculo no caminho do robô. Na presença de um obstáculo, o módulo de interação com o ambiente gera um torque fictício T , e a trajetória planejada é modificada pelo módulo de rotação, de acordo com o valor do ângulo de rotação α_i , este último calculado pelo módulo de impedância mecânica.

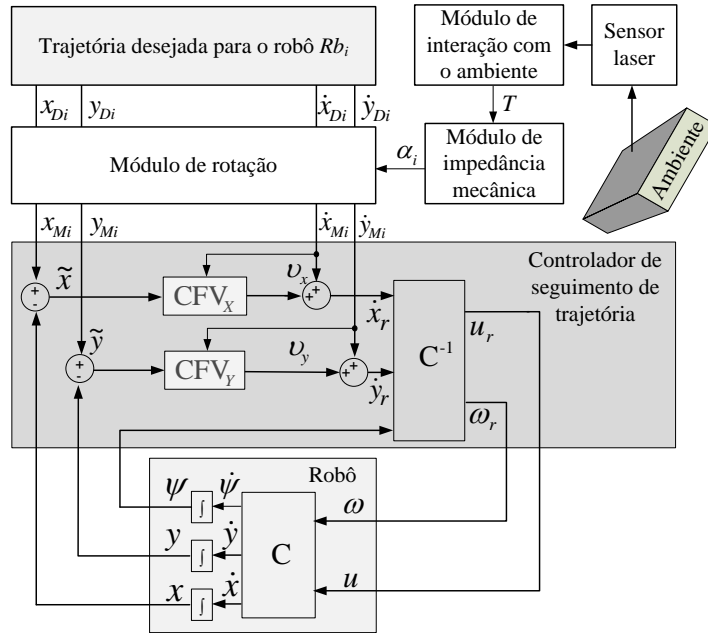


Figura 93: Diagrama de blocos do controlador de seguimento de trajetória com evasão de obstáculos.

A trajetória gerada pelo módulo de rotação corresponde às novas entradas de referência do controlador de seguimento de trajetória, as quais são caracterizadas pelas posições modificadas (x_{Mi}, y_{Mi}) e as velocidades modificadas $(\dot{x}_{Mi}, \dot{y}_{Mi})$. Se nenhum obstáculo é identificado, o valor do ângulo α_i é zero, e nenhuma rotação é realizada ($x_{Mi} = x_{Di}$, $y_{Mi} = y_{Di}$, $\dot{x}_{Mi} = \dot{x}_{Di}$, $\dot{y}_{Mi} = \dot{y}_{Di}$).

Observe-se que a parte conhecida do ambiente semi-estruturado deve ser utilizada para especificar antecipadamente o caminho da formação, evitando-se condições de bloqueio, e qualquer replanejamento em tempo real do movimento dos robôs é realizado somente quando for necessário desviar de um obstáculo.

6.2 Algoritmo de Evasão de Obstáculos

A Figura 94 mostra que um objeto próximo ao robô só é identificado como um obstáculo se estiver localizado dentro de uma área retangular chamada área de segurança, definida por $i_{Smin} < i < i_{Smax}$ e $0 < j < j_{Smax}$. Note-se que o formato retangular da área de segurança permite ao robô passar entre objetos separados por uma distância um pouco superior à sua largura, ao contrário do que ocorre quando se usa um semicírculo para definir tal região. A Figura 94, por exemplo, retrata o robô movendo-se entre objetos próximos (objetos 1 e 2), sem que os mesmos invadam a área de segurança e sejam considerados como obstáculos.

Ainda observando a Figura 94, assim que os objetos 3 e 4 são identificados como obstáculos (no momento que eles invadem a área de segurança) uma decisão deve ser tomada: o robô deve evitá-los girando para a esquerda ou para a direita? Analisando somente os obstáculos 3 e 4, a decisão mais apropriada seria girar para a esquerda. Entretanto, caso isto ocorra, o objeto 5 também estará no caminho do robô. Logo, a manobra de desvio como um todo (voltar a seguir a trajetória após desviar dos obstáculos 3, 4 e 5) seria realizada percorrendo um caminho mais longo, se comparada com a opção de realizar o desvio para o outro lado. Para solucionar este problema, assim que um obstáculo é identificado, a área de segurança é expandida para os lados e para a frente, tornando-se a denominada área de análise (ver Figura 95). A área de análise é definida por $i_{Si} + D < i < i_{Sf} - D$ e $0 < j < j_{Amax}$, onde i_{Sf} e i_{Si} são, respectivamente, as coordenadas i do primeiro e do último pontos de obstrução que estão dentro da área de segurança (ver Figura 94).

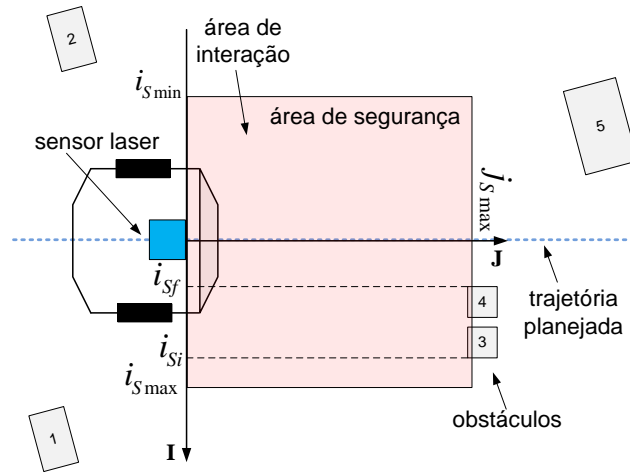


Figura 94: Exemplo de identificação de obstáculos.

Uma vez que o robô decide a direção de desvio, a área de análise é comutada para a área de desvio, sendo esta definida por $i_{Smin} - L < i < i_{Smax}$ e $0 < j < j_{Smax}$, se o robô desviar pela direita, e por $i_{Smin} < i < i_{Smax} + L$ e $0 < j < j_{Smax}$, se o robô desviar pela esquerda. A Figura 96(a) apresenta a área de desvio para um desvio pela direita, enquanto a Figura 96(b) apresenta a área de desvio para um desvio pela esquerda.

Na presença de um obstáculo, o torque fictício T gerado será proporcional à projeção do obstáculo sobre o eixo \mathbf{I} , sendo este calculado por $T = k_f[i_{Dmax} - (i_{Smin} - L)]$, quando o robô estiver desviando pela direita, e por $T = k_f[(i_{Smax} + L) - i_{Dmin}]$, quando o robô estiver desviando pela esquerda, onde k_f é um ganho positivo, i_{Dmin} é a coordenada i do ponto de obstrução mais à esquerda dentro da área de desvio e i_{Dmax} é a coordenada i do ponto de obstrução mais à direita dentro da área de desvio (ver Figura 96).

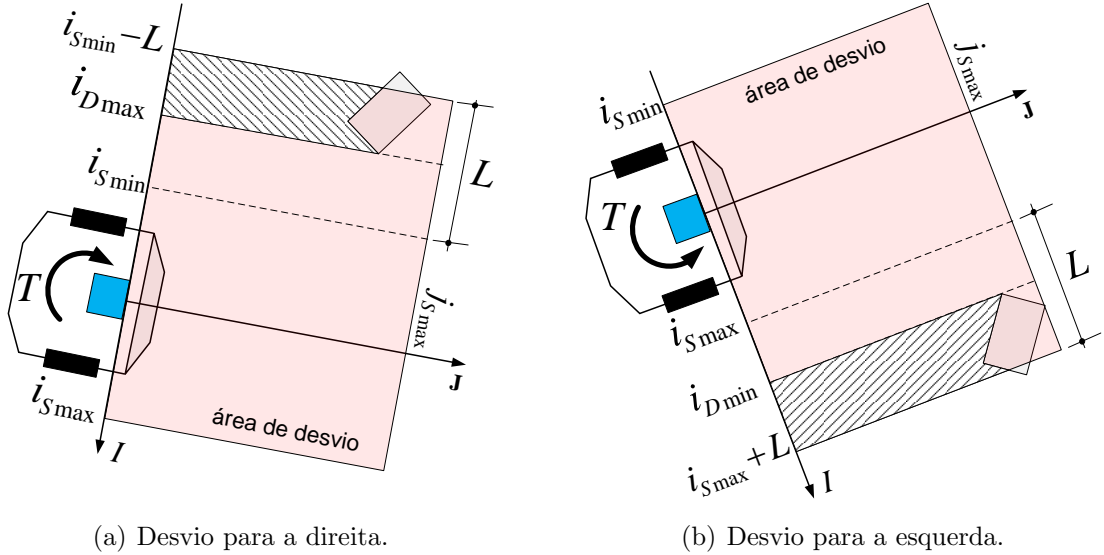


Figura 96: Área de desvio.

A partir do valor do torque fictício, o ângulo de rotação α_i é dado pela solução da equação

$$I\ddot{\alpha}_i + B\dot{\alpha}_i + K\alpha_i = T, \quad (6.1)$$

onde I , B e K são constantes positivas da impedância mecânica $Z = Is^2 + Bs + K$, que caracteriza a interação virtual entre o robô e o meio, conforme apresentado na Figura 97.

Durante a manobra de evasão, como mostrado na Figura 98, a orientação da velocidade do ponto de interesse será dada por $\alpha_t + \alpha_i$, sendo α_t a orientação da velocidade do ponto pertencente à trajetória desejada que está mais próximo ao ponto de interesse. O ângulo α_t é dado por

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y}_{Di}^{t-}}{\dot{x}_{Di}^{t-}} \right), \quad (6.2)$$

onde \dot{x}_{Di}^{t-} e \dot{y}_{Di}^{t-} são, respectivamente, as velocidade nas direções X e Y planejadas no ponto pertencente à trajetória desejada que está mais próximo do ponto de interesse. Os valores de \dot{x}_{Mi} e \dot{y}_{Mi} são calculados por $\dot{x}_{Mi} = |V_F^{t-}| \cos(\alpha_t + \alpha_i)$ e $\dot{y}_{Mi} = |V_F^{t-}| \sin(\alpha_t + \alpha_i)$, onde $|V_F^{t-}|$ é o módulo da velocidade linear planejada no ponto pertencente à trajetória desejada que está mais próximo do ponto de interesse.

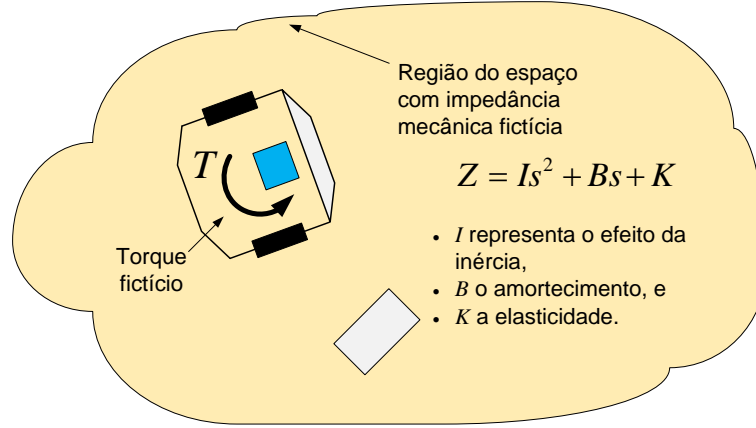


Figura 97: Interação virtual entre o robô e o meio.

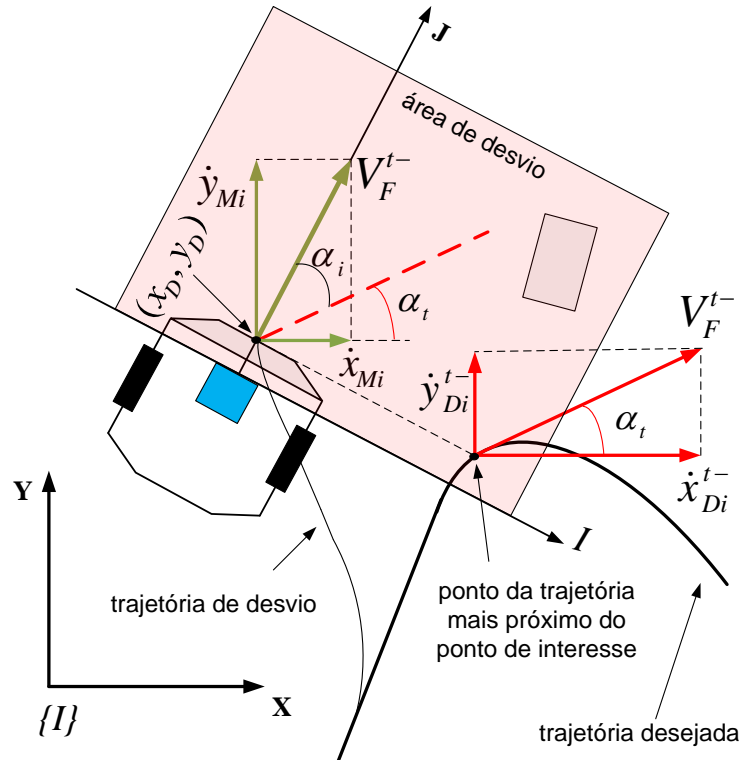


Figura 98: Esquema para a geração da trajetória de desvio.

Enquanto ocorrer o processo de modificação do percurso planejado ($\alpha_i \neq 0$), a posição desejada para o ponto de interesse é calculada por $x_{Mi} = \int \dot{x}_{Mi} dt$ e $y_{Mi} = \int \dot{y}_{Mi} dt$. É importante enfatizar que o processo de modificação do percurso planejado não termina

quando $F = 0$. A partir desse momento, α_i vai gradativamente para zero, de acordo com (6.1), promovendo assim uma transição suave entre o término do processo de modificação da trajetória planejada e o retorno ao seguimento da trajetória original.

6.3 Simulações e Experimentos da Estratégia de Evasão de Obstáculos

Para ilustrar o funcionamento da estratégia de evasão de obstáculos durante o seguimento de caminho por múltiplos robôs coordenados são apresentadas a seguir duas simulações e dois experimentos.

Para simular a estratégia de coordenação foi utilizada a linguagem MATLAB, a ferramenta própria de integração entre MATLAB e robôs Pioneer, e o simulador MobileSim fornecido pela *Adept Mobile Robots*, fabricante dos robôs Pioneer.

Os experimentos foram realizados utilizando três robôs móveis, um Pioneer 3-DX com um sensor laser Sick LMS 200 embarcado, um Pioneer 3-AT com um sensor laser Sick LMS 200 embarcado e um Pioneer 3-DX sem sensor laser embarcado. Os experimentos foram desenvolvidos de tal forma que o terceiro robô, que não possui o sensor laser, não necessitasse efetuar uma manobra de desvio. Nos experimentos práticos também se utilizou a linguagem MATLAB e a ferramenta própria de integração entre MATLAB e robôs Pioneer.

Para o projeto dos controladores de seguimento de trajetória utilizados nas simulações e experimentos realizados foram estabelecidos os seguintes limites de velocidade: $T_{V_{max}} = 0,3$ [m/s], $R_{V_{max}} = 0,4$ [m/s] e $V_{pos} = 0,3$ [m/s]. Além disso, escolheu-se $\eta_1 = 0,025$ [m], $\eta_2 = 0,3$ [m], $\eta_3 = 20$ [m] e $a_1 = 2$. Consequentemente, os ganhos dos controladores de seguimento de trajetória são obtidos de acordo com a Tabela 1. Para o projeto do controlador de seguimento de caminho utilizado nas simulações e experimentos realizados foram estabelecidos os seguintes limites de velocidade: $V_{max} = 0,2$ [m/s] e $V_{dmax} = 0,1$ [m/s]. Além disso, escolheu-se $\eta_1 = 0,025$ [m], $\eta_2 = 0,3$ [m], $\eta_3 = 20$ [m], $e_c = 0,3\sqrt{2}$ [m], $b_1 = 1$ e $c_1 = 1$. Consequentemente, os ganhos do controlador de seguimento de caminhos são obtidos de acordo com a Tabela 3.

Na Tabela 4 encontram-se os valores dos parâmetros do algoritmo de desvio utilizados nas simulações e nos experimentos.

Tabela 4: Os parâmetros do algoritmo de desvio de obstáculos.

$i_{Smin}=-0,5$ [m]	$i_{Smax}=0,5$ [m]	$j_{Smax}=1,0$ [m]
$D=0,8$ [m]	$j_{Amax}=2,0$ [m]	$L=0,3$ [m]
$I=0,2$ [N.s ² /rad]	$B=1,4$ [N.s/rad]	$K=1,65$ [N/m]
$k_f=1,3$	-	-

6.3.1 Simulação 1

Nesta simulação, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que uma formação siga um caminho reto dado por $c(s) = (x(s), y(s))$, sendo $x(s) = s$ e $y(s) = 0$. A orientação desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $\phi_F(s) = 0^\circ$. A velocidade desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $V_F(s) = 0,1$ [m/s]. As dimensões dos lados da formação são dados por $p(s) = q(s) = 2,35$ [m], e a abertura da formação é dada por $\beta_F(s) = 45^\circ$.

Para demonstrar a estratégia de desvio de obstáculos são colocados dois obstáculos retangulares no espaço de trabalho dos robôs. As coordenadas dos vértices do primeiro obstáculo são $\{(0;1,5);(0,52;1,5);(0,52;1,71);(0;1,71)\}$ [m]. Já as coordenadas dos vértices do segundo obstáculo são $\{(2,6;0,2);(2,81;0,2);(2,81;0,72);(2,6;0,72)\}$ [m].

A Figura 107 apresenta as trajetórias desenvolvidas pelos robôs durante a simulação, ressaltando a forma desejada para a formação para três instantes distintos: $t = 0$ [s], $t = 35,4$ [s] e $t = 60$ [s]. Note-se que devido à área de interação quadrada e estreita, o robô Rb_2 não observa o primeiro objeto como obstáculo e o ultrapassa sem que haja interferência em sua trajetória. Note-se também que, para transpor o segundo obstáculo, o robô Rb_1 realiza uma manobra pela direita, enquanto o robô Rb_2 realiza uma manobra pela esquerda, conforme propõe o algoritmo de desvio implementado.

As Figuras 100, 101, 102 e 103 apresentam, respectivamente, a evolução do erro de dimensão do lado p , a evolução do erro de dimensão do lado q , a evolução do erro de orientação da formação $\tilde{\phi}_F$ e a evolução do erro de abertura da formação $\tilde{\beta}_F$ durante a simulação. Observe-se que, após transpor os obstáculos, a formação é recomposta e todos

os erros de forma voltam a zero.

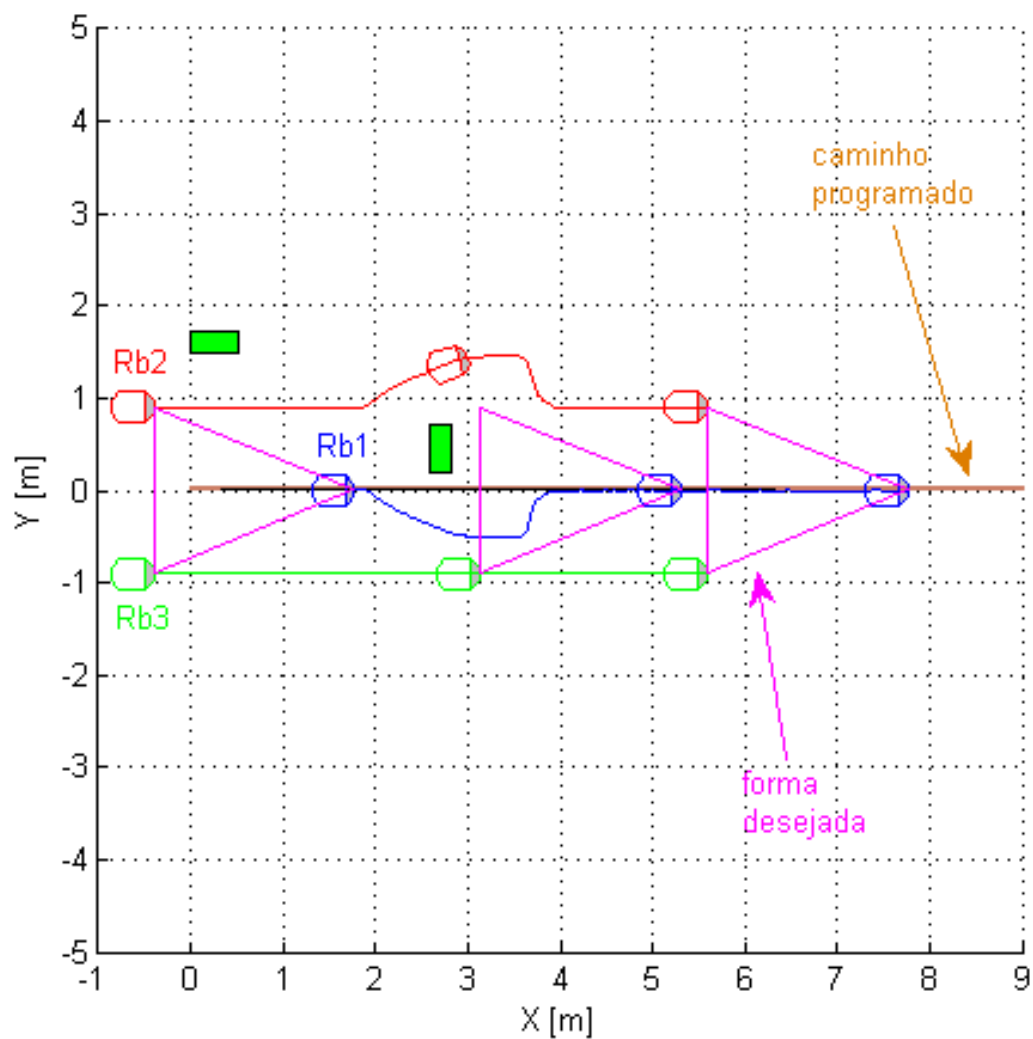


Figura 99: Simulação 1: caminho percorrido pelos robôs.

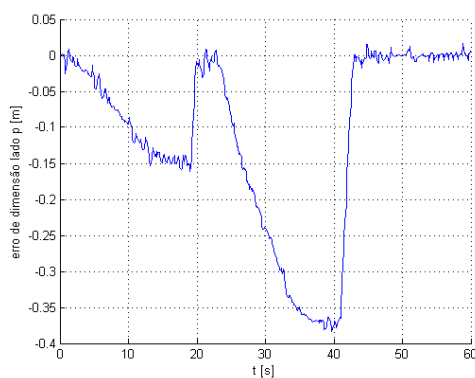


Figura 100: Simulação 1: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

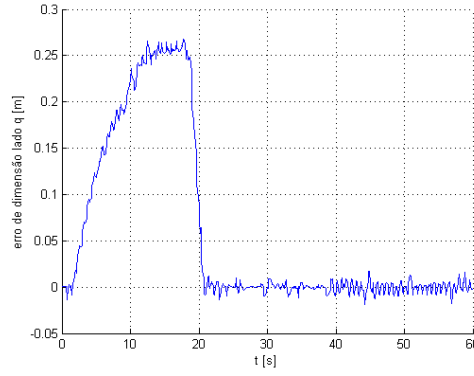


Figura 101: Simulação 1: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

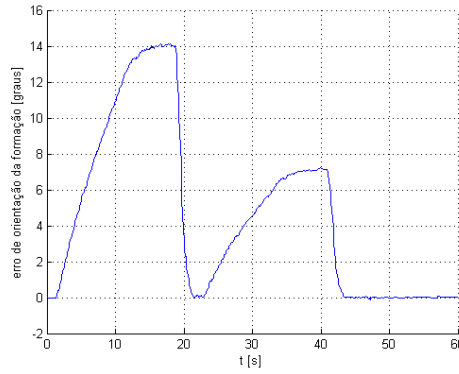


Figura 102: Simulação 1: evolução do erro de orientação da formação.

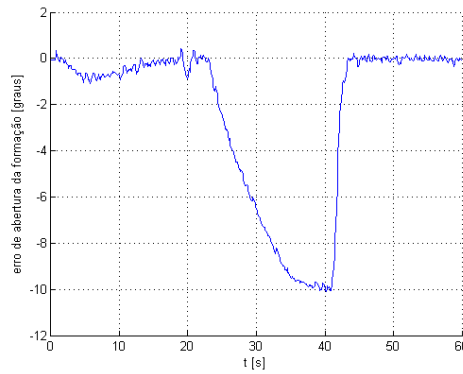


Figura 103: Simulação 1: evolução do erro de abertura da formação.

6.3.2 Simulação 2

Nesta simulação, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que a formação alcance o ponto definido por $c(s) = (x_c(s) = 6, 0, y_c(s) = 0)$ com $V_F(s) = 0$. A orientação desejada para a formação é dada por $\phi_F(s) = 0^\circ$, as dimensões dos lados da formação são dados por $p(s) = q(s) = 2,35$ [m] e a abertura da formação é dada por $\beta_F(s) = 45^\circ$.

Para demonstrar a estratégia de desvio de obstáculos são colocados dois obstáculos retangulares no espaço de trabalho dos robôs. As coordenadas dos vértices do primeiro obstáculo são $\{(0,5;0,79);(1,02;0,79);(1,02;1,0);(0,5;1,0)\}$ [m]. Já as coordenadas dos vértices do segundo obstáculo são $\{(1,0;1,5);(1,52;1,5);(1,52;1,71);(1,0;1,71)\}$ [m].

A Figura 104 apresenta as trajetórias desenvolvidas pelos robôs durante a simulação, ressaltando a forma desejada para a formação para dois instantes distintos. Note-se que o robô Rb_2 analisa os dois obstáculos, ao optar pelo desvio pela direita, conforme propõe o algoritmo de desvio implementado. Note-se também que a formação atinge corretamente o ponto alvo especificado.

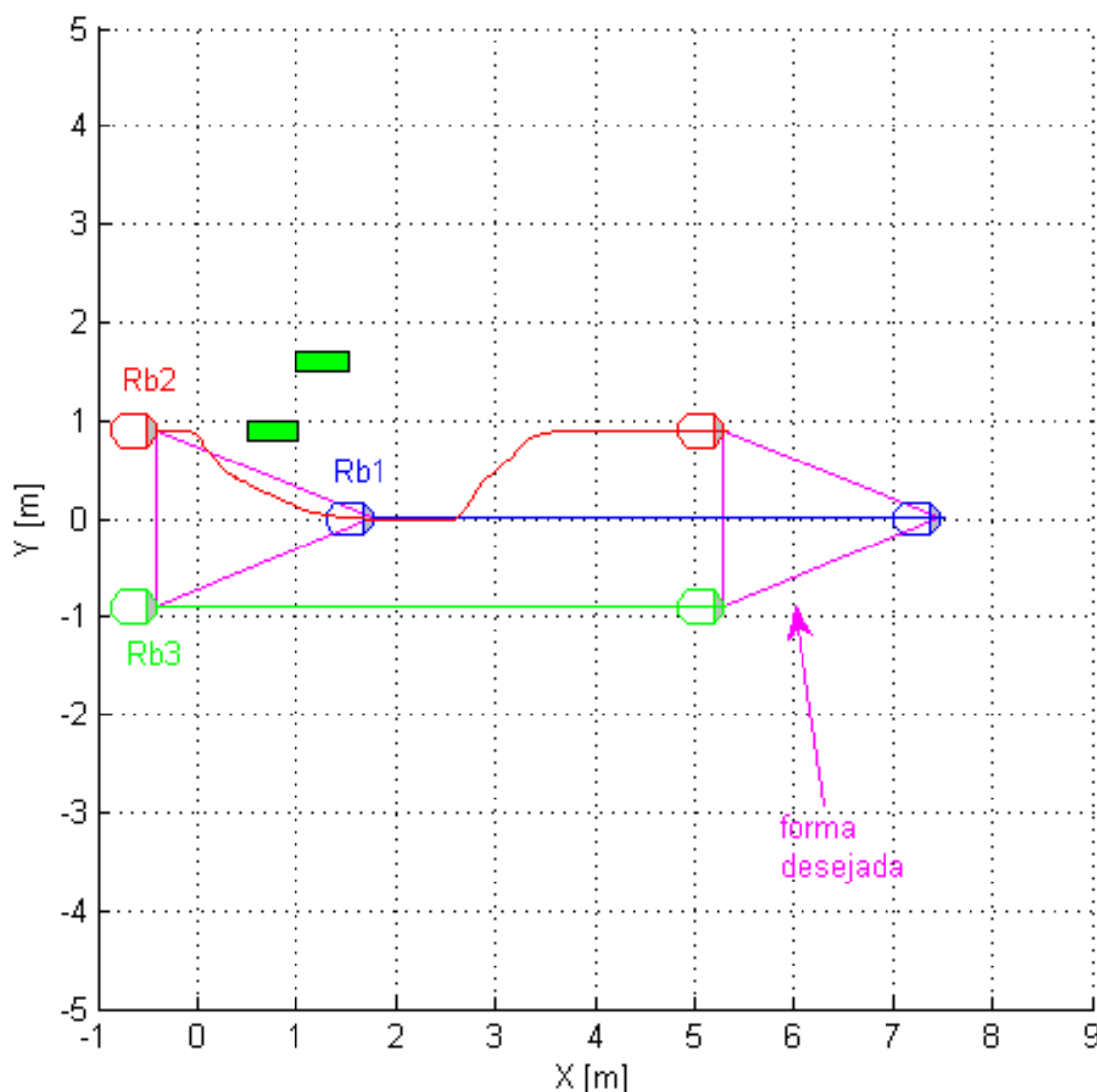


Figura 104: Simulação 2: caminho percorrido pelos robôs.

A Figura 105 mostra a evolução do torque fictício de repulsão aplicado no robô Rb_2 durante os primeiros 25 [s] de simulação. Já a Figura 106 mostra a evolução do ângulo de

desvio aplicado ao robô Rb_2 . Note-se que o processo de evasão de obstáculos inicia-se em 1,0 [s], quando o ângulo de desvio passa ser diferente de zero. O processo de modificação da trajetória planejada termina em 17,2 [s], quando o ângulo de rotação é novamente igual a zero.

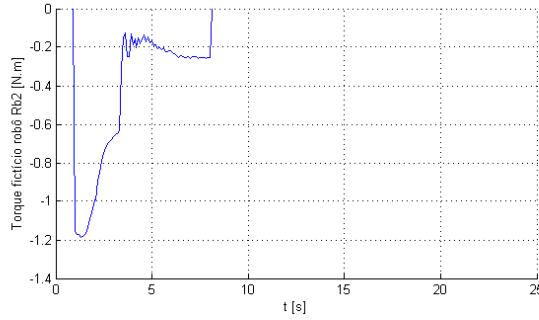


Figura 105: Simulação 2: evolução do torque fictício de repulsão aplicado ao robô Rb_2 .

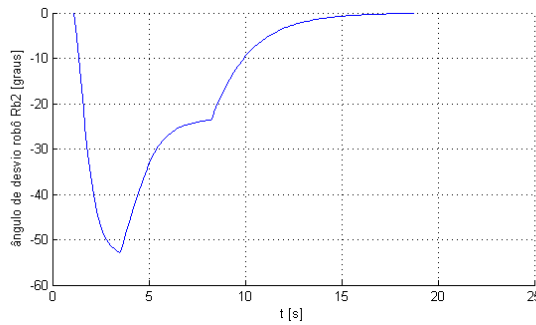


Figura 106: Simulação 2: evolução do ângulo de desvio aplicado ao robô Rb_2 .

6.3.3 Experimento 1

Neste experimento, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que uma formação siga um caminho reto dado por $c(s) = (x(s), y(s))$, sendo $x(s) = s$ e $y(s) = 0$. A orientação desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $\phi_F(s) = 0^\circ$. A velocidade desejada para a formação, ao longo do caminho, é dada por $V_F(s) = 0,1$ [m/s]. As dimensões dos lados da formação são dados por $p(s) = q(s) = 2,35$ [m], e a abertura da formação é dada por $\beta_F(s) = 45^\circ$.

Para demonstrar a estratégia de desvio de obstáculos são colocados dois obstáculos retangulares no espaço de trabalho dos robôs. As coordenadas dos vértices do primeiro obstáculo são $\{(0;1,5);(0,56;1,5);(0,56;1,71);(0;1,71)\}$ [m]. Já as coordenadas dos vértices do segundo obstáculo são $\{(2,9;0,2);(3,11;0,2);(3,11;0,76);(2,9;0,76)\}$ [m].

A Figura 107 apresenta as trajetórias desenvolvidas pelos robôs durante o experimento, ressaltando a forma desejada para a formação para três instantes distintos: $t = 0$ [s], $t = 36$ [s] e $t = 60$ [s]. Note-se que devido à área de interação quadrada e estreita, o robô Rb_2 não observa o primeiro objeto como obstáculo, e o ultrapassa sem que haja interferência em sua trajetória. Note-se também que, para transpor o segundo obstáculo, o robô Rb_1 realiza uma manobra pela direita, enquanto o robô Rb_2 realiza uma manobra pela esquerda, conforme propõe o algoritmo de desvio implementado.

Cabe ressaltar que, neste e nos próximos experimentos apresentados ao longo deste capítulo, o percurso percorrido pelo robô é reconstruído com base na informação de sua odometria.

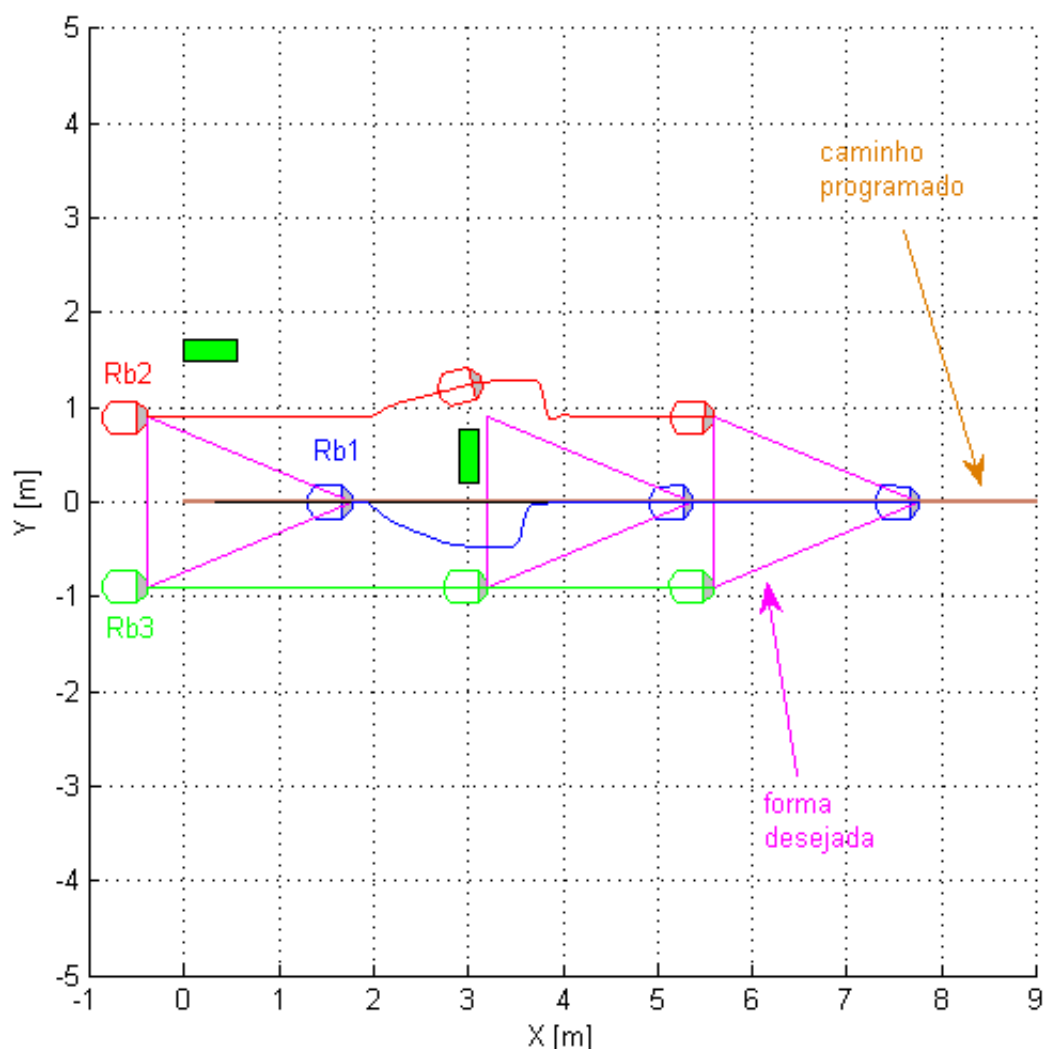


Figura 107: Experimento 1: caminho percorrido pelos robôs.

As Figuras 108, 109, 110 e 111 apresentam, respectivamente, a evolução do erro de dimensão do lado p , a evolução do erro de dimensão do lado q , a evolução do erro de

orientação da formação $\tilde{\phi}_F$ e a evolução do erro de abertura da formação $\tilde{\beta}_F$ durante o experimento. Observe-se que, após transpor os obstáculos, a formação é recomposta, e todos os erros de forma voltam a zero.

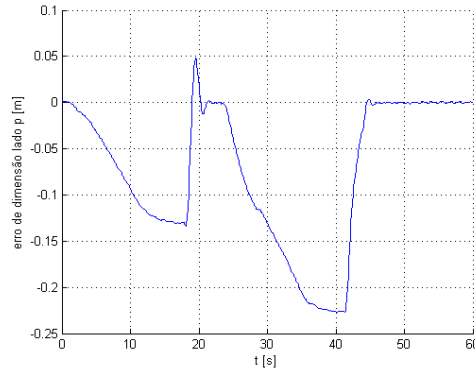


Figura 108: Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado p da formação.

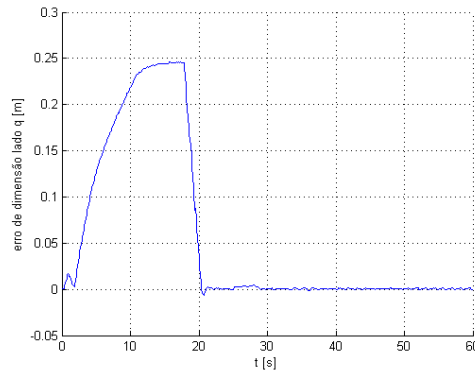


Figura 109: Experimento 1: evolução do erro de dimensão do lado q da formação.

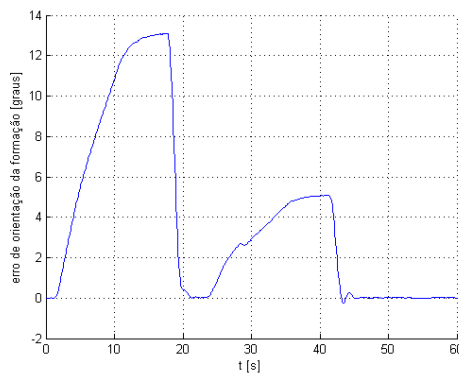


Figura 110: Experimento 1: evolução do erro de orientação da formação.

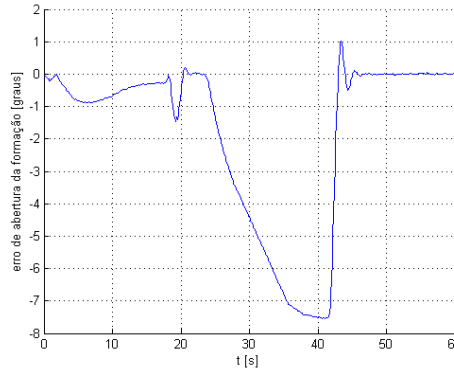


Figura 111: Experimento 1: evolução do erro de abertura da formação.

A Figura 112 apresenta o tempo de processamento dos 200 primeiros ciclos de processamento executados pela estação de trabalho durante a realização deste experimento. Com exceção do primeiro ciclo de processamento, que foi realizado em 32,8 [ms], os demais ciclos são realizados em menos de 5 [ms].

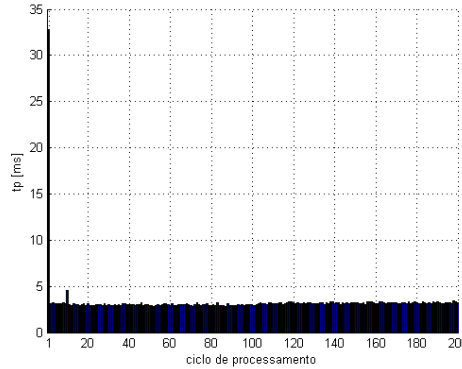


Figura 112: Experimento 1: tempo de processamento.

6.3.4 Experimento 2

Neste experimento, a estratégia proposta é utilizada para fazer com que a formação alcance o ponto definido por $c(s) = (x_c(s) = 6, 0, y_c(s) = 0)$ com $V_F(s) = 0$. A orientação desejada para a formação é dada por $\phi_F(s) = 0^\circ$. As dimensões dos lados da formação são dados por $p(s) = q(s) = 2,35$ [m], e a abertura da formação é dada por $\beta_F(s) = 45^\circ$.

Para demonstrar a estratégia de desvio de obstáculos são colocados dois obstáculos retangulares no espaço de trabalho dos robôs. As coordenadas dos vértices do primeiro obstáculo são $\{(0,9;0,69);(1,46;0,69);(1,46;0,9);(0,9;0,9)\}$ [m]. Enquanto as coordenadas dos vértices do segundo obstáculo são $\{(1,2;1,2);(1,41;1,2);(1,41;1,76);(1,2;1,76)\}$ [m].

A Figura 113 apresenta as trajetórias desenvolvidas pelos robôs durante o experimento, ressaltando a forma desejada para a formação para dois instantes distintos. Note-se que o robô Rb_2 analisa os dois obstáculos, ao optar pelo desvio pela direita, conforme propõe o algoritmo de desvio implementado. Note-se também que a formação atinge corretamente o ponto alvo especificado.

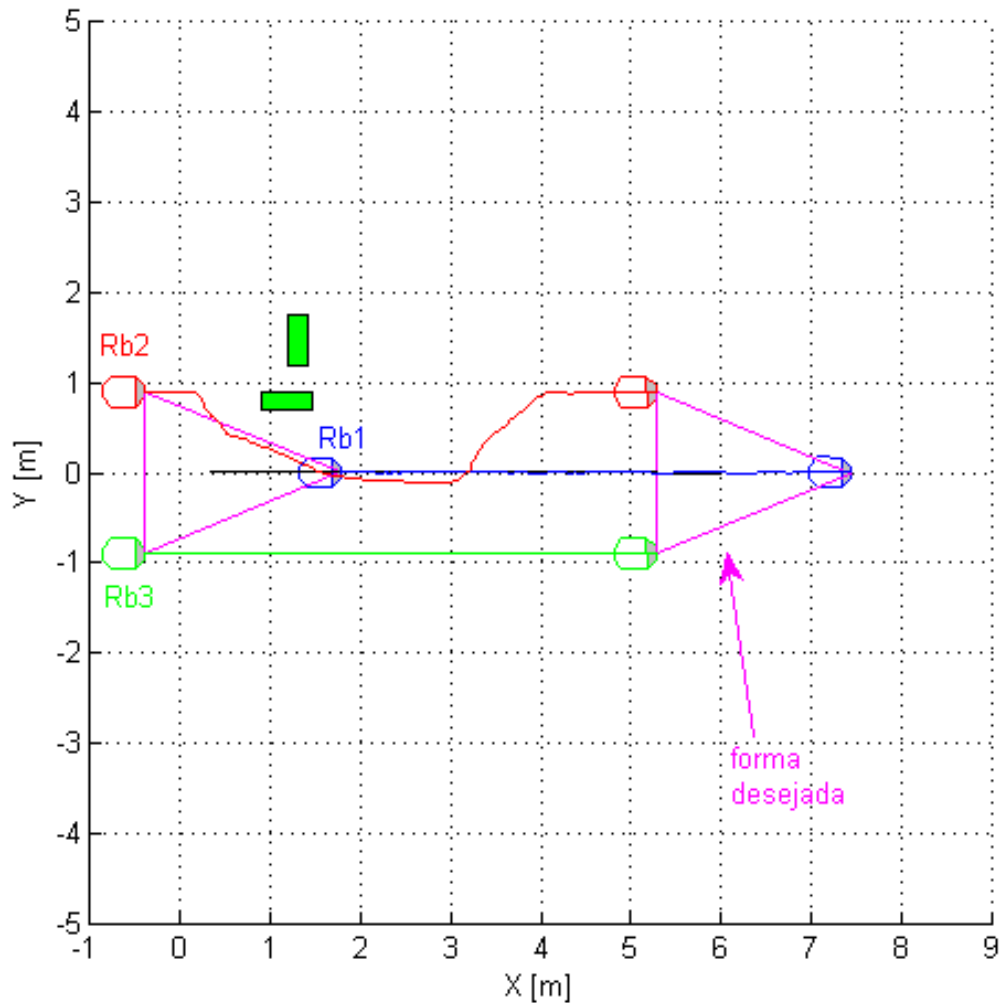


Figura 113: Experimento 2: caminho percorrido pelos robôs.

A Figura 114 mostra a evolução do torque fictício de repulsão aplicado no robô Rb_2 durante os primeiros 25 [s] do experimento. Já a Figura 115 mostra a evolução do ângulo de desvio aplicado ao robô Rb_2 . Note-se que o processo de evasão de obstáculos inicia-se em 2,2 [s], quando o ângulo de desvio passa ser diferente de zero. O processo de modificação da trajetória planejada termina em 20 [s], quando o ângulo de rotação é novamente igual a zero.

A Figura 116 apresenta o tempo de processamento dos 200 primeiros ciclos de processamento executados pela estação de trabalho durante a realização deste experimento.

Com exceção do primeiro ciclo de processamento, que foi realizado em 23 [ms], os demais ciclos são realizados em menos de 5 [ms].

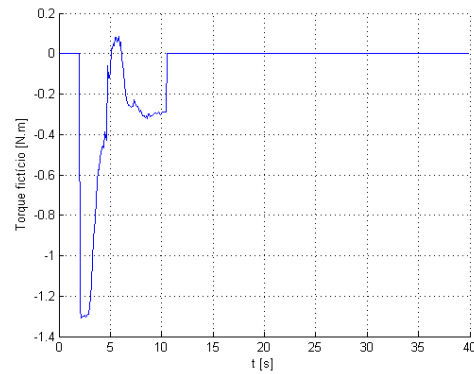


Figura 114: Experimento 2: evolução do torque fictício de repulsão aplicado no robô Rb_2 .

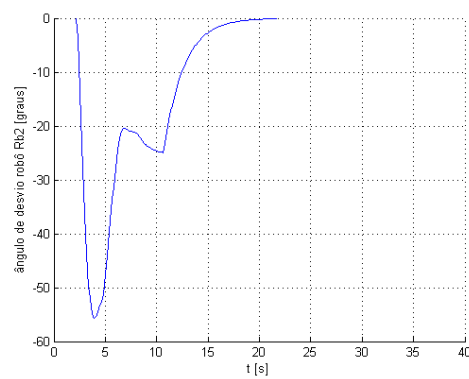


Figura 115: Experimento 2: evolução do ângulo de desvio aplicado ao robô Rb_2 .

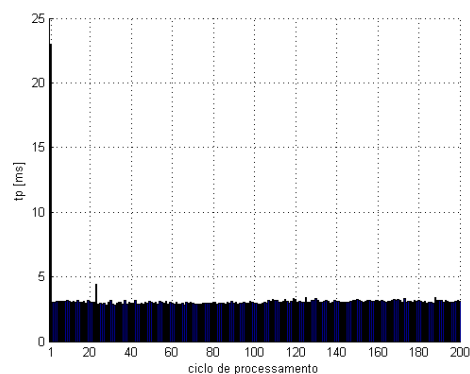


Figura 116: Experimento 2: tempo de processamento.

6.4 Considerações Finais do Capítulo

Este capítulo apresentou e testou um novo método para se evitar obstáculos durante o seguimento de caminho por múltiplos robôs coordenados, considerando robôs móveis navegando em ambientes semi-estruturados. A estratégia adotada é baseada no conceito de impedância mecânica e interações fictícias entre robô e obstáculo.

Para reduzir o tempo de duração do processo de evasão de obstáculos e o caminho percorrido pelo robô, o algoritmo proposto analisa uma possível configuração de obstáculos em relação ao robô, visando reduzir o caminho percorrido pelo robô durante as manobras de evasão, e consequentemente reduzindo o tempo da manobra.

Os Resultados experimentais obtidos são apresentados, mostrando que o robô é capaz de seguir a trajetória desejada e também desviar-se de obstáculos quando necessário.

Um aspecto importante do esquema proposto é que a introdução dos módulos de rotação não afeta a estabilidade dos controladores de seguimento de trajetória, uma vez que somente referências de entrada são alteradas. Além disso, a proposta de evasão apresentada pode ser utilizada com qualquer controlador de seguimento de trajetória existente.

7 *Conclusões*

Esta Tese apresenta uma estratégia de seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis que oferece uma abstração em relação ao controle, permitindo a um usuário especificar o movimento da formação desejada sem a necessidade de especificar os movimentos individuais de cada robô. O desenvolvimento de tal estratégia exigiu a solução de vários problemas, a saber:

1. Propor e implementar um controlador de seguimento de trajetória que permita estabelecer um limite de velocidade para o robô;
2. Propor e implementar um controlador de seguimento de caminhos que permita estabelecer um limite de velocidade para o robô;
3. Integrar os controladores propostos à teoria estrutura de espaço de agrupamento, estabelecendo uma estratégia para o seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis;
4. Integrar uma estratégia de evasão de obstáculos ao seguimento de caminhos por uma formação de robôs móveis.

Para solucionar o problema (1), o Capítulo 3 apresentou um novo controlador de seguimento de trajetória para robôs uniciclo. O controlador proposto utiliza regras fuzzy para determinar seus ganhos de acordo com os valores de velocidade da trajetória planejada e com os valores de erros de posição. Tais regras fuzzy foram desenvolvidas com o objetivo de limitar os sinais de controle e também para reduzir os erros devidos à dinâmica do robô. A estabilidade do sistema resultante da utilização do controlador de seguimento de trajetória foi estudada com base na teoria de Lyapunov, e provou-se que os erros de controle tendem a zero ou a uma região limitada.

Para solucionar o problema (2), o Capítulo 4 apresentou uma proposta de controlador de movimento para robôs de tração diferencial capaz de realizar tanto a tarefa de posicionamento como a tarefa de seguimento de caminhos. O controlador de seguimento de

caminhos proposto tem a característica de posicionar o robô, percorrendo o caminho mais curto entre a posição inicial do robô e o ponto alvo. Tal característica é utilizada na tarefa de seguimento de caminhos para aproximar o robô ao caminho programado pela rota mais curta. O controlador proposto ainda apresenta outras vantagens: ele limita a velocidade do robô a um valor especificado, limitando, assim, os sinais de controle, e reduz os efeitos da dinâmica do robô. Além disso, a estabilidade do sistema resultante da utilização do controlador de seguimento de caminho foi estudada com base na teoria de Lyapunov, e provou-se que os erros de controle tendem a zero. Tal estudo de estabilidade é de grande contribuição ao estado-da-arte, pois comprova definitivamente que os controladores de seguimento de caminho, que utilizam a cinemática inversa da plataforma móvel, cumprem com tal tarefa.

Os controladores propostos nos Capítulos 3 e 4 são de fácil implementação, sendo assim adequados para a implementação em processadores de baixo desempenho, ou, ainda, adequados para a implementação de uma estratégia de controle de formação do tipo centralizada.

Utilizando a teoria de estrutura de espaço de agrupamento, o Capítulo 5 apresenta uma estratégia que permite ao usuário planejar o movimento da formação desejada sem a necessidade de especificar o movimento de cada robô individualmente, solucionando, assim, o problema (3).

Por fim, para solucionar o problema (4), o Capítulo 6 apresentou um novo método para se evitar obstáculos durante o seguimento de caminho por múltiplos robôs coordenados, considerando que eles estão navegando em ambientes semi-estruturados. A estratégia adotada é baseada no conceito de impedância mecânica e interações fictícias entre robô e obstáculo. Para reduzir o tempo de duração do processo de evasão de obstáculos e o caminho percorrido pelo robô, o algoritmo proposto analisa a configuração de obstáculos em relação ao robô, gerando um “mapa local” mais amplo, podendo observar vários obstáculos, e não apenas aquele mais próximo.

Como trabalho futuro, propõe-se continuar o estudo de estratégias de evasão de obstáculos durante o seguimento de caminhos por múltiplos robôs coordenados. Utilizando a estratégia de coordenação aqui proposta é possível propor uma solução para o desvio de obstáculos onde a forma da formação não é alterada durante o desvio. Imagina-se que, atuando somente no robô virtual, ao se detectar um obstáculo, a formação se desviará do obstáculo sem alterar sua forma. Tal característica seria útil para a realização de tarefas que exijam que a formação seja do tipo rígida, como seria o caso de transportar

um objeto por vários robôs (uma placa de vidro, por exemplo).

Referências

ANDALUZ, V. et al. Adaptive unified motion control of mobile manipulators. *Control Engineering Practice*, v. 20, n. 12, p. 1337 – 1352, 2012. ISSN 0967-0661. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066112001517>>.

ANDALUZ, V. H. et al. Adaptive dynamic path following control of an unicycle-like mobile robot. In: *Intelligent Robotics and Applications*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2011, (Lecture Notes in Computer Science, v. 7101). p. 563–574. ISBN 978-3-642-25485-7.

ANTONELLI, G.; ARRICHIELLO, F.; CHIAVERINI, S. The entrapment/escorting mission. *IEEE Robotics Automation Magazine*, v. 15, n. 1, p. 22 –29, march 2008. ISSN 1070-9932.

ANTONELLI, G.; ARRICHIELLO, F.; CHIAVERINI, S. Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 17, n. 5, p. 1173–1182, 2009. ISSN 1063-6536.

ANTONELLI, G.; CHIAVERINI, S.; FUSCO, G. A fuzzy-logic-based approach for mobile robot path tracking. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 15, n. 2, p. 211–221, 2007. ISSN 1063-6706.

BALCH, T.; ARKIN, R. Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 14, n. 6, p. 926–939, dec 1998.

BEARD, R.; LAWTON, J.; HADAEGH, F. A coordination architecture for spacecraft formation control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 9, n. 6, p. 777–790, 2001. ISSN 1063-6536.

BEKEY, G.; YUH, J. The status of robotics. *IEEE Robotics Automation Magazine*, v. 15, n. 1, p. 80 –86, march 2008. ISSN 1070-9932.

BETHKE, B.; VALENTI, M.; HOW, J. Uav task assignment. *IEEE Robotics Automation Magazine*, v. 15, n. 1, p. 39 –44, march 2008. ISSN 1070-9932.

BRANDAO, A. et al. High-level nonlinear underactuated controller for a leader-follower formation involving a miniature helicopter and a ground robot. In: *Brazilian Robotics Symposium and Latin American Robotics Symposium*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 168–173.

BRANDAO, A. S.; SARCINELLI-FILHO, M.; CARELLI, R. An analytical approach to avoid obstacles in mobile robot navigation. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, v. 10, p. 1–13, 2013.

- BRANDÃO, A. S. *Controle Descetralizado com Desvio de Obstáculos para uma Formação Líder-Seguidor de Robôs Móveis*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo, 2008.
- BURGARD, W. et al. Coordinated multi-robot exploration. *IEEE Transactions on Robotics*, v. 21, n. 3, p. 376 – 386, june 2005. ISSN 1552-3098.
- CAO, Y. U.; FUKUNAGA, A. S.; KAHNG, A. B. Cooperative mobile robotics: Antecedents and directions. *Autonomous Robots*, v. 4, p. 7–27, 1997.
- CARROLL, K. et al. Auv path planning: an approach to path planning with consideration of variable vehicle speeds and multiple, overlapping, time-dependent exclusion zones. In: *Proceedings of the Symposium on Autonomous Underwater Vehicle Technology*. [S.l.: s.n.], 1992. p. 79 –84.
- CELESTE, W. C. *Um Sistema Autônomo para Navegação de Cadeiras de Rodas Robóticas Orientadas a Pessoas com Deficiência Motora Severa*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Espírito Santo, 2009.
- CELESTE, W. C. et al. A robust adaptive path-following controller for a robotic wheelchair. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Springer US, v. 24, n. 4, p. 397–408, 2013. ISSN 2195-3880. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s40313-013-0052-z>>.
- CONSOLINI, L. et al. On a class of hierarchical formations of unicycles and their internal dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 57, n. 4, p. 845–859, 2012. ISSN 0018-9286.
- CORLESS, M.; LEITMANN, G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 26, n. 5, p. 1139–1144, 1981. ISSN 0018-9286.
- CRUZ, C. de la. *Control de Formación de Robots Móviles*. Tese (Doutorado) — Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de San Juan, 2006.
- DEIST, L.; FOURIE, C. Fuzzy algorithm for the control of a mobile robot. In: *International Workshop on Emerging Technologies and Factory Automation*. [S.l.: s.n.], 1993. p. 42–50.
- DESAI, J.; OSTROWSKI, J.; KUMAR, V. Controlling formations of multiple mobile robots. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 4, p. 2864 –2869 vol.4.
- DURRANT-WHYTE, H. et al. Field and service applications - an autonomous straddle carrier for movement of shipping containers - from research to operational autonomous systems. *IEEE Robotics Automation Magazine*, v. 14, n. 3, p. 14 –23, sept. 2007. ISSN 1070-9932.
- EGERSTEDT, M.; HU, X. Formation constrained multi-agent control. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 17, n. 6, p. 947–951, 2001.
- FERREIRA, A. et al. An approach to avoid obstacles in mobile robot navigation: the tangential escape. *SBA Controle & Automação*, v. 19, n. 4, p. 395 – 405, 2008.

- GAZI, V.; PASSINO, K. Stability analysis of swarms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 48, n. 4, p. 692–697, 2003. ISSN 0018-9286.
- GHOMMAM, J.; MEHRJERDI, H.; SAAD, M. Robust formation control without velocity measurement of the leader robot. *Control Engineering Practice*, v. 21, n. 8, p. 1143 – 1156, 2013. ISSN 0967-0661.
- GHOMMAM, J. et al. Formation path following control of unicycle-type mobile robots. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 58, n. 5, p. 727 – 736, 2010. ISSN 0921-8890.
- GUECHI, E. et al. Pdc control design for non-holonomic wheeled mobile robots with delayed outputs. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, v. 60, n. 3, p. 395–414, dez. 2010.
- HENTEN, E. V. et al. Field test of an autonomous cucumber picking robot. *Biosystems Engineering*, v. 86, n. 3, p. 305 – 313, 2003. ISSN 1537-5110. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1537511003001557>>.
- HOUGEN, D. et al. A miniature robotic system for reconnaissance and surveillance. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 1, p. 501 –507 vol.1.
- HUNG, L.-C.; CHUNG, H.-Y. Design of hierarchical fuzzy logic control for mobile robot system. In: *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–6.
- JENNINGS, J.; WHELAN, G.; EVANS, W. Cooperative search and rescue with a team of mobile robots. In: *International Conference on Advanced Robotics*. [S.l.: s.n.], 1997. p. 193 –200.
- KANAYAMA, Y. et al. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1990. p. 384 –389 vol.1.
- KHATIB, O. Real time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *Int. Journal of Robotics Research*, v. 5, p. 90–98, 1986.
- KHURSHID, J.; BING-RONG, H. Military robots - a glimpse from today and tomorrow. In: *Control, Automation, Robotics and Vision Conference, 2004. ICARCV 2004 8th*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 771 – 777 Vol. 1.
- KITTS, C.; MAS, I. Cluster space specification and control of mobile multirobot systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 14, n. 2, p. 207 –218, april 2009. ISSN 1083-4435.
- KOLOWITZ, J.; NOTON, D. Motivation system for a robot. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 3, n. 4, p. 425–428, july 1973. ISSN 0018-9472.
- KUC, R.; BARSHAN, B. Navigating vehicles through an unstructured environment with sonar. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 1989. p. 1422–1426.

- LAKEHAL, B.; AMIRAT, Y.; PONTNAU, J. Fuzzy steering control of a mobile robot. In: *IEEE/IAS International Conference on Industrial Automation and Control: Emerging Technologies*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 383–386.
- LAMIRAUX, F.; BONNAFOUS, D.; LEFEBVRE, O. Reactive path deformation for nonholonomic mobile robots. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, v. 20, n. 6, p. 967 – 977, dec. 2004. ISSN 1552-3098.
- MAMDANI, E. Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, v. 121, n. 12, p. 1585–1588, 1974. ISSN 0020-3270.
- MARCOTTE, H. Robotics: The new automation tool. In: *Conference on Design Automation*. [S.l.: s.n.], 1982. p. 2 – 8. ISSN 0146-7123.
- MARTINEZ, J. et al. Object following and obstacle avoidance using a laser scanner in the outdoor mobile robot auriga-alpha;. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 1, p. 204 –209 vol.1.
- MARTINS, F. N. *Modelagem e Compensação da Dinâmica de Robôs Móveis e sua Aplicação em Controle de Formação*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Espírito Santo, 2009.
- MARTINS, F. N. et al. An adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking. *Control Engineering Practice*, v. 16, n. 11, p. 1354–1363, 2008. ISSN 0967-0661.
- MAS, I. *Cluster Space Framework for Multi-Robot Formation*. Tese (Doutorado) — Santa Clara University, 2011.
- MAS, I. et al. Entrapment/escorting and patrolling missions in multi-robot cluster space control. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 5855 –5861.
- MAS, I.; PETROVIC, O.; KITTS, C. Cluster space specification and control of a 3-robot mobile system. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 3763 –3768. ISSN 1050-4729.
- MICHAEL, N.; FINK, J.; KUMAR, V. Controlling a team of ground robots via an aerial robot. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 965 –970.
- MILES, E.; JR., R. C. Utilizing human vision and computer vision to direct a robot in a semi-structured environment via task-level commands. In: *IEEE/RSJ International Conference on Human Robot Interaction and Cooperative Robots*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 1, p. 366 –371.
- MINGUEZ, J.; MONTANO, L. Nearness diagram (nd) navigation: collision avoidance in troublesome scenarios. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 20, n. 1, p. 45–59, 2004.
- MOZELLI, L. A. *Controle Fuzzy para Sistemas Takagi-Sugeno: Condições Aprimoradas e Aplicações*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.

- RAMPINELLI, V. *Controle de Formações Flexíveis de Robôs Móveis com Desvio de Obstáculos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo, 2010.
- RAMPINELLI, V. et al. A multi-layer control scheme for multi-robot formations with obstacle avoidance. In: *International Conference on Advanced Robotics*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1 –6.
- RAMPINELLI, V. T. L. et al. Embedding obstacle avoidance in the control of a flexible multi-robot formation. In: *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1846 –1851.
- RESENDE, C. Z. et al. Simultaneous trajectory tracking and obstacle avoidance for unicycle-like mobile robots. In: *XIV Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*. [S.l.: s.n.], 2011.
- RESENDE, C. Z. et al. Embedding obstacle avoidance to trajectory tracking for unicycle mobile robots. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. [S.l.: s.n.], 2012.
- RESENDE, C. Z. et al. Incorporação de desvio de obstáculos ao seguimento de trajetória por robôs móveis uniciclos. In: *Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 993 – 999.
- RESENDE, C. Z.; CARELLI, R.; SARCINELLI-FILHO, M. A nonlinear trajectory tracking controller for mobile robots with velocity limitation via fuzzy gains. *Control Engineering Practice*, v. 21, n. 10, p. 1302 – 1309, 2013. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066113001056>>.
- RESENDE, C. Z. et al. Controlador de seguimento de trajetória para robôs móveis com ganhos dinâmicos. In: *X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 983 – 988.
- RESENDE, C. Z. et al. A trajectory tracking controller with dynamic gains for mobile robots. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 3746 – 3751.
- SALA, A.; ARIÑO, C. Reduciendo distancias entre el control borroso y el control no lineal: luces y sombras. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, v. 6, n. 2, p. 26–35, 2009.
- SARIEL, S.; BALCH, T.; ERDOGAN, N. Naval mine countermeasure missions. *IEEE Robotics Automation Magazine*, v. 15, n. 1, p. 45 –52, march 2008. ISSN 1070-9932.
- SECCHI, H.; CARELLI, R.; MUT, V. Design of stable algorithms for mobile robot control with obstacle avoidance. In: *Proceedings of the 14th World Congress of IFAC*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 2, p. 185 – 190.
- SECCHI, H.; CARELLI, R.; MUT, V. An experience on stable control of mobile robots. *Latin American Applied Research*, v. 33, p. 379–386, 2003.
- SECCHI, H.; MUT, V. Path following: Discrete stable control of mobile robots. In: *International Conference on Mechatronics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 2144 –2149.

- SOETANTO, D.; LAPIERRE, L.; PASCOAL, A. Adaptive, non-singular path-following control of dynamic wheeled robots. In: *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 2, p. 1765 – 1770 Vol.2. ISSN 0191-2216.
- STOUTEN, B.; GRAAF, A. de. Cooperative transportation of a large object - development of an industrial application. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 3, p. 2450 – 2455 Vol.3. ISSN 1050-4729.
- SUSNEA, I. et al. Path following, real-time, embedded fuzzy control of a mobile platform wheeled mobile robot. In: *IEEE International Conference on Automation and Logistics*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 268–272.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modelling and control. *Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-15, n. 1, p. 116–132, 1985.
- TAN, K.-H.; LEWIS, M. Virtual structures for high-precision cooperative mobile robotic control. In: *Intelligent Robots and Systems '96, IROS 96, Proceedings of the 1996 IEEE/RSJ International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 1, p. 132 –139 vol.1.
- TANAKA, K.; SUGENO, M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 45, n. 2, p. 135–156, 1992. ISSN 0165-0114.
- TANAKA, K.; WANG, H. O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- TANNER, H.; PAPPAS, G.; KUMAR, V. Leader-to-formation stability. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 20, n. 3, p. 443–455, 2004.
- TURNER, R.; TURNER, E. A two-level, protocol-based approach to controlling autonomous oceanographic sampling networks. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 26, n. 4, p. 654 –666, oct 2001. ISSN 0364-9059.
- VOTH, D. A new generation of military robots. *IEEE Intelligent Systems*, v. 19, n. 4, p. 2 – 3, jul-aug 2004. ISSN 1541-1672.
- WANG, H.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, v. 4, n. 1, p. 14–23, fev. 1996. ISSN 1063-6706.
- WEIGEL, T. et al. Cs freiburg: coordinating robots for successful soccer playing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 18, n. 5, p. 685–699, oct 2002.
- WIT, C. Canudas de; SICILIANO, B.; BASTIN, G. *Theory of Robot Control*. [S.l.]: Springer, 1997.
- XIAOMIN, M. et al. Behavior-based formation control of multi-missiles. In: *Control and Decision Conference*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 5019 –5023.
- XINGQUAN, G. Robust tracking scheme for wheeled mobile robot with actuator saturations via uncertain t-s fuzzy model. In: *International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 2, p. 308–312.

YAMASHITA, A. et al. Motion planning for cooperative transportation of a large object by multiple mobile robots in a 3d environment. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 4, p. 3144 –3151 vol.4.

ZADEH, L. A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-3, n. 1, p. 28–44, 1973. ISSN 0018-9472.

ZHANG, Y. et al. Dynamic model based robust tracking control of a differentially steered wheeled mobile robot. In: *Proceedings of the 1998 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 2, p. 850 –855 vol.2.