Robótica Industrial

Engenharia de Controle e Automação – 9º Período

PROF. LUCAS VAGO SANTANA

lucas@ifes.edu.br

Aula 05 – Cinemática Direta em 2D e 3D

- O que é Cinemática?
- Determinando a Cinemática Direta via Transformações Homogêneas
- Espaço de Configuração e Espaço de Tarefas de um Robô
- Convenção de Denavit e Hartenberg
- Cinemática Direta: Uma Representação Generalizada
- Exemplos e Exercícios de Programação

Referências Bibliográficas

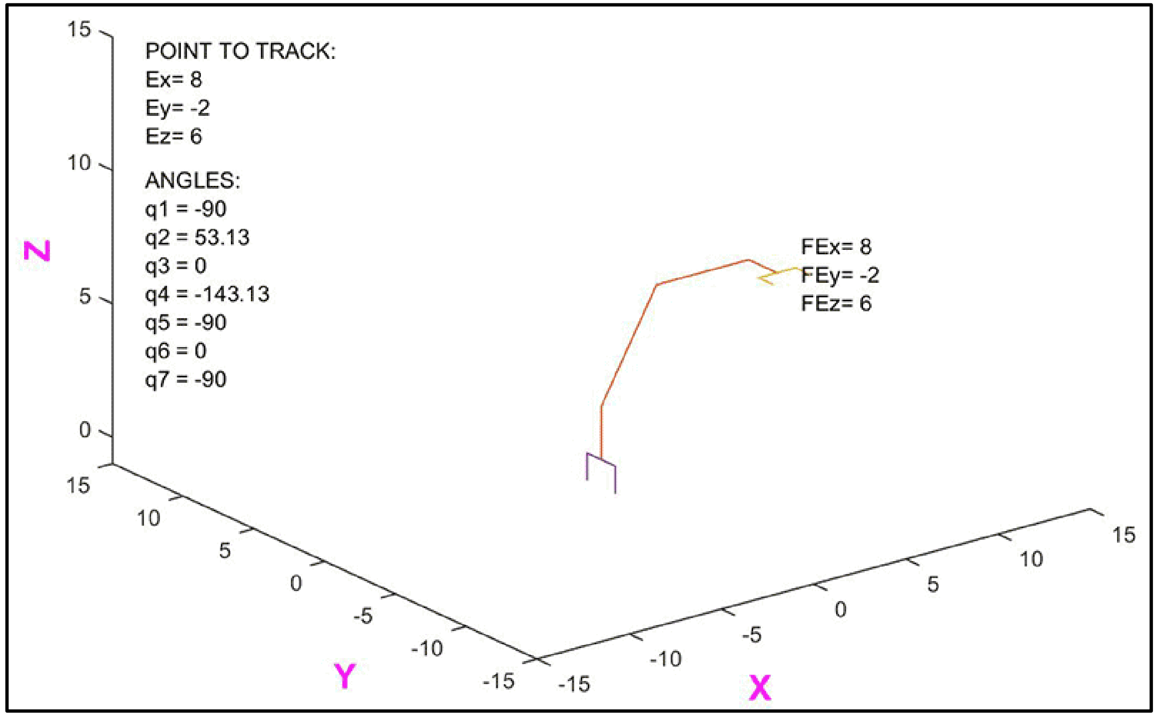
- CORKE, Peter. **Robotics, Vision and Control: Fundamentals Algorithms in MATLAB**. 2. ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2017.
- CORKE, Peter. **QUT Robot Academy: The open online robotics education resource**. Disponível em: <https://robotacademy.net.au/>. Acesso em 27 fev. 2020.
- NIKU, Saeed B. **Introduction to Robotics: Analysis, Control, Applications**. 2. ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- SPONG, Mark W.; HUTCHINSON, Seth; VIDYASAGAR, M. **Robots Modeling and Control**. 1. ed. John Wiley & Sons, 2005.
- LYNCH, Kevin M.; PARK, Frank C. **Modern Robotics: Mechanics, Planning and Control**. 1. ed. Cambridge University Press, 2017.
- SICILIANO, Bruno; KHATIB, Oussama. **Springer Handbook of Robotics**. 2. ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2016.

INSTITUTO FEDERAL
ESPIRITO SANTO

O que é a Cinemática?

O que é a Cinemática?

- **Ramificação da física/matemática** que estuda o **movimento** de corpos no espaço;



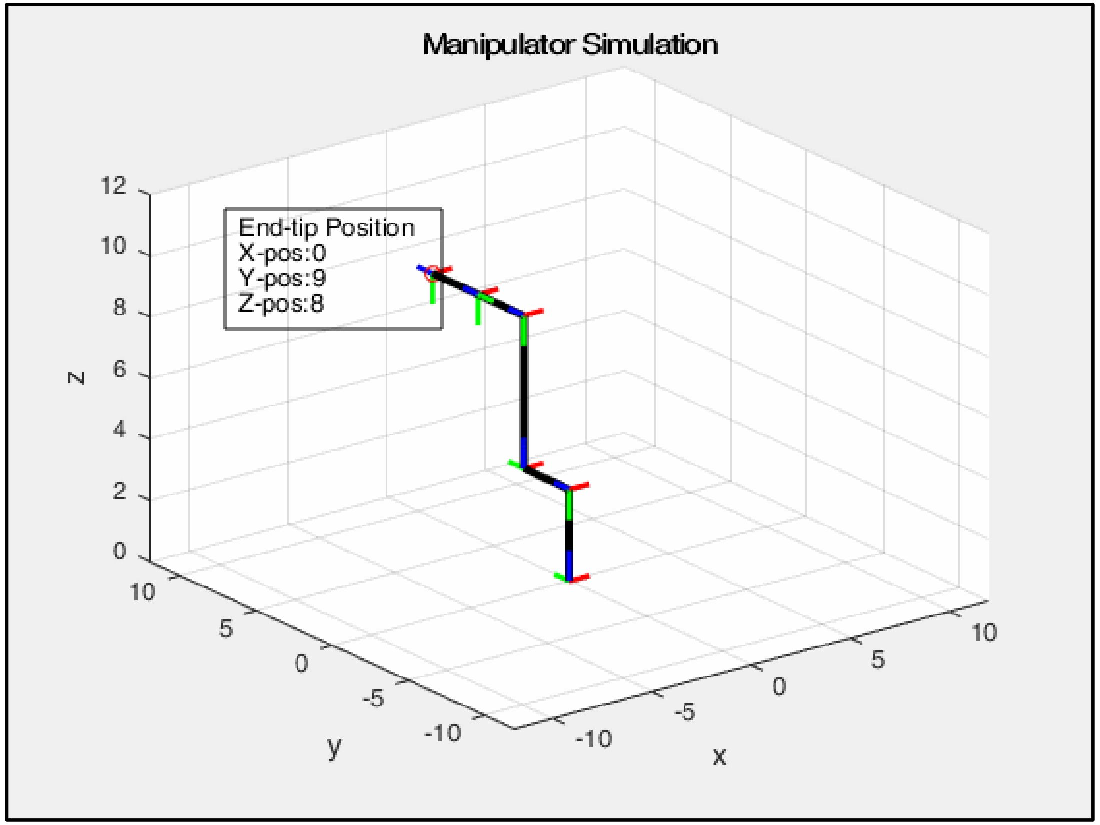
https://group01mcen90028roboticsunimelb.wordpress.com/2015/09/04/functioning-inverse-kinematics/

Características da Cinemática

- **Preocupa-se apenas** com as **posições e velocidades** (translacionais e/ou rotacionais);
- Assume variações ocorrem **instantaneamente, ignorando efeitos dinâmicos**, tais como a inércia;
- Forças e torques produzidos pelos mecanismos são estudados em outra ramificação denominada **dinâmica**;

Cinemática Direta

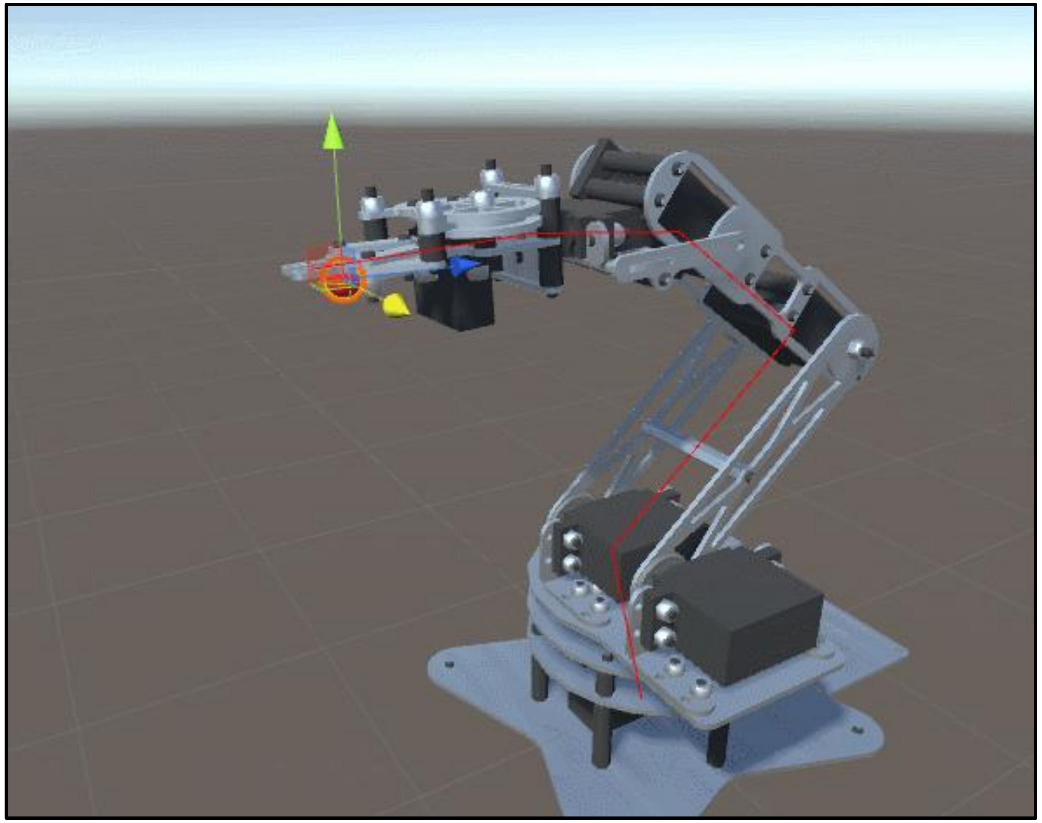
- Dadas as condições das juntas, qual a posição do efetuador final?



https://ljvmiranda921.github.io/notebook/2017/01/25/forward-kinematics-stanford-manipulator/

Cinemática Inversa

- Dada a posição do efetuador final, quais condições das juntas levam o robô até lá?



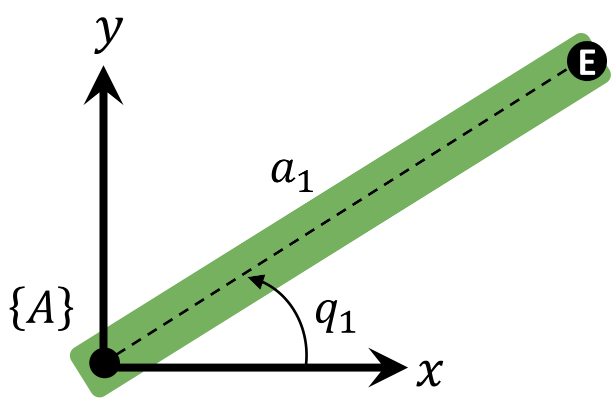
https://www.alanzucconi.com/2017/04/06/forward-kinematics/

INSTITUTO FEDERAL
ESPIRITO SANTO

Determinando a Cinemática Direta via Transformações Homogêneas

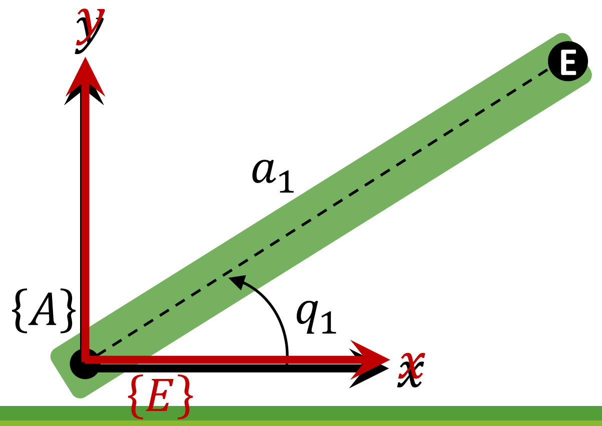
Robô Planar de uma Junta

- Para fins didáticos, suponha um robô planar de uma junta;
- Sabendo que:
  - Sua liberdade de movimento é dada pelo ângulo q_1 e pela dimensão do elo a_1;
- Como determinar sua cinemática direta?



Robô Planar de uma Junta

- Uma técnica simples é imaginar como levar o sistema de coordenadas da origem de {A} até a origem de {E}:
  1. Rotacionando {A} do ângulo (q_1);
  2. Em seguida, transladando sobre o eixo x rotacionado a dimensão do elo (a_1);

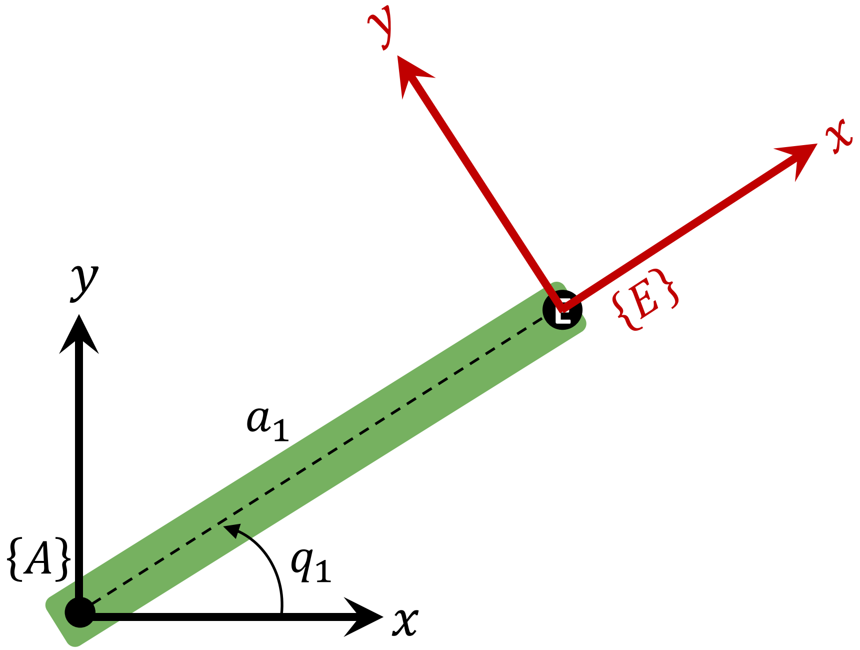


$$\boldsymbol{R}(q_1) \quad \boldsymbol{T_x}(a_1)$$

Transformação Homogênea de 2D

Robô Planar de uma Junta

- Utilizando transformações homogêneas de 2D, determina-se a **cinemática direta** como:



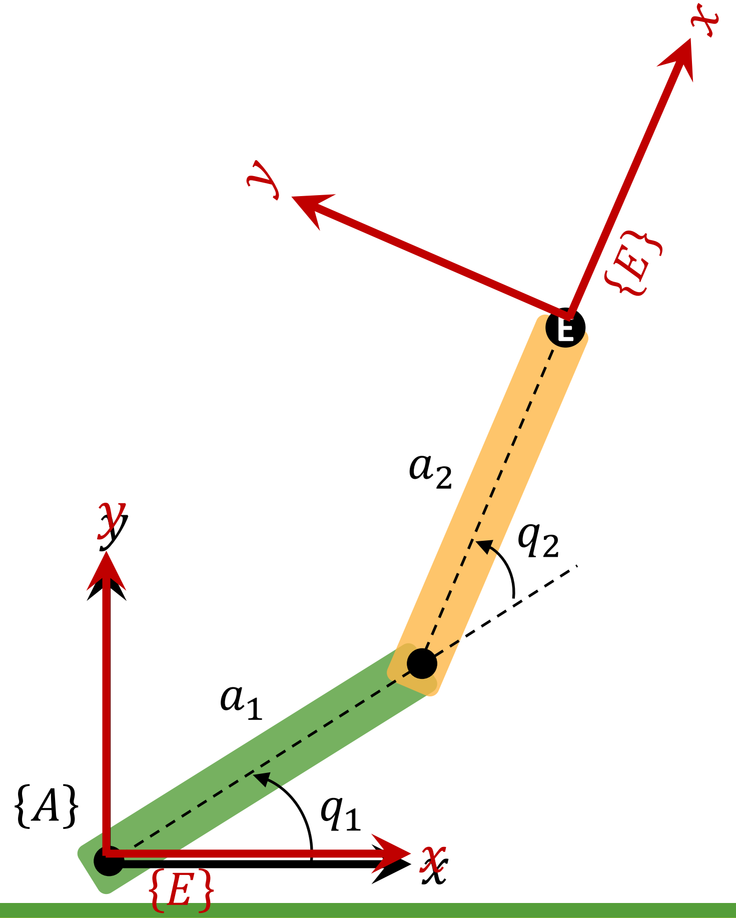
$$ {}^{A}\boldsymbol{T}_E = \boldsymbol{R}(q_1)\,\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{x}}(a_1) $$

$$ {}^{A}\boldsymbol{T}_E = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{A}\boldsymbol{T}_E = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & a_1\cos q_1 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & a_1 \sin q_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ \boxed{(x_t, y_t) = (a_1 \cos q_1\,, a_1 \sin q_1)} $$

Robô Planar de duas Juntas



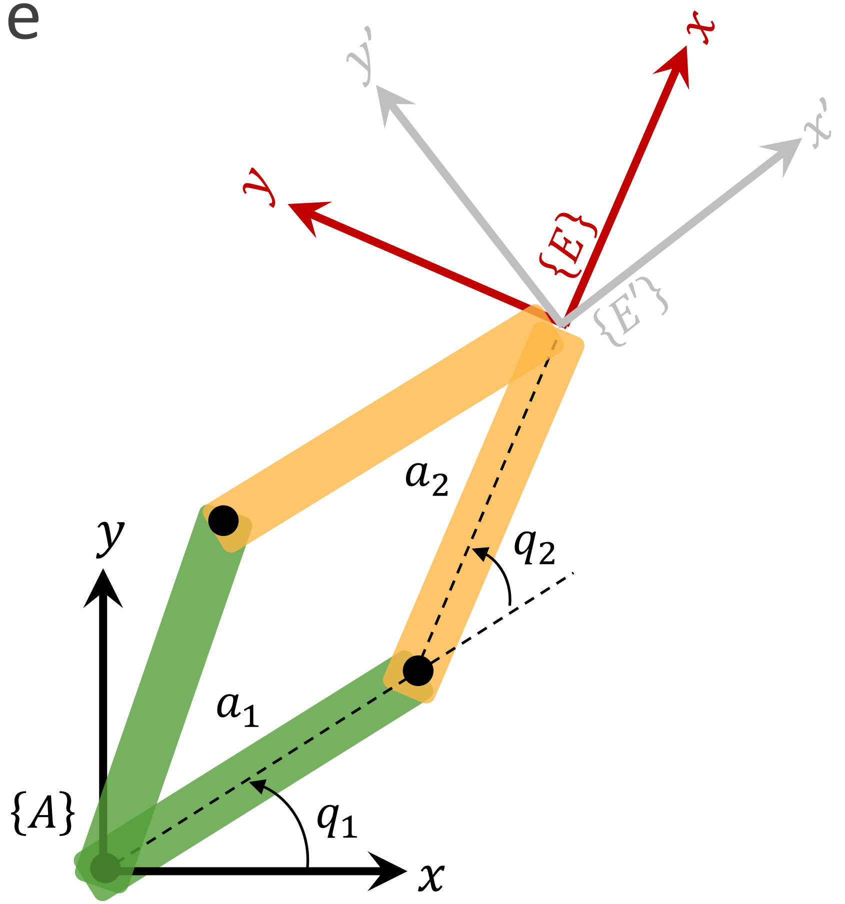
$$\boxed{{}^{A}\boldsymbol{T}_E = \boldsymbol{R}(q_1)\ \boldsymbol{T_x}(a_1)\ \boldsymbol{R}(q_2)\ \boldsymbol{T_x}(a_2)}$$

$$^{A}\mathbf{T}_E = \begin{bmatrix} \cos(q_1+q_2) & -\sin(q_1+q_2) & a_1\cos(q_1) + a_2\cos(q_1+q_2) \\ \sin(q_1+q_2) & \cos(q_1+q_2) & a_1\sin(q_1) + a_2\sin(q_1+q_2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1\cos q_1 + a_2\cos(q_1+q_2) \\ a_1\sin q_1 + a_2\sin(q_1+q_2) \end{bmatrix}}$$

Robô Planar de duas Juntas

- Sobre este arranjo é interessante observar que existem sempre duas soluções para a **posição final** do efetuador;
- Porém, com **orientações distintas**;



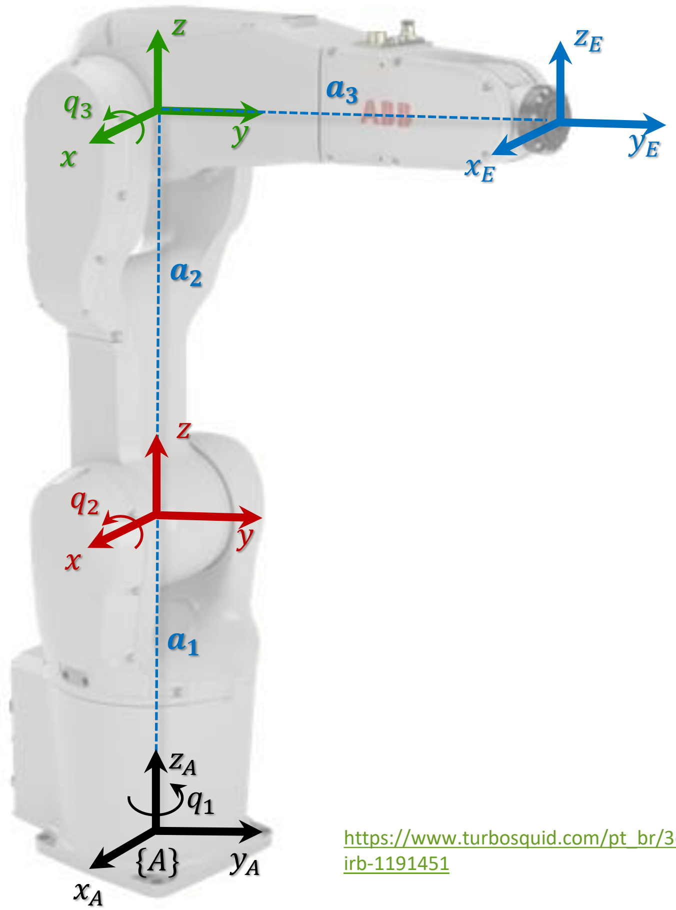
Exercício de Programação

- Visualizando um robô planar de duas juntas, aplicando suas equações de cinemática direta;
- Acessar o *Jupyter Notebook* disponível em:

https://colab.research.google.com/drive/1bDVJqh4OhogVj3sNtmnqvs_xrFOY67SJ

- Visualizar as instruções nos exemplos;
- Resolver o exercício de fixação proposto.

Braço Articulado de 3 Juntas (RRR)

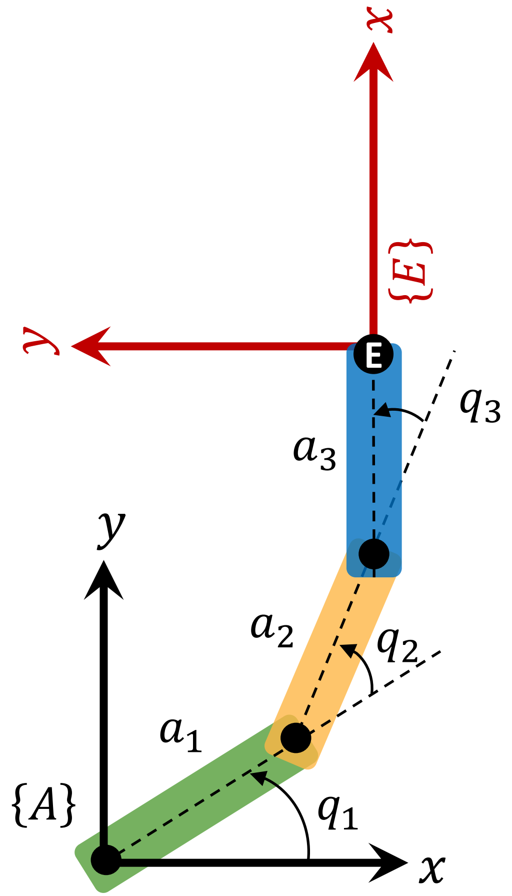


https://www.turbosquid.com/pt_br/3d-models/3d-industrial-robot-abb-irb-1191451

$$\boxed{{}^{A}\boldsymbol{T}_E = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{z}}(q_1)\boldsymbol{T}_z(a_1)\ \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}(q_2)\boldsymbol{T}_z(a_2)\ \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}(q_3)\boldsymbol{T}_y(a_3)}$$

Exercício de Programação

- Usando o Python simbólico na determinação de equações.
  - Considerando o robô planar do esquema, responda:
  - Determine a sequência de transformações homogêneas que podem ser aplicadas para encontrar sua cinemática direta?
  - Qual é sua cinemática direta?
  - Para responder, acesse o *Jupyter Notebook* disponível em:
  - https://colab.research.google.com/drive/1CTYUctXs-b9oKGUhyF-qy8Nlf5EH9JSw
  - Visualizar as instruções nos exemplos;



Espaço de Configuração e de Tarefas de um Robô

Espaço de Configuração ($\mathcal{C}$)

- Do inglês, ***Configuration Space***;
- É uma abstração matemática usada na representação das juntas robóticas;
- Refere-se ao conjunto:

$$\boldsymbol{q} = \{q_j \;, j \in [1 \quad \dots \quad N]\} \in \mathcal{C}$$

  - $\boldsymbol{q}$**:** Configuração da junta (Prismática ou Rotacional)
  - q_j: Coordenada da junta
  - N: número de juntas
  - $\mathcal{C}$: Espaço de todas as configurações possíveis

O subconjunto de números reais n-dimensional: $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^N$
É o **espaço de configuração** do robô

Espaço de Tarefa ($\mathcal{T}$)

- Do inglês, ***Task Space***;
- É uma abstração matemática usada na representação das possíveis poses que o **efetuador final** pode assumir;

$$\xi_E \in \mathcal{T}$$

  - $\mathcal{T}$: Espaço de todas as possíveis poses do efetuador final

- **Depende do espaço de configuração** de cada robô;
- **Em 2D**, diz-se que o **espaço de tarefa** é um **subconjunto de** $\mathbb{SE}(2)$:

$$\mathcal{T} \subset \mathbb{SE}(2)$$

- **Em 3D,** diz-se que o **espaço de tarefa** é um **subconjunto de** $\mathbb{SE}(3)$**:**

$$\mathcal{T} \subset \mathbb{SE}(3)$$

$\mathbb{SE}(2)$: conjunto euclidiano especial de 2 dimensões. Representa com todas as posições e orientações em 2D

$\mathbb{SE}(3)$: conjunto euclidiano especial de 3 dimensões. Representa com todas as posições e orientações em 3D

Dimensões dos Espaços

- O **espaço de configuração** determina os graus de liberdade do **robô** (número de juntas):

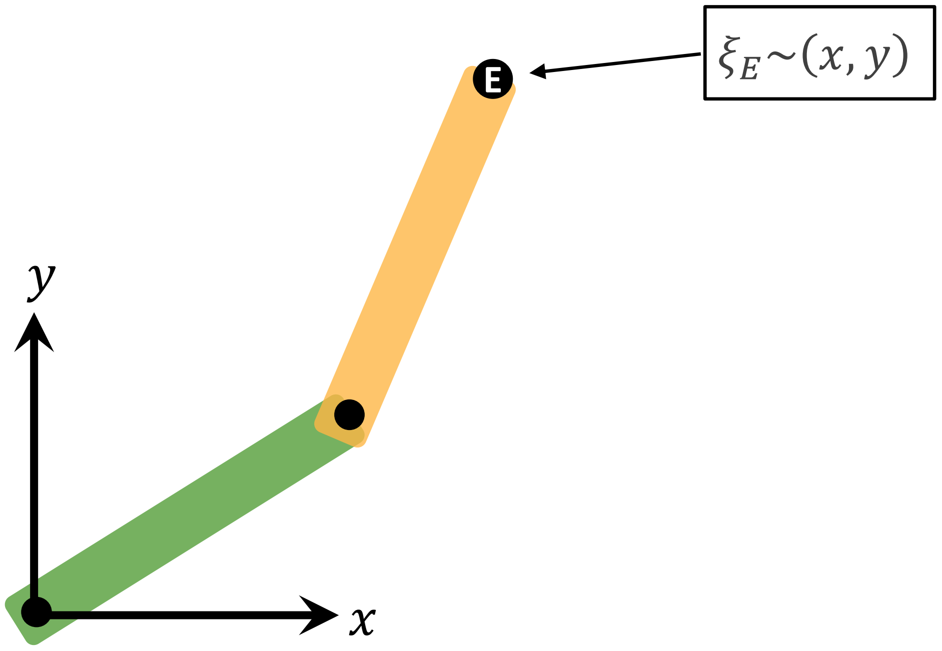
$$DOF_R = \dim(\mathcal{C})$$

- O **espaço de tarefa** determina os graus de liberdade do **efetuador** final

$$DOF_E = \dim(\mathcal{T})$$

- No **mundo real**:
  - $\dim(\mathcal{T}) \leq 6$: Limitado aos graus de liberdade $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$;
  - $\dim(\mathcal{C}) \geq \dim(\mathcal{T})$: Porém, o robô pode possuir mais juntas que o necessário para alcança-las;

Exemplo: Robô Planar 2D

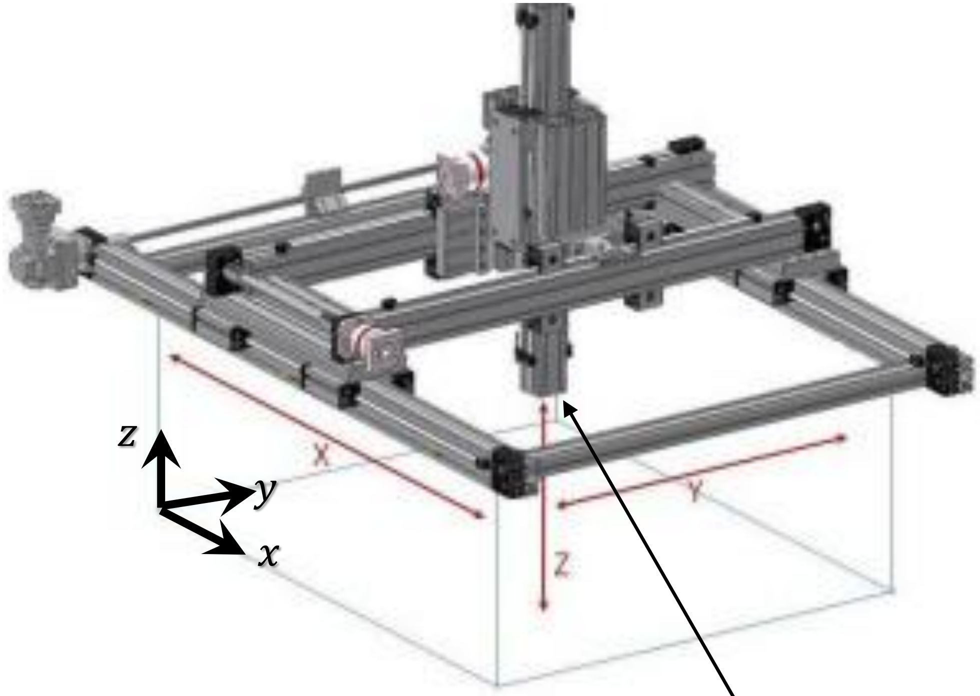


Robô de juntas: RR

$\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^2$

$\mathcal{T} \subset \mathbb{R}^2$

Exemplo: Robô Cartesiano 3D



https://www.macrondynamics.com/job-stories/gantry-systems-overview

$\boxed{\xi_E \sim (x, y, z)}$

$\boxed{\text{Robô de juntas: PPP}}$

$\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^3$

$\mathcal{T} \subset \mathbb{R}^3$

Exemplo: Robô SCARA

https://www.eurobots.net/rob--epson-ls6-scara-700mm-usado-pt.html

$\xi_E \sim (x, y, z, \psi)$

Robô de juntas: RRRP

$\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^4$

$\mathcal{T} \subset \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}$

$\mathbb{S}$: Subconjunto de números reais representando ângulos

Exemplo: Robô Antropomórfico

$\xi_E \sim (x, y, z, \phi, \theta, \psi)$

https://new.abb.com/products/robotics/pt/robos-industriais/irb-120

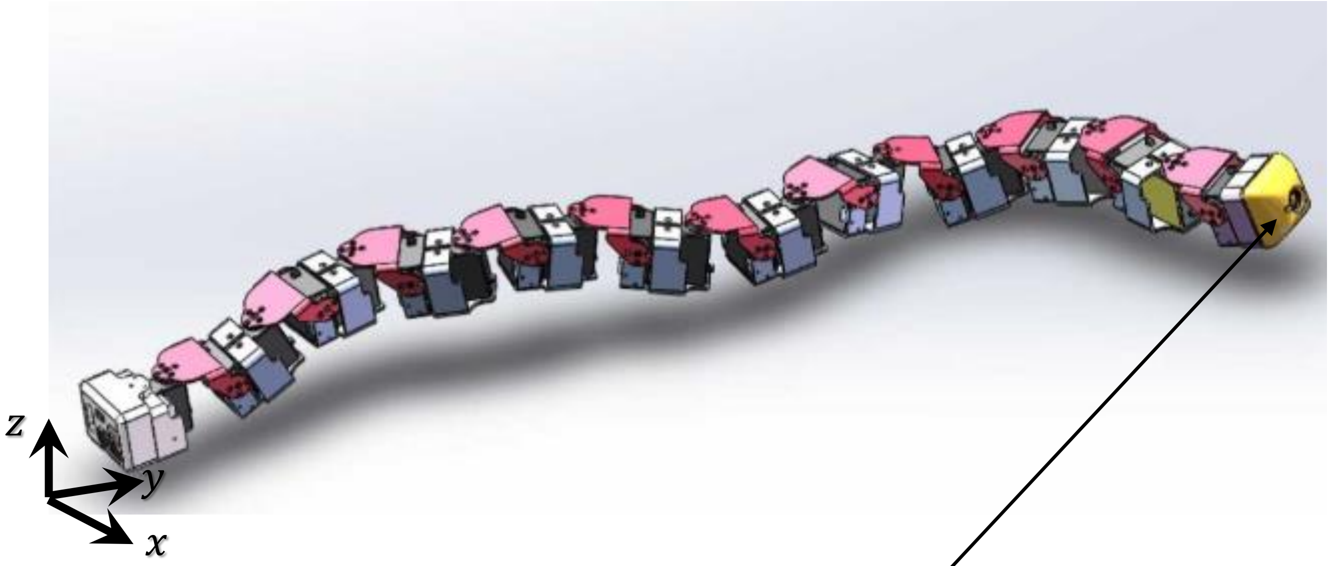
Robô de juntas: RRRRR

$\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^6$

$\mathcal{T} \subset \mathbb{R}^3 \times \mathbb{SO}(3)$

$\mathcal{T} \subset \mathbb{SE}(3)$

Exemplo: Robô Multiarticulado (Cobra)



$\xi_E \sim (x, y, z, \phi, \theta, \psi)$

https://www.hindawi.com/journals/jr/2019/1523493/

Robô de juntas: RR…RR

- Robô redundante;
- Controla-se a pose do efetuador final;
- Controla-se a forma do robô;

$$\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^{11}$$
$$\mathcal{T} \subset \mathbb{SE}(3)$$

Convenção de Denavit e Hartenberg

Convenção de Denavit & Hartenberg

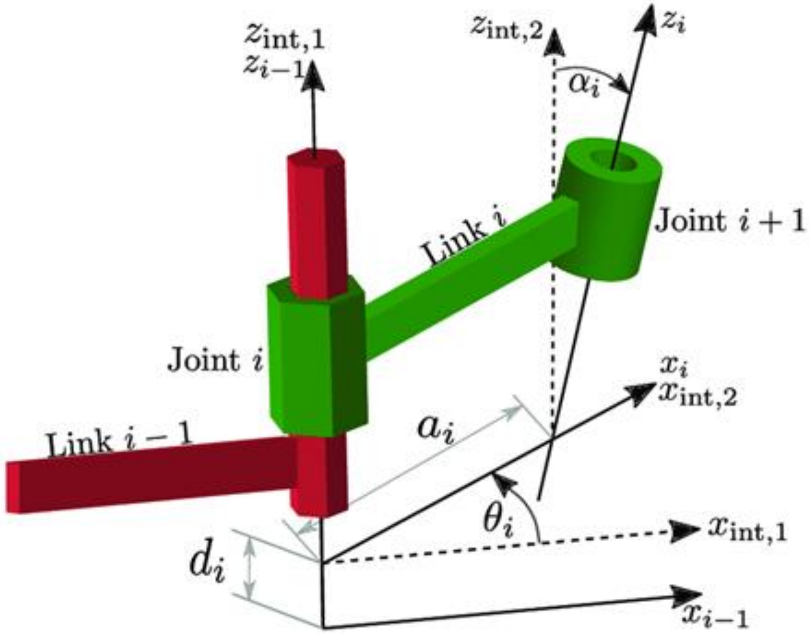
- Denavit e Hartenberg (1955), propuseram uma **teoria que generaliza** a descrição matemática das conexões sequenciais entre juntas mecânicas;
- Na robótica, muitos autores adotam a **Convenção de Denavit e Hartenberg (DH)** para determinar a **cinemática direta dos robôs**;

DENAVIT, J.; HARTENBERG, R. S. **A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices**. ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 22, pp. 215-221, 1955.

Convenção de Denavit & Hartenberg

- A técnica consiste em fixar os **eixos de coordenadas {i-1} e {i}** nas extremidades dos elos em análise;
- Ao garantir **a interseção e perpendicularidade** entre os eixos x_i e z_{i-1};
- Será possível descrever a pose entre os sistemas de coordenadas via transformação homogênea a partir de **4 parâmetros**;
- Para cada junta, **a pose** que conecta o **{i-1}** a **{i}** é:

$$\boxed{{}^{i-1}\xi_i = \boldsymbol{R}_z(\theta_i)\,\boldsymbol{T}_z(d_i)\;\boldsymbol{T}_x(a_i)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_i)}$$

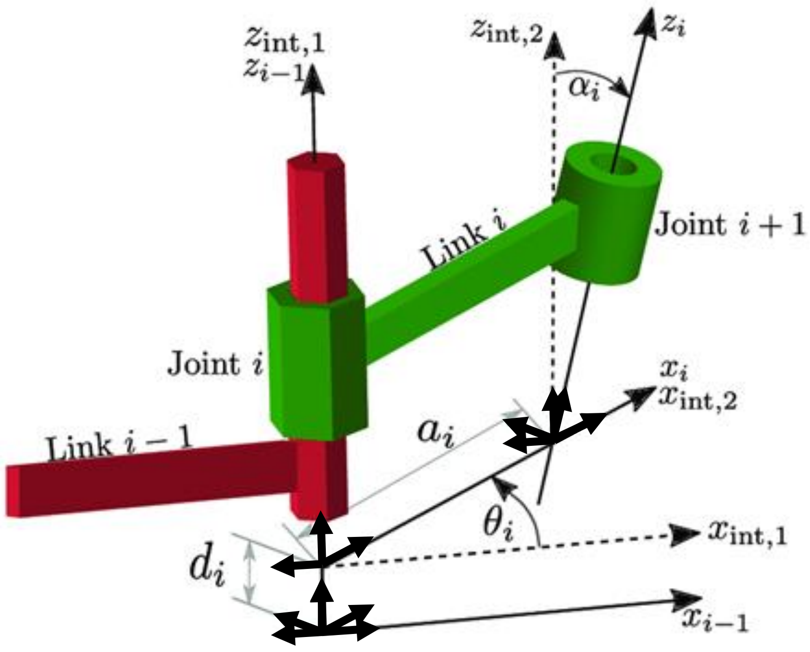


https://www.mdpi.com/2218-6581/7/4/64/htm

Convenção de Denavit & Hartenberg

- A técnica consiste em fixar os **eixos de coordenadas {i-1} e {i}** nas extremidades dos elos em análise;
- Ao garantir **a interseção e perpendicularidade** entre os eixos x_i e z_{i-1};
- Será possível descrever a pose entre os sistemas de coordenadas via transformação homogênea a partir de **4 parâmetros**;
- Para cada junta, **a pose** que conecta o **{i-1}** a **{i}** é:

$$\boxed{{}^{i-1}\xi_i = \boldsymbol{R}_z(\theta_i)\,\boldsymbol{T}_z(d_i)\ \boldsymbol{T}_x(a_i)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_i)}$$



https://www.mdpi.com/2218-6581/7/4/64/htm

Exemplos de uso da Convenção DH

- Para um robô de três juntas RRR, a Convenção DH descreve:

$$ {}^{A}\boldsymbol{T}_{E} = \underbrace{\boldsymbol{R}_z(q_1)\,\boldsymbol{T}_z(d_1)\;\boldsymbol{T}_x(a_1)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_1)}_{\text{DOF Junta 1}}\underbrace{\boldsymbol{R}_z(q_2)\,\boldsymbol{T}_z(d_2)\;\boldsymbol{T}_x(a_2)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_2)}_{\text{DOF Junta 2}}\underbrace{\boldsymbol{R}_z(q_3)\,\boldsymbol{T}_z(d_3)\;\boldsymbol{T}_x(a_3)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_3)}_{\text{DOF Junta 3}} $$

- Para um robô de três juntas RPR, a Convenção DH descreve:

$$ {}^{A}\boldsymbol{T}_{E} = \underbrace{\boldsymbol{R}_z(q_1)\,\boldsymbol{T}_z(d_1)\;\boldsymbol{T}_x(a_1)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_1)}_{\text{DOF Junta 1}}\underbrace{\boldsymbol{R}_z(\theta_2)\,\boldsymbol{T}_z(q_2)\;\boldsymbol{T}_x(a_2)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_2)}_{\text{DOF Junta 2}}\underbrace{\boldsymbol{R}_z(q_3)\,\boldsymbol{T}_z(d_3)\;\boldsymbol{T}_x(a_3)\,\boldsymbol{R}_x(\alpha_3)}_{\text{DOF Junta 3}} $$

INSTITUTO FEDERAL
ESPIRITO SANTO

Cinemática Direta: Uma Representação Generalizada

Representação Generalizada

- Para um robô de N juntas, a pose do seu efetuador final ξ_N é dada por uma função $\mathcal{K}$ (de *kinematics*), obtida a partir de sua cinemática direta;
- $\mathcal{K}$ é dependente das variáveis $\boldsymbol{q}$, pertencentes ao espaço de configuração do robô;
- $\mathcal{K}$ se identifica como uma transformação homogênea.

$$\xi_N = \mathcal{K}(\boldsymbol{q})$$

$$\boldsymbol{q} = \{q_j \ , j \in [1 \quad \dots \quad N]\} \in \mathcal{C}$$

Exemplos e Exercícios de Programação usando a Convenção de DH

Exemplo: Robô Planar (RR)

- Robô planar RR:

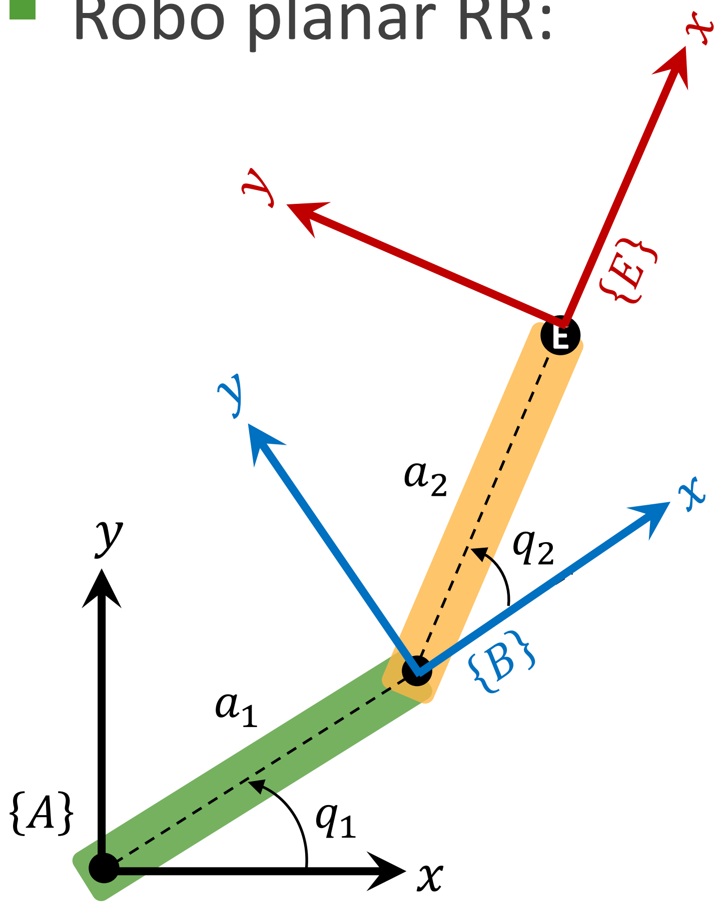


Tabela de parâmetros DH:

Índice da Junta (i)	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	0	a_1	0
2	q_2	0	a_2	0

θ: Rotação em torno de z;
d: Translação sobre z;
a: Translação sobre x;
α: Rotação em torno de x;

Exemplo: Robô Articulado (RRR)

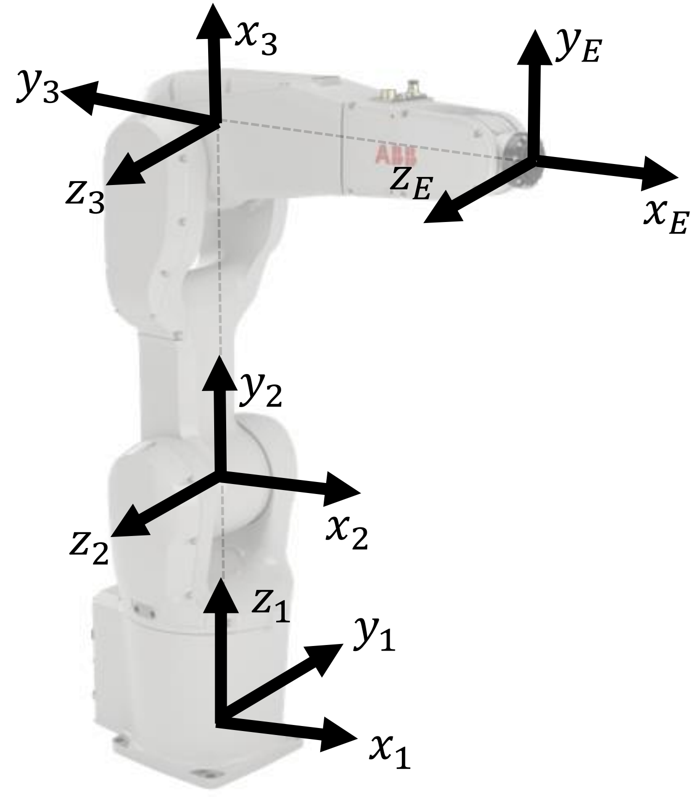
- Dado o modelo de robô com 3 DOF (RRR), determinar sua tabela de parâmetros de DH.

  - **Passo 1:** Estabelecer eixos das juntas:
    - Alinhando z com o grau de liberdade da junta;
    - Garantindo **a interseção e perpendicularidade** entre os eixos x_i e z_{i-1};
  - **Passo 2:** Denominar genericamente os parâmetros relativos aos ângulos de rotação e tamanhos dos elos;
  - **Passo 3:** Escrever a tabela com o número de linhas igual ao número de juntas e preenche-la:
    - O preenchimento deve ser feito escrevendo para cada linha a sequência de transformações homogêneas que leva o sistema de coordenadas do **Elo Atual** até o **Próximo Elo**;

https://www.turbosquid.com/pt_br/3d-models/3d-industrial-robot-abb-irb-1191451

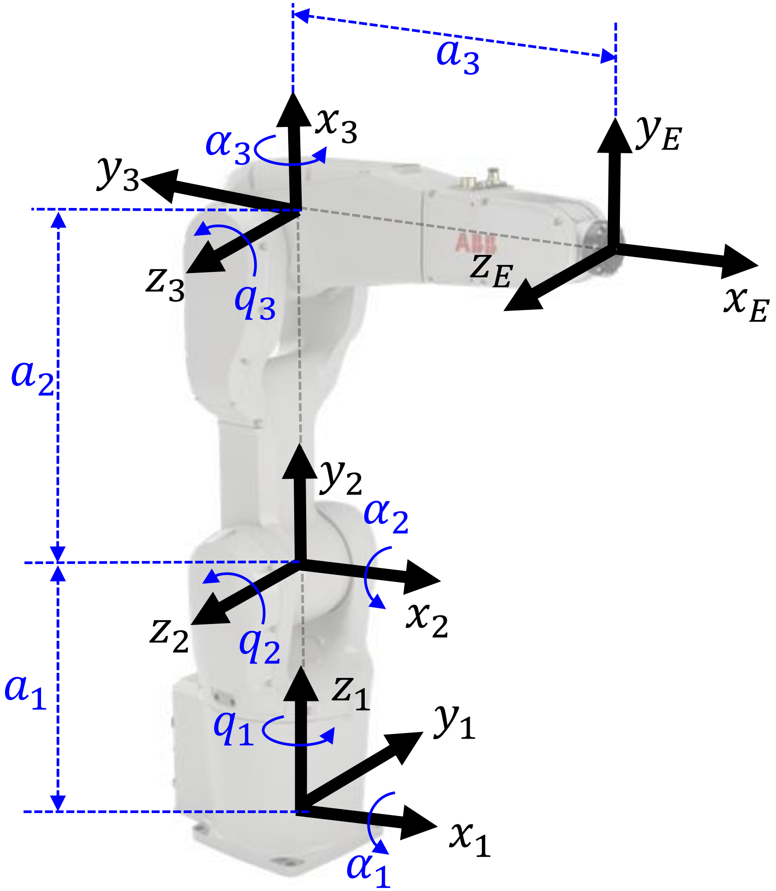
Exemplo: Robô Articulado (RRR)

- **Passo 1:** Estabelecer eixos das juntas:
  - Alinhando z com o grau de liberdade da junta;
  - Garantindo **a interseção e perpendicularidade** entre os eixos x_i e z_{i-1};
  - (Opcional) Usando a regra da mão direita, representar os eixos y;



Exemplo: Robô Articulado (RRR)

- **Passo 2:** Denominar genericamente os parâmetros relativos:
  - Aos ângulos de rotação;
  - Tamanhos dos elos;



Exemplo: Robô Articulado (RRR)

- **Passo 3:** Escrever a tabela com o número de linhas igual ao número de juntas e preenche-la:
  - O preenchimento deve ser feito escrevendo para cada linha a sequência de transformações homogêneas que leva o sistema de coordenadas do **Elo Atual** até o **Próximo Elo**;

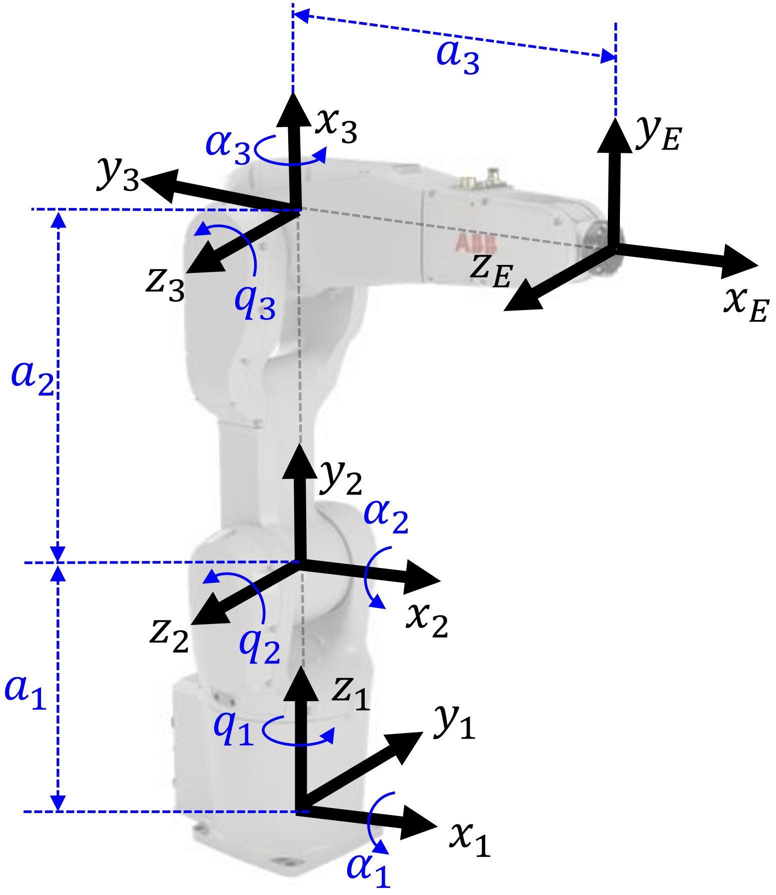


Tabela de parâmetros DH:

Índice da Junta (i)	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	a_1	0	90°
2	$90° + q_2$	0	a_2	0°
3	$-90° + q_3$	0	a_3	0

Exercício de Programação

- Cinemática direta e convenção de Denavit e Hartenberg;
- Acessar o *Jupyter Notebook* disponível em:

https://colab.research.google.com/drive/1y57VUrMrgDZJsUACzVR8EXwkQwyRRGP4

- Visualizar as instruções nos exemplos;
- Resolver o exercício de fixação proposto.