

# Algoritmos e Estruturas de Dados II

## Aula 20: Ordenação Externa - Parte 1

Prof. Jurandy G. Almeida Jr.

Universidade Federal de São Paulo  
Departamento de Ciência e Tecnologia

24 de Junho de 2016

- Conceitos Básicos
- Intercalação Balanceada de Vários Caminhos
- Implementação por meio de Seleção por Substituição
- Considerações Práticas
- Quicksort Externo

- A **ordenação externa** consiste em ordenar arquivos de tamanho maior que a memória interna disponível
- Os métodos de ordenação externa são diferentes dos métodos de ordenação interna
  - Os algoritmos devem diminuir o **número de acesso** às unidades de memória externa

- Nas memórias externas, os dados ficam em um **arquivo sequencial**
  - Apenas um registro pode ser acessado em um dado momento
  - Restrição forte comparada com as possibilidades de acesso em um vetor

# Conceitos Básicos

- Fatores que determinam diferenças das técnicas de ordenação externa em relação à ordenação interna:
  - **Custo de acesso** a memória secundária é muito maior do que o acesso a memória primária
    - O custo principal na ordenação externa está relacionado à transferência de dados entre a memória interna e externa
  - **Restrições de acesso** a dados
    - Fitas são acessadas somente sequencialmente
    - Em discos, acesso direto é muito caro
  - Os métodos de ordenação externa são dependentes do **estado atual da tecnologia**

- O método mais importante de ordenação externa é o de **ordenação por intercalação**
  - Intercalar significa combinar dois ou mais blocos ordenados em um único bloco ordenado
  - A intercalação é utilizada como uma operação auxiliar na ordenação

- O foco dos algoritmos para ordenação externa é reduzir o **número de passadas** sobre o arquivo
  - Uma boa medida de complexidade de um algoritmo de ordenação por intercalação é o número de vezes que um item é lido ou escrito na memória interna
  - Os bons métodos de ordenação externa geralmente envolvem menos do que dez passadas sobre o arquivo

# Conceitos Básicos

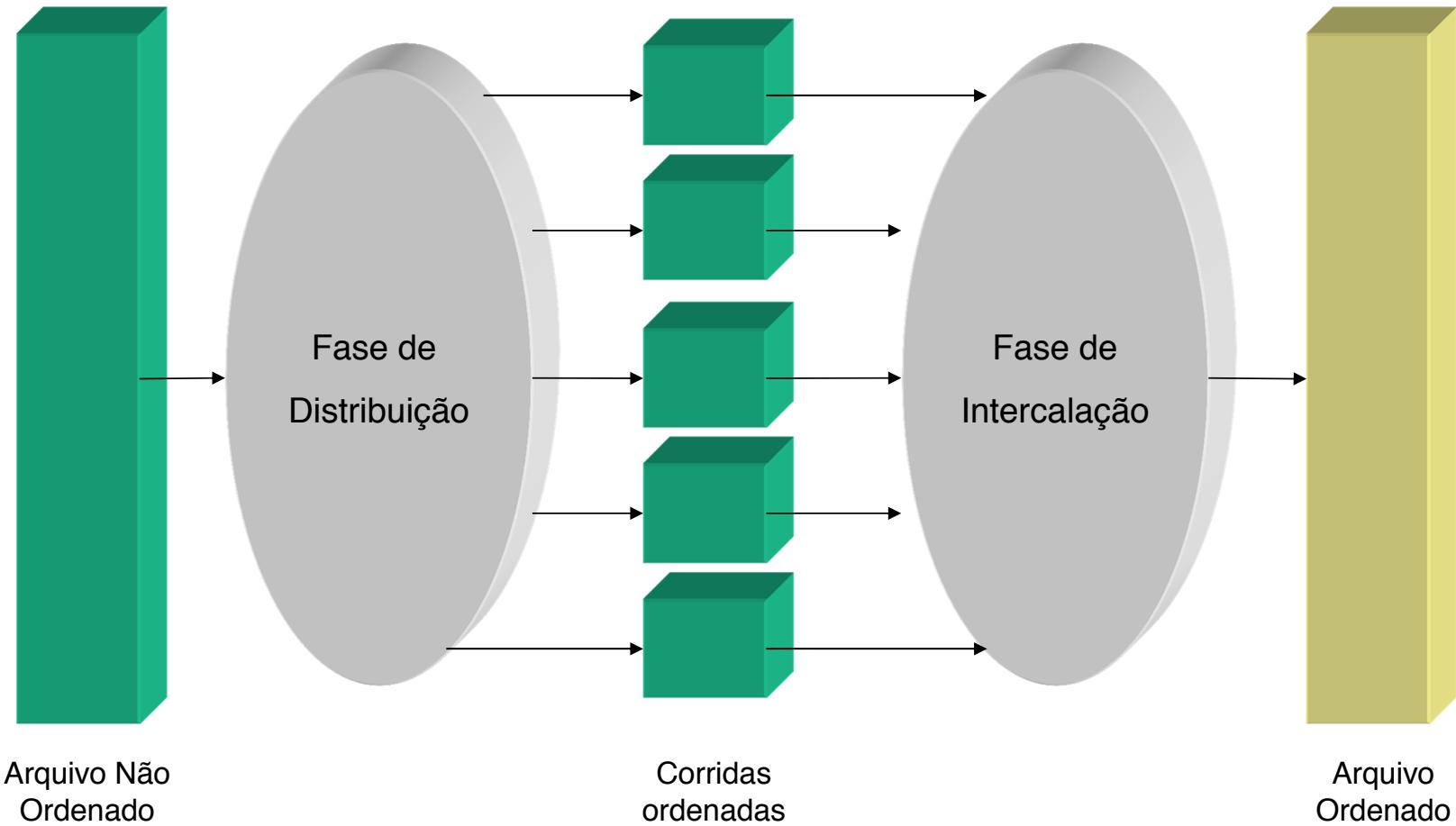
- Estratégia geral dos métodos de ordenação externa:
  1. **Quebre** o arquivo em blocos do tamanho da memória interna disponível
  2. **Ordene** cada bloco na memória interna
  3. **Intercale** os blocos ordenados, fazendo várias passadas sobre o arquivo
    - A cada passada são criados blocos ordenados cada vez maiores, até que todo o arquivo esteja ordenado

ORDENAÇÃO EXTERNA  
**INTERCALAÇÃO BALANCEADA**

# Intercalação Balanceada

- Esse método consiste essencialmente de duas fases distintas:
  - Na primeira (**distribuição**), os registros do arquivo de entrada são ordenados usando um bom método de ordenação em memória interna
    - Esses blocos ordenados, conhecidos como corridas (*runs*), são gravados na memória externa na medida em que são gerados
  - Na segunda (**intercalação**), as corridas geradas na fase anterior são intercaladas, até esgotar as corridas

# Intercalação Balanceada



# Intercalação Balanceada

- Para exemplificação, ordene um arquivo, armazenado em uma fita de entrada, que possui 22 registros:

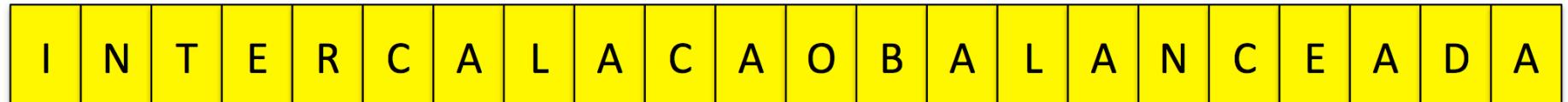
I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- Considerações:
  - memória interna com capacidade para três itens
  - seis unidades disponíveis de fita magnética

# Intercalação Balanceada

- Fase de criação dos blocos ordenados:
  1. quebre o arquivo em blocos do tamanho da memória interna disponível
  2. ordene de cada bloco na memória interna

# Intercalação Balanceada



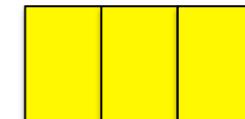
Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

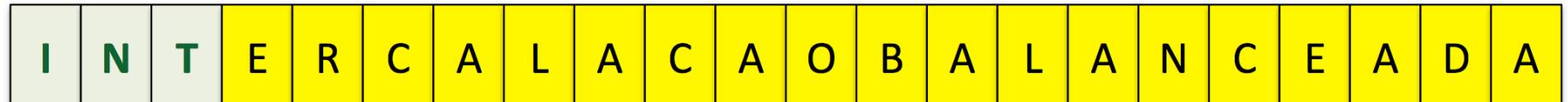


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

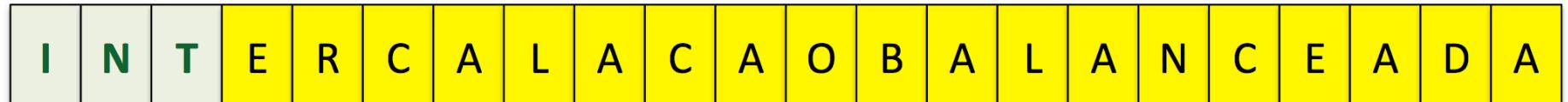


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

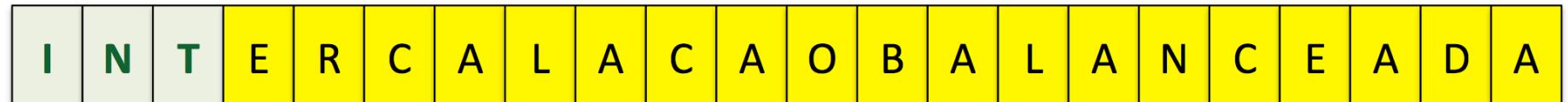


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1   
I N T

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3  
  
I N T

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

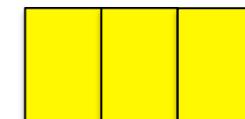
I	N	T
---	---	---

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3



Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

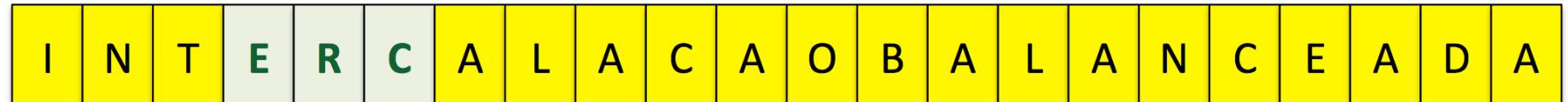
E	R	C
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

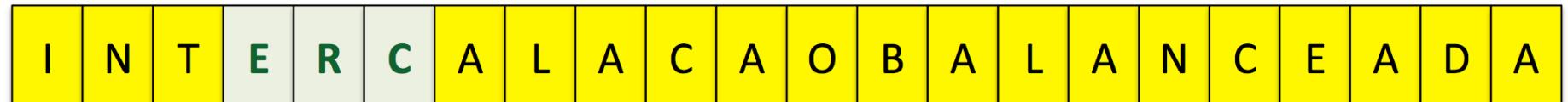
C	E	R
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

C	E	R
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

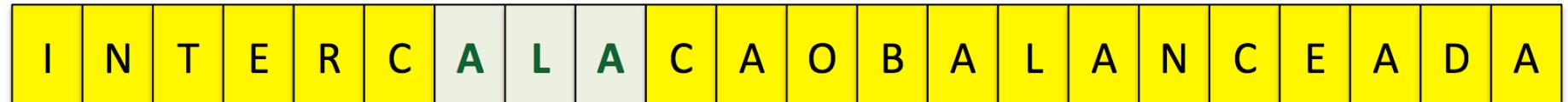
A	L	A
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

A	A	L
---	---	---

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

Fita 4

Fita 5

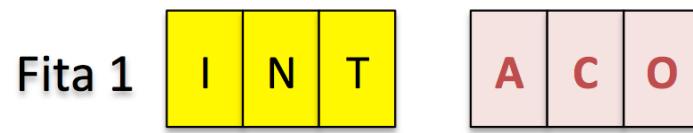
Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

C	A	O
---	---	---

# Intercalação Balanceada



Memória Principal

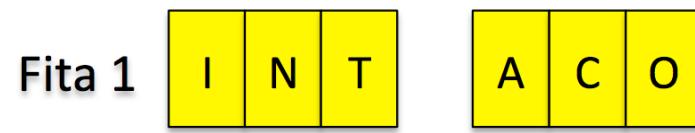


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Memória Principal

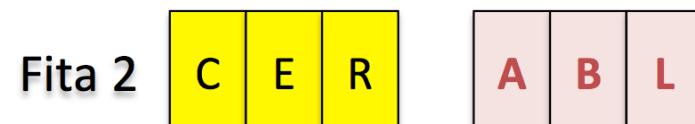
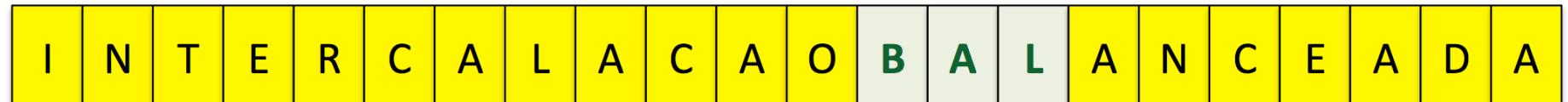
1 2 3



Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

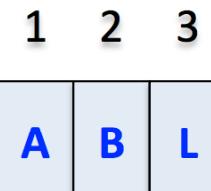


Fita 4

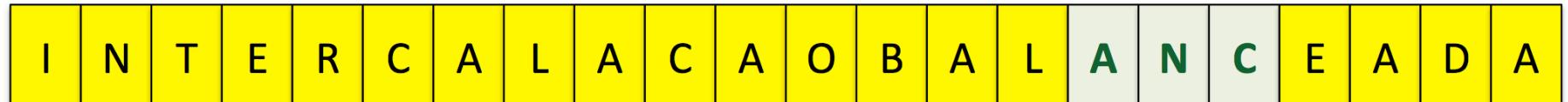
Fita 5

Fita 6

Memória Principal



# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

Fita 4

Fita 5

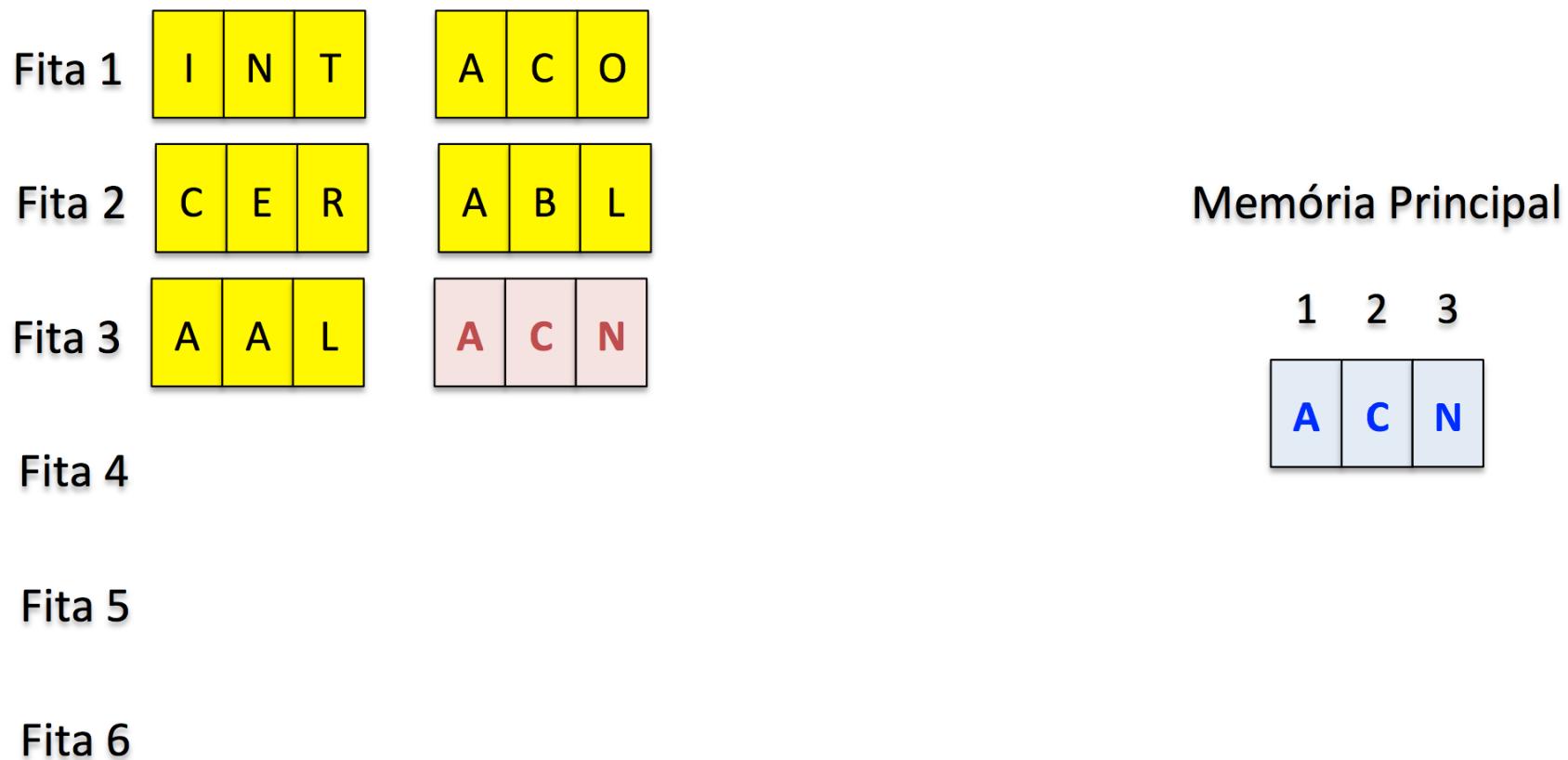
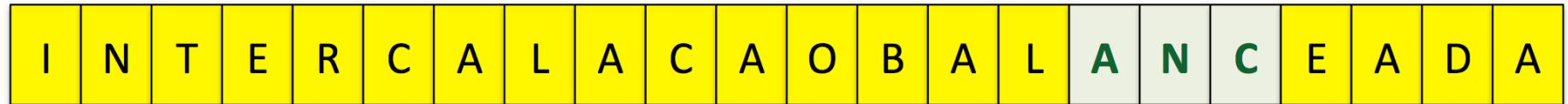
Fita 6

Memória Principal

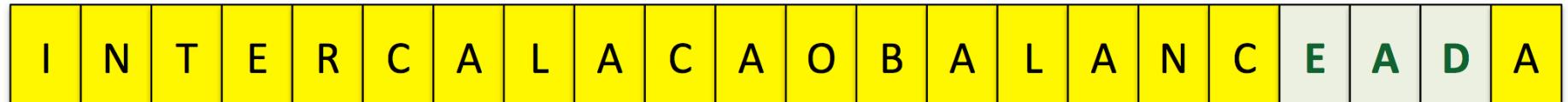
1    2    3  

A	N	C
---	---	---

# Intercalação Balanceada



# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4

Fita 5

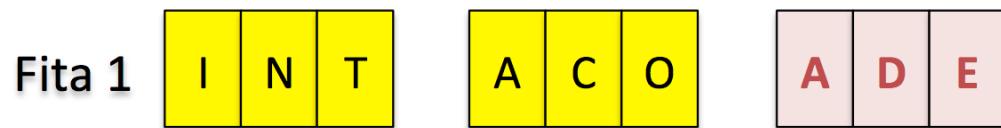
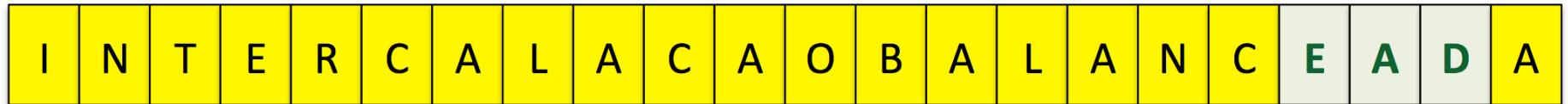
Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

E	A	D
---	---	---

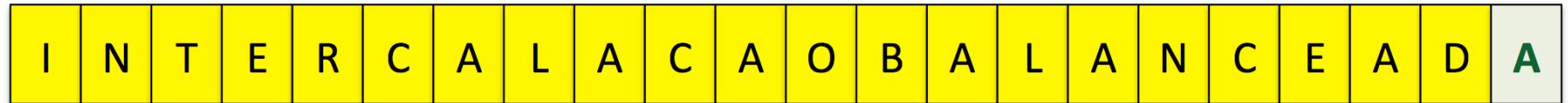
# Intercalação Balanceada



Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

                  Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4    1    2    3  

A		
---	--	--

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    I | N | T              A | C | O              A | D | E

Fita 2    C | E | R              A | B | L              A

Fita 3    A | A | L              A | C | N

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  
A

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

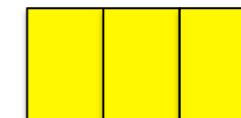
Fita 1    I | N | T              A | C | O              A | D | E

Fita 2    C | E | R              A | B | L              A

Memória Principal

Fita 3    A | A | L              A | C | N

1    2    3



Fita 4

Fita 5

Fita 6

- Fase de intercalação:
  1. leia o primeiro registro de cada fita
  2. retire o registro contendo a menor chave, armazenando-o em uma fita de saída
  3. leia um novo registro da fita da qual o registro retirado é proveniente
    - Ao ler o terceiro registro de um dos blocos, a fita correspondente fica inativa
    - A fita é reativada quando o terceiro registro das outras fitas forem lidos
    - Neste momento, um bloco de nove registros ordenados foi formado na fita de saída
  4. Repita o processo para os blocos restantes

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

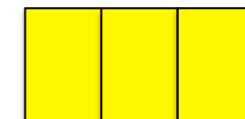
Fita 1    I | N | T              A | C | O              A | D | E

Fita 2    C | E | R              A | B | L              A

Memória Principal

Fita 3    A | A | L              A | C | N

1    2    3



Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A
---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4

1    2    3  

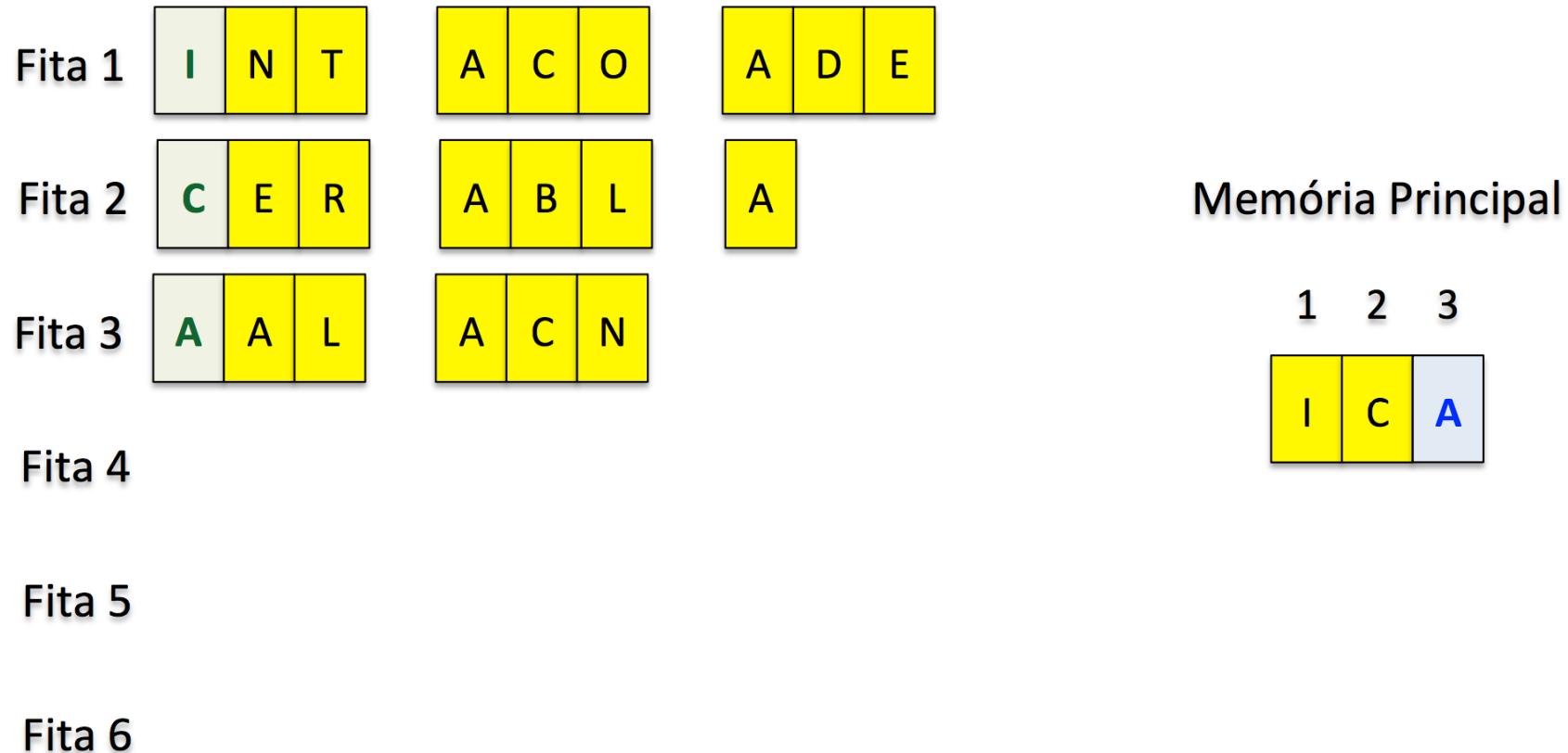
I	C	A
---	---	---

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A
---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4    

A
---

1    2    3  

I	C	A
---	---	---

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A
---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4    

A
---

1    2    3  

I	C	
---	---	--

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A
---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4    

A
---

1    2    3  

I	C	A
---	---	---

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A
---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4    

A
---

1    2    3  

I	C	A
---	---	---

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A
---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4    

A	A
---	---

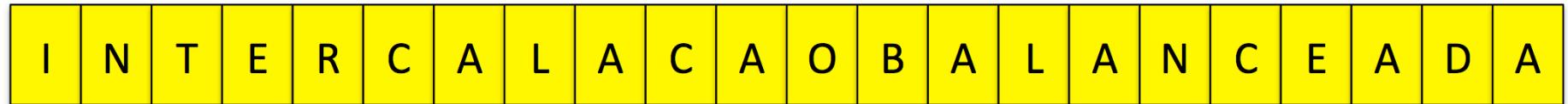
1    2    3  

I	C	A
---	---	---

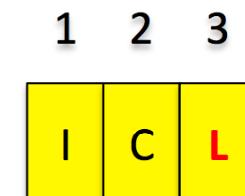
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



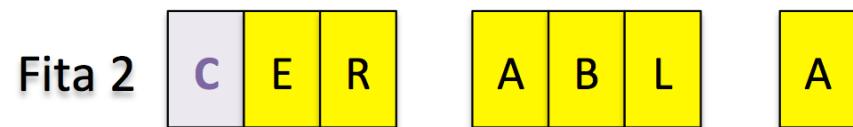
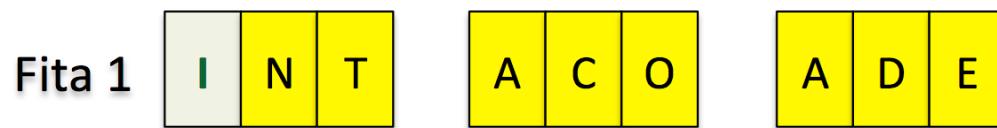
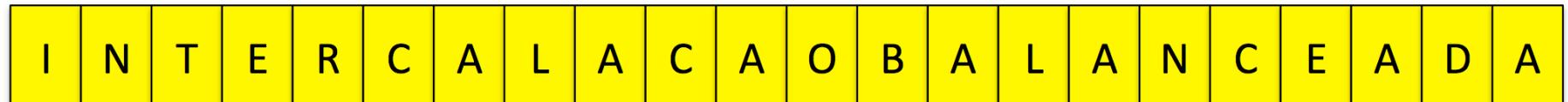
Memória Principal



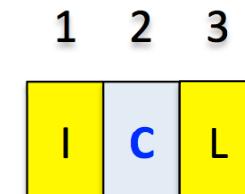
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



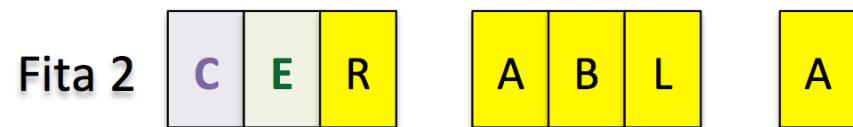
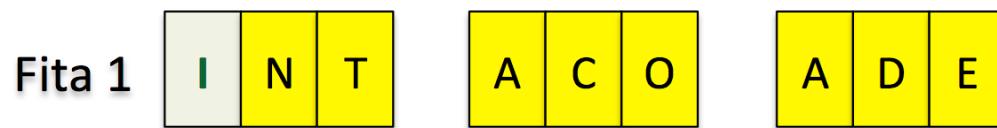
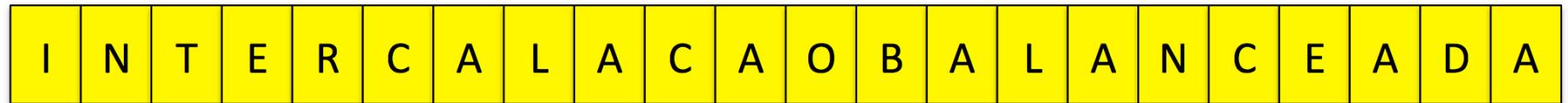
Memória Principal



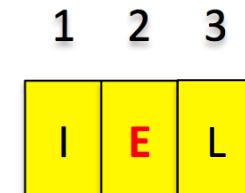
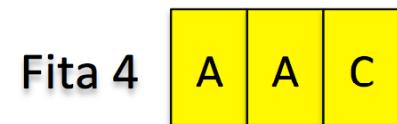
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



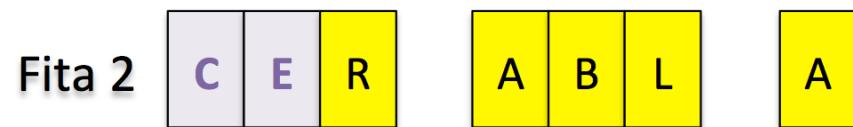
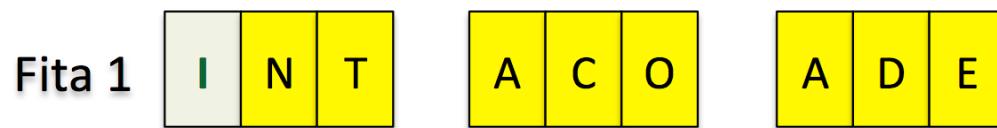
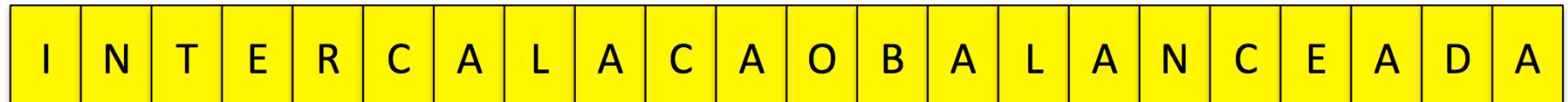
Memória Principal



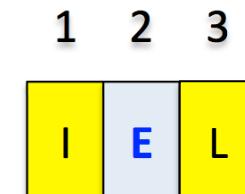
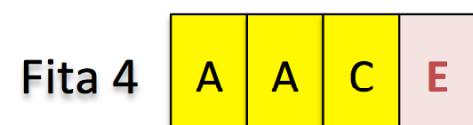
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



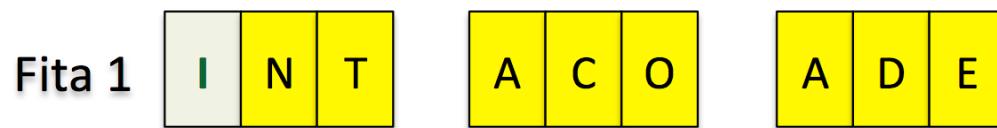
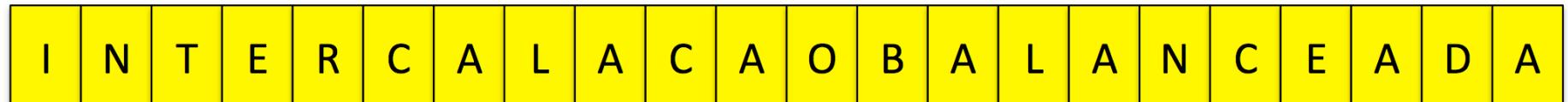
Memória Principal



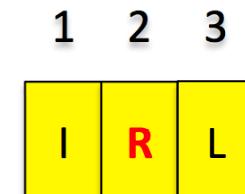
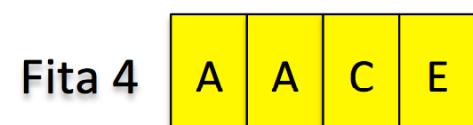
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



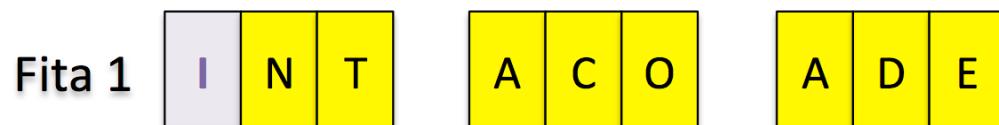
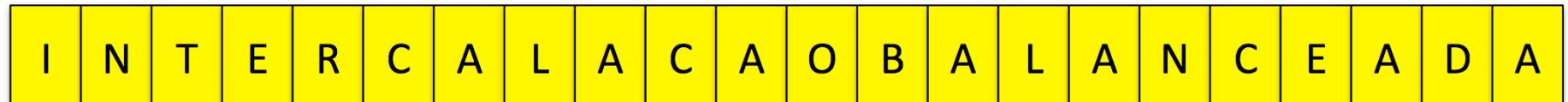
Memória Principal



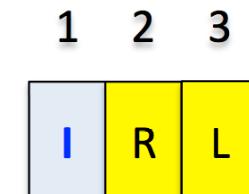
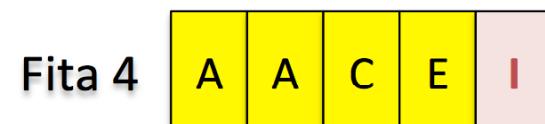
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



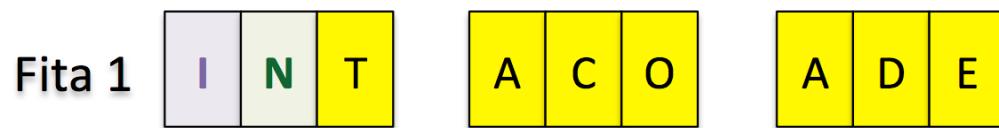
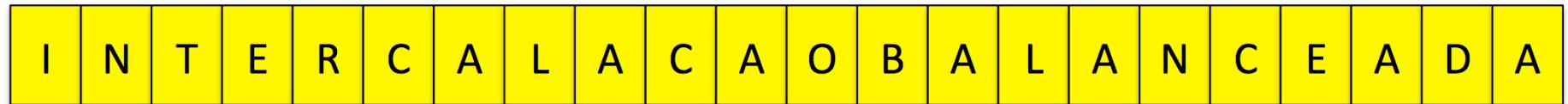
Memória Principal



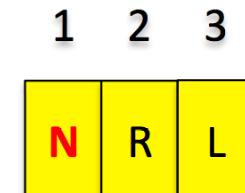
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



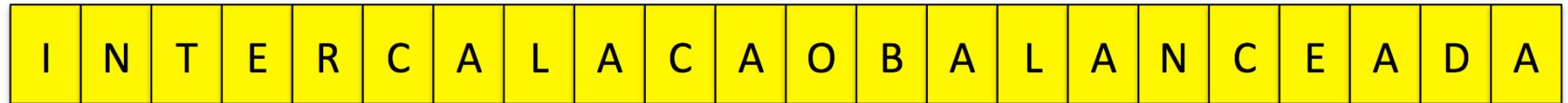
Memória Principal



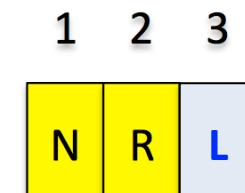
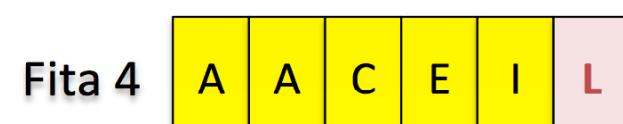
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



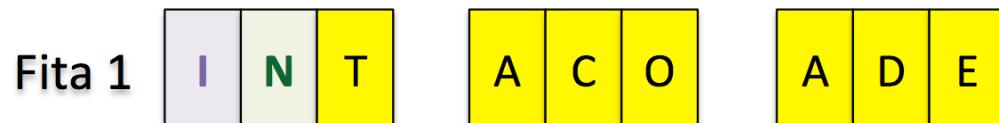
Memória Principal



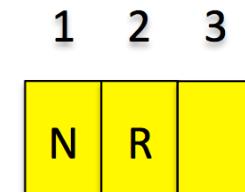
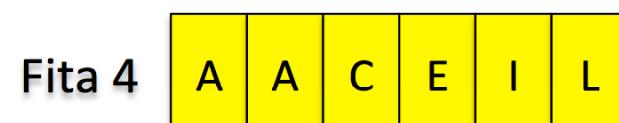
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada



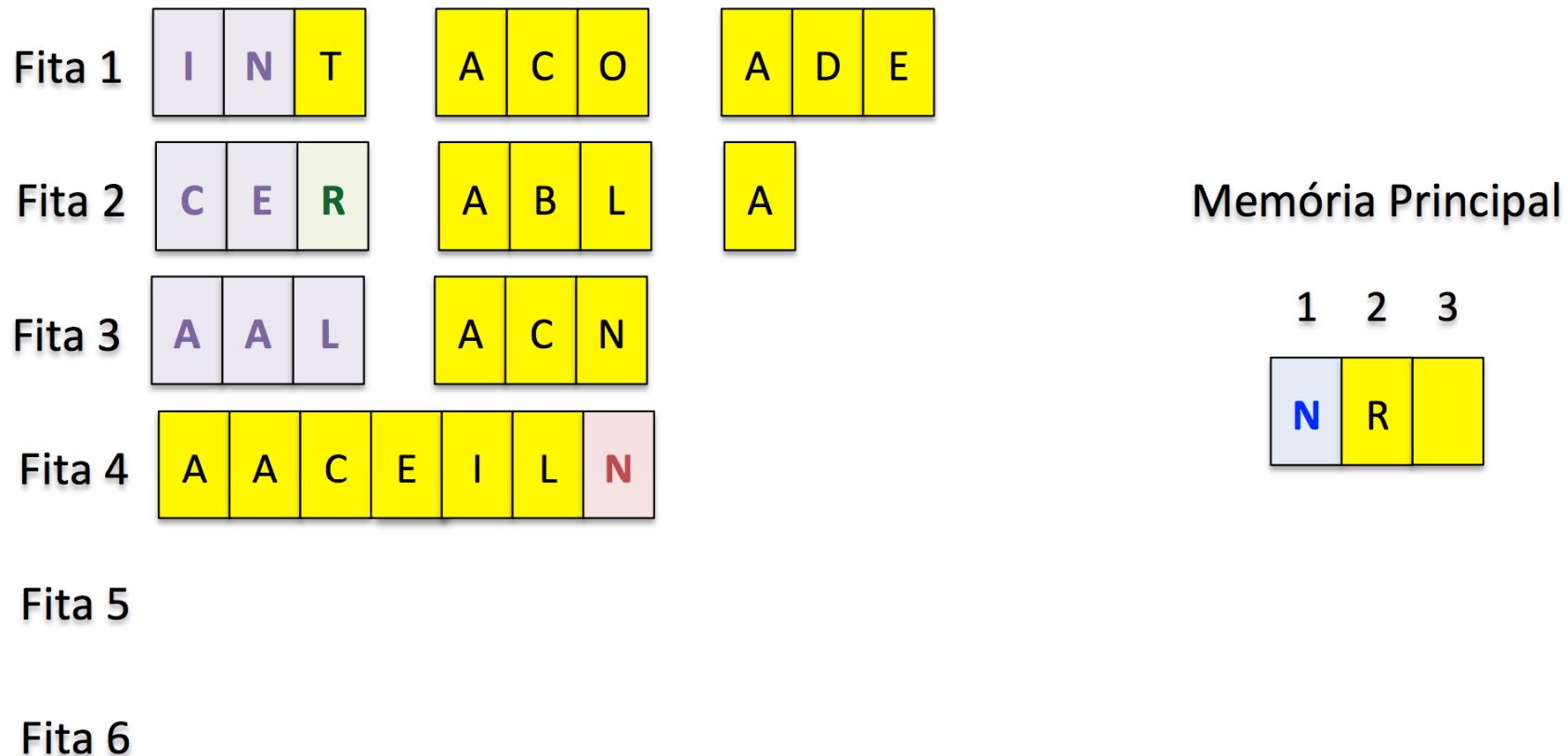
Memória Principal



Fita 5

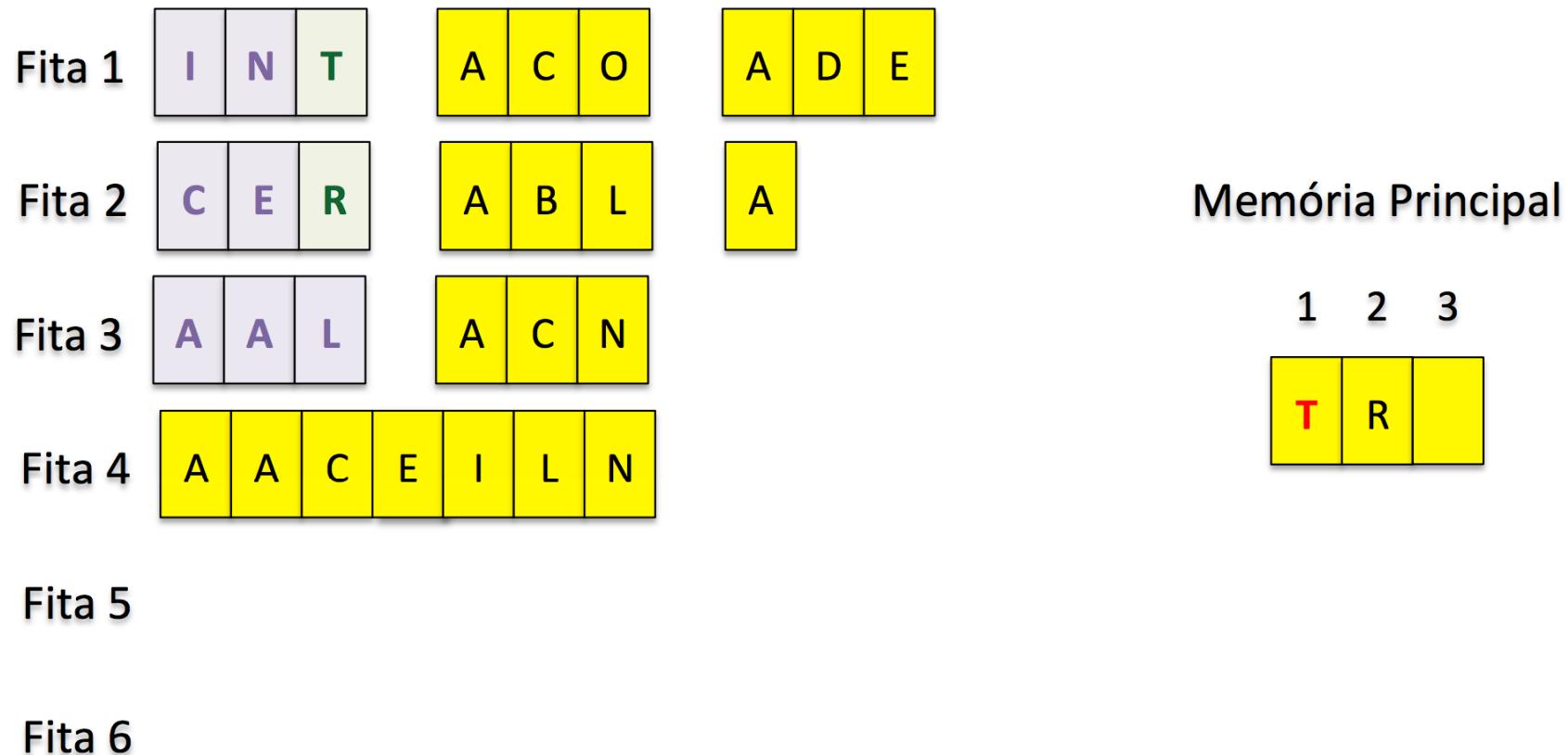
Fita 6

# Intercalação Balanceada



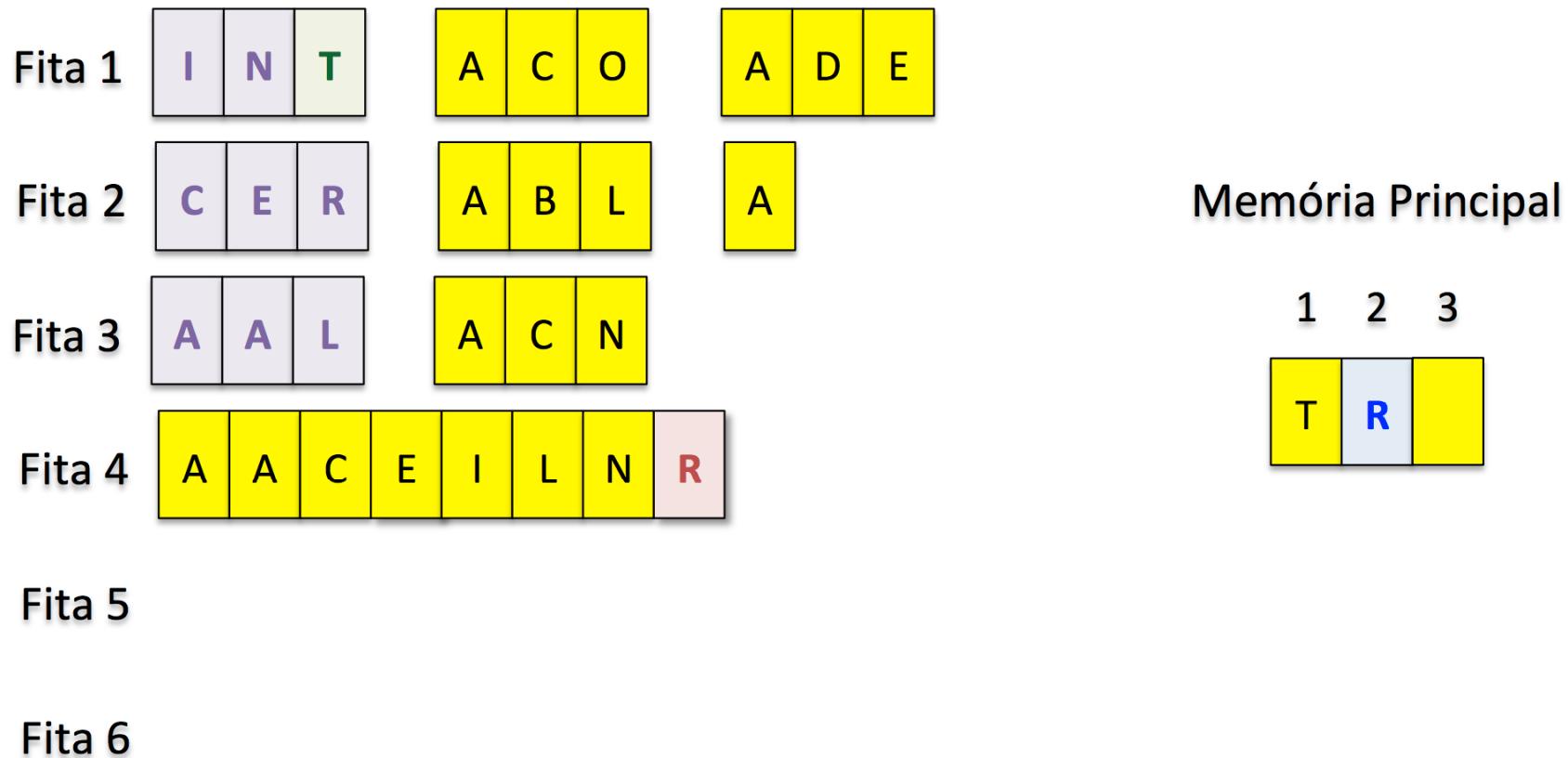
# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



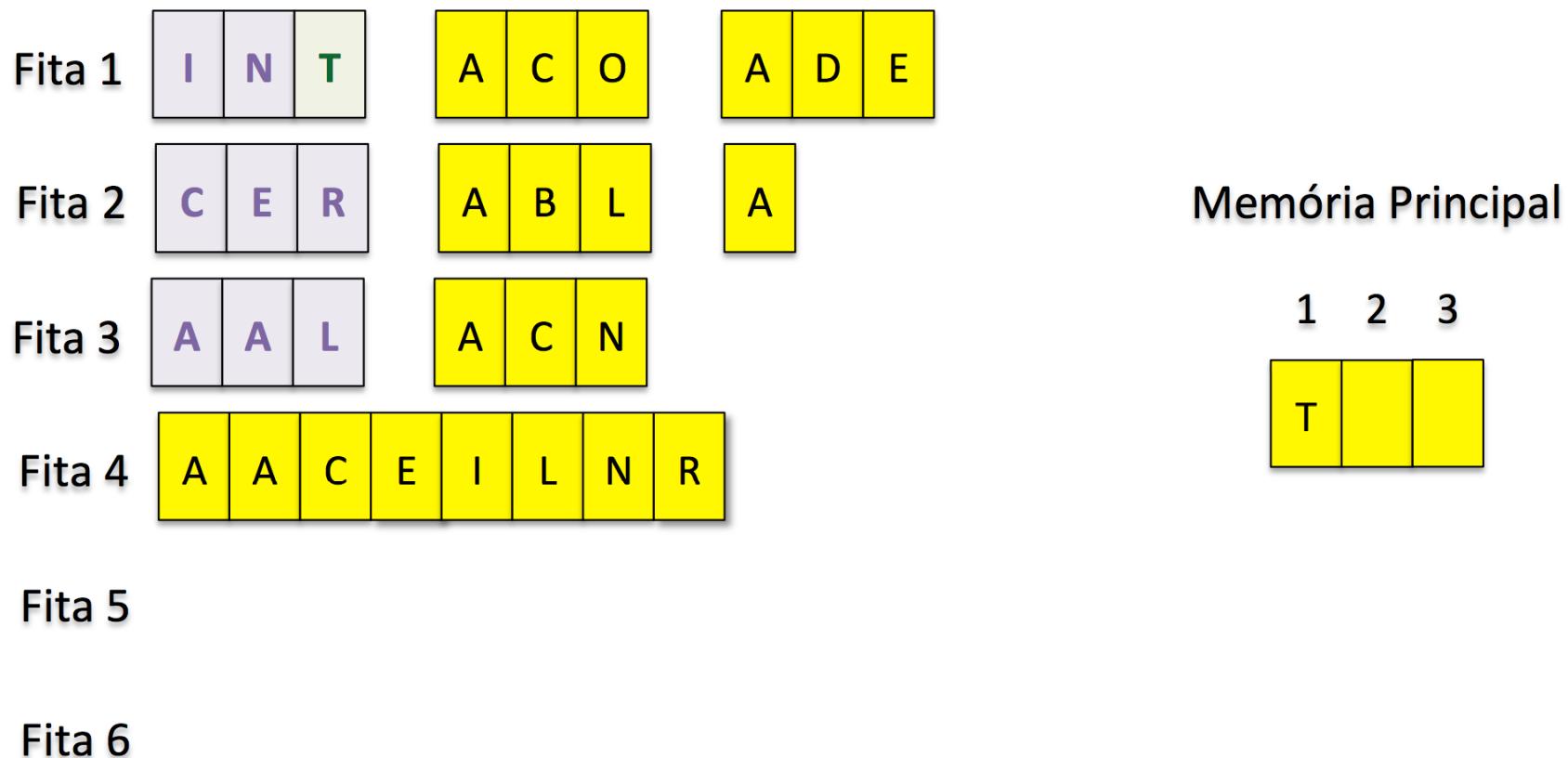
# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	T
---	---	---

A	C	O
---	---	---

A	D	E
---	---	---

Fita 2    

C	E	R
---	---	---

A	B	L
---	---	---

A
---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	L
---	---	---

A	C	N
---	---	---

Fita 4    

A	A	C	E	I	L	N	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---

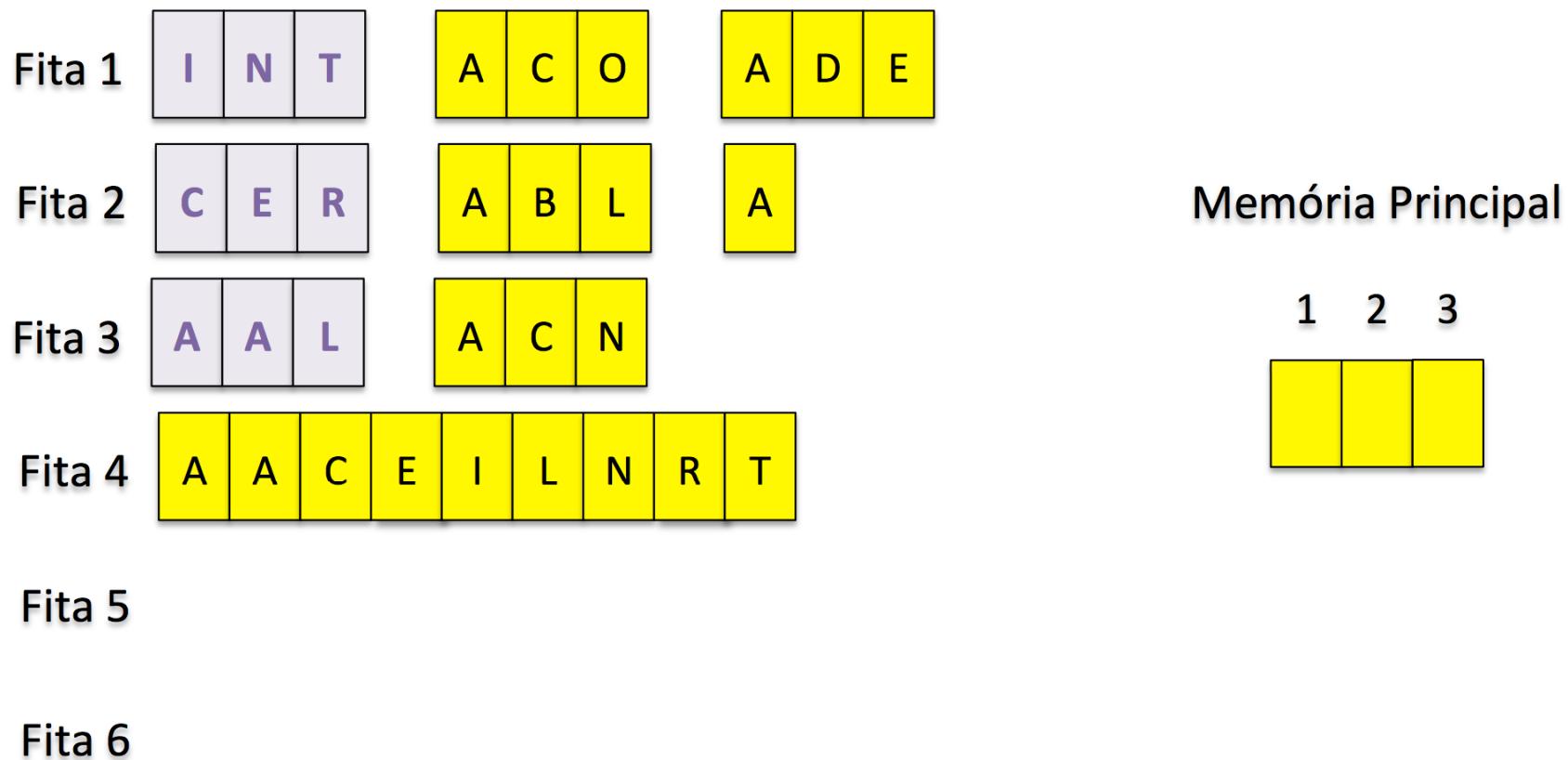
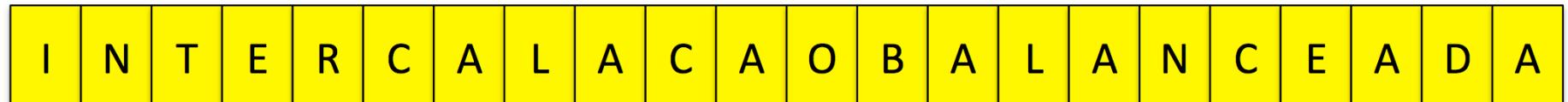
1    2    3  

T		
---	--	--

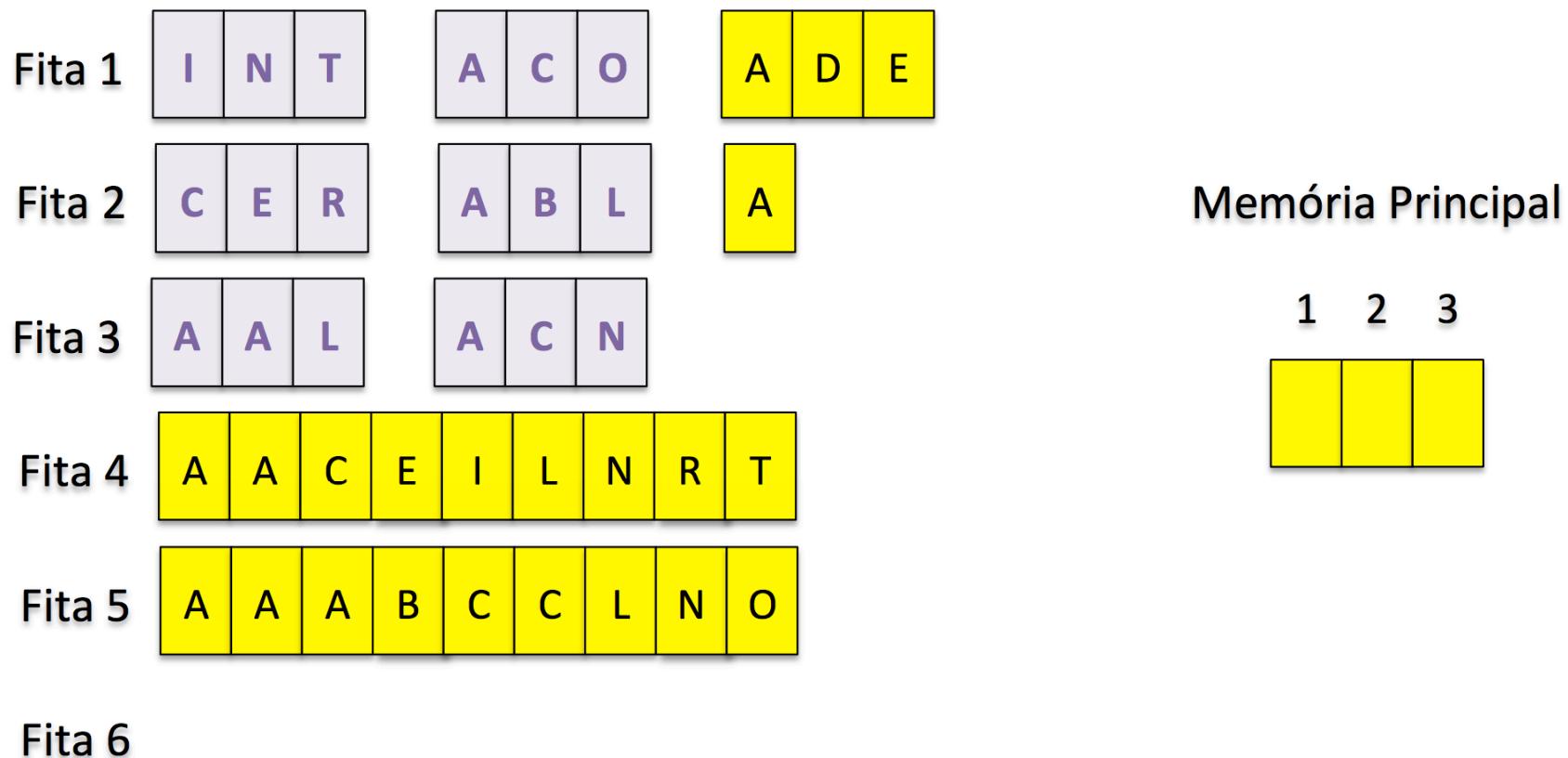
Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

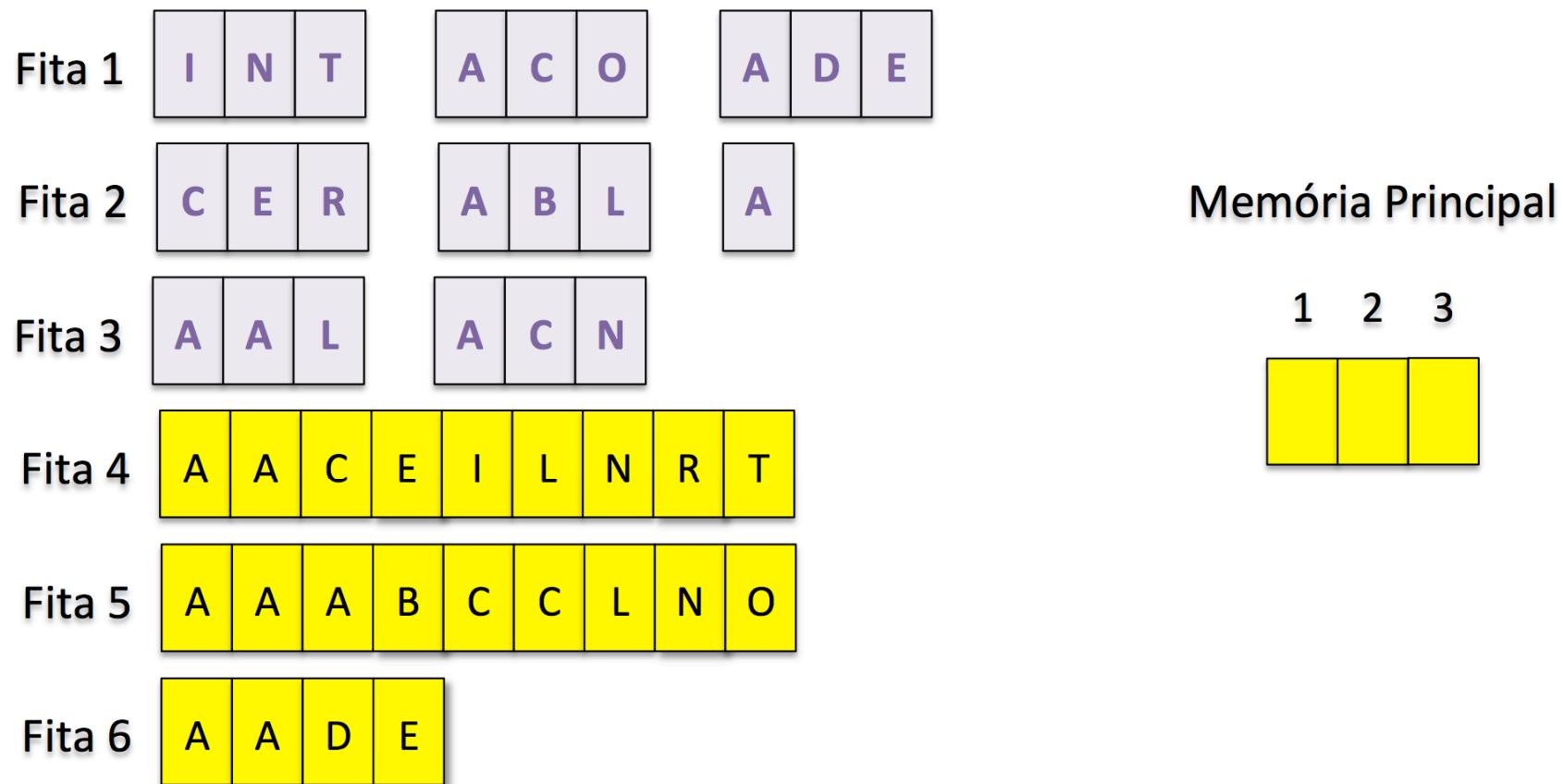


# Intercalação Balanceada

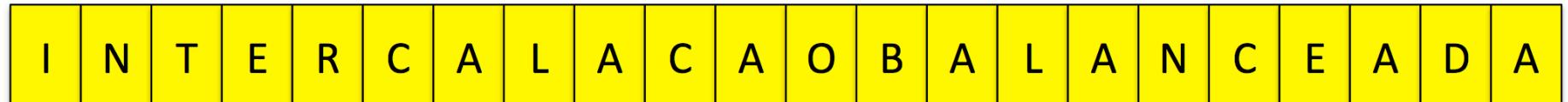


# Intercalação Balanceada

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



# Intercalação Balanceada



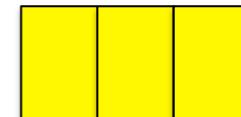
Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3



Fita 4



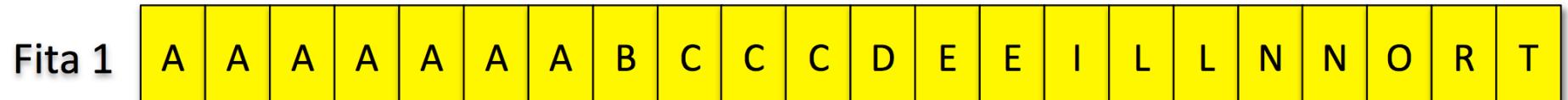
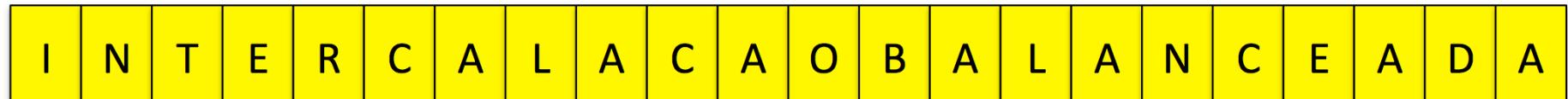
Fita 5



Fita 6



# Intercalação Balanceada

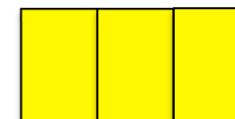


Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3



# Intercalação Balanceada

I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 1 

A	A	A	A	A	A	A	B	C	C	C	D	E	E	I	L	L	N	N	N	O	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 2 Memória Principal

Fita 3 1    2    3  

--	--	--

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Intercalação Balanceada

- Quantas passadas são necessárias para ordenar um arquivo de tamanho arbitrário?
  - Seja  $n$  o número de registros do arquivo
  - Seja  $m$  o número de palavras possíveis na memória interna, sendo uma palavra igual a um registro do arquivo
- Logo, a primeira fase produz  $n/m$  blocos ordenados
  - Seja  $P(n)$  o número de passadas na fase de intercalação
  - Seja  $f$  o número de fitas utilizadas em cada passada
- Logo,  $P(n) = \log_f(n/m)$ 
  - No exemplo apresentado, tem-se:  $P(n) = \log_3(22/3) \approx 2$

# Intercalação Balanceada

- No exemplo, foram utilizadas  $2f$  fitas para uma intercalação de  $f$ -caminhos
- É possível usar apenas  $f + 1$  fitas, a saber:
  - Encaminhe todos os blocos para uma única fita de saída
  - Redistribua estes blocos entre as fitas das quais eles foram lidos
- No exemplo, apenas quatro fitas seriam suficientes
  - A intercalação dos blocos a partir das fitas 1, 2 e 3 seria dirigida para a fita 4
  - Ao final, o segundo e o terceiro blocos ordenados de nove registros seriam transferidos de volta para as fitas 1 e 2
- Custo envolvido: uma passada a mais em cada intercalação

ORDENAÇÃO EXTERNA  
**SELEÇÃO POR SUBSTITUIÇÃO**

- A implementação do método de intercalação balanceada pode ser feita com um ***heap***
  - As duas fases do método (distribuição e intercalação) podem ser implementadas de forma eficiente e elegante
  - Substitui o menor item existente na memória interna pelo próximo item da fita de entrada
- Operação de substituição na memória interna:
  - Retira o menor item do *heap*
  - Coloca um novo item no seu lugar
  - Refaz a condição de *heap*

# Seleção por Substituição

- Processo de funcionamento para geração dos blocos ordenados:
  - Inicialmente,  $m$  itens são inseridos no *heap*
  - O menor item do *heap* é substituído pelo próximo item de entrada
    - Se o próximo item é menor do que o que está saindo, então ele deve ser marcado como membro do próximo bloco e, assim, tratado como maior do que todos os itens do bloco corrente
  - Quando um item marcado vai para o topo do *heap*, o bloco corrente é encerrado e um novo bloco ordenado é iniciado

# Seleção por Substituição

- Após gerados os blocos ordenados, faz-se a intercalação dos mesmos utilizando um *heap*
  - Monte um *heap* de tamanho  $f$  a partir dos primeiros itens de cada um dos  $f$  blocos ordenados
  - Repita o processo abaixo até que não haja mais itens nos blocos ordenados:
    - Substitua o item do topo do *heap*, escrevendo-o em uma fita de saída, pelo próximo item do mesmo bloco do item que está sendo substituído
    - Refaça a condição de *heap*

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

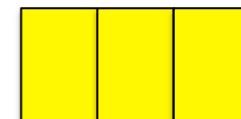
Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

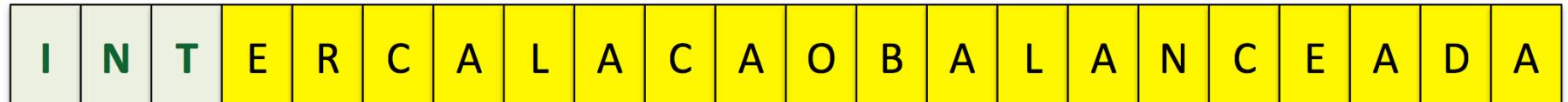


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

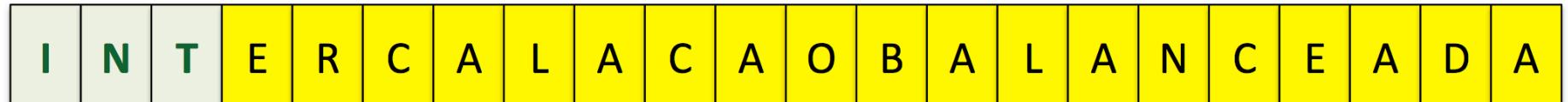


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



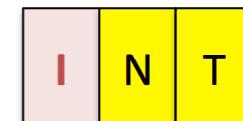
Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

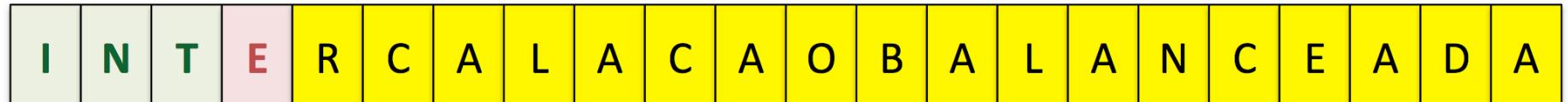


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

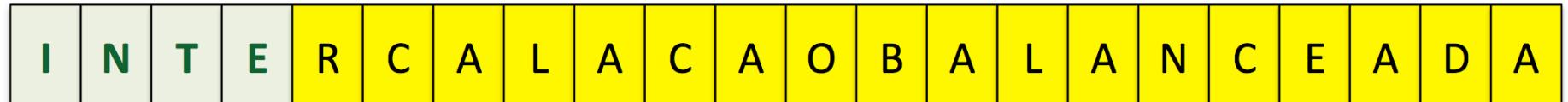


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1



Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

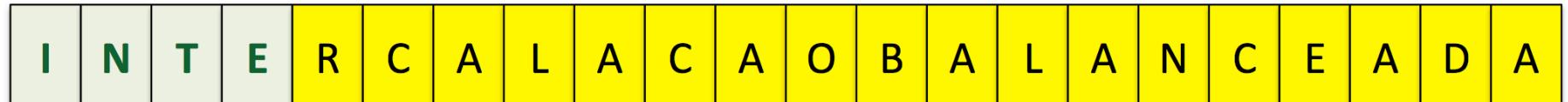


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1



Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

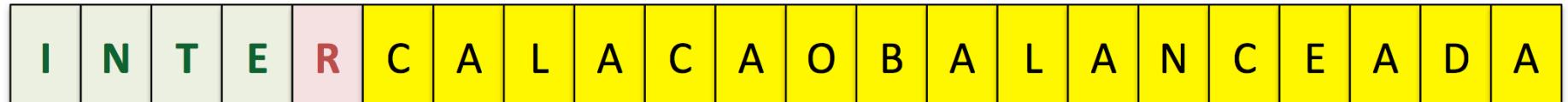


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1



Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1 2 3

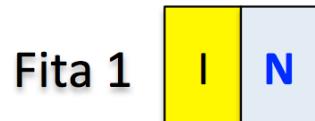


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 2 Memória Principal

Fita 3

1 2 3  
R E T

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1      

I	N
---	---

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

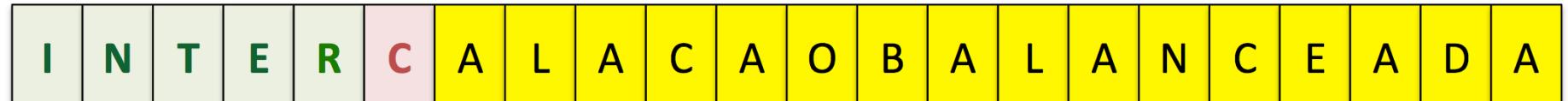
R	E	T
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1      

I	N
---	---

Fita 2    Memória Principal

Fita 3

1    2    3

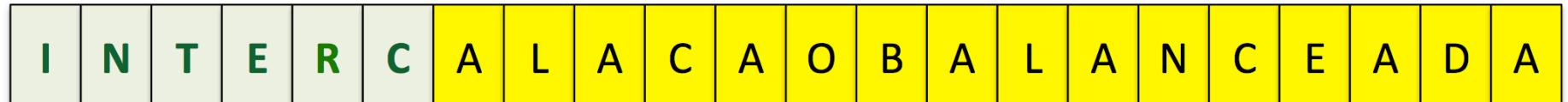
R	E	T
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R
---	---	---

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

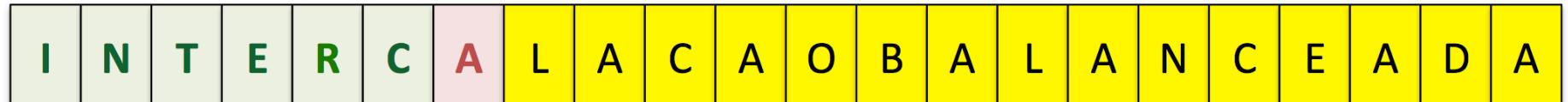
T	E	C
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R
---	---	---

Fita 2

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

T	E	C
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

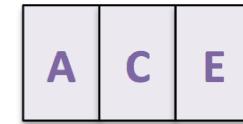
# Seleção por Substituição



Fita 2    Memória Principal

Fita 3

1    2    3

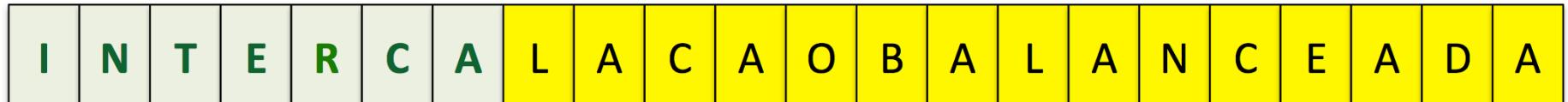


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2                          Memória Principal

Fita 3

1    2    3

A	C	E
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    Memória Principal

Fita 3

1    2    3

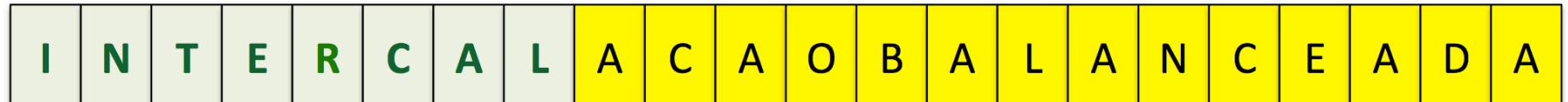
A	C	E
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1      

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2      

A
---

      Memória Principal

Fita 3      

1	2	3
C	L	E

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1      

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2      A    Memória Principal

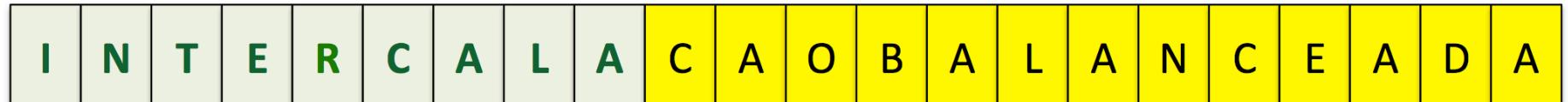
Fita 3         1    2    3  

C	L	E
---	---	---

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C
---	---

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

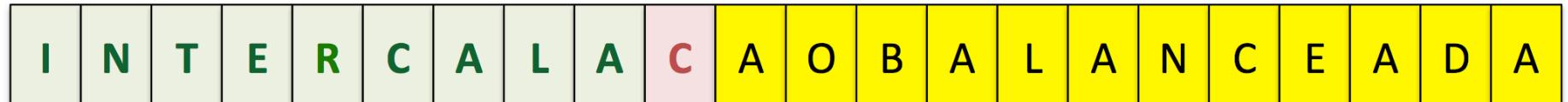
E	L	A
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C
---	---

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

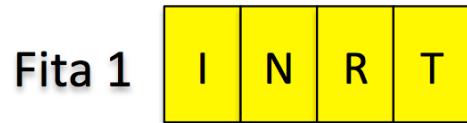
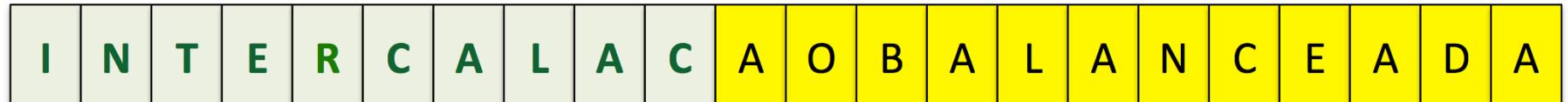
E	L	A
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Memória Principal

Fita 3

1 2 3



Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E
---	---	---

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

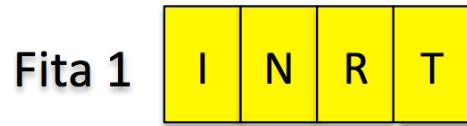
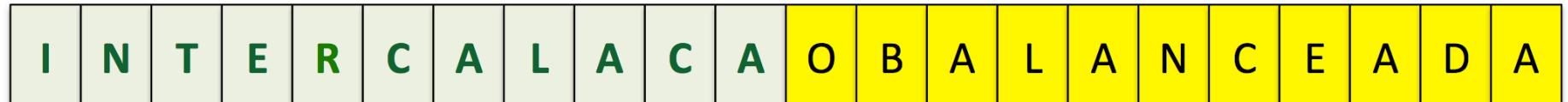
L	C	A
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Memória Principal

Fita 3

1    2    3

A	C	A
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3

A	C	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A
---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

A	C	O
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A
---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3

A	C	O
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A
---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

B	C	O
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A
---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

B	C	O
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A	B
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

C	O	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A	B
---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

C	O	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A	B	C
---	---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

L	O	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1      

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2      

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3      

A	A	B	C
---	---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

L	O	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A	B	C	L
---	---	---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

O	A	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1      

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2      

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3      

A	A	B	C	L
---	---	---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3  

O	A	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3

A	N	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1      

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2      

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3      

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal

1    2    3

A	N	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

Fita 3    

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

Fita 4

Fita 5

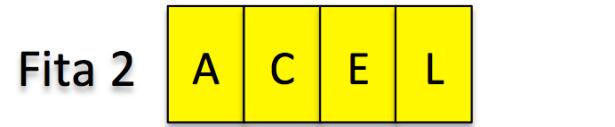
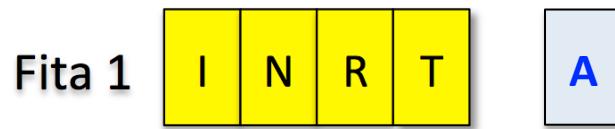
Fita 6

Memória Principal

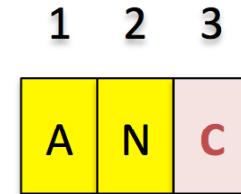
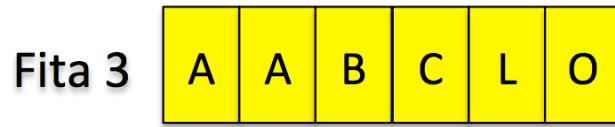
1    2    3  

A	N	A
---	---	---

# Seleção por Substituição



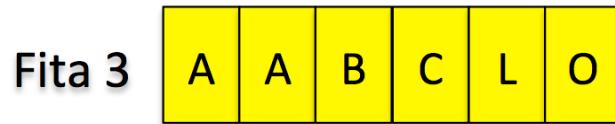
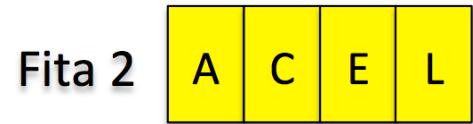
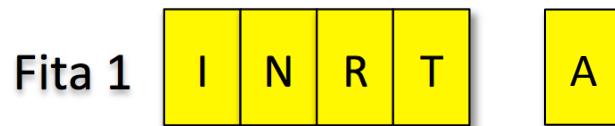
Memória Principal



Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

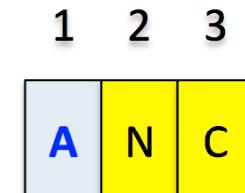


Fita 4

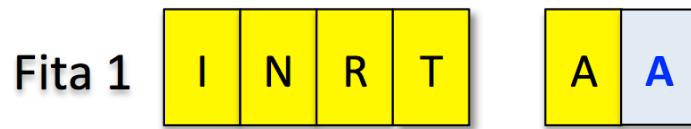
Fita 5

Fita 6

Memória Principal



# Seleção por Substituição

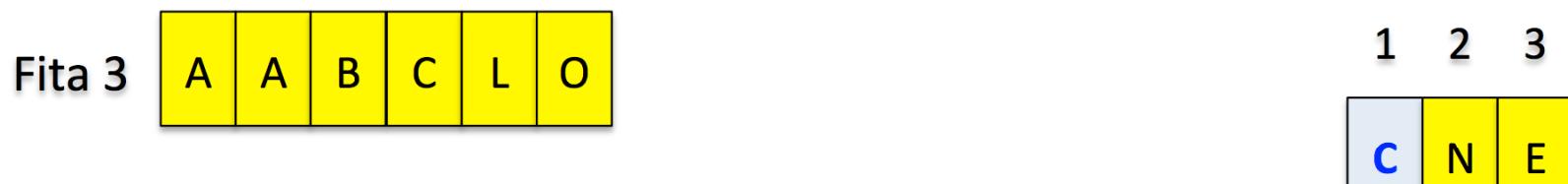
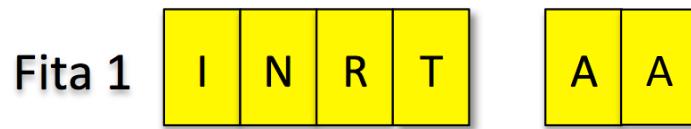


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

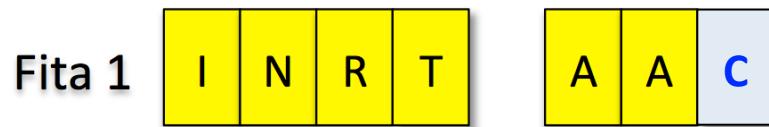


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

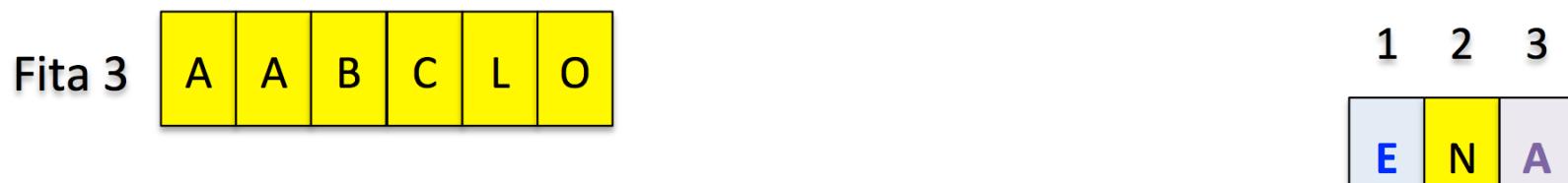
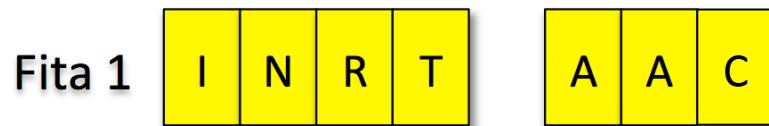


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

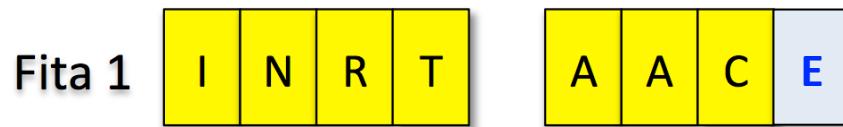


Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

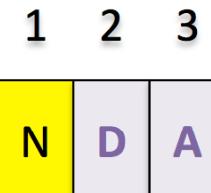


Fita 4

Fita 5

Fita 6

Memória Principal



# Seleção por Substituição



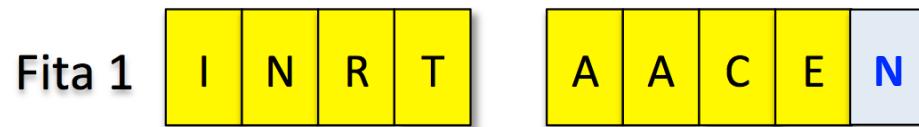
Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    I N R T              A A C E N

Fita 2    A C E L              Memória Principal

Fita 3    A A B C L O              1 2 3  
                                        A D A

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    I N R T              A A C E N

Fita 2    A C E L              Memória Principal

Fita 3    A A B C L O              1 2 3  
                                        A D A

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

A	A	C	E	N
---	---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

A
---

    Memória Principal

Fita 3    

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

Fita 4

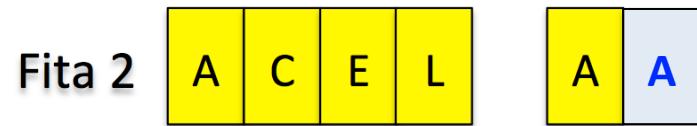
Fita 5

Fita 6

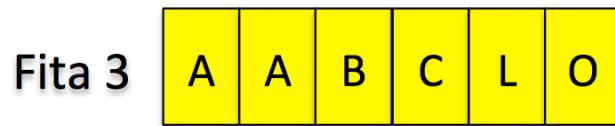


# Seleção por Substituição

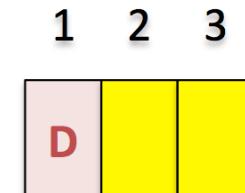
I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



Memória Principal



Fita 4



Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

A	A	C	E	N
---	---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

A	A
---	---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

1    2    3  

D		
---	--	--

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    

I	N	R	T
---	---	---	---

A	A	C	E	N
---	---	---	---	---

Fita 2    

A	C	E	L
---	---	---	---

A	A	D
---	---	---

Memória Principal

Fita 3    

A	A	B	C	L	O
---	---	---	---	---	---

1    2    3

--	--	--

Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1    I | N | R | T              A | A | C | E | N

Fita 2    A | C | E | L              A | A | D              Memória Principal

Fita 3    A | A | B | C | L | O

Fita 4

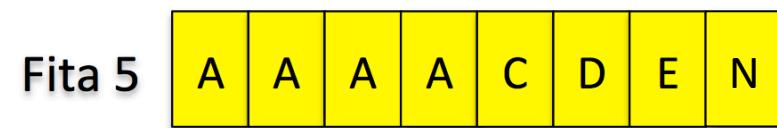
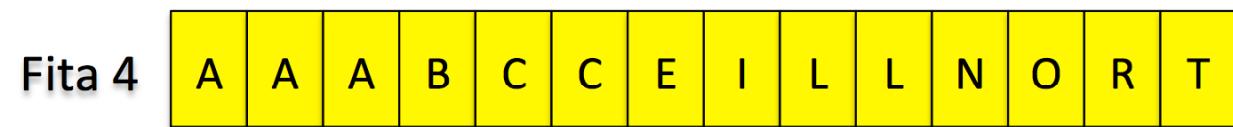
Fita 5

Fita 6

1    2    3  
[ ] | [ ] | [ ]

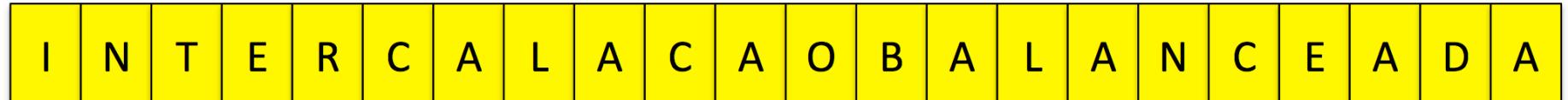
# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A



Fita 6

# Seleção por Substituição



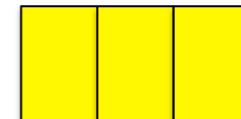
Fita 1

Fita 2

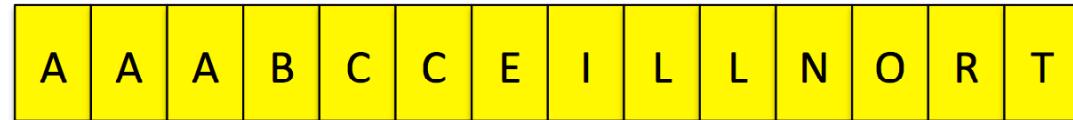
Memória Principal

Fita 3

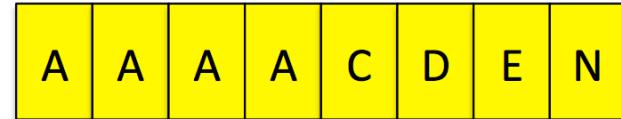
1 2 3



Fita 4



Fita 5



Fita 6

# Seleção por Substituição

I	N	T	E	R	C	A	L	A	C	A	O	B	A	L	A	N	C	E	A	D	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 1 

A	A	A	A	A	A	A	B	C	C	C	D	E	E	I	L	L	N	N	O	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 2 Memória Principal

Fita 3

1 2 3

--	--	--

Fita 4 

A	A	A	B	C	C	E	I	L	L	N	O	R	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 5 

A	A	A	A	C	D	E	N
---	---	---	---	---	---	---	---

Fita 6

# Seleção por Substituição

I N T E R C A L A C A O B A L A N C E A D A

Fita 1 A A A A A A A B C C C D E E I L L N N O R T

Fita 2 Memória Principal

Fita 3

1 2 3



Fita 4

Fita 5

Fita 6

# Seleção por Substituição

- Para valores pequenos de  $f$ , não é vantajoso utilizar seleção por substituição para intercalar blocos, já que o menor item pode ser obtido por  $f-1$  comparações
- Se  $f \geq 8$ , o método é considerado adequado, realizando  $\log_2 f$  comparações para se obter o menor item

# Considerações Práticas

- As operações de entrada e saída de dados devem ser implementadas eficientemente
  - Deve-se procurar realizar a leitura, a escrita e o processamento interno dos dados de forma simultânea
- Os computadores de maior porte possuem uma ou mais unidades independentes para processamento de entrada e saída
  - Assim, pode-se realizar processamento e operações de E/S simultaneamente

# Considerações Práticas

- Escolha da ordem de intercalação  $f$ :
  - Fitas magnéticas:
    - número de unidades de fita disponíveis menos um
    - $f$  fitas para a fase de intercalação e uma fita de saída
    - o número de fitas de entrada deve ser no mínimo dois
  - Disco magnético:
    - disco permite acesso direto a posições arbitrárias do arquivo
    - porém, acesso sequencial é mais eficiente
    - número de discos disponíveis menos um, para evitar maior custo envolvido se dois arquivos diferentes estiverem no mesmo disco
- *Sedgewick (1988)* sugere considerar  $f$  grande o suficiente para completar a ordenação em poucos passos
  - Porém, a melhor escolha para  $f$  depende de parâmetros relacionados com o sistema de computação disponível

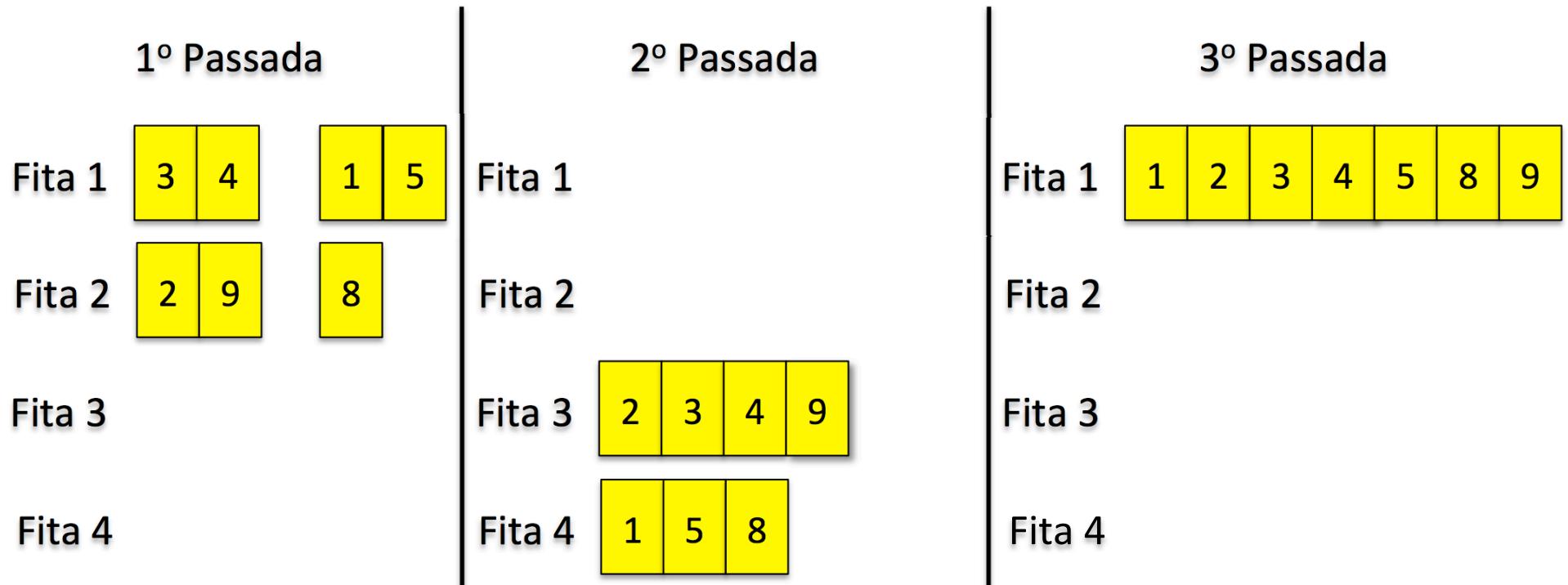
- Dada a sequência de números:

**3 4 9 2 5 1 8**

Ordene em ordem crescente utilizando os dois algoritmos aprendidos em sala (Intercalação Balanceada e Seleção por Substituição), apresentando a sequência dos números a cada passo. Considere um cenário em que a memória interna tem capacidade para armazenar dois números e com quatro unidades disponíveis de fita magnética.

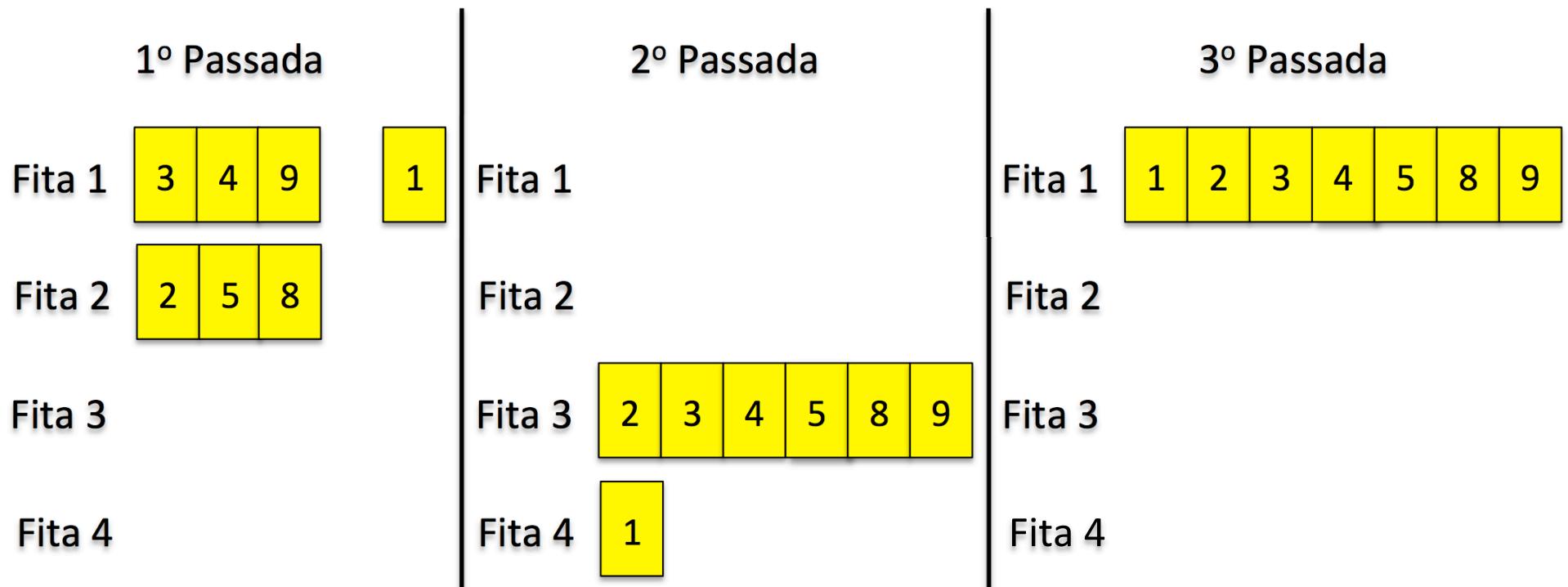
# Exercício

- Intercalação Balanceada:



# Exercício

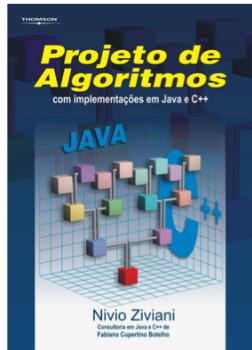
- Seleção por Substituição:



# Leitura Recomendada



ZIVIANI, N. Projeto de Algoritmos com Implementações em Pascal e C. 3<sup>a</sup> Edição. Cengage Learning, 2010. **Seção 4.2**



ZIVIANI, N. Projeto de Algoritmos com Implementações em Java e C++. Thomson Learning, 2007. **Seção 4.2**