

Algoritmos em Grafo Busca em Largura

Prof. Dr. Luis Augusto Martins Pereira

Busca em largura

- Problema: dado um grafo G(V, E) (com ou sem ciclo, dirigido ou não) e um vértice fonte s em V, encontre o número de arestas entre s e qualquer outro vértice t em V se existir um caminho entre s e t.
- Algoritmo da Busca em Largura ou BFS (Breadth First Search):
 - Entrada: G(V, E) e um vértice s em V;
 - O algoritmo percorre sistematicamente as arestas de G, descobrindo todos os vértices atingíveis a partir de s;
 - Saída: a distância em número de arestas entre s e qualquer outro vértice atingível em G a partir de s.

Controle do processo da busca

- Fila (Fist in, First out): guardar os nós visitados
- Atributos dos nós:
 - <u>Cor</u>:
 - BRANCO: não visitado;
 - CINZA: visitado;
 - PRETO: visitado e fora da fila. Se um vértice é preto, os seus vizinhos são necessariamente cinza.
 - <u>Distância</u> (dist): distância, em arestas, do nó fonte s até um nó t;
 - Predecessor (pred): vértice antecessor ao vértice t no caminho de s a t.

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3. v.cor = BRANCO
4. v.pred = NIL
5. v.dist = INF
6. Endfor
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. Q.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13. u = Q.remove()
14. For each v in Adj[u]:
15.
            If v.cor == BRANCO:
16.
                v.cor = CINZA
17.
               v.dist = u.dist + 1
18.
               v.pred = u
19.
               Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
       Endfor
22.
       u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3.
    v.cor = BRANCO // Pinte todos os nós de BRANCO
4. v.pred = NIL // Predecessor de todos os "v" para NIL
5. v.dist = INF // Dist iniciais iguais a infinito
6. Endfor
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. Q.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13. u = Q.remove()
14. For each v in Adj[u]:
            If v.cor == BRANCO:
15.
16.
               v.cor = CINZA
17.
               v.dist = u.dist + 1
18.
               v.pred = u
19.
               Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
       Endfor
22.
       u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3.
    v.cor = BRANCO // Pinte todos os nós de BRANCO
4. v.pred = NIL // Predecessor de todos os "v" para NIL
5. v.dist = INF // Dist iniciais iguais a infinito
6. Endfor
7. s.cor = CINZA // Pinte o nó "s" de CINZA (primeiro nó visitado)
8. s.dist = 0 // Distância de "s" para "s" é zero
9. s.pred = NIL // Predecessor de "s" é NIL
10. Q.insere(s) // Insira "s" na fila
12. While |O| != vazio:
13. u = 0.remove()
14. For each v in Adj[u]:
15.
            If v.cor == BRANCO:
16.
               v.cor = CINZA
17.
               v.dist = u.dist + 1
18.
               v.pred = u
19.
               Q.insere(v)
20.
           Endif
21.
     Endfor
22. u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

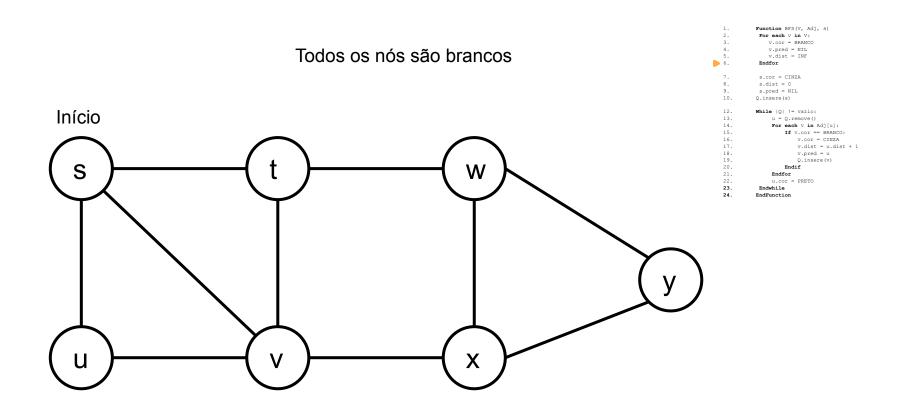
```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3.
    v.cor = BRANCO // Pinte todos os nós de BRANCO
4. v.pred = NIL // Predecessor de todos os "v" para NIL
5. v.dist = INF // Dist iniciais iguais a infinito
6. Endfor
7. s.cor = CINZA // Pinte o nó "s" de CINZA (primeiro nó visitado)
8. s.dist = 0 // Distância de "s" para "s" é zero
9. s.pred = NIL // Predecessor de "s" é NIL
10. Q.insere(s) // Insira "s" na fila
12. While |Q| != vazio: // Enquanto a fila não estiver vazia
        u = 0.remove() // Remova um nó do início da fila
13.
14.
       For each v in Adj[u]:
15.
            If v.cor == BRANCO:
16.
                v.cor = CINZA
17.
               v.dist = u.dist + 1
18.
               v.pred = u
19.
               Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
       Endfor
22.
     u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3.
     v.cor = BRANCO // Pinte todos os nós de BRANCO
4. v.pred = NIL // Predecessor de todos os "v" para NIL
5. v.dist = INF // Dist iniciais iguais a infinito
6. Endfor
7. s.cor = CINZA // Pinte o nó "s" de CINZA (primeiro nó visitado)
8. s.dist = 0 // Distância de "s" para "s" é zero
9. s.pred = NIL // Predecessor de "s" é NIL
10. Q.insere(s) // Insira "s" na fila
12. While |Q| != vazio: // Enquanto a fila não estiver vazia
        u = 0.remove() // Remova um nó do início da fila
13.
        For each v in Adj[u]: // Todos os nós "v" adjacentes ao nó "u"
14.
15.
            If v.cor == BRANCO:
16.
                v.cor = CINZA
17.
               v.dist = u.dist + 1
18.
               v.pred = u
19.
               Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
       Endfor
22.
    u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

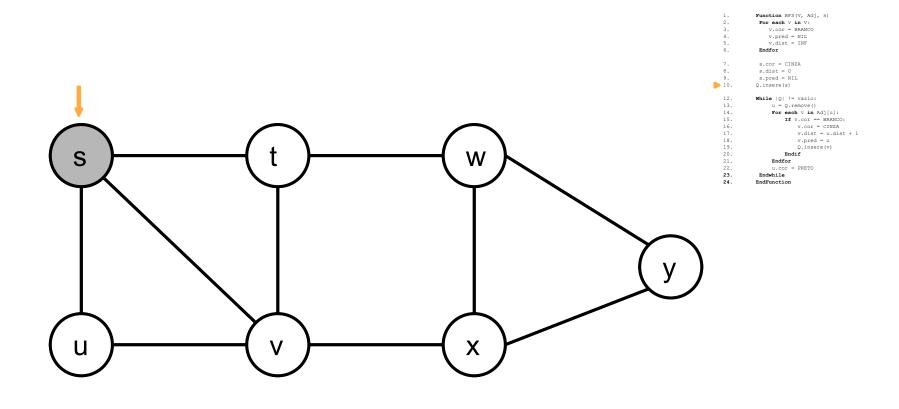
```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3.
     v.cor = BRANCO // Pinte todos os nós de BRANCO
4. v.pred = NIL // Predecessor de todos os "v" para NIL
5. v.dist = INF // Dist iniciais iguais a infinito
6. Endfor
7. s.cor = CINZA // Pinte o nó "s" de CINZA (primeiro nó visitado)
8. s.dist = 0 // Distância de "s" para "s" é zero
9. s.pred = NIL // Predecessor de "s" é NIL
10. Q.insere(s) // Insira "s" na fila
12. While |Q| != vazio: // Enquanto a fila não estiver vazia
        u = 0.remove() // Remova um nó do início da fila
13.
        For each v in Adj[u]: // Todos os nós "v" adjacentes ao nó "u"
14.
            If v.cor == BRANCO: // Verifique se "v" não foi visitado
15.
16.
                v.cor = CINZA
17.
               v.dist = u.dist + 1
18.
               v.pred = u
19.
                Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
       Endfor
22.
     u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3.
     v.cor = BRANCO // Pinte todos os nós de BRANCO
4. v.pred = NIL // Predecessor de todos os "v" para NIL
5. v.dist = INF // Dist iniciais iquais a infinito
6. Endfor
7. s.cor = CINZA // Pinte o nó "s" de CINZA (primeiro nó visitado)
8. s.dist = 0 // Distância de "s" para "s" é zero
9. s.pred = NIL // Predecessor de "s" é NIL
10. O.insere(s) // Insira "s" na fila
12. While |Q| != vazio: // Enquanto a fila não estiver vazia
        u = O.remove() // Remova um nó do início da fila
13.
        For each v in Adj[u]: // Todos os nós "v" adjacentes ao nó "u"
14.
            If v.cor == BRANCO: // Verifique se "v" não foi visitado
15.
16.
                v.cor = CINZA // Pinte v de cinza (visitado)
17.
                v.dist = u.dist + 1 // A distância de "v" é a distância até u + 1
18.
                v.pred = u // Atualize predecessor
19.
                O.insere(v) // Insira "v"
20.
            Endif
21.
       Endfor
22.
     u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3.
     v.cor = BRANCO // Pinte todos os nós de BRANCO
4. v.pred = NIL // Predecessor de todos os "v" para NIL
5. v.dist = INF // Dist iniciais iguais a infinito
6. Endfor
7. s.cor = CINZA // Pinte o nó "s" de CINZA (primeiro nó visitado)
8. s.dist = 0 // Distância de "s" para "s" é zero
9. s.pred = NIL // Predecessor de "s" é NIL
10. Q.insere(s) // Insira "s" na fila
12. While |Q| != vazio: // Enquanto a fila não estiver vazia
        u = O.remove() // Remova um nó do início da fila
13.
        For each v in Adj[u]: // Todos os nós "v" adjacentes ao nó "u"
14.
             If v.cor == BRANCO: // Verifique se "v" não foi visitado
15.
16.
                v.cor = CINZA // Pinte v de cinza (visitado)
17.
                v.dist = u.dist + 1 // A distância de "v" é a distância até u + 1
                v.pred = u // Atualize predecessor
18.
19.
                O.insere(v) // Insira "v"
20.
            Endif
21.
        Endfor
22.
        u.cor = PRETO // Pinte "u" de preto (fora da fila)
23. Endwhile
24. EndFunction
```

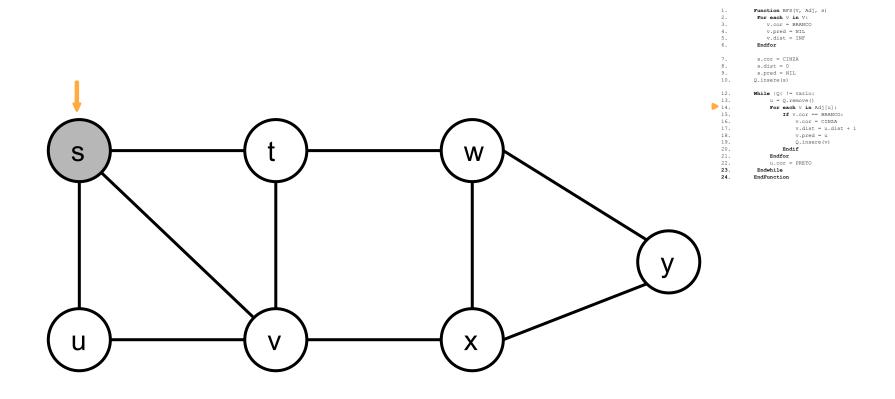


	s	t	u	٧	Х	W	у
dist	INF						
pred	NIL						

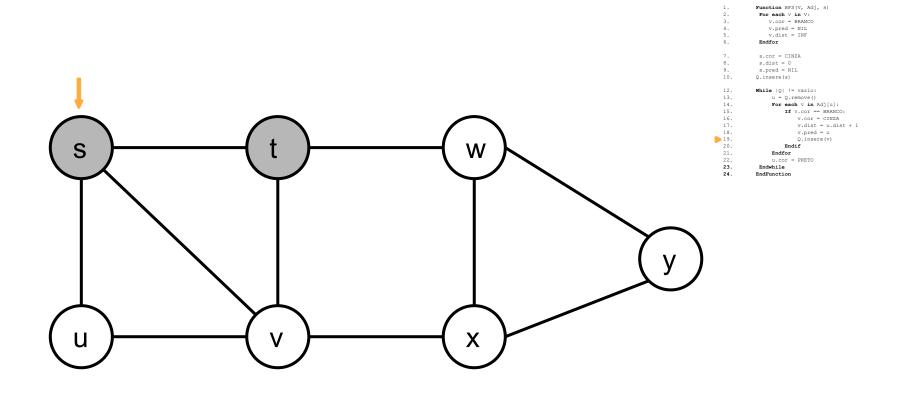


	s	t	u	V	х	W	у
dist	0	INF	INF	INF	INF	INF	INF
pred	NIL						

Fila s

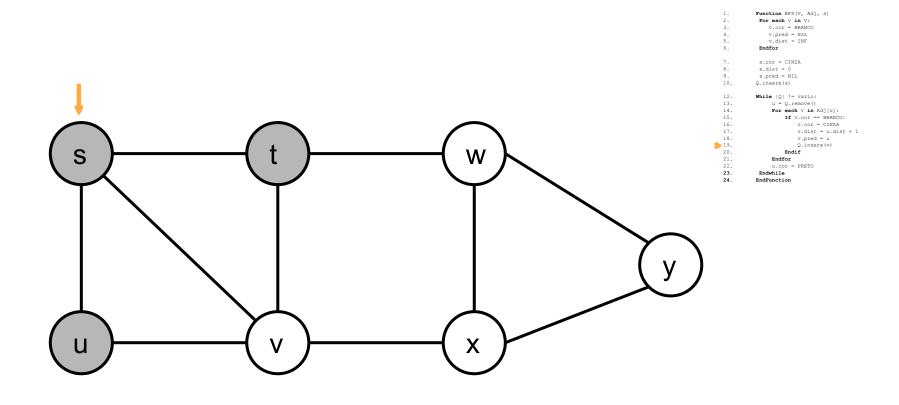


	s	t	u	V	х	W	у
dist	0	INF	INF	INF	INF	INF	INF
pred	NIL						



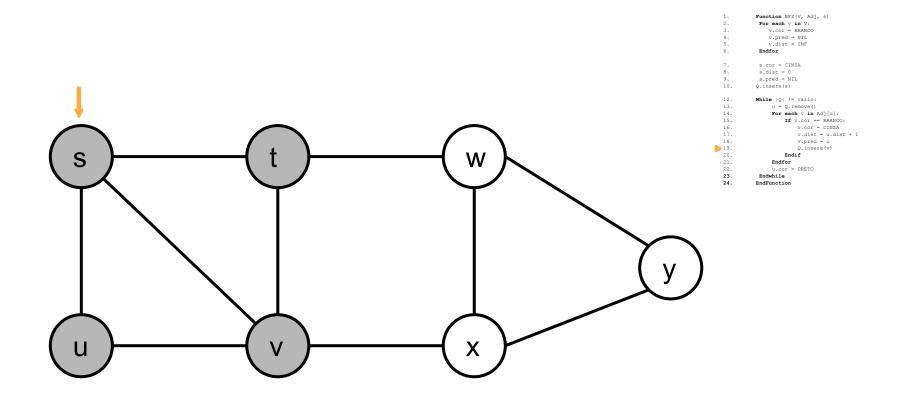
	s	t	u	٧	х	W	у
dist	0	1	INF	INF	INF	INF	INF
pred	NIL	S	NIL	NIL	NIL	NIL	NIL

Fila t

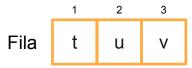


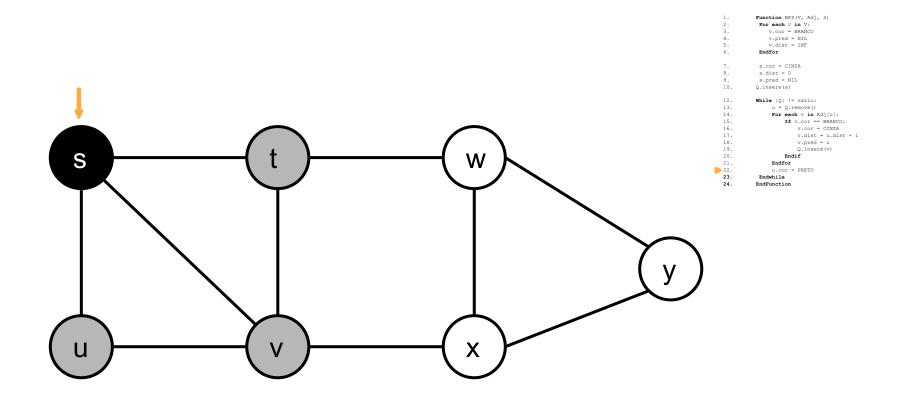
	s	t	u	V	х	W	у
dist	0	1	1	INF	INF	INF	INF
pred	NIL	S	S	NIL	NIL	NIL	NIL

Fila t u



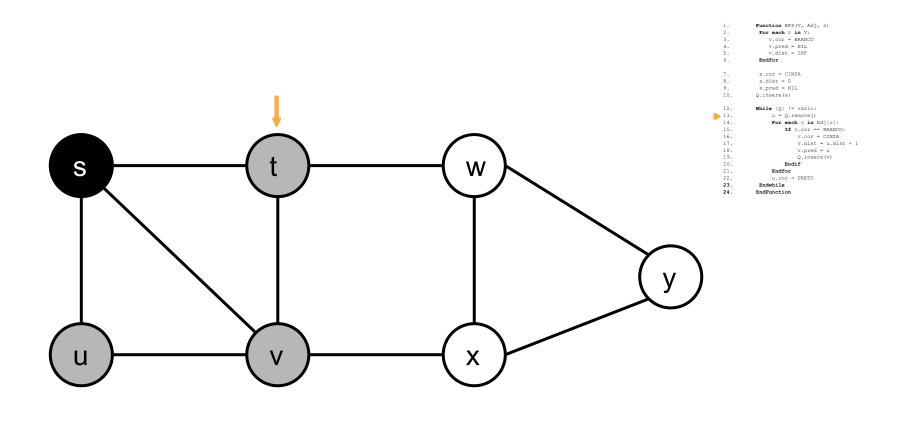
	s	t	u	٧	х	w	у
dist	0	1	1	1	INF	INF	INF
pred	NIL	S	S	S	NIL	NIL	NIL





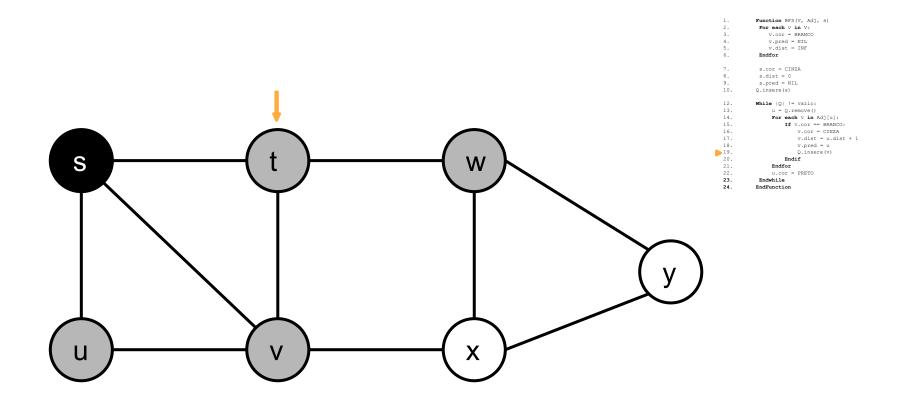
	s	t	u	V	х	w	у
dist	0	1	1	1	INF	INF	INF
pred	NIL	S	S	S	NIL	NIL	NIL

	1	2	3
Fila	t	u	٧

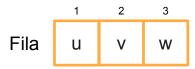


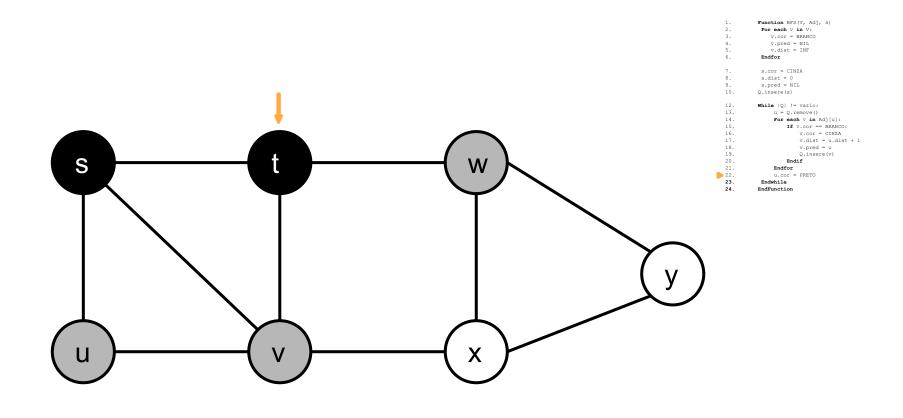
	s	t	u	V	х	W	у
dist	0	1	1	1	INF	INF	INF
pred	NIL	s	s	S	NIL	NIL	NIL

Fila u v

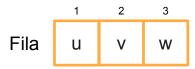


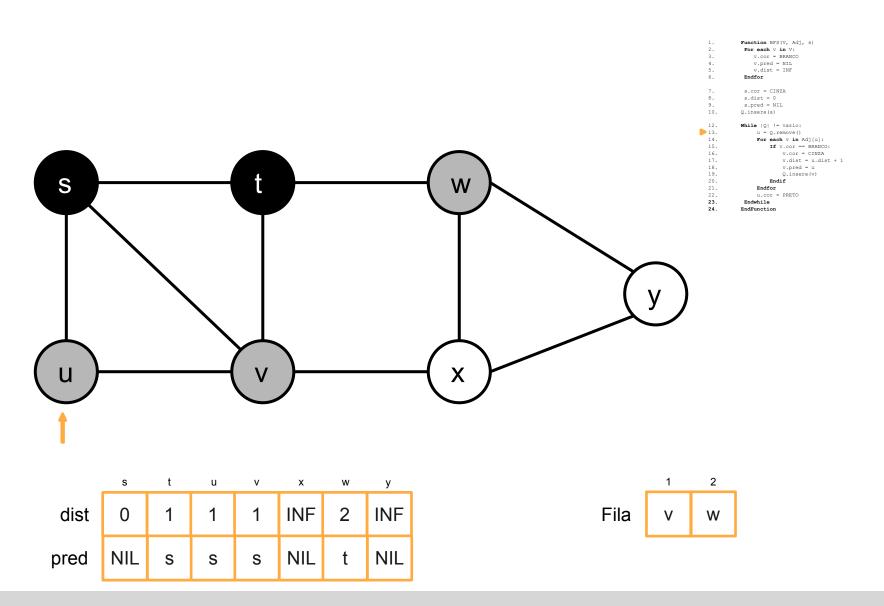
	s	t	u	V	х	W	у
dist	0	1	1	1	INF	2	INF
pred	NIL	S	S	s	NIL	t	NIL

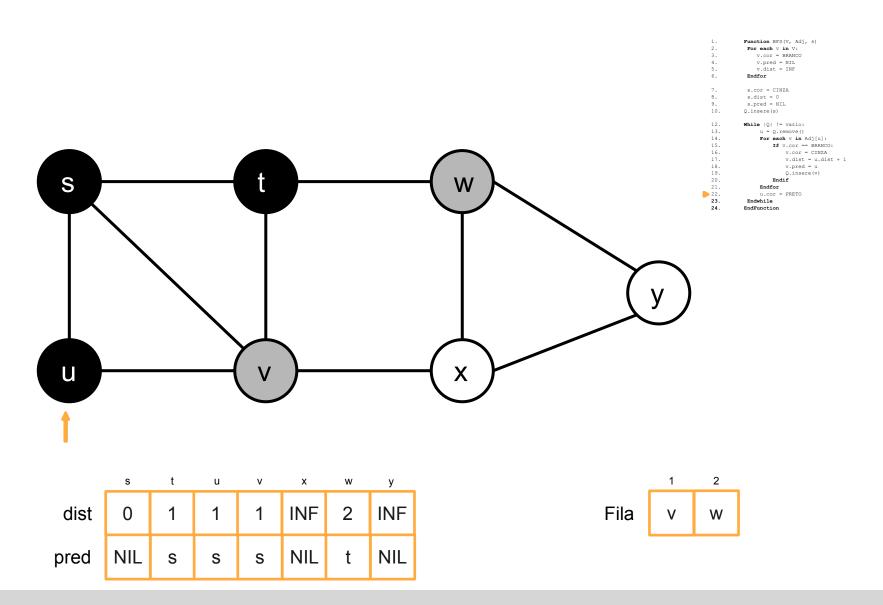


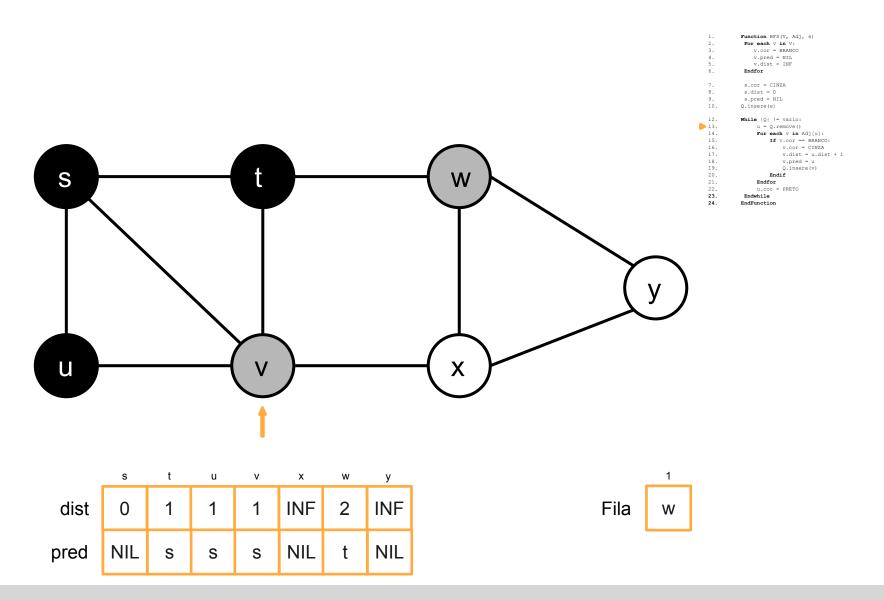


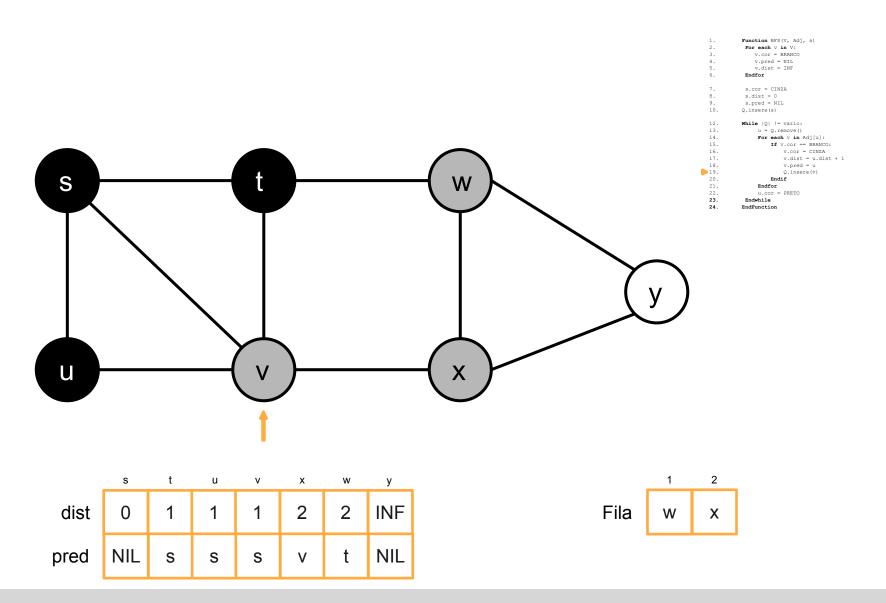
	s	t	u	V	х	W	у
dist	0	1	1	1	INF	2	INF
pred	NIL	S	S	S	NIL	t	NIL

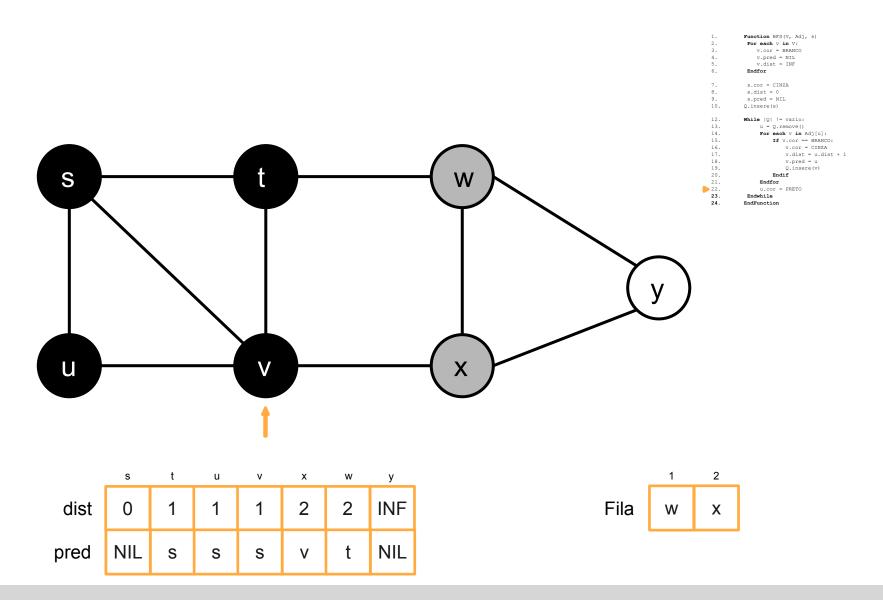


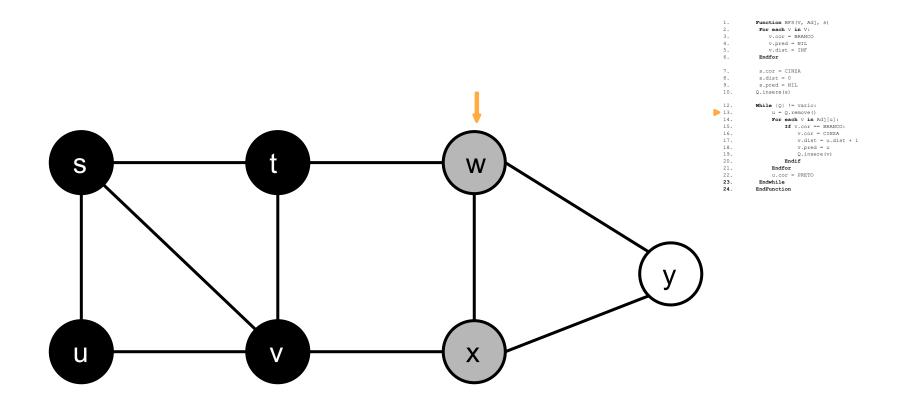






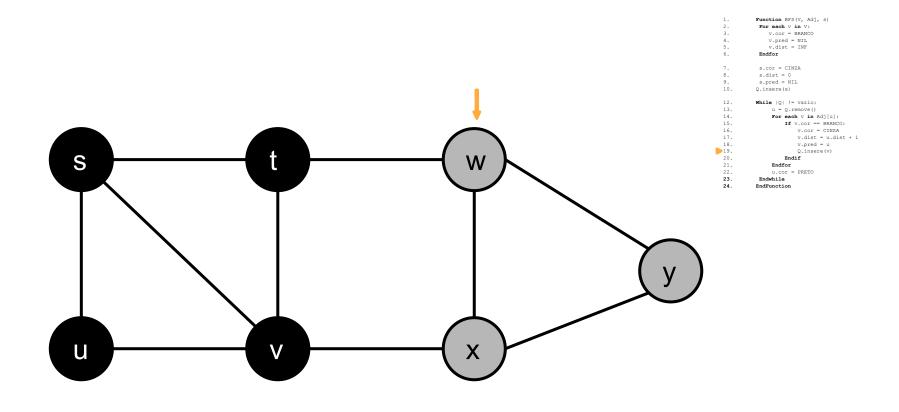




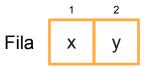


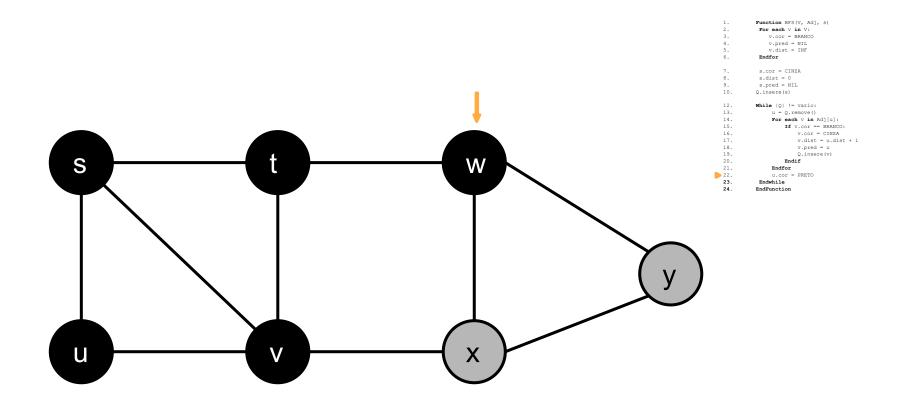
	s	t	u	٧	х	W	у
dist	0	1	1	1	2	2	INF
pred	NIL	S	S	S	٧	t	NIL

Fila x

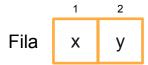


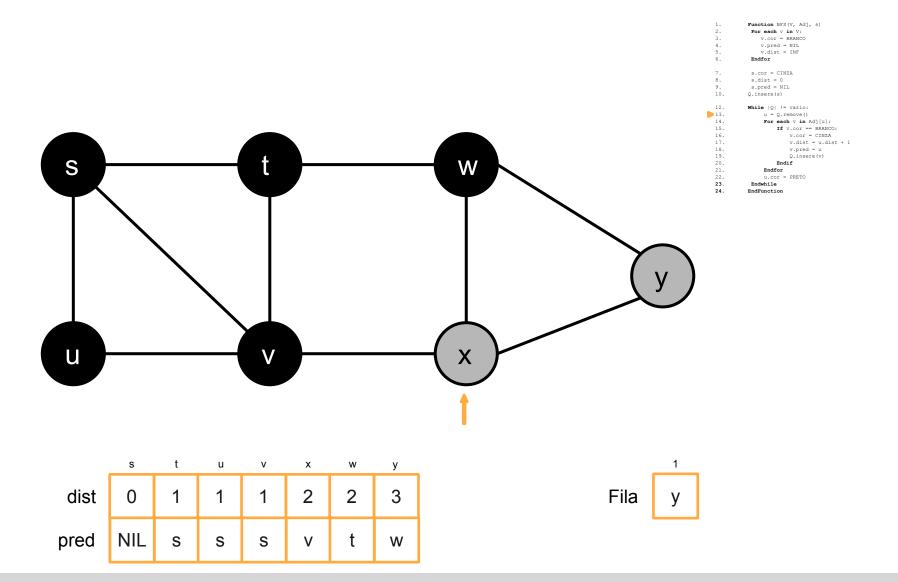
	s	t	u	V	х	w	у
dist	0	1	1	1	2	2	3
pred	NIL	S	S	S	٧	t	w

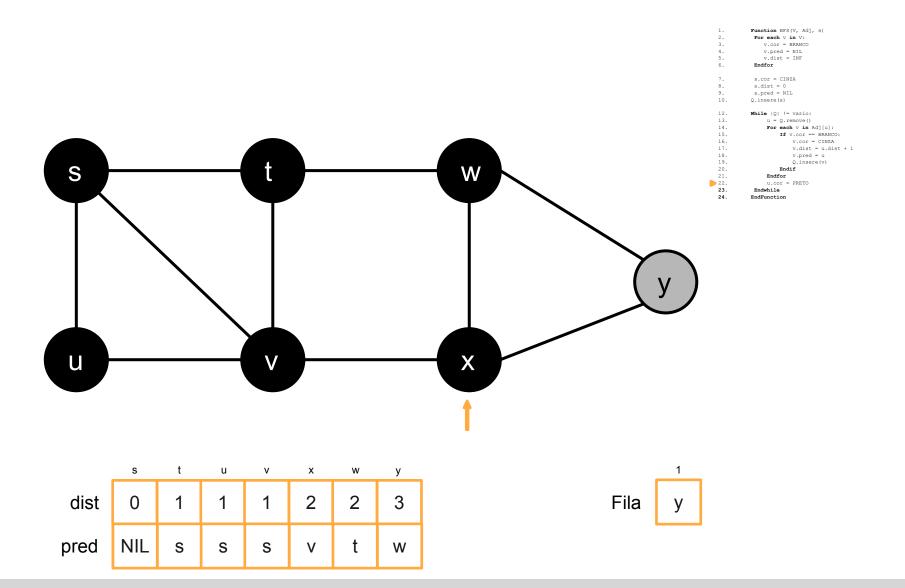


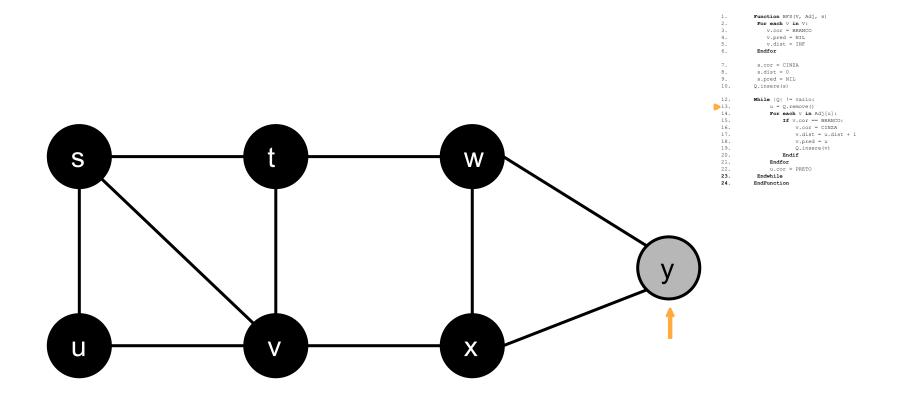


	s	t	u	V	Х	W	у
dist	0	1	1	1	2	2	3
pred	NIL	S	s	s	V	t	w

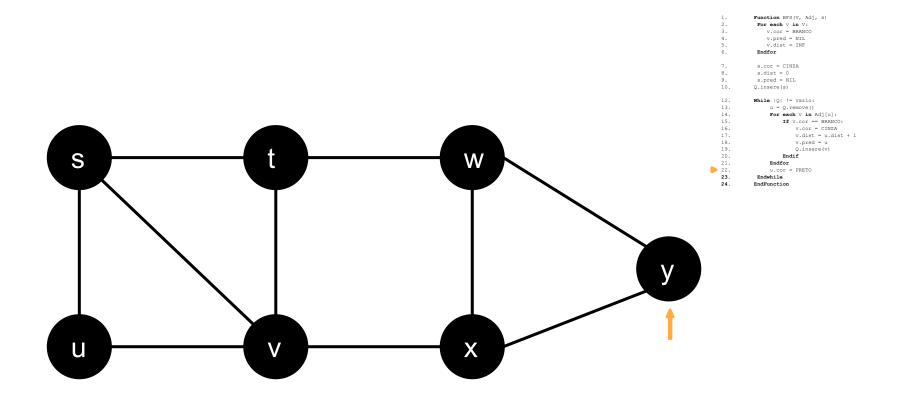




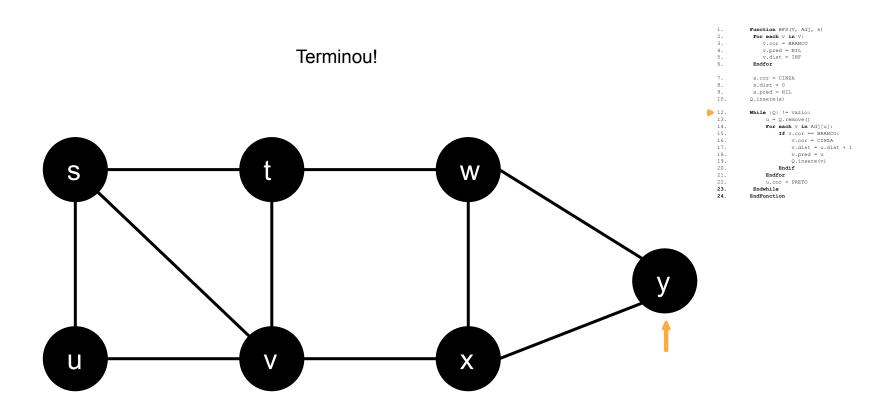




	s	t	u	V	x	w	у
dist	0	1	1	1	2	2	3
pred	NIL	S	S	s	٧	t	w



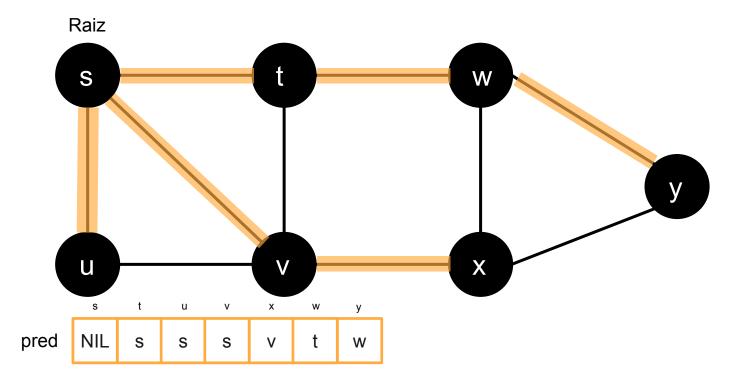
	s	t	u	V	х	W	у
dist	0	1	1	1	2	2	3
pred	NIL	S	S	s	٧	t	w



	s	t	u	V	х	w	у
dist	0	1	1	1	2	2	3
pred	NIL	S	S	S	٧	t	w

Árvore de Busca em Largura

 BFS produz uma árvore de busca em largura com raiz em s e que contem todos os vértices acessíveis, determinando o menor caminho (em número de arestas) de s a t (vértice acessível).



```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2. For each v in V:
3. v.cor = BRANCO
4. v.pred = NIL
5. v.dist = INF
6. Endfor
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. Q.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13. u = Q.remove()
14. For each v in Adj[u]:
15.
            If v.cor == BRANCO:
16.
                v.cor = CINZA
17.
               v.dist = u.dist + 1
18.
               v.pred = u
19.
               Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
        Endfor
22.
       u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
   For each v in V:
2.
3.
      v.cor = BRANCO
                       O(|V|)
4.
   v.pred = NIL
5.
      v.dist = INF
6. Endfor
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. Q.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13. u = Q.remove()
14. For each v in Adj[u]:
15.
            If v.cor == BRANCO:
16.
                v.cor = CINZA
17.
                v.dist = u.dist + 1
18.
                v.pred = u
19.
                Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
        Endfor
22.
        u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2.
   For each v in V:
3.
      v.cor = BRANCO
                        O(|V|)
4.
    v.pred = NIL
5.
      v.dist = INF
6.
  Endfor
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
                        O(1)
9. s.pred = NIL
10. Q.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13.
        u = Q.remove()
14.
        For each v in Adj[u]:
15.
             If v.cor == BRANCO:
16.
                 v.cor = CINZA
17.
                v.dist = u.dist + 1
18.
                v.pred = u
19.
                 Q.insere(v)
20.
             Endif
21.
        Endfor
22.
        u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
   For each v in V:
2.
3.
      v.cor = BRANCO
4.
   v.pred = NIL
5.
      v.dist = INF
6.
  Endfor
                         O(|V|)
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. Q.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13. u = Q.remove()
14.
        For each v in Adj[u]:
15.
             If v.cor == BRANCO:
16.
                 v.cor = CINZA
17.
                v.dist = u.dist + 1
18.
                v.pred = u
19.
                Q.insere(v)
20.
            Endif
21.
        Endfor
22.
        u.cor = PRETO
23. Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
   For each v in V:
2.
3.
      v.cor = BRANCO
4.
   v.pred = NIL
5.
      v.dist = INF
  Endfor
                          O(|V|)
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. O.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13.
        u = Q.remove()
14.
         For each v in Adj[u]:
15.
             If v.cor == BRANCO:
16.
                 v.cor = CINZA
17.
                 v.dist = u.dist + 1
18.
                v.pred = u
19.
                 Q.insere(v)
20.
             Endif
21.
        Endfor
22.
         u.cor = PRETO
23.
    Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2.
   For each v in V:
3.
      v.cor = BRANCO
4.
   v.pred = NIL
5.
      v.dist = INF
6.
  Endfor
                          O(|V|)
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. O.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13.
         u = Q.remove()
14.
         For each v in Adj[u]:
15.
             If v.cor == BRANCO:
16.
                 v.cor = CINZA
17.
                 v.dist = u.dist + 1
18.
                 v.pred = u
                 Q.insere(v)
19.
20.
             Endif
21.
         Endfor
22.
         u.cor = PRETO
23.
    Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2.
   For each v in V:
3.
      v.cor = BRANCO
4.
   v.pred = NIL
5.
      v.dist = INF
6.
  Endfor
                          O(|V|)
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. O.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13.
        u = Q.remove()
14.
         For each v in Adj[u]:
15.
             If v.cor == BRANCO:
16.
                 v.cor = CINZA
                                          O(|E|)
17.
                 v.dist = u.dist + 1
18.
                 v.pred = u
19.
                 Q.insere(v)
20.
             Endif
21.
         Endfor
22.
         u.cor = PRETO
23.
    Endwhile
24. EndFunction
```

```
1. Function BFS(V, Adj, s)
2.
   For each v in V:
3.
      v.cor = BRANCO
4.
   v.pred = NIL
      v.dist = INF
5.
6. Endfor
7. s.cor = CINZA
8. s.dist = 0
9. s.pred = NIL
10. Q.insere(s)
12. While |Q| != vazio:
13.
        u = Q.remove()
14.
        For each v in Adj[u]:
15.
             If v.cor == BRANCO:
16.
                 v.cor = CINZA
17.
                 v.dist = u.dist + 1
18.
                 v.pred = u
19.
                 Q.insere(v)
20.
             Endif
21.
         Endfor
22.
         u.cor = PRETO
23.
    Endwhile
24. EndFunction
```

$$O(|V|+|E|)$$

Exercício

• <u>Simulação</u> da Busca em Largura

Aplicações práticas da Busca em Largura

• GeeksfoGeeks

Bibliografia

- CORMEN, Thomas H et al. Algoritmos: teoria e prática. Rio de Janeiro: Campus, 2002. 916 p.
- ISBN 978-85-352-0926-6. tradução de ""Introduction to algorithms"" 2.ed.
- ZIVIANI, N. Projeto de algoritmos: com implementações em PASCAL e C. 2 ed. rev. e ampl. São
- Paulo: Thomson, 2004. 552 p. ISBN 978-85-221-0390-4.
 (Também disponível em e-book)