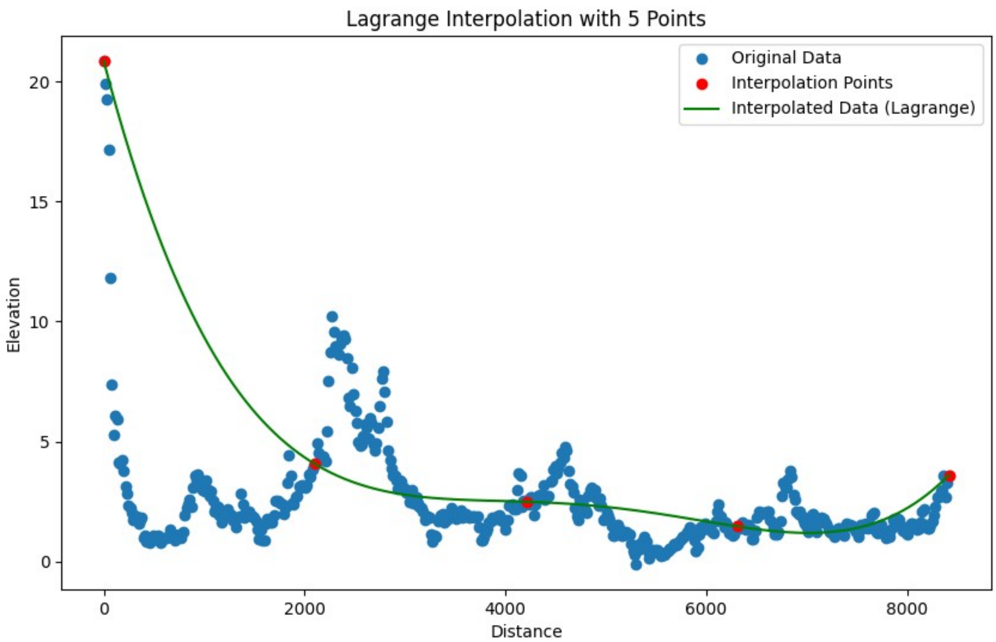
Sprawozdanie z projektu nr 3

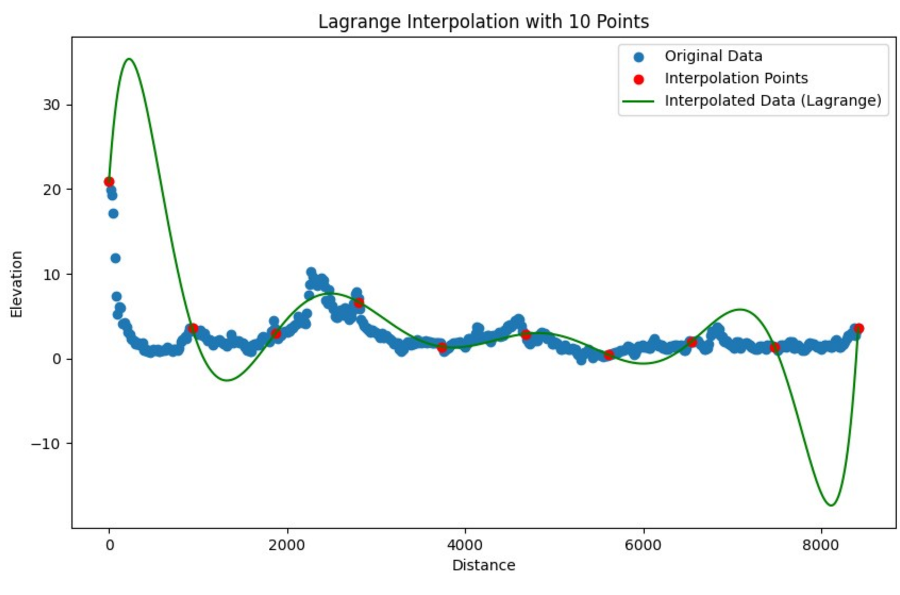
Mateusz Lisowski

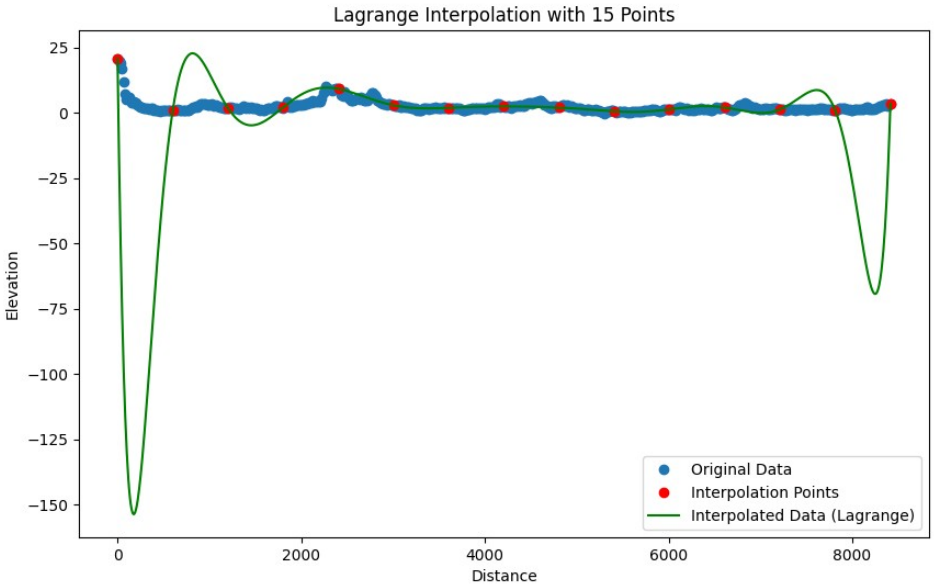
Wstęp

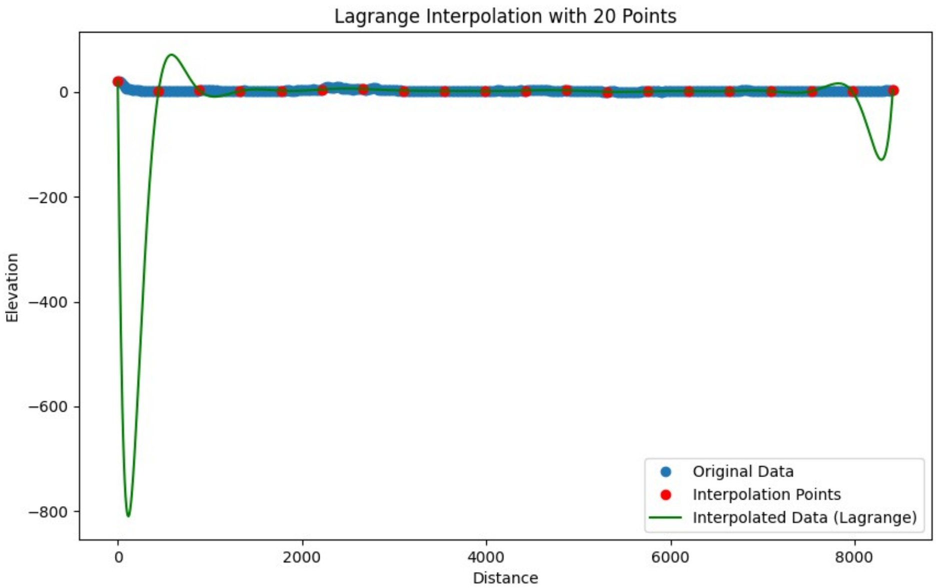
Interpolacja jest metodą służącą do oszacowania wartości funkcji w punktach, które nie były bezpośrednio zmierzone, na podstawie znanych wartości tej funkcji w innych punktach. W niniejszym projekcie zostaną zastosowane dwie metody interpolacji do analizy wysokości tras: interpolacja wielomianowa Lagrange'a oraz interpolacja funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia (splines). Dane do analizy będą pochodzić z plików CSV zawierających odległość i wysokość dla kilku tras o różnym charakterze.

Analiza podstawowa interpolacji wielomianowej pierwszej trasy





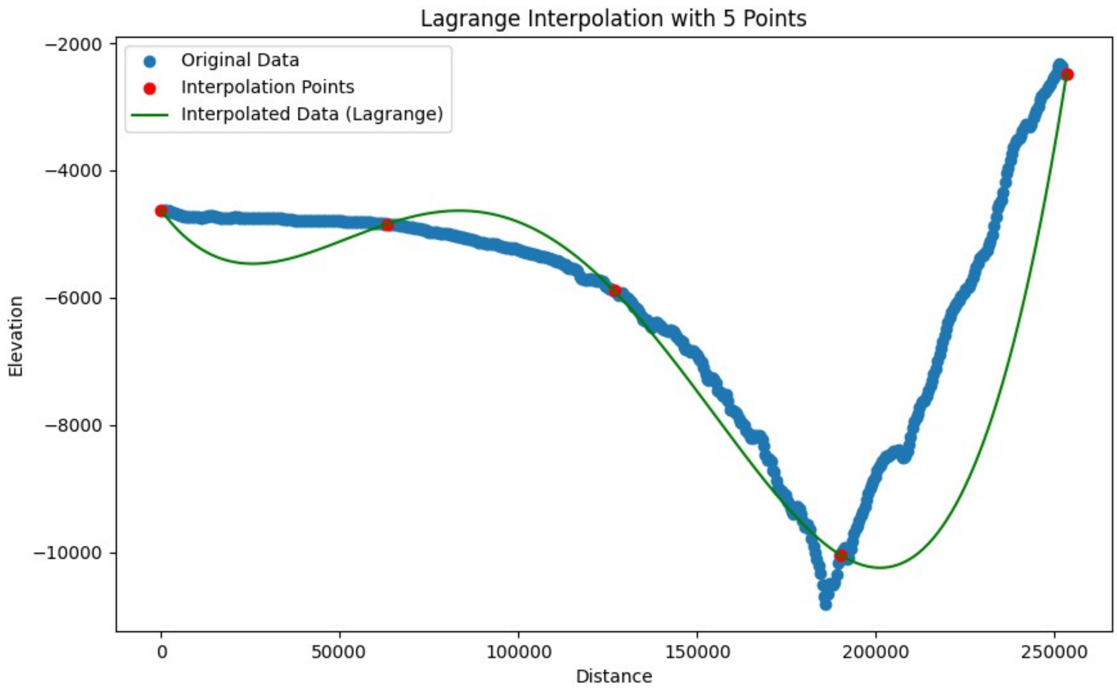


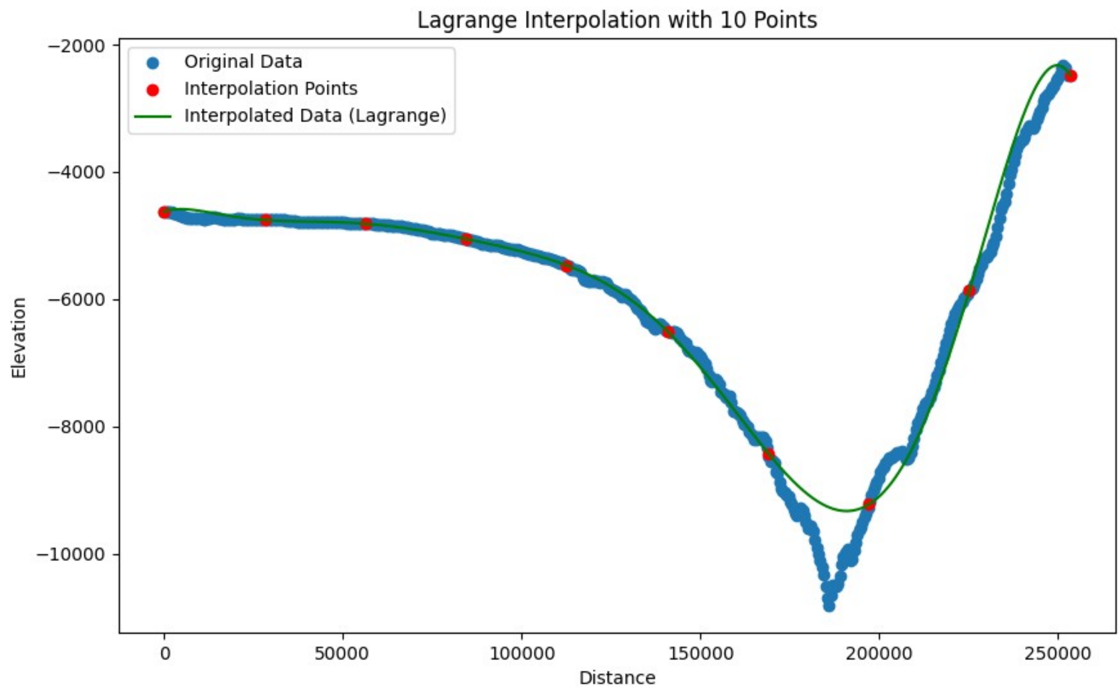


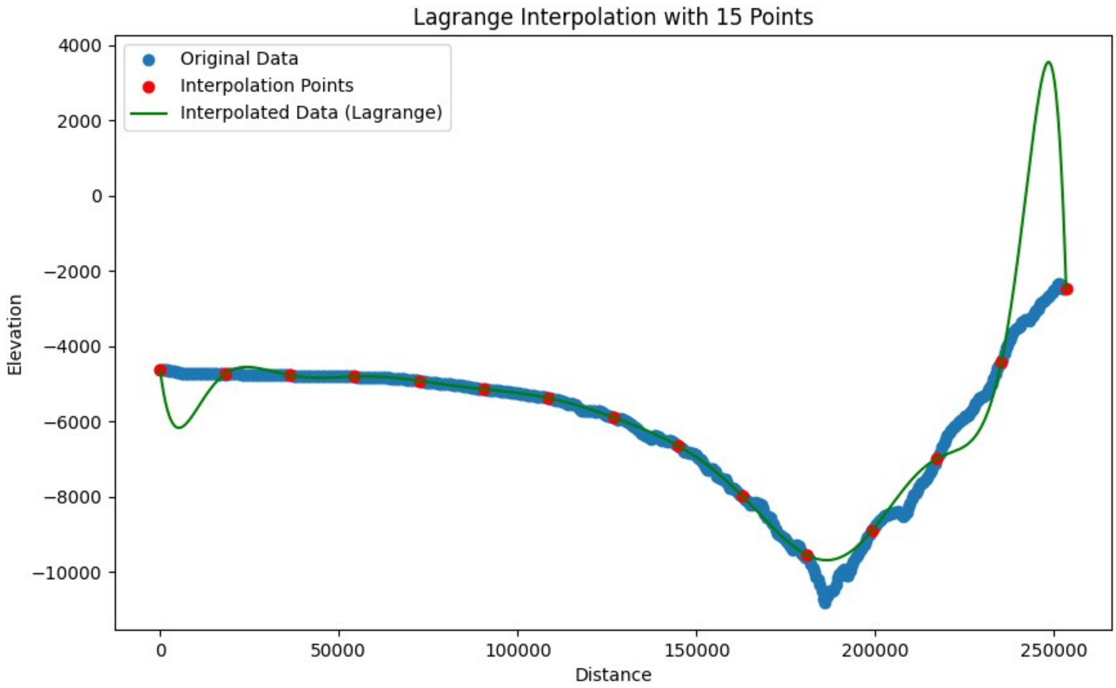
Podsumowanie

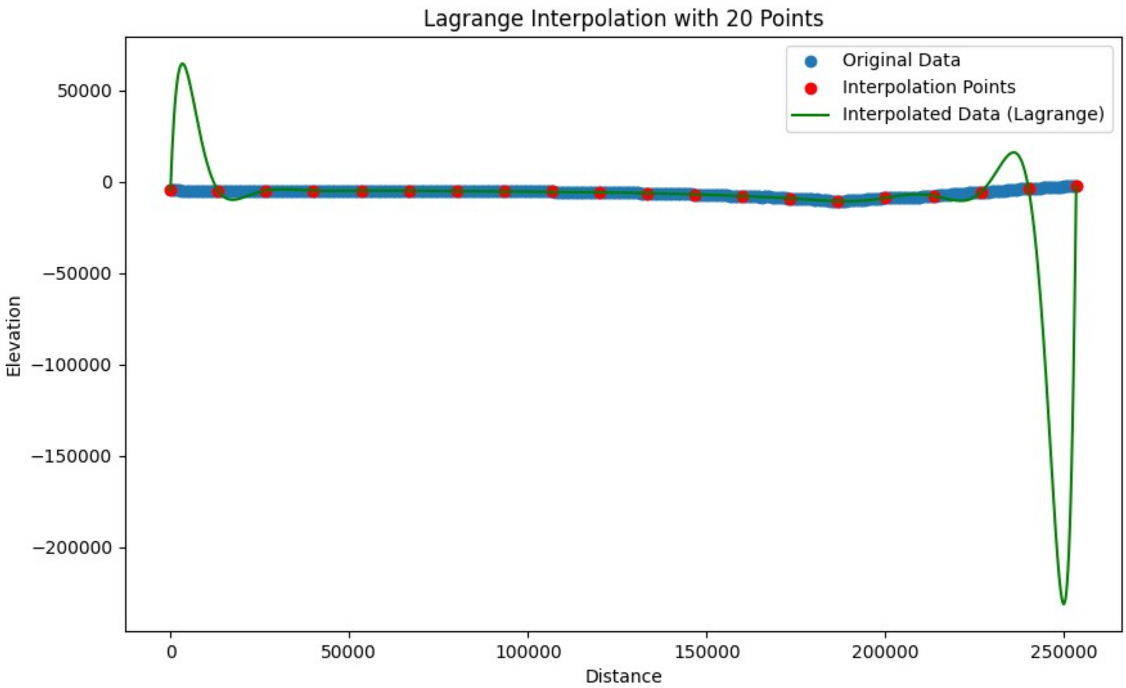
Można zauważyć, że w przypadku równomiernie rozmieszczonych węzłów interpolacji wraz ze wzrostem ich ilość rośnie dokładność interpolacji, ale również nieproporcjonalnie mocno zwiększa się tzw. efekt Rungengo, czyli bardzo duże błędy na początku i na końcu przedziału interpolacji.

Analiza podstawowa interpolacji wielomianowej drugiej trasy





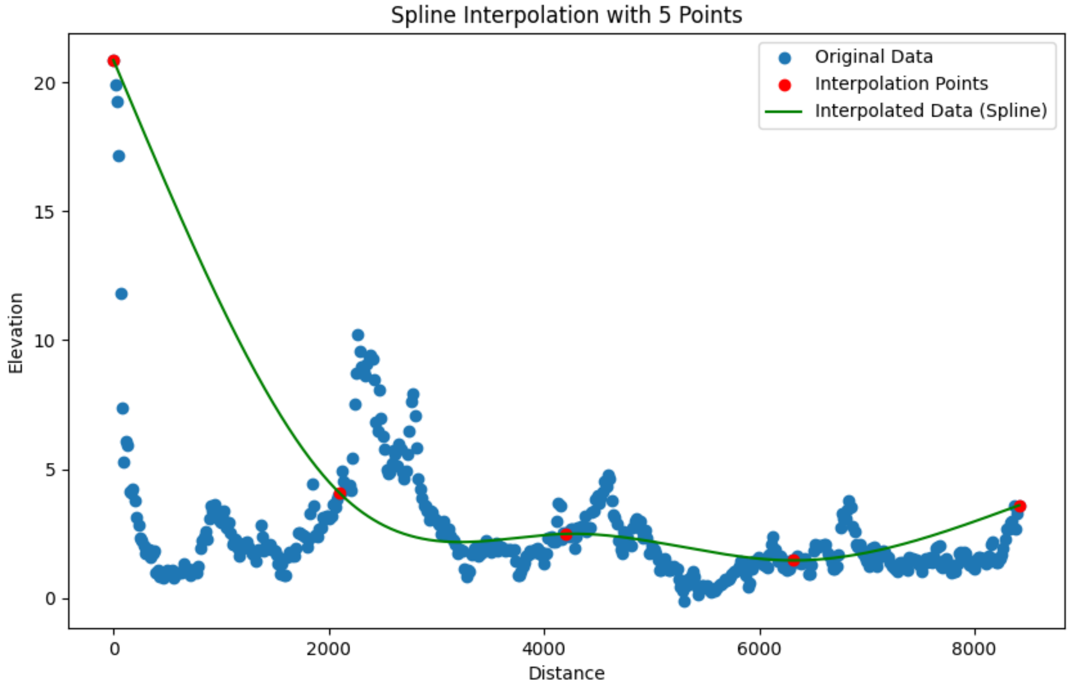


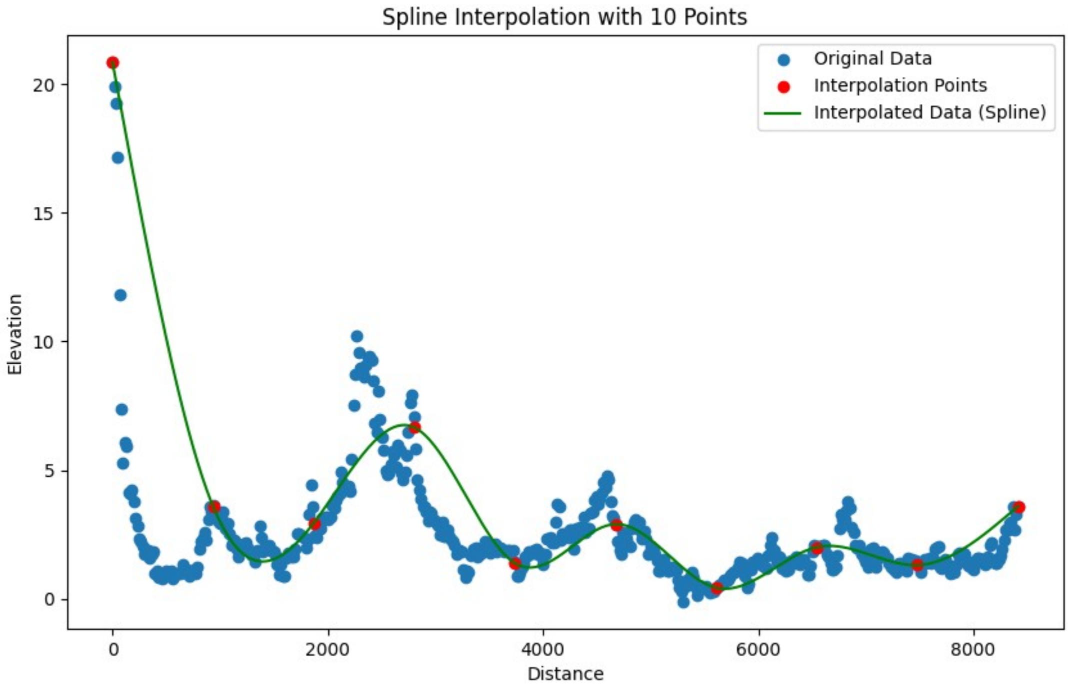


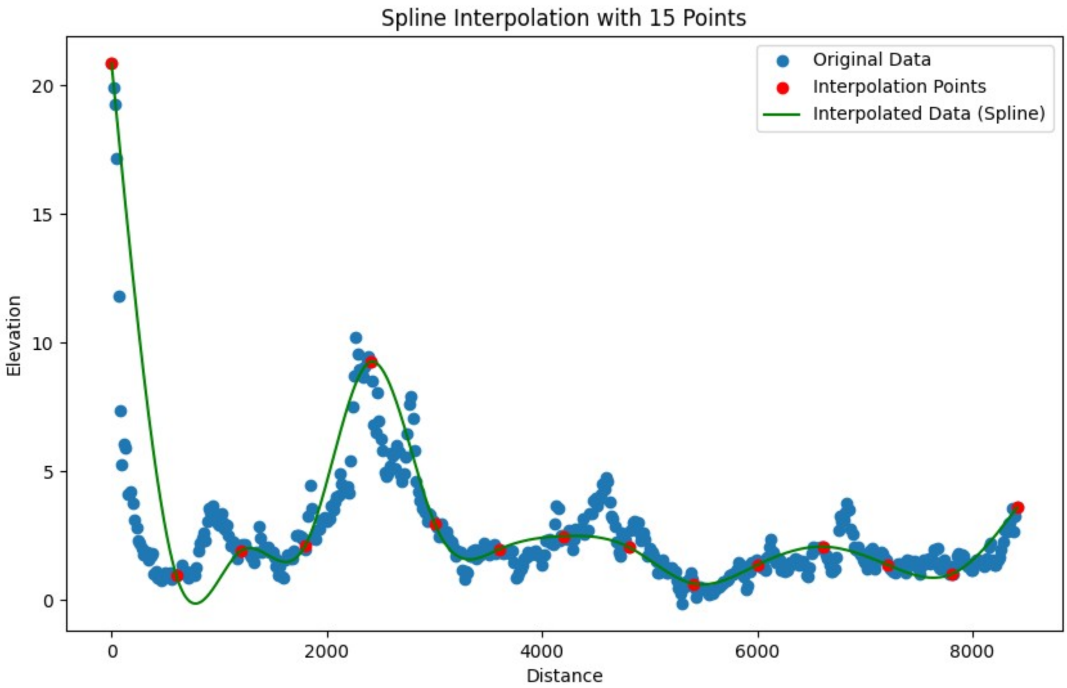
Podsumowanie

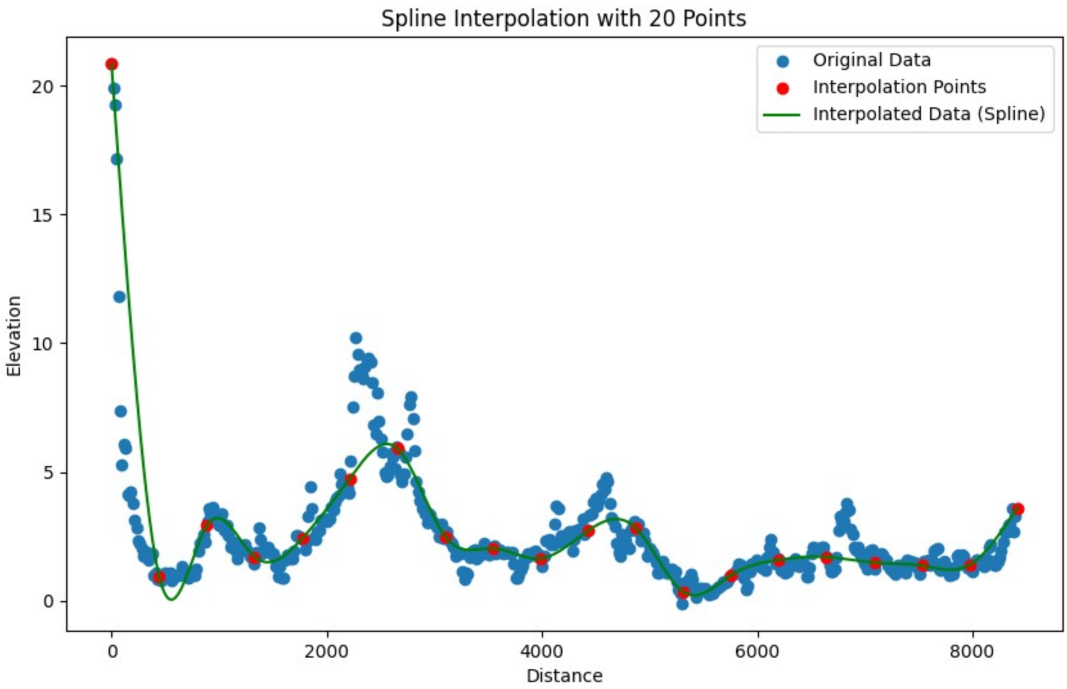
W tym wypadku tak samo jak w poprzednim, zwiększenie liczby węzłów interpolacji zwiększa dokładność interpolacji, ale również efekt Rungego.

Analiza podstawowa interpolacji funkcjami sklejanymi pierwszej trasy





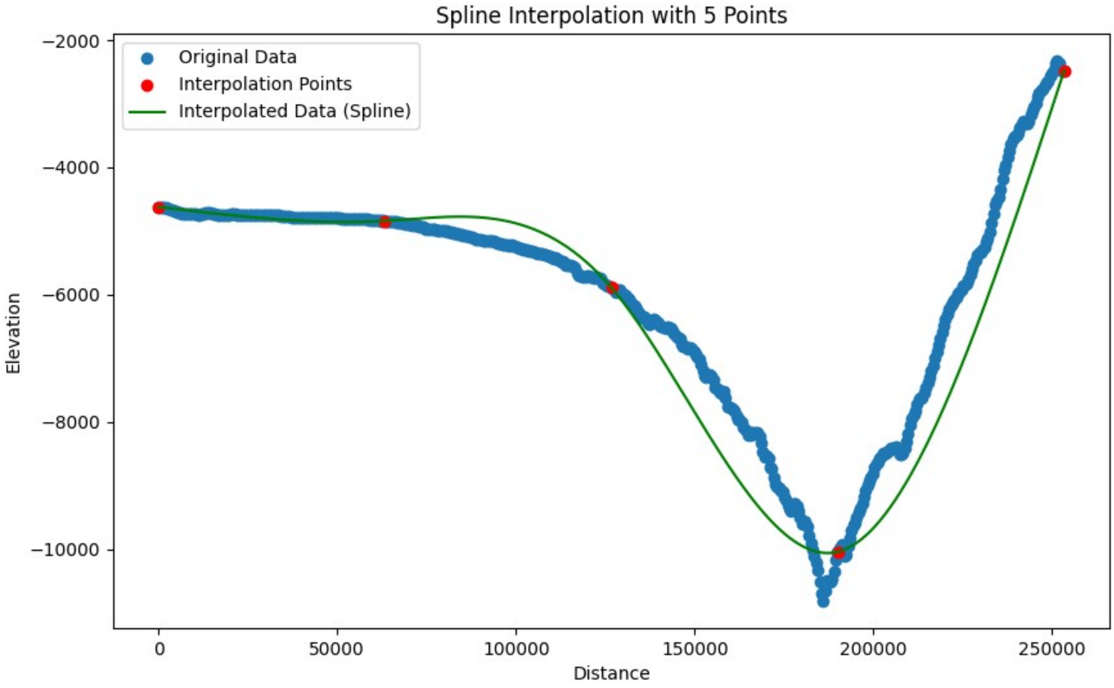


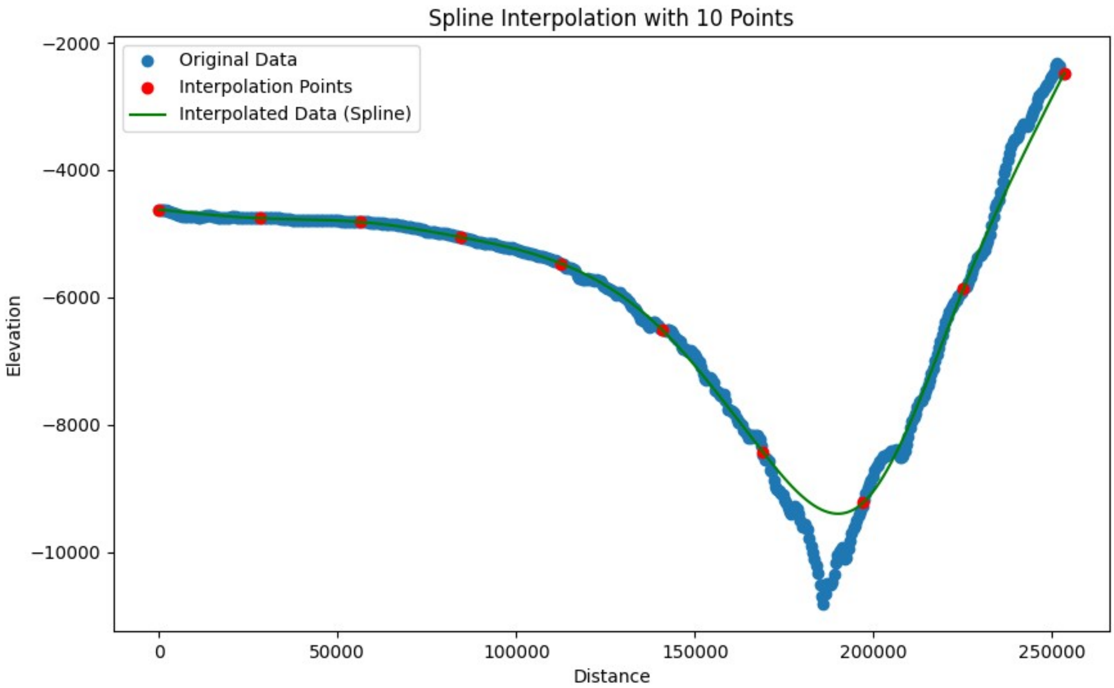


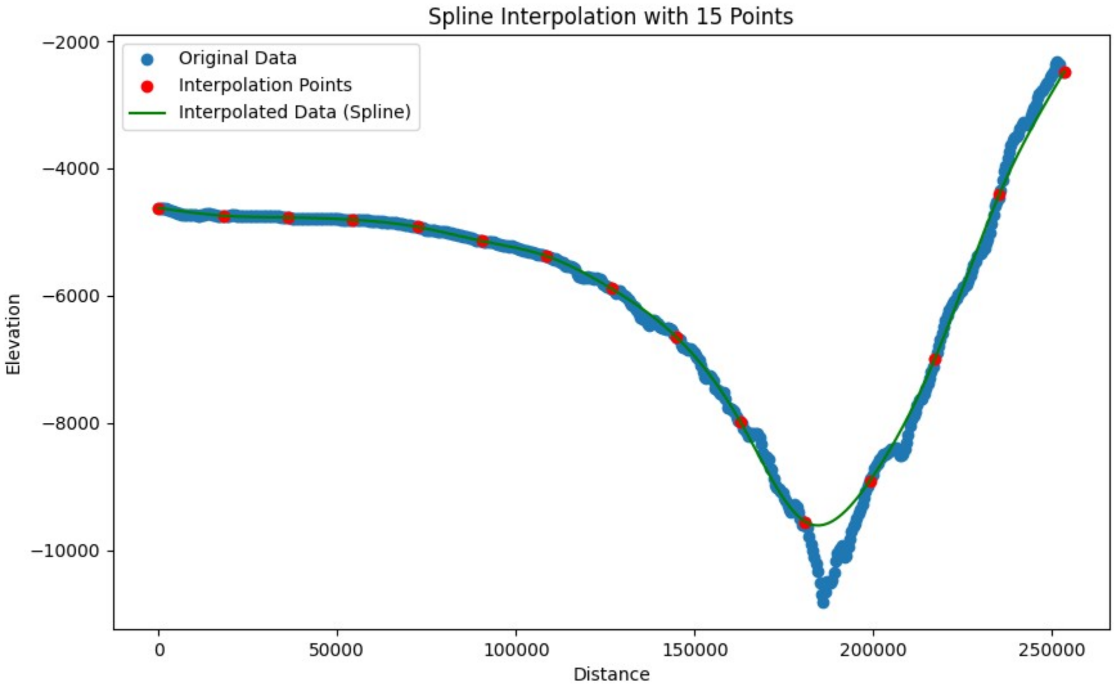
Podsumowanie

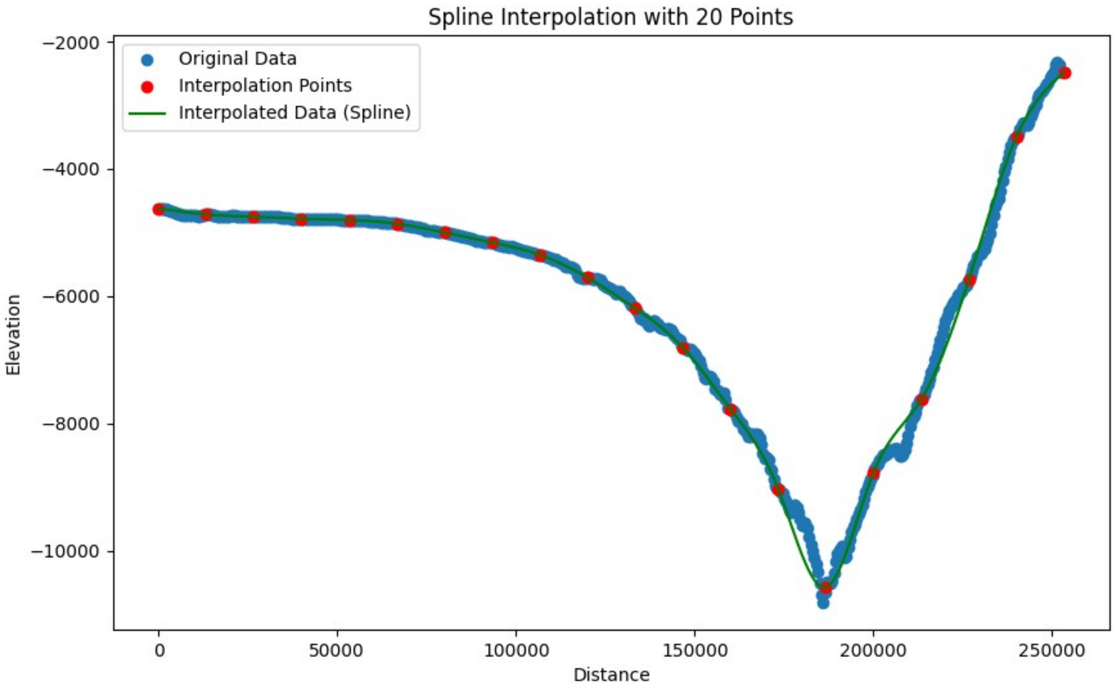
W przypadku interpolacji funkcjami sklejanymi, obserwujemy wzrost dokładności interpolacji wraz ze wzrostem ilości węzłów interpolacji. Nie występuje natomiast efekt Rungego, który mocno zaburzał wynik interpolacji w przypadku metody Lagrange’a.

Analiza podstawowa interpolacji funkcjami sklejanymi drugiej trasy





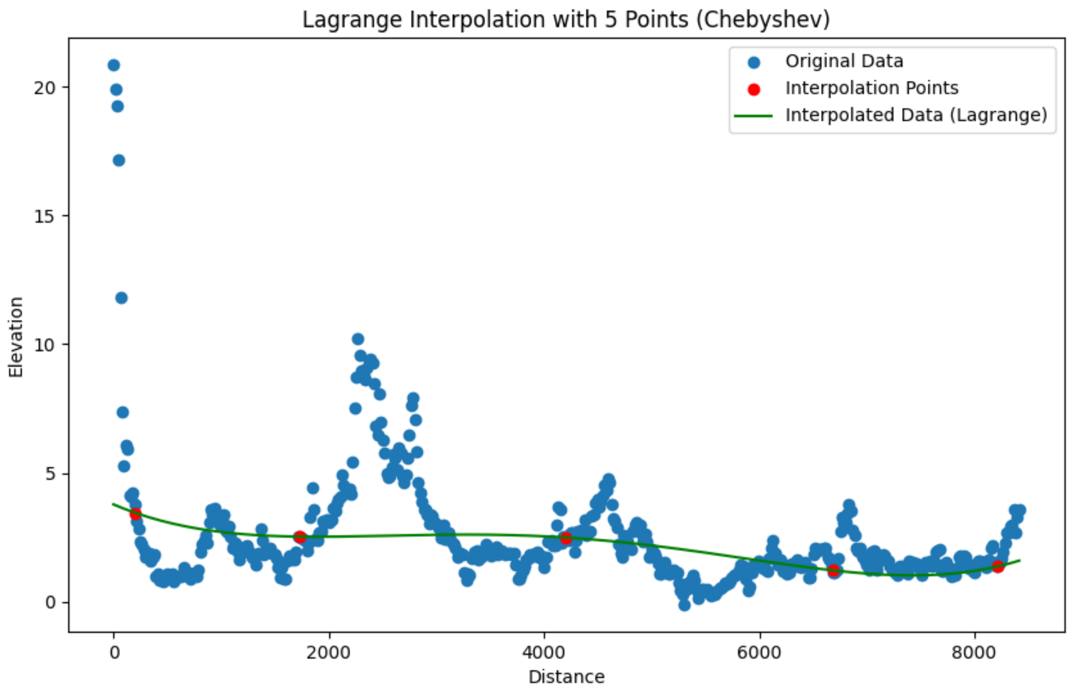


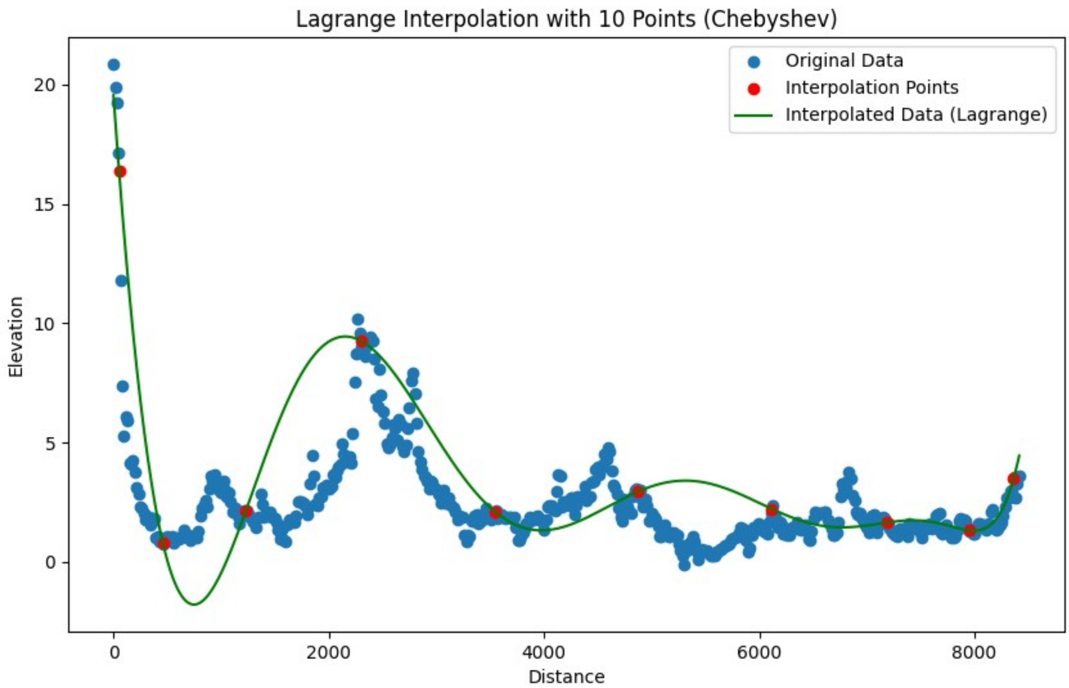


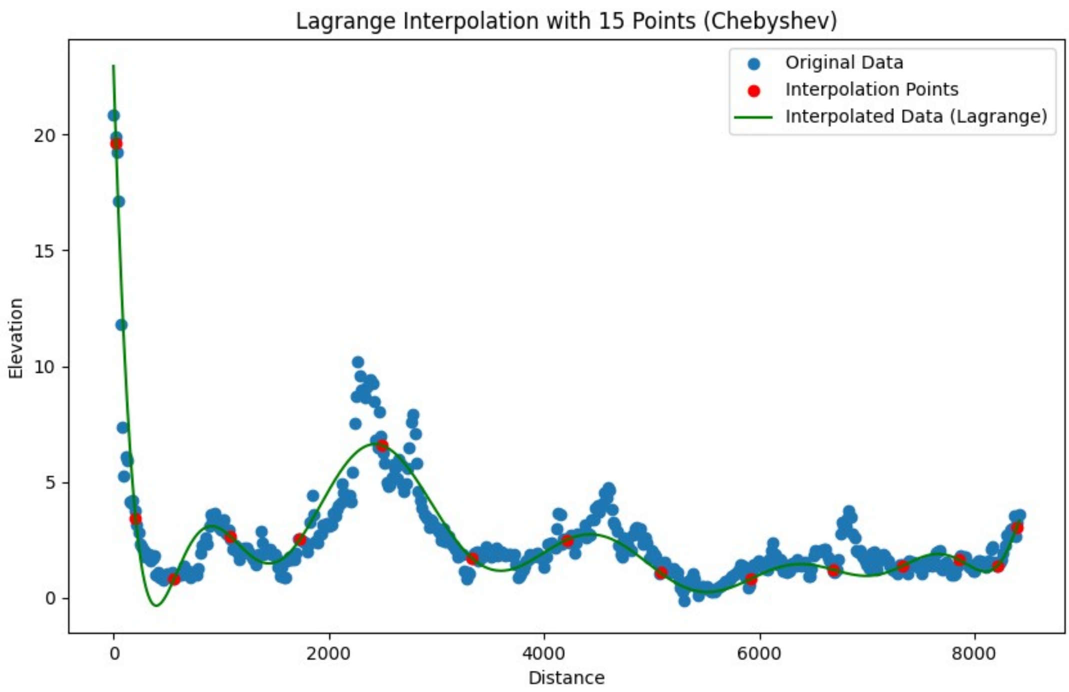
Podsumowanie

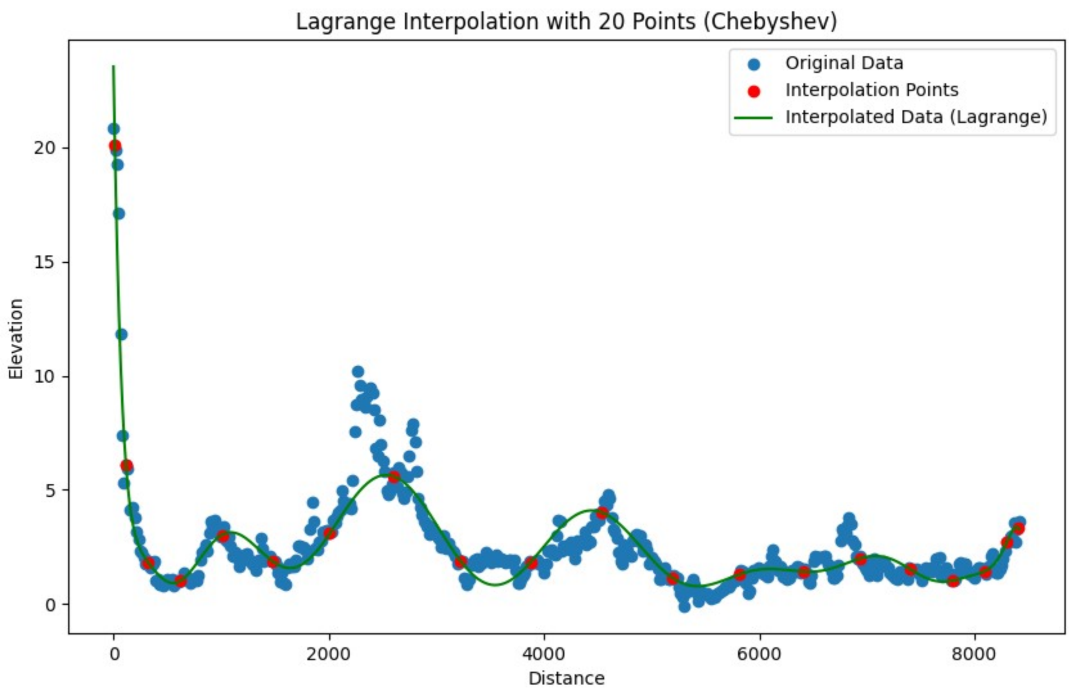
W przypadku, gdy trasa składa się z jednego wyraźnego wzniesienia, metoda spline również sprawdza się lepiej niż metoda Lagrange’a i pozwala zwiększyć dokładność interpolacji wraz ze wzrostem liczby węzłów interpolacji, eliminując przy tym efekt Rungego.

Analiza dodatkowa interpolacji









Podsumowanie

Na powyższych wykresach można zauważyć, że dzięki zastosowaniu węzłów Chebysheva udało się całkowicie wyeliminować efekt Rungego. Zostało to osiągnięte, dzięki nierównomiernemu wyborowi węzłów interpolacji, co zapewnia właśnie metoda wybierania węzłów Chebysheva. Dzięki niej, również dla interpolacji Lagrange’a wraz ze wzrostem liczby węzłów interpolacji, rośnie jej dokładność.

Analiza wyników projektu

W powyższym projekcie zbadaliśmy dwie metody interpolacji i wpływ na ich dokładność różnych czynników, takich jak rodzaj trasy, ilość węzłów interpolacji, czy rozmieszczenie węzłów interpolacji. Udało się zaobserwować wady i zalety każdej z metod, oraz sposób jej działania. Analiza wykresów pokazała, że metody Lagrange'a i Spline różnią się od siebie w zależności od liczby węzłów interpolacji a ich rozmieszczeniem. Metoda Spline działała dobrze w przypadku węzłów równo rozmieszczonych i wraz z ich wzrostem generowała coraz lepsze przybliżenie. Metoda Lagrange'a natomiast była podatna na efekt Rungego, i dopiero zastosowanie węzłów Chebysheva pozwoliło go wyeliminować. Dodatkowo można zauważyć, że kształt trasy nie miał dużego wpływu na efektywność interpolacji w obu przypadkach.