

# Sprawozdanie z projektu nr 2

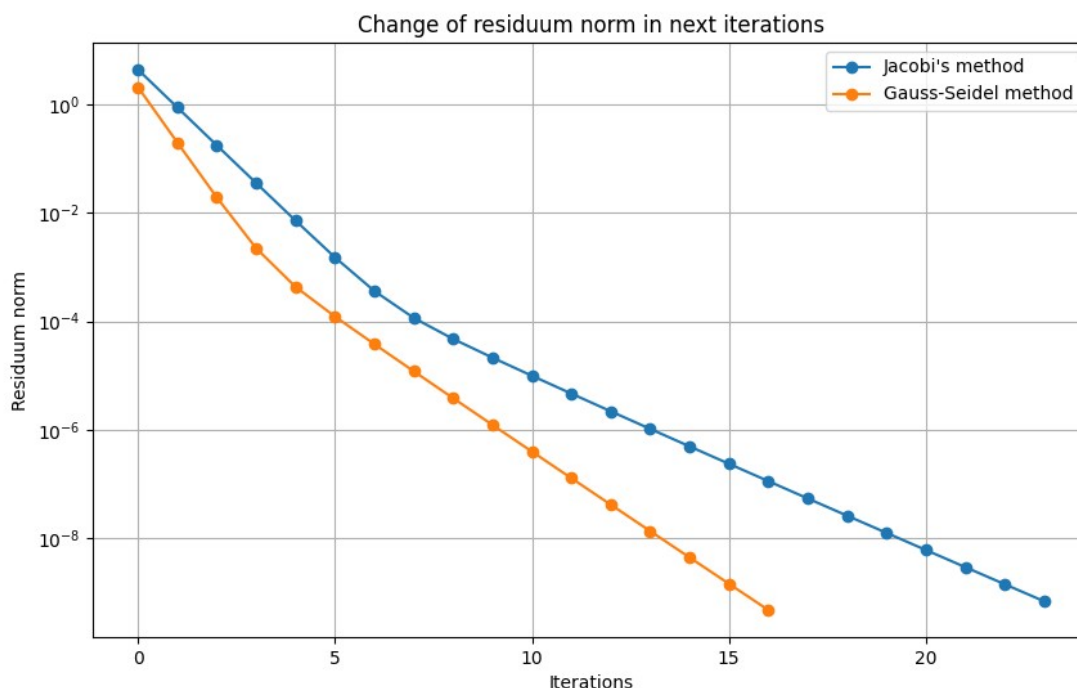
Mateusz Lisowski

## Wstęp

Treścią projektu było zapoznanie się oraz zaimplementowanie 3 różnych metod rozwiązywania macierzy: Jacobiego, Gaussa–Seidla, i faktoryzacji LU. Dodatkowo należało sprawdzić działanie każdej metody w różnych warunkach i określić, kiedy pewne z nich mogą sprawdzić się lepiej niż inne.

Rozwiązywane równanie macierzowe w postaci  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  składa się z:  $\mathbf{A}$  to tzw. macierz pasmowa o rozmiarze 963. Zawiera ona pięć diagonal - główna z elementami  $a_1 = 8$ , dwie sąsiednie z elementami  $a_2 = -1$  i dwie skrajne diagonale z elementami  $a_3 = -1$ .  $\mathbf{X}$  to wektor zawierający rozwiązania, a prawa strona równania ( $\mathbf{b}$ ) została wygenerowana na podstawie funkcji sinusoidalnej.

## Porównanie metod Jacobiego i Gaussa–Seidla

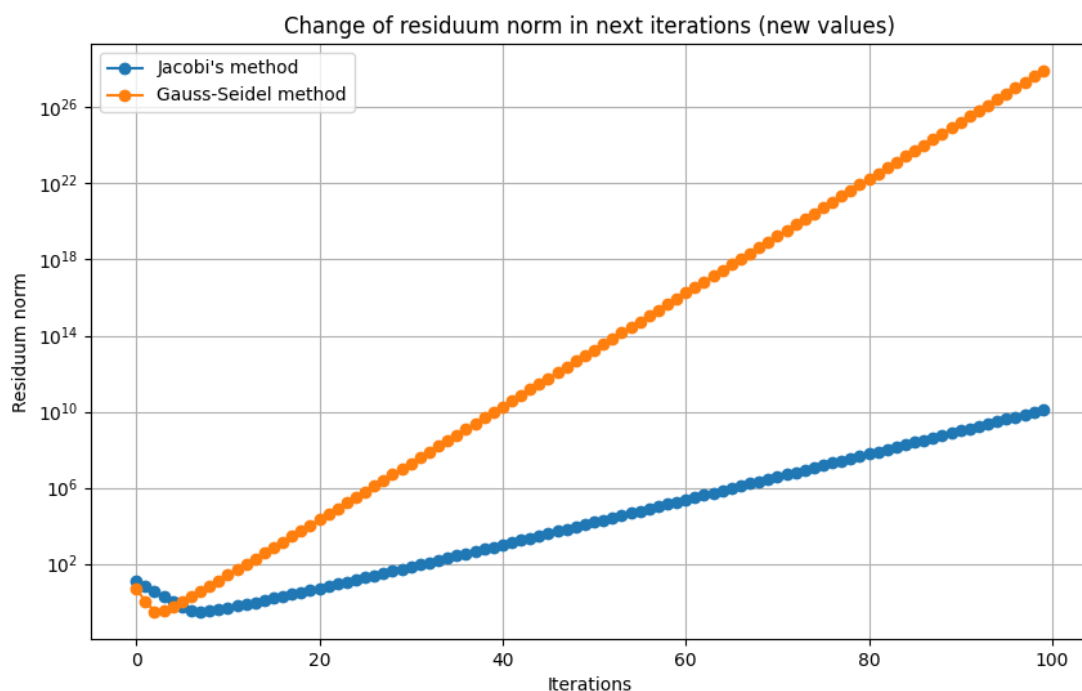


Wyniki poszczególnych algorytmów:

- Jacobi: **4.33 s**
- Gauss-Seidel: **3.09s**

Na podstawie wykresu oraz wyników czasowych dwóch algorytmów można zauważyć, iż norma residuum w kolejnych iteracjach w kolejnych iteracjach zmniejsza się i dąży do ustalonego przez nasz limitu  $10e-9$ . Widać również, że metoda Gaussa-Seidela szybciej zbiega do limitu niż metoda Jacobiego.

## Zbieżność metod metod Jacobiego i Gaussa–Seidla



Na powyższym wykresie da się zauważyć, że dla podanych  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = a_3 = -1$ , zarówno metoda Jacobiego i Gaussa–Seidla na początku zbiega się do rozwiązania, ale niedługo potem dąży do nieskończoności, przy czym pierwsza rozbiega się wolniej niż druga. Powyższe niepoprawne działanie metod wynika z niedoskonałości metod iteracyjnych, które dla pewnych macierzy nie działają poprawnie.

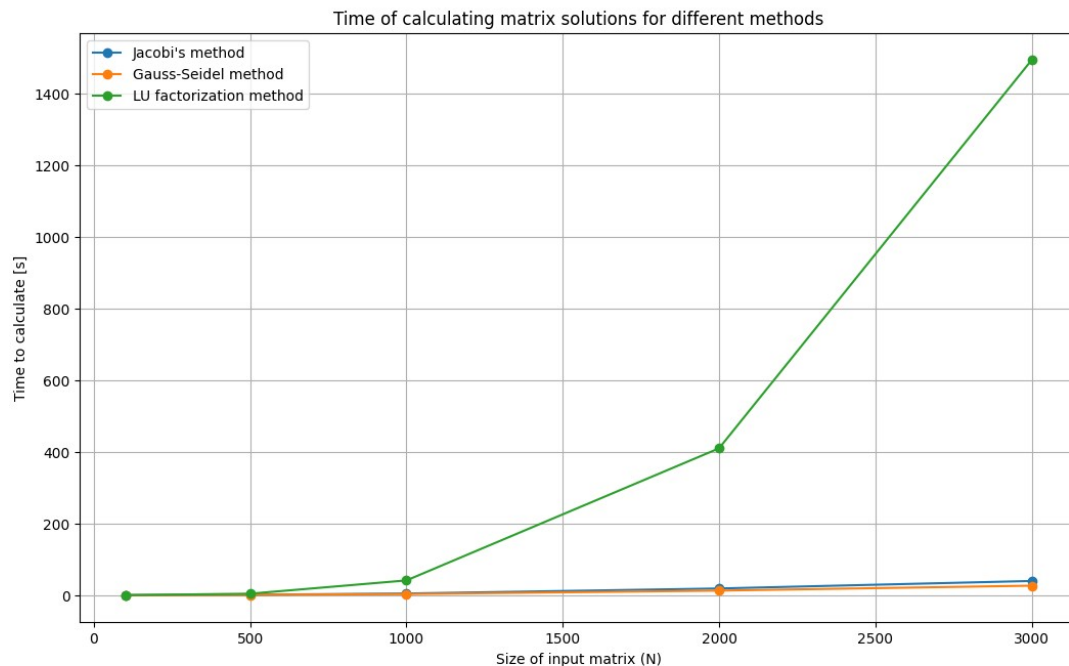
## Metoda faktoryzacji LU

Inną metodą rozwiązywania macierzowych układów równań, jest tzw. metoda faktoryzacji LU. Metoda faktoryzacji LU (Lower-Upper) jest jedną z technik rozwiązywania układów równań liniowych, w której macierz współczynników  $A$  jest faktoryzowana na iloczyn dwóch macierzy: macierzy trójkątnej dolnej (Lower)  $L$  i macierzy trójkątnej górnej (Upper)  $U$ .

Norma residuum dla równania podanego w poprzednim podpunkcie wynosi:  
 **$2.2860925311621933e-13$**

Można więc zauważyć, że metoda faktoryzacji LU poradziła sobie z rozwiązaniem równania, które nie było dostępne dla metod iteracyjnych, dodatkowo osiągając dużo wyższą dokładność.

## Porównanie czasu wykonania metod dla różnych wielkości macierzy



Na powyższym wykresie można zaobserwować wzrost czasu potrzebnego na obliczenie danego równania macierzowego w zależności od wielkości macierzy A. Widać na nim, że metody iteracyjne wraz ze wzrostem wielkości macierzy nie potrzebują dużo więcej czasu na obliczenia ( $O(n^2)$ ), natomiast czas zużywany przez metodę faktoryzacji LU rośnie dużo szybciej ( $O(n^3)$ ).

## Podsumowanie

Podsumowując, powyższe badania pozwoliły zrozumieć skuteczność różnych metod rozwiązywania układów równań liniowych oraz ich zależność od rozmiaru macierzy i struktury problemu. Metody iteracyjne mogą być szybkie dla odpowiednio dobranych macierzy, ale metoda faktoryzacji LU zapewnia dokładne rozwiązania, choć może być bardziej kosztowna obliczeniowo. Ważne jest, aby wybierać odpowiednią metodę z uwzględnieniem specyfiki problemu oraz dostępnych zasobów obliczeniowych.