

# Rezonatory

## I. Informacje ogólne

Ćwiczenie prowadzi: **mgr inż. Mateusz Krywicki** (mateusz.krywicki@pw.edu.pl).

Zajęcia odbywają się w **Sali 432**.

### 1. Zakres wymagań:

Na kolokwium wstępnym wymagana jest znajomość materiału przedstawionego **na wykładach** poświęconych rezonatorom, a w szczególności:

- co to jest rezonator, jak oblicza się częstotliwość rezonansową;
- relacje między energią elektryczną i magnetyczną w rezonansie;
- podstawowe rozkłady pola w rezonatorze prostopadłościennym oraz współosiowym;
- definicja dobroci rezonatora;
- rzędy wielkości dobroci uzyskiwane w różnego typu obwodach rezonansowych;
- jak współczynnik dobroci wpływa na zachowanie się rezonatora w funkcji czasu (po odłączeniu pobudzenia) i w funkcji częstotliwości przy przestrajaniu generatora;

### 2. Zakres ćwiczenia:

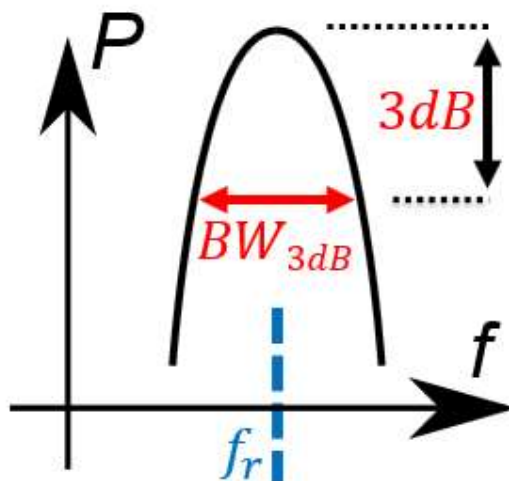
Zagadnienia podstawowe:

- Pomiary częstotliwości rezonansowych i dobroci rezonatora prostopadłościennego wypełnionego powietrzem;
- Pomiary częstotliwości rezonansowych i dobroci rezonatora kołowego całkowicie wypełnionego powietrzem oraz dielektrykiem;
- Wpływ przewodności wybranych ścianek rezonatora oraz rozkładu prądów powierzchniowych na dobroć rezonatora dla podstawowych rodzajów rezonansowych.
- Pomiary częstotliwości rezonansowych rezonatora współosiowego o różnych warunkach brzegowych na jego końcach.
- Rozkłady pól elektromagnetycznych w różnych rezonatorach dla kilku podstawowych rodzajów rezonansowych.

Pomiary będą prowadzone przy użyciu wektorowych analizatorów obwodów (tzw. VNA) pozwalających na wyznaczenie częstotliwości rezonansowej rezonatora i jego dobroci poprzez pomiar transmitancji sygnału przez rezonator. Na jednym ze stanowisk zamiast analizatora może zostać zastosowany generator sygnałowy i miernik mocy. We wszystkich wypadkach pomiary prowadzone podczas zajęć oznaczają:

- Pomiar częstotliwości rezonansowej ( $f_0$ ) oznacza wyznaczenie takiej częstotliwości sygnału pobudzającego rezonator (sygnału doprowadzonego do jego wejścia), dla której moc sygnału mierzonego na wyjściu rezonatora jest największa, czyli znalezienia maksimum transmitancji sygnału.

- Pomiar dobroci rezonatora ( $Q_0$ ) na częstotliwości rezonansowej wyznacza się jako poprzez pomiar 3-decybelowa szerokości ( $Df$ ) krzywej transmitancji sygnału wokół częstotliwości rezonansowej  $f_0$  i obliczenie  $Q_0$  jako  $f/Df$ .



Schematyczna ilustracja sposobu wyznaczenia częstotliwości rezonansowej na podstawie pomiaru mocy zmierzonej na wyjściu rezonatora zasilanego sygnałem testowych o częstotliwości  $f$ .

3. **Czas trwania ćwiczenia:** 3 x 45min, (w tym 15 min. wejściówka, ok. 30 min. wprowadzenie)

4. **Warunek konieczny dopuszczenia do ćwiczenia**

Warunkiem koniecznym dopuszczenia do ćwiczenia jest przedstawienie rozwiązań zadań 1 ÷ 3 zamieszczonych w części II niniejszej instrukcji oraz zaliczenie kolokwium wstępnego.

5. **Forma sprawozdania i pliki pomocnicze**

Studenci podzieleni na grupy opracowują sprawozdanie (jedno sprawozdanie na grupę) posługując się gotowym formularzem dostępnym na platformie MS Teams. Studenci przystępujący do realizacji ćwiczenia zobowiązani są do wydrukowania formularza sprawozdania we własnym zakresie.

6. **Forma realizacji ćwiczenia**

W czasie realizacji grupy studentów pracują na jednym z trzech dostępnych stanowisk pomiarowych. Grupy zmieniają się na stanowiskach pomiarowych w taki sposób aby każda z trzech grup realizujących zajęcia jednocześnie miała szansę na przeprowadzenie pomiarów na każdym ze stanowisk w czasie trwania zajęć.

7. **Forma oceniania**

Z laboratorium można otrzymać maksymalnie **3 punkty**. Punkty te rozdzielają się w następujący sposób:

- **1 punkt** – kolokwium wejściowe
- **2 punkty** sprawozdanie (wraz z ew. krótkim sprawdzianem wiadomości podczas oddawania sprawozdania)

**Uwaga!!!** Warunkiem zaliczenia laboratorium jest uzyskanie co najmniej 0,25 punkta z kolokwium wejściowego.

8. **Termin dostarczenia sprawozdania:** przed zakończeniem laboratorium.

## II. Zadania do samodzielnego rozwiązania przed zajęciami

**Zadanie 1.** Rezonator prostopadłościenny o ściankach wykonanych z idealnego przewodnika ma wymiary:  $x = 248 \text{ mm}$ ,  $y = 124 \text{ mm}$ ,  $z = 148 \text{ mm}$  (szerokość  $\times$  głębokość  $\times$  wysokość). Wyznaczyć 10 pierwszych częstotliwości rezonansowych dla dwóch różnych wypełnień rezonatora (powietrze, dielektryk o przenikalności  $\epsilon_r = 2$ ).

Rodzaj	m	n	p	$f_{R,air} \text{ (GHz)}$	$f_{R,die} \text{ (GHz)}$
<del><math>E_{101}</math></del>	1	0	1	1,179	0,834
$E_{110}$	1	1	0	1,35	0,95
$E_{201}$	2	0	1	1,57	1,11
$E_{011}$	0	1	1	1,57	1,11
$E_{111}$	1	1	1	1,69	1,19
$E_{210}$	2	1	0	1,71	1,20
$E_{211}$	2	1	1	1,98	1,40
$E_{102}$	1	0	2	2,11	1,49
$E_{012}$	0	1	2	2,36	1,85
$E_{112}$	1	1	2	2,43	1,72
$E_{120}$	1	2	0	2,49	1,76
$E_{021}$	0	2	1	2,62	1,85
$E_{212}$	2	1	2	2,65	1,87
$E_{121}$	1	2	1	2,69	1,90
$E_{221}$	2	2	1	2,88	2,04
$E_{122}$	1	2	2	3,21	2,27

**Zadanie 2.** Dla rezonatora z Zadania 1 wypełnionego dielektrykiem o względnej przenikalności  $\epsilon_r = 2$  obliczyć wartości tangensa kąta stratności dla kolejnych dwóch częstotliwości rezonansowych oraz dobroci rezonatora dla różnych wartości strat dielektrycznych (różnych wartości przewodności):

Przewodność	$\tan \delta$	$f \text{ (GHz)}$	$Q$
$1 \times 10^{-5}$	$10,79 \cdot 10^{-5}$	0,834	$1,19 \cdot 10^5$
$1 \times 10^{-4}$	$9,47 \cdot 10^{-5}$	0,95	$1,05 \cdot 10^5$

$$\sigma =$$

$$\tan \delta = \frac{\sigma}{2\pi f \epsilon_0 \epsilon_r} \quad Q = \frac{1}{\tan \delta}$$

**Zadanie 3.** Rezonator cylindryczny o ściankach wykonanych z idealnego przewodnika ma wymiary: 93 mm × 32 mm (średnica × wysokość). Wyznaczyć dziesięć pierwszych częstotliwości rezonansowych (w tej liczbie mieszczą się zarówno rodzaje typu E, jak i H) dla dwóch różnych wypełnień rezonatora: (powietrze, dielektryk o przenikalności  $\epsilon_r = 2$ ).

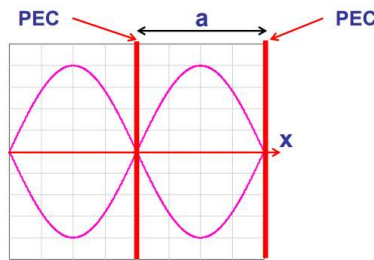
Rodzaj	m	n	p	$\chi_{m,n}$ lub $\chi'_{m,n}$	$f_{R,air}$ (GHz)	$f_{R,diel}$ (GHz)
$E_{010}$	0	1	0	$\chi = 2,405$	1,23	0,87
$E_{110}$	1	1	0	$\chi = 3,832$	1,96	1,31
$E_{111}$	1	1	1	$\chi' = 1,841$	4,78	3,38
$E_{210}$	2	1	0	$\chi = 5,136$	2,63	1,86
$E_{011}$	0	1	1	$\chi' = 3,832$	5,08	3,59
$E_{211}$	2	1	1	$\chi' = 3,054$	4,94	3,49
$E_{020}$	0	2	0	$\chi = 5,520$	2,83	2,00
$E_{011}$	0	1	1	$\chi' = 3,832$	5,08	3,59
$E_{111}$	1	1	1	$\chi' = 1,841$	4,78	3,38
$E_{311}$	3	1	1	$\chi' = 4,201$	5,15	3,64
$E_{310}$	3	1	0	$\chi = 6,380$	3,27	2,31
$E_{211}$	2	1	1	$\chi' = 3,054$	4,94	3,49
$E_{120}$	1	2	0	$\chi = 7,016$	3,60	2,54
$E_{121}$	1	2	1	$\chi' = 5,331$	5,42	3,83
$E_{021}$	0	2	1	$\chi' = 7,016$	5,91	4,18
$E_{311}$	3	1	1	$\chi' = 4,201$	5,15	3,64
$E_{121}$	2	2	1	$\chi' = 6,706$	5,81	4,11
$E_{021}$	0	2	1	$\chi' = 7,016$	5,91	4,18
$E_{121}$	1	2	1	$\chi' = 5,331$	5,42	3,83
$E_{220}$	2	2	0	$\chi = 8,417$	4,32	3,05
$E_{030}$	0	3	0	$\chi = 8,654$	4,44	3,14
$E_{221}$	2	2	1	$\chi' = 6,706$	5,81	4,11
$E_{031}$	0	3	1	$\chi' = 10,173$	7,01	4,96
$E_{031}$	0	3	1	$\chi' = 10,173$	7,01	4,96

### III. Podstawowe informacje o rezonatorach

Krótkie przypomnienie wzorów pozwalających na wyznaczenie częstotliwości rezonansowych typowych rezonatorów.

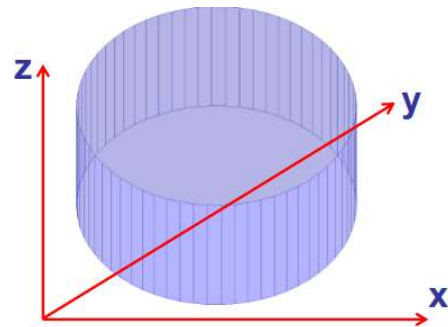
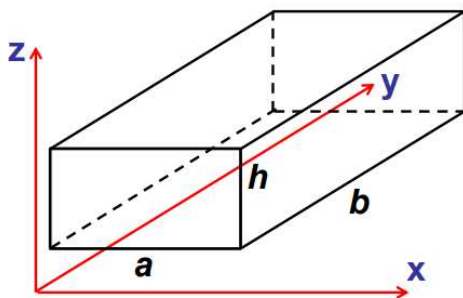
#### Rezonator wykonany z odcinka linii TEM o długości $a$ .

Rozkłady pól EM wzdłuż linii TEM wyglądają tak jak dla fali płaskiej propagującej się w nieograniczonej przestrzeni z prędkością  $v$ . Także fala stojąca w takiej linii zachowuje się jak fala stojąca dla fali płaskiej. Umieszczenie warunków brzegowych (np. zwarcia na obydwu końcach linii) nie zmieni rozkładu pod warunkiem, że długość odcinka linii TEM będzie właściwie dobrana do długości fali. Częstotliwości, dla których obserwujemy takie dopasowanie w wypadku ustalonej wartości  $a$  są częstotliwościami rezonansowymi rezonatora.



$$a = n \frac{\lambda_x}{2} \quad f = n \frac{v}{2a}$$

#### Rezonator prostopadłościenny i kołowy



$$f_{r\,m,n,p} = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{h}\right)^2}$$

$$f_{r\,m,n,p} = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\chi_{m,n}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2}$$

**Uwaga:** w wypadku rezonatora kołowego  $\chi_{m,n}$  oznacza  $n$ -ty pierwiastek funkcji Bessela  $m$ -tego rzędu (dla rodzajów typu **TM**) lub  $n$ -ty pierwiastek pierwszej pochodnej funkcji Bessela  $m$ -tego rzędu (dla rodzajów typu **TE**).

### IV. Literatura

[1] Materiały wykładowe z przedm. POFAT

[2] T. Morawski, W. Gwarek, *Pola i Fale elektromagnetyczne*, WNT, Warszawa 2017