In [105…

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
import numpy as np
import statistics as stats
import scipy
```

In [106…

```
sns.set()
```

In [107…

```
data = pd.read_csv(r'C:\Users\Mateusz\Documents\Studia\WNE\Ekonometria WNE\Case\Do ke
```

In [108…

```
data.info()
```

```
<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
Index: 114 entries, Guatemala to Singapore
Data columns (total 17 columns):
 #   Column         Non-Null Count  Dtype  
---  ------         --------------  -----  
 0   Crime          114 non-null    float64
 1   Alco           114 non-null    float64
 2   Unemployment   114 non-null    float64
 3   GDPpc          114 non-null    float64
 4   Death          114 non-null    int64  
 5   gun            114 non-null    int64  
 6   Continent      114 non-null    object 
 7   Asia           114 non-null    int64  
 8   South_America  114 non-null    int64  
 9   North_America  114 non-null    int64  
 10  Europe         114 non-null    int64  
 11  Africa         114 non-null    int64  
 12  Oceania        114 non-null    int64  
 13  pop            114 non-null    int64  
 14  log(crime)     114 non-null    float64
 15  EDU            114 non-null    float64
 16  EDUU           114 non-null    float64
dtypes: float64(7), int64(9), object(1)
memory usage: 16.0+ KB
```

In [109…

```
variables = [['Crime', 'Crime rate', 'continuous'],
            ['Alco', 'Average alcohol consumption','continuous'],
            ['Unemployment', 'Unemployment rate','continuous'],
            ['GDPpc', 'Gross Domestic Product per capita','continuous'],
            ['Death', 'Death Penalty (0/1)','binary'],
            ['gun', 'Does access to weapons not require a permit? (0/1)','binary'],
            ['Continent', 'Names of continents','binary'],
            ['pop', 'Population','continuous'],
            ['log(crime)', 'logarythm of variable Crime', 'continuous'],
             ['EDU', 'Education level index','continuous'],
            ['EDUU', 'Inverse of the variable EDU (1/EDU)', 'continuous']]

x = pd.DataFrame(variables, columns=['Variables', 'Variable explanation', 'Type of va
x
```

Out[109…

	Variables	Variable explanation	Type of variable
0	Crime	Crime rate	continuous
1	Alco	Average alcohol consumption	continuous
2	Unemployment	Unemployment rate	continuous
3	GDPpc	Gross Domestic Product per capita	continuous
4	Death	Death Penalty (0/1)	binary
5	gun	Does access to weapons not require a permit? (...	binary
6	Continent	Names of continents	binary
7	pop	Population	continuous
8	log(crime)	logarythm of variable Crime	continuous
9	EDU	Education level index	continuous
10	EDUU	Inverse of the variable EDU (1/EDU)	continuous

In [103…

```
data.describe()
```

Out[103…

	Crime	Alco	Unemployment	GDPpc	Death	gun	Asia	South_Amer
count	114.000000	114.000000	114.000000	114.000000	114.000000	114.000000	114.000000	114.0000
mean	46.517544	5.312061	7.709904	16862.152444	0.342105	0.052632	0.280702	0.0789
std	15.501131	3.876764	5.337003	21127.603142	0.476509	0.224283	0.451326	0.2708
min	17.590000	0.002000	0.170000	482.639066	0.000000	0.000000	0.000000	0.0000
25%	35.155000	1.685000	4.299750	3307.752382	0.000000	0.000000	0.000000	0.0000
50%	44.695000	4.855000	6.177500	6986.907291	0.000000	0.000000	0.000000	0.0000
75%	57.442500	8.330000	9.897750	22331.302827	1.000000	0.000000	1.000000	0.0000
max	79.340000	16.700000	25.156000	107638.212300	1.000000	1.000000	1.000000	1.0000

2.4. Proces selekcji zmiennych objaśniających do modelu

In [13]:

```
import statsmodels.api as sm
import statsmodels.formula.api as smf
from stargazer.stargazer import Stargazer
```

Pierwotna wersja modelu

In [14]:

```
m1 = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + Alco + EDU + EDUU + np.log(pop) + C(Death) + C(gu
m1 = smf.ols(m1, data).fit()
m1.summary()
```

Out[14]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	np.log(Crime)	**R-squared:**	0.454
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.389
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	6.985
Date:	Thu, 18 Nov 2021	**Prob (F-statistic):**	4.41e-09
Time:	18:26:02	**Log-Likelihood:**	-8.7374
No. Observations:	114	**AIC:**	43.47
Df Residuals:	101	**BIC:**	79.05
Df Model:	12		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	5.8534	0.934	6.267	0.000	4.001	7.706
C(Death)[T.1]	0.0323	0.066	0.490	0.625	-0.098	0.163
C(gun)[T.1]	-0.0463	0.137	-0.338	0.736	-0.318	0.225
C(Asia)[T.1]	-0.0491	0.127	-0.385	0.701	-0.302	0.204
C(South_America)[T.1]	0.3082	0.124	2.494	0.014	0.063	0.553
C(North_America)[T.1]	0.2991	0.119	2.512	0.014	0.063	0.535
C(Africa)[T.1]	0.0462	0.120	0.384	0.702	-0.193	0.285
C(Oceania)[T.1]	0.3599	0.158	2.283	0.025	0.047	0.672
Unemployment	0.0111	0.006	1.927	0.057	-0.000	0.022
Alco	-0.0010	0.012	-0.085	0.933	-0.024	0.022
EDU	-2.5741	0.757	-3.401	0.001	-4.076	-1.073
EDUU	-0.6110	0.251	-2.438	0.017	-1.108	-0.114
np.log(pop)	0.0304	0.018	1.722	0.088	-0.005	0.065

Omnibus:	15.568	**Durbin-Watson:**	0.752
Prob(Omnibus):	0.000	**Jarque-Bera (JB):**	22.209
Skew:	-0.679	**Prob(JB):**	1.50e-05
Kurtosis:	4.682	**Cond. No.**	889.

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

Testowanie hipotez złożonych

In [20]:

```
hip1 = '(Alco = 0)'

f_test1 = m1.f_test(hip1)
f_test1
```

Out[20]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<F test: F=array([[0.00717684]]), p=0.93265467220455, df_denom=101, df_num=1>
```

Liczymy statystykę testową zmiennej Alco oraz jej p-value. Statystyka testowa nie zawiera się w obszarze krytycznym a p-value zmiennej jest większe od poziomu istotności 0.05, więc usuwamy tą zmienną z modelu.

2 wersja modelu - Usuwam zmienną Alco

In [17]:

```
m2 = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + np.log(pop) + C(Death) + C(gun) + C
m2 = smf.ols(m2, data).fit()
m2.summary()
```

Out[17]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	np.log(Crime)	**R-squared:**	0.453
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.395
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	7.694
Date:	Thu, 18 Nov 2021	**Prob (F-statistic):**	1.53e-09

Time:	18:27:09	**Log-Likelihood:**	-8.7414
No. Observations:	114	**AIC:**	41.48
Df Residuals:	102	**BIC:**	74.32
Df Model:	11		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	5.8546	0.929	6.300	0.000	4.011	7.698
C(Death)[T.1]	0.0326	0.065	0.498	0.620	-0.097	0.162
C(gun)[T.1]	-0.0442	0.134	-0.330	0.742	-0.310	0.222
C(Asia)[T.1]	-0.0432	0.106	-0.407	0.685	-0.253	0.167
C(South_America)[T.1]	0.3106	0.119	2.600	0.011	0.074	0.548
C(North_America)[T.1]	0.3014	0.115	2.612	0.010	0.073	0.530
C(Africa)[T.1]	0.0492	0.114	0.431	0.667	-0.177	0.276
C(Oceania)[T.1]	0.3635	0.151	2.411	0.018	0.065	0.663
Unemployment	0.0112	0.006	1.997	0.049	7.41e-05	0.022
EDU	-2.5838	0.745	-3.470	0.001	-4.061	-1.107
EDUU	-0.6113	0.249	-2.451	0.016	-1.106	-0.117
np.log(pop)	0.0302	0.017	1.734	0.086	-0.004	0.065

Omnibus:	15.750	**Durbin-Watson:**	0.753
Prob(Omnibus):	0.000	**Jarque-Bera (JB):**	22.516
Skew:	-0.686	**Prob(JB):**	1.29e-05
Kurtosis:	4.691	**Cond. No.**	851.

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

In [19]:

```
hip2 = '(Alco = 0), (C(gun)[T.1] = 0)'

f_test2 = m1.f_test(hip2)
f_test2
```

Out[19]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<F test: F=array([[0.05746945]]), p=0.9441815804287691, df_denom=101, df_num=2>
```

Kolejnym kandydatem do usunięcia jest zmienna gun - obrazująca czy w danym państwie broń jest ogólnodostępna - ponieważ jej p-value jest największe ze wszystkich pozostałych zmiennych. Liczymy statystykę testową w celu przetestowania hipotezy zerowej o łącznej nieistotności zmiennych. P-value statystyki testowej jest większe od 0.05, więc nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej - zmienne są łącznie nieistotne.

3 wersja modelu - Usuwam zmienną Alco

In [22]:

```
m3 = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + np.log(pop) + C(Death) + C(Asia)+C(S
m3 = smf.ols(m3, data).fit()
m3.summary()
```

Out[22]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	np.log(Crime)	**R-squared:**	0.453
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.400
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	8.527
Date:	Thu, 18 Nov 2021	**Prob (F-statistic):**	5.30e-10
Time:	18:28:09	**Log-Likelihood:**	-8.8022
No. Observations:	114	**AIC:**	39.60
Df Residuals:	103	**BIC:**	69.70
Df Model:	10		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	5.8332	0.923	6.320	0.000	4.003	7.664
C(Death)[T.1]	0.0349	0.065	0.538	0.592	-0.094	0.163
C(Asia)[T.1]	-0.0364	0.104	-0.351	0.726	-0.242	0.169
C(South_America)[T.1]	0.3165	0.118	2.691	0.008	0.083	0.550
C(North_America)[T.1]	0.2937	0.113	2.610	0.010	0.071	0.517
C(Africa)[T.1]	0.0572	0.111	0.515	0.608	-0.163	0.278
C(Oceania)[T.1]	0.3682	0.149	2.464	0.015	0.072	0.665
Unemployment	0.0113	0.006	2.051	0.043	0.000	0.022
EDU	-2.5552	0.736	-3.470	0.001	-4.015	-1.095
EDUU	-0.6070	0.248	-2.448	0.016	-1.099	-0.115
np.log(pop)	0.0294	0.017	1.712	0.090	-0.005	0.063

Omnibus:	15.488	**Durbin-Watson:**	0.748
Prob(Omnibus):	0.000	**Jarque-Bera (JB):**	21.861
Skew:	-0.681	**Prob(JB):**	1.79e-05
Kurtosis:	4.657	**Cond. No.**	848.

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

In [23]:

```
hip3 = '(Alco = 0), (C(gun)[T.1] = 0), (C(Asia)[T.1] =0)'

f_test3 = m1.f_test(hip3)
f_test3
```

Out[23]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<F test: F=array([[0.07865386]]), p=0.9714323380122161, df_denom=101, df_num=3>
```

Kolejnym kandydatem do usunięcia jest zmienna Asia - 1 jeśli państwo należy do Azji, 0 w przeciwnym wypadku - ponieważ jej p-value jest największe ze wszystkich pozostałych zmiennych. Liczymy statystykę testową w celu przetestowania hipotezy zerowej o łącznej nieistotności zmiennych. P-value statystyki testowej jest większe od 0.05, więc nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej - zmienne są łącznie nieistotne.

4 wersja modelu - Usuwam zmienną "C(Asia)

In [24]:

```
m4 = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + np.log(pop) + C(Death)+C(South_Amer
m4 = smf.ols(m4, data).fit()
m4.summary()
```

Out[24]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	np.log(Crime)	**R-squared:**	0.452
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.405
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	9.541
Date:	Thu, 18 Nov 2021	**Prob (F-statistic):**	1.74e-10
Time:	18:28:51	**Log-Likelihood:**	-8.8704
No. Observations:	114	**AIC:**	37.74
Df Residuals:	104	**BIC:**	65.10
Df Model:	9		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	5.6867	0.820	6.937	0.000	4.061	7.312
C(Death)[T.1]	0.0253	0.059	0.432	0.667	-0.091	0.142
C(South_America)[T.1]	0.3385	0.099	3.413	0.001	0.142	0.535
C(North_America)[T.1]	0.3182	0.088	3.615	0.000	0.144	0.493
C(Africa)[T.1]	0.0827	0.084	0.985	0.327	-0.084	0.249
C(Oceania)[T.1]	0.3803	0.145	2.626	0.010	0.093	0.667
Unemployment	0.0120	0.005	2.288	0.024	0.002	0.022
EDU	-2.4270	0.637	-3.812	0.000	-3.690	-1.164
EDUU	-0.5739	0.228	-2.514	0.013	-1.027	-0.121
np.log(pop)	0.0285	0.017	1.686	0.095	-0.005	0.062

Omnibus:	16.399	**Durbin-Watson:**	0.732
Prob(Omnibus):	0.000	**Jarque-Bera (JB):**	22.991
Skew:	-0.723	**Prob(JB):**	1.02e-05
Kurtosis:	4.658	**Cond. No.**	745.

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

In [26]:

```
hip4 = '(Alco = 0), (C(gun)[T.1] = 0), (C(Death)[T.1] = 0), (C(Asia)[T.1] = 0)'

f_test4 = m1.f_test(hip4)
f_test4
```

Out[26]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<F test: F=array([[0.10444427]]), p=0.9807199016306589, df_denom=101, df_num=4>
```

5 wersja modelu - Usuwam zmienną "C(Death)"

In [28]:

```
m5 = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + np.log(pop) + C(South_America) + C(
m5 = smf.ols(m5, data).fit()
m5.summary()
```

Out[28]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	np.log(Crime)	**R-squared:**	0.451
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.409
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	10.79
Date:	Thu, 18 Nov 2021	**Prob (F-statistic):**	5.50e-11
Time:	18:30:39	**Log-Likelihood:**	-8.9727
No. Observations:	114	**AIC:**	35.95
Df Residuals:	105	**BIC:**	60.57
Df Model:	8		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	**std err**	**t**	**P>|t|**	**[0.025**	**0.975]**
Intercept	5.7245	0.812	7.050	0.000	4.115	7.334
C(South_America)[T.1]	0.3369	0.099	3.413	0.001	0.141	0.533
C(North_America)[T.1]	0.3194	0.088	3.645	0.000	0.146	0.493
C(Africa)[T.1]	0.0805	0.083	0.965	0.337	-0.085	0.246
C(Oceania)[T.1]	0.3727	0.143	2.603	0.011	0.089	0.657
Unemployment	0.0117	0.005	2.259	0.026	0.001	0.022
EDU	-2.4678	0.627	-3.934	0.000	-3.711	-1.224
EDUU	-0.5815	0.227	-2.564	0.012	-1.031	-0.132
np.log(pop)	0.0294	0.017	1.754	0.082	-0.004	0.063

Omnibus:	16.641	**Durbin-Watson:**	0.737
Prob(Omnibus):	0.000	**Jarque-Bera (JB):**	23.632
Skew:	-0.727	**Prob(JB):**	7.39e-06
Kurtosis:	4.692	**Cond. No.**	740.

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

In [29]:

```
hip5 = '(Alco = 0), (C(gun)[T.1] = 0), (C(Death)[T.1] =0), (C(Asia)[T.1] = 0), (C(Afr

f_test5 = m1.f_test(hip5)
f_test5
```

Out[29]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<F test: F=array([[0.26338373]]), p=0.9320549655224923, df_denom=101, df_num=5>
```

Kolejnym kandydatem do usunięcia jest zmienna Africa - 1 jeśli dane państwo jest w Afryce, 0 jeśli na innym kontynencie - ponieważ jej p-value jest największe ze wszystkich pozostałych zmiennych. Liczymy statystykę testową w celu przetestowania hipotezy zerowej o łącznej nieistotności zmiennych. P-value statystyki testowej jest większe od 0.05, więc nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej - zmienne są łącznie nieistotne

6 wersja modelu - Usuwam zmienną "C(Africa)"

In [30]:

```
m6 = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + np.log(pop) + C(South_America) + C(
m6 = smf.ols(m6, data).fit()
m6.summary()
```

Out[30]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	np.log(Crime)	**R-squared:**	0.446
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.410
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	12.21
Date:	Thu, 18 Nov 2021	**Prob (F-statistic):**	2.31e-11
Time:	18:31:26	**Log-Likelihood:**	-9.4758
No. Observations:	114	**AIC:**	34.95
Df Residuals:	106	**BIC:**	56.84
Df Model:	7		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	**std err**	**t**	**P>|t|**	**[0.025**	**0.975]**
Intercept	5.7975	0.808	7.174	0.000	4.195	7.400
C(South_America)[T.1]	0.3215	0.097	3.301	0.001	0.128	0.515
C(North_America)[T.1]	0.2958	0.084	3.517	0.001	0.129	0.463
C(Oceania)[T.1]	0.3650	0.143	2.554	0.012	0.082	0.648
Unemployment	0.0130	0.005	2.617	0.010	0.003	0.023
EDU	-2.5667	0.619	-4.149	0.000	-3.793	-1.340
EDUU	-0.5788	0.227	-2.553	0.012	-1.028	-0.129
np.log(pop)	0.0293	0.017	1.753	0.083	-0.004	0.062

Omnibus:	15.050	**Durbin-Watson:**	0.747
Prob(Omnibus):	0.001	**Jarque-Bera (JB):**	19.804
Skew:	-0.699	**Prob(JB):**	5.01e-05
Kurtosis:	4.489	**Cond. No.**	735.

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

In [32]:

```
hip6 = '(Alco = 0), (C(gun)[T.1] = 0), (C(Death)[T.1] =0), (C(Asia)[T.1] = 0), (C(Afr

f_test6 = m1.f_test(hip6)
f_test6
```

Out[32]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<F test: F=array([[0.7135775]]), p=0.6394602725613692, df_denom=101, df_num=6>
```

Kolejnym kandydatem do usunięcia jest zmienna log(pop) - logarytm z populacji kraju - ponieważ jej p-value jest największe ze wszystkich pozostałych zmiennych. Liczymy statystykę testową w celu przetestowania hipotezy zerowej o łącznej nieistotności zmiennych. P-value statystyki testowej jest większe od 0.05, więc nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej - zmienne są łącznie nieistotne

7 wersja modelu - Usuwam zmienną "np.log(pop)"

In [34]:

```
m7 = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + C(South_America) + C(North_America)
m7 = smf.ols(m7, data).fit()
m7.summary()
```

Out[34]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	np.log(Crime)	**R-squared:**	0.430
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.398
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	13.47
Date:	Thu, 18 Nov 2021	**Prob (F-statistic):**	2.47e-11
Time:	18:32:21	**Log-Likelihood:**	-11.104
No. Observations:	114	**AIC:**	36.21
Df Residuals:	107	**BIC:**	55.36
Df Model:	6		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	**std err**	**t**	**P>|t|**	**[0.025**	**0.975]**
Intercept	6.2238	0.778	7.999	0.000	4.681	7.766
C(South_America)[T.1]	0.3307	0.098	3.369	0.001	0.136	0.525
C(North_America)[T.1]	0.2703	0.084	3.232	0.002	0.104	0.436
C(Oceania)[T.1]	0.3378	0.143	2.355	0.020	0.053	0.622
Unemployment	0.0118	0.005	2.383	0.019	0.002	0.022
EDU	-2.5591	0.625	-4.098	0.000	-3.797	-1.321
EDUU	-0.5416	0.228	-2.377	0.019	-0.993	-0.090

Omnibus:	17.688	**Durbin-Watson:**	0.707
Prob(Omnibus):	0.000	**Jarque-Bera (JB):**	25.027
Skew:	-0.773	**Prob(JB):**	3.68e-06
Kurtosis:	4.697	**Cond. No.**	376.

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

W modelu 7, na poziomie istotności 0.05 wszystkie zmienne są statystycznie istotne. Dlatego też zaprzestajemy dalszego usuwania zmiennych i poddajemy model 7 dalszej analizie.

Model 7 jest ostateczną wersją modelu.

Proces selekcji modeli przedstawiony za pomocą biblioteki Stargazer

In [35]:

```
Stargazer([m1, m2, m3, m4, m5, m6, m7])
```

Out[35]:

							Dependent variable:np.log(Crime)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Alco	-0.001						
	(0.012)						
C(Africa)[T.1]	0.046	0.049	0.057	0.083	0.080		
	(0.120)	(0.114)	(0.111)	(0.084)	(0.083)		
C(Asia)[T.1]	-0.049	-0.043	-0.036				
	(0.127)	(0.106)	(0.104)				
C(Death)[T.1]	0.032	0.033	0.035	0.025			
	(0.066)	(0.065)	(0.065)	(0.059)			
C(North_America)[T.1]	0.299**	0.301**	0.294**	0.318***	0.319***	0.296***	0.270***
	(0.119)	(0.115)	(0.113)	(0.088)	(0.088)	(0.084)	(0.084)
C(Oceania)[T.1]	0.360**	0.364**	0.368**	0.380***	0.373**	0.365**	0.338**
	(0.158)	(0.151)	(0.149)	(0.145)	(0.143)	(0.143)	(0.143)
C(South_America)[T.1]	0.308**	0.311**	0.317***	0.338***	0.337***	0.321***	0.331***
	(0.124)	(0.119)	(0.118)	(0.099)	(0.099)	(0.097)	(0.098)
C(gun)[T.1]	-0.046	-0.044					
	(0.137)	(0.134)					
EDU	-2.574***	-2.584***	-2.555***	-2.427***	-2.468***	-2.567***	-2.559***
	(0.757)	(0.745)	(0.736)	(0.637)	(0.627)	(0.619)	(0.625)
EDUU	-0.611**	-0.611**	-0.607**	-0.574**	-0.582**	-0.579**	-0.542**
	(0.251)	(0.249)	(0.248)	(0.228)	(0.227)	(0.227)	(0.228)
Intercept	5.853***	5.855***	5.833***	5.687***	5.724***	5.797***	6.224***
	(0.934)	(0.929)	(0.923)	(0.820)	(0.812)	(0.808)	(0.778)
Unemployment	0.011*	0.011**	0.011**	0.012**	0.012**	0.013**	0.012**
	(0.006)	(0.006)	(0.006)	(0.005)	(0.005)	(0.005)	(0.005)
np.log(pop)	0.030*	0.030*	0.029*	0.029*	0.029*	0.029*	
	(0.018)	(0.017)	(0.017)	(0.017)	(0.017)	(0.017)	
Observations	114	114	114	114	114	114	114
R^2	0.454	0.453	0.453	0.452	0.451	0.446	0.430
Adjusted R^2	0.389	0.395	0.400	0.405	0.409	0.410	0.398
Residual Std. Error	0.278 (df=101)	0.276 (df=102)	0.275 (df=103)	0.274 (df=104)	0.273 (df=105)	0.273 (df=106)	0.275 (df=107)
F Statistic	6.985*** (df=12; 101)	7.694*** (df=11; 102)	8.527*** (df=10; 103)	9.541*** (df=9; 104)	10.794*** (df=8; 105)	12.211*** (df=7; 106)	13.473*** (df=6; 107)
Note:							*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

3.1 Policz współczynik korelacji rang Spearmana pomiędzy wartościami dopasowanymi oraz resztami w modelu. W weryfykacji, któego założenia KMRL wyliczony współczynnik będzie pomocny? Jakiej warotści tego współcznnika należy oczekiwać w przypadku spełnienia hipotezy zerowej tego założenia?

In [36]:

```
print ("\033[1m" + 'Fitted values: ' + "\033[0m", m7.fittedvalues)

print ("\033[1m" + '\nResiduals:     ' + "\033[0m" , m7.resid)
```

```
Fitted values:  Country
Guatemala       4.155741
South Africa    3.927101
Afghanistan     3.985053
Guyana          4.260775
Nigeria         3.919297
                  ...
Qatar           3.739292
Japan           3.471489
Rwanda          3.882452
Turkmenistan    3.801147
Singapore       3.483254
Length: 114, dtype: float64

Residuals:      Country
Guatemala       0.218002
South Africa    0.435233
Afghanistan     0.363158
Guyana          0.081471
Nigeria         0.419300
                  ...
Qatar          -0.692867
Japan          -0.463828
Rwanda         -0.929627
Turkmenistan   -0.918583
Singapore      -0.615923
Length: 114, dtype: float64
```

3.1 Korelacja Spearmana

In [37]:

```
from scipy.stats import spearmanr
```

In [38]:

```
coef, p_value = spearmanr(m7.fittedvalues, m7.resid)
print('Współczynnik korelacji Spearmana wynosi: %.3f' % coef)
alpha = 0.05
if p_value > alpha:
    print('Zmienne są nieskorelowane (brak podstaw do odrzucenia H0) - p_value = %.3f
else:
    print('Samples are correlated (reject H0) p_value = %.3f' % p_value)
```

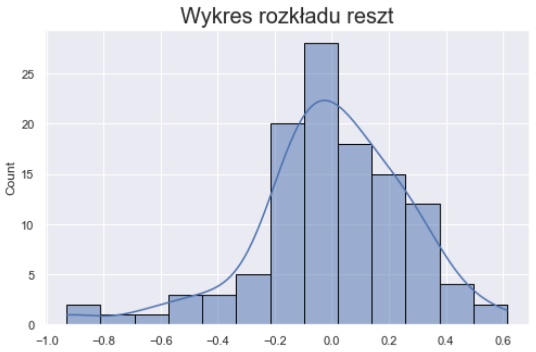
```
Współczynnik korelacji Spearmana wynosi: -0.001
Zmienne są nieskorelowane (brak podstaw do odrzucenia H0) - p_value = 0.991
```

Współczynnik ten przyda się w weryfikacji założenia o braku autokorelacji składnika losowego. W takim przypadku należy spodziewać się wartości współczynnika równego 0.

3.2 Normalność rozkładu reszt

In [39]:

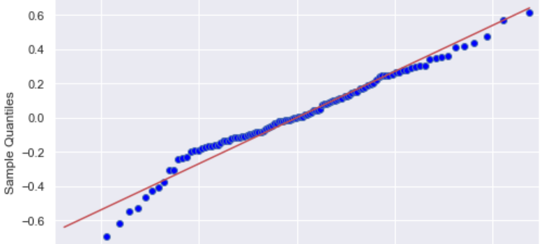
```
plt.rc('figure', figsize=(8,5))
x = sns.histplot(m7.resid, log_scale=False, kde=True, edgecolor='black')
x.set_title('Wykres rozkładu reszt', fontdict={'fontsize':20})
plt.show()
```

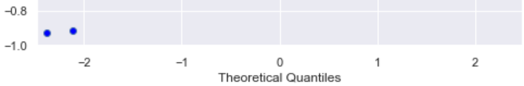


Na powyższym wykresie widzimy histogram oraz przybliżony wykres gęstości reszt modelu 7. Rozkład przypomina rozkład normalny, jednak widoczna na nim jest lekka lewostronna asymetria.

In [40]:

```
sm.qqplot(m7.resid, line = 'r')
plt.show()
```





Na powyższym wykresie widzimy wykres porównujący kwantyle rozkładu normalnego (oś X) z kwantylami reszt modelu 7 (oś Y) - kwantyle szczególnie w ogonach rozkładu się nie pokrywają. Jednak do podjęcia ostatecznej decyzji potrzebny jest odpowiedni test statystyczny - Jarque-Bera.

3.3 Współczynnik skośności, kurtozy i statystyki J-B dla reszt

In [42]:

```
import statsmodels.stats.api as sms
```

In [43]:

```
test7_1 = sms.jarque_bera(m7.resid)
test7_1
print(f'Współczynnik skośności = {test7_1[2]}')
print(f'Współczynnik kurtuozy = {test7_1[3]}')
print(f'Statystyka Jarque-Bera = {test7_1[0]}')
print(f'p-value statystyki Jarque-Bera = {test7_1[1]}')
```

```
Współczynnik skośności = -0.7728914477004682
Współczynnik kurtuozy = 4.6968662207759495
Statystyka Jarque-Bera = 25.02679872189164
p-value statystyki Jarque-Bera = 3.677051458869468e-06
```

Na podstawie powyższych obliczeń możemy odrzucić H0 mówiącą o normalności rozkładu reszt (p-value < 0.05)

3.4 Poprawność formy funkcyjnej

In [46]:

```
import statsmodels.api as sm
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
```

In [47]:

```
sms.linear_reset(m7, power=3, use_f=True)
```

Out[47]:

```
<class 'statsmodels.stats.contrast.ContrastResults'>
<F test: F=array([[0.96850749]]), p=0.3830144867710569, df_denom=105, df_num=2>
```

H0 -- poprawna postać funkcyjna modelu

H1 -- brak liniowej postaci funkcyjnej modelu

p-value = 0.3830, brak podstaw do odrzucenia H0 mówiącej o poprawnej postaci fukncyjnej modelu

Test Chowa

In [50]:

```
m7ca = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + C(South_America) + C(North_America
m7ca = smf.ols(m7ca, data[data.Death==1]).fit()
```

In [51]:

```
m7cb = 'np.log(Crime) ~ Unemployment + EDU + EDUU + C(South_America) + C(North_America
m7cb = smf.ols(m7cb, data[data.Death==0]).fit()
```

In [52]:

```
def f_chow(model, model_a, model_b, alfa=0.05):
    '''Test Chowa dla dwóch populacji, gdzie:

    model - model pierwotny
    model_a - pierwsza z populacji
    model_b - druga z populacji
    alfa - poziom istotności

    Funkcja zwraca obiekt tuple zawierający:
     - wartość statystyki F
     - wartość krytyczna F
     - p-value testu'''

    K = len(m7.params)
    licznik = (model.ssr - model_a.ssr - model_b.ssr) / K
    mianownik = (model_a.ssr + model_b.ssr)/(model.nobs - 2*K)

    F = licznik / mianownik

    krytyczna = scipy.stats.f.ppf(q=1-alfa, dfn=K, dfd=(model.nobs - 2*K))

    p_value = 1 - scipy.stats.f.cdf(F, dfn=K, dfd=(model.nobs - 2*K))
    return F, krytyczna, p_value
```

In [53]:

```
x = f_chow(m7, m7ca, m7cb)
print("\033[1m" + 'Test Chowa:' + "\033[0m" +
f'''\n\nWartość statystyki F: {x[0]}
Wartość krytyczna F: {x[1]}
p-value: {x[2]}''')
```

```
Test Chowa:

Wartość statysyki F: 1.6234449567692677
Wartość krytyczna F: 2.102513294552775
p-value: 0.13739363307532393
```

H0 - parametry są takie same w podpróbkach

H1 - parametry różnią się w podpróbkac

p-value testu Chowa wynosi 0.1374, więc nie mamy podstaw do odrzucenia H0 - nie występują istotne różnice oszacowań parametrów w podgrupach.

3.5 Wykres zależności pomiędzy wartościami dopasowanymi i resztami

In [54]:

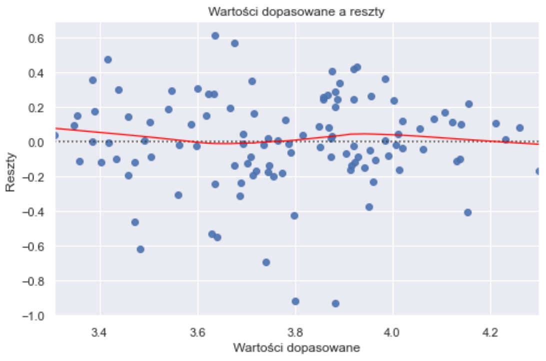
```
from pylab import *
```

In [55]:

```
plt.rc('figure', figsize=(8,5))
plot_lm_1 = plt.figure()
plot_lm_1.axes[0] = sns.residplot(x=m7.fittedvalues, y=m7.resid, data=dane,
                                  lowess=True,
                                  scatter_kws={'alpha': 0.9},
                                  line_kws={'color': 'red', 'lw': 1.2, 'alpha': 1})

plot_lm_1.axes[0].set_title('Wartości dopasowane a reszty')
```

```
plot_lm_1.axes[0].set_xlabel('Wartości dopasowane')
plot_lm_1.axes[0].set_ylabel('Reszty');
```

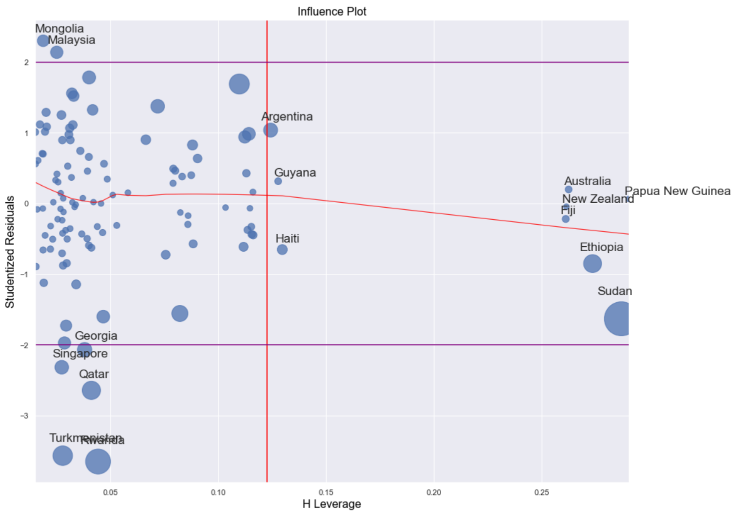


Powyższy wykres przedstawia zależność między resztami a wartościamy dopasowanymi modelu. Na podstawie tego wykresu możemy podejrzewać, że w modelu występuje Homoskedastyczność (wariancja błędu losowego jest stała).

3.9 Wartości dzwigni, standaryzowanych reszta oraz odległości Cook'a.

In [58]:

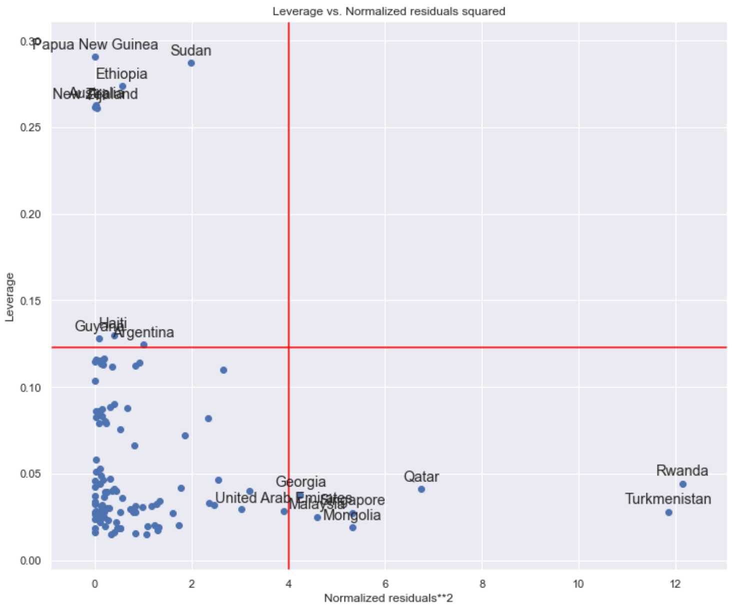
```
plt.rc('figure', figsize = (15,12))
sm.graphics.influence_plot(m7, criterion = 'Cooks')
sns.regplot(m7.get_influence().hat_matrix_diag, m7.get_influence().resid_studentized_
            scatter=False,
            ci=False,
            lowess=True,
            line_kws={'color': 'red', 'lw': 1.2, 'alpha': 0.8})
plt.axvline(x=2*len(m7.params)/m7.nobs, color='red')
plt.axhline(y=2, color='purple')
plt.axhline(y=-2, color='purple')
show()
```



Na powyższym wykresie zostały przedstawione wartosci dzwigni oraz standaryzowanych reszt dla wszystkich obserwacji. Wielkość obserwacji zależy od odległości Cooka danej obserwacji. Powyżej górnej i poniżej dolnej fioletowej linii znajdują się obserwacje, które możemy uznać za nietypowe ze względu na wartość reszt. Na prawo od czerwonej pionowej linii znajdują się obserwacje nietypowe ze względu na wysoką wartość dźwigni. Czerwona linia w środku przedstawia linię trendu

In [59]:

```
plt.rc('figure', figsize = (12,10))
sm.graphics.plot_leverage_resid2(m7)
plt.axvline(x=4, color='red')
plt.axhline(y=2*len(m7.params)/m7.nobs, color='red')
show()
```



Bazując na powyższych wykresach, za obserwacje nietypowe możemy uznać: Fiji, Australia, Nową Zelandia, Etiopia, Papua Nowa Gwinea, Argentyna, Gujana oraz Haiti, ponieważ mają wysokie wartości dźwigni.

Dodatkowo spośród tych nietypowych obserwacji możemy wybrać te, które nie pasują do naszej regresji, czyli te które mają wysoką wartość wystandaryzowanych reszt, a są nimi: Sudan, Etiopia i Argentyna.

W celu dokładniejszego zbadania obserwacji nietypowych oraz zbadania siły wpływu tych obserwacji przyjrzeliśmy się wartościom liczbowym dźwigni, wystandaryzowanych reszt i odległościom Cooka.

In [61]:

```
import statsmodels
```

In [63]:

```
x = statsmodels.stats.outliers_influence.OLSInfluence(m7)
a = x.summary_frame()
cook = a[['cooks_d', 'hat_diag', 'student_resid']].sort_values(by=['cooks_d'], ascend
cook['Odległośći Cooka'] = cook.cooks_d
cook['Dźwignie'] = cook.hat_diag
cook['Standaryzowane reszty'] = cook.student_resid
cook.iloc[:,[3,4,5]]
```

Out[63]:

	Odległośći Cooka	Dźwignie	Standaryzowane reszty
Country			
Sudan	0.150361	0.287066	-1.629224
Rwanda	0.078950	0.044274	-3.647106
South Africa	0.049470	0.109804	1.690008
Turkmenistan	0.046893	0.027866	-3.564279
Qatar	0.040510	0.041162	-2.640891
Ethiopia	0.038899	0.273705	-0.848916
Nicaragua	0.030505	0.082218	-1.554076
Georgia	0.023385	0.038021	-2.065937
Argentina	0.021835	0.124322	1.037959
Afghanistan	0.020757	0.071925	1.374925

Zgodnie z wykładem, celu wytypowania obserwacji nietypowych należy znaleźć takie, których dźwignia jest wyższa niż 0,149 dodatkowo moduł wystandaryzowanej reszty jest wyższy niż 2 oraz odległość Cooka wyższa niż 0,035.

Jednak żadna z naszych obserwacji nie spełnia tego warunku. Dlatego, w teorii nasz model nie powinien mieć problemów z obserwacjami nietypowymi. Pomimo to naszym zdaniem powinniśmy się przyjrzeć obserwacjom: Sudan i South Africa ze względu na zbliżone wartości do tych granicznych.

In [ ]: