

Analiza cwiczenia podsumowanie - całki podwójne

Mateusz Kojro

August 31, 2020

1 Definicja:

1.1 Def ogulna

Jezeli mamy funkcje 2 zmiennych $f(x, y)$ i:

- f jest ciagła w A
- f jest ograniczona w A
- A jest w dziedzinie f

to calke podwojna oznaczamy:

$$\int \int_A f(x, y) dx dy \quad (1)$$

1.2 Interpretacja geometryczna

Jezeli $\forall_{x, y \in A} f(x, y) > 0$ to :

$$V = \int \int_A f(x, y) dx dy \quad (2)$$

2 Obliczanie:

2.1 Obszar normalny

Obszar normalny względem osi OX :

$$(x, y) = \begin{cases} a & \leq x \leq b \\ g(x) & \leq y \leq h(x) \end{cases} \quad (3)$$

Obszar normalny względem osi OY :

$$(x, y) = \begin{cases} c & \leq y \leq d \\ p(y) & \leq x \leq r(y) \end{cases} \quad (4)$$

3 Zamiana całki podwójnej na iterowaną

Jezeli A jest normalna względem OX :

$$\int \int_A f(x, y) dx dy = \int_a^b \left(\int_{y=g(x)}^{y=h(x)} f(x, y) dy \right) dx \quad (5)$$

Jezeli A jest normalna względem OY :

$$\int \int_A f(x, y) dx dy = \int_c^d \left(\int_{x=p(y)}^{x=r(y)} f(x, y) dx \right) dy \quad (6)$$

jezeli natomiast obszar całkowania jest dany nierównościami:

$$a \leq x \leq b \text{ i } c \leq y \leq d \quad (7)$$

to:

$$\int \int_A f(x, y) dx dy = \int_c^d \left(\int_a^b f(x, y) dx \right) dy \quad (8)$$

$$= \int_a^b \left(\int_c^d f(x, y) dy \right) dx \quad (9)$$