

ZESTAW 4

1. Znaleźć liczbę wszystkich liczb, które można utworzyć z cyfr od 1 do 9 jeśli założymy, że (i) liczby są 9-cyfrowe i cyfry nie mogą się powtarzać, (ii) liczby są 9-cyfrowe i cyfry mogą się powtarzać, (iii) liczby są 9-cyfrowe i cyfry 1, 2 i 3 występują odpowiednio 2, 3 i 4 razy.
2. Ile haseł o długości od 8 do 12 znaków można utworzyć z 26 dużych lub małych liter i 10 cyfr zakładając, że żadne hasło nie może składać się tylko z samych liter? Ile czasu potrzeba na wygenerowanie wszystkich haseł zakładając, że jedno hasło generowane jest w ciągu jednej nanosekundy?
3. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w losowo wybranej liczbie naturalnej $n \in [1, 10^5]$ cyfra 6 występuje tylko raz?
4. Stosując zasadę włączeń i wyłączeń stwierdzić, jakie jest prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana liczba naturalna $n \in [1, 10^6]$ nie jest podzielnych przez 4 lub 6.
5. Załóżmy, że w grupie 200 osób mamy 150 osób ćwiczących jogę lub uprawiających bieganie, lub i jedno, i drugie. Stosując zasadę włączeń i wyłączeń znaleźć liczbę wszystkich osób uprawiających bieganie, jeśli wiemy, że 85 osób ćwiczy jogę, a 60 ćwiczy jogę i uprawia bieganie.
6. Pewien ośrodek badania opinii publicznej twierdzi, że w badanej grupie 1200 osób (i) 675 osób jest w związku małżeńskim, (ii) 682 osoby są w wieku od 20 do 30 lat, (iii) 684 osoby to kobiety, (iv) 195 osób jest w związku małżeńskim i jest w wieku od 20 do 30 lat, (v) 467 osób to zamężne kobiety, (vi) 318 osób to kobiety w wieku od 20 do 30 lat, (vii) 165 osób to zamężne kobiety w wieku od 20 do 30 lat. Stosując zasadę włączeń i wyłączeń zweryfikować prawdziwość tych danych.
7. Czy wybierając 5 różnych liczb ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ musimy mieć co najmniej jedną parę liczb, których suma wynosi 9?
8. Jak duża musi być grupa osób, aby co najmniej 3 z nich urodziły się w tym samym miesiącu, tego samego dnia tygodnia?

9. Znaleźć liczbę wszystkich 10-bitowych ciągów, które (i) zawierają dokładnie 4 jedynki, (ii) zawierają co najwyżej 4 jedynki, (iii) zawierają co najmniej 4 jedynki, (iv) zawierają taką samą liczbę zer i jedynek.

10. Znaleźć liczbę wszystkich 5-osobowych zespołów, które można utworzyć z grupy 12 osób zakładając, że (i) pewne dwie osoby chcą być w tym samym zespole, (ii) pewne dwie osoby nie chcą być w tym samym zespole.

11. Znaleźć liczbę wszystkich 5-osobowych zespołów, które można utworzyć z grupy 7 kobiet i 5 mężczyzn zakładając, że (i) każdy zespół składa się z 2 kobiet i 3 mężczyzn, (ii) każdy zespół składa się z co najmniej 1 mężczyzny, (iii) każdy zespół składa się z co najwyżej 1 mężczyzny.

12. Znaleźć liczbę wszystkich ciągów, które można utworzyć przestawiając litery (i) w słowie QUBIT, (ii) w słowie MATEMATYKA.

13. Znaleźć liczbę wszystkich zespołów składających się z 3, 4 i 5 osób, które można utworzyć z grupy 15 osób zakładając, że żadna z osób nie może należeć do więcej niż jednego zespołu.

14. Na ile sposobów można wybrać 15 pralinek spośród 5 ich rodzajów?

15. Znaleźć liczbę wszystkich 4-cyfrowych liczb, które można utworzyć używając jedynie cyfr 3, 4, 5, 6 i 7 zakładając, że cyfry mogą się powtarzać. Znaleźć liczbę wszystkich tego rodzaju liczb, które (i) mają jakieś powtarzające się cyfry, (ii) są liczbami parzystymi, (iii) są liczbami większymi od 5000.