Imię i nazwisko:

Adres e-mail:

Data:

Analiza matematyczna – informatyka – studia zaoczne – kolokwium z ćwiczeń – poprawa  $3\,$ 

Obowiązkowo należy pisać wszystkie istotne przekształcenia i obliczenia! Proszę pisać przejrzyście i czytelnie. Nieczytelne fragmenty będą ocenione na 0 p. Ogólna niestaranność pracy może skutkować obniżeniem oceny.

1. Oblicz Z DEFINICJI pochodną funkcji w punkcie

$$f\left(x\right) = \frac{4}{x}$$

$$x_0 = 8$$

$$f'(x_0) =$$

2. \* Oblicz pochodną funkcji w dowolnym punkcie (korzystając z takiego wzoru jak w definicji)

$$f(x) = \frac{a}{x}$$

$$f^{'}(x) =$$

3. Oblicz pochodną

a. 
$$f(x) = 1 - (\sin x)^2$$

b. \* 
$$g(x) = \frac{\sqrt[4]{\log_2(x^2+2)}}{x+4}$$

4. Oblicz granicę

a. 
$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{(\ln(x-1))^2} =$$

b. \* 
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left[ \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \operatorname{ctg}(x + \frac{\pi}{2}) \right] =$$

c. \*\* 
$$\lim_{x\to 0^+} x^x =$$

5. Znajdź ekstrema lokalne funkcji i określ ich rodzaj

$$f\left(x\right) = \frac{x-8}{x^2-16}$$

6. Oblicz całkę nieoznaczoną (bez podstawienia i części)

$$I = \int (x+8)^2 \, \mathrm{dx} =$$

7. \* Oblicz całkę nieoznaczoną (bez podstawienia i części) i zastosuj warunek brzegowy do ustalenia stałej całkowania.

$$x(t) = \int (v_0 + at) dt =$$

$$x\left(t=0\right) = x_0$$

8. Oblicz całkę nieoznaczoną przez podstawienie

$$I = \int 4xe^{x^2} dx =$$

Podpowiedź: Zastosuj podstawienie  $x^2 = t$ 

- 9. Obliczyć całkę nieoznaczoną przez części
- a.  $I = \int x^4 \ln x dx =$
- b. \*  $I = \int (\cos x)^2 dx =$
- 10. \* Obliczyć całkę nieoznaczoną wykorzystując sztuczkę z pochodną mianownika

$$I = \int \frac{2}{x \ln(x^2)} dx =$$

11. Oblicz całkę oznaczoną (bez podstawienia i części)

$$I = \int_{-2}^{2} (x+8)^2 dx =$$

12. Oblicz całkę oznaczoną przez podstawienie

$$I = \int_1^2 4x e^{x^2} dx =$$

13. Oblicz całkę oznaczoną przez części

$$I = \int_2^4 x^4 \ln x dx =$$

14. \*\* Oblicz całkę oznaczoną (Tu nie narzucam sposobu.)

$$I = \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx =$$

15. \*\*\*Oblicz pojemność nieskończonego pucharu, którego powierzchnia boczna powstała przez obrót wokół osi x wykresu funkcji  $e^x$  dla  $x \leq 0$ .