

Zadania zestaw (wielomiany, liczby zespolone) prowadzący K.Warda

1. Obliczyć na liczbach zespolonych:

a) $(1-i)^3(\sqrt{3}+i)^4(1-\sqrt{3}i)^5$,

b) $\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{100}$,

c) $(1+i)^{50}(\sqrt{3}-i)^{60}$

2. Przedstaw na płaszczyźnie zespolonej zbiory:

$$A = \{z \in \mathbf{C}, |z| \leq 1, 0 \leq \arg z \leq \pi\},$$

$$B = \{z \in \mathbf{C}, |z-1| \leq 1, 0 \leq \arg(z-1) \leq \pi\},$$

$$C = \left\{z \in \mathbf{C}, 1 \leq |z+i| \leq 2, -\frac{\pi}{4} \leq \arg(z+i) \leq \frac{\pi}{4}\right\},$$

3. Przedstaw na płaszczyźnie zespolonej zbiór liczb zespolonych z spełniających warunek:

a) $0 < \arg(z^3) < \frac{\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{2} < \arg(z^3) < \pi$

c) $\operatorname{Im}(z^2) > 0$

d) $\operatorname{Re}(z^3) \leq 0$

4. Rozłożyć na czynniki wielomiany w dziedzinie zespolonej:

a) $z^4 + 1$,

b) $z^6 - 1$

5. Znaleźć wszystkie pierwiastki z liczby zespolonej z . Gdzie leżą te pierwiastki na płaszczyźnie zespolonej?

a) $\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3}i}$,

b) $\sqrt[6]{1}$

6. Rozwiązać równanie w dziedzinie zespolonej

$$x^4 + 11x^2 + 18 = 0,$$

7. Znajdź pozostałe pierwiastki $\sqrt[6]{-64}$ wiedząc, że liczba $z=2i$ jest jednym z pierwiastków tego równania.