

1. Pokazać, że $2^n < (n+1)!$ dla liczb naturalnych $n \geq 2$.

2. Pokazać, że $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \cdots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{4n+1}$ dla $n \in \mathbb{Z}_+$.

3. Pokazać, że liczba $3^{2n} - 1$ jest podzielna przez 8 dla $n \in \mathbb{N}$.

4. Rozważmy następujący ciąg liczbowy

$$\begin{aligned} a_0 &= 0, & a_1 &= 1 \\ a_{k+2} &= 3a_{k+1} - 2a_k & \text{dla } k \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Wyznaczyć jawną postać a_n .

5. Rozważmy następujący ciąg liczbowy

$$\begin{aligned} a_0 &= 2, & a_1 &= 0 \\ a_{k+2} &= \frac{1}{2}a_{k+1} + \frac{1}{2}a_k & \text{dla } k \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Wyznaczyć jawną postać a_n . (praca domowa)

6. Rozważmy następujący ciąg liczbowy

$$\begin{aligned} a_0 &= 2, & a_1 &= 1 \\ a_{k+2} &= a_{k+1} - 2a_k & \text{dla } k \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Wyznaczyć jawną postać a_n .

7. Rozważmy następujący ciąg liczbowy

$$\begin{aligned}a_0 &= \frac{3}{2}, & a_1 &= \frac{5}{2} \\ a_{k+2} &= 6a_{k+1} - 9a_k + 2 \quad \text{dla } k \in \mathbb{N}\end{aligned}$$

Wyznaczyć jawną postać a_n .

8. Rozważmy następujący ciąg liczbowy

$$\begin{aligned}a_0 &= 4 \\ a_{k+1} &= 2a_k + 3 \quad \text{dla } k \in \mathbb{N}\end{aligned}$$

Wyznaczyć jawną postać a_n . (praca domowa)