Vaje z indeksi

$$\vec{n} \times (\vec{\nabla} \times \vec{n}) = ?$$

$$(\vec{a} \times \vec{b})_i = \varepsilon_{ijk} a_j b_k$$

$$\vec{n} \times (\vec{\nabla} \times \vec{n}) = \varepsilon_{ijk} n_j (\varepsilon_{kgh} \nabla_g n_h) = \varepsilon_{kij} \varepsilon_{kgh} n_j \nabla_g n_h$$

Poznamo zvezo $\varepsilon_{kij}\varepsilon_{kgh} = \delta_i g \delta_{jh} - \delta_{ih}\delta_{jg}$

$$= (\delta_{ig}\delta_{jh} - \delta_{ih}\delta_{jg}) n_j (\nabla_g n_h)$$

Velja: $\delta_{ih} n_h = n_i$

$$= \delta_{ig} n_j \nabla_g n_j - \delta_{ih} n_j \nabla_j n_h = n_j \nabla_i n_j - n_j \nabla_j n_i$$

To pa je ravno enako $(\vec{n} \cdot \vec{n})\nabla - (\vec{n} \cdot \vec{\nabla})\vec{n}$ Če je $\vec{n}$ enotski vektor, poleg tega velja $n_j n_j = 1$ in $\nabla_i (n_j n_j) = 0$ (kajti gre za odvod konstante). Ostane nam torej le $-n_j \nabla_j n_i$