

Vaja 15: Težno nihalo

Matevž Demšar

November 19, 2023

Opis. Nihajni čas nihala je odvisen od dolžine nihala in težnega pospeška, kar pomeni, da lahko s pomočjo nihala izračunam težni pospešek. Pri tem uporabim težno nihalo, sestavljeno iz vrvice in železne kroglice. Želim, da se izmerjena vrednost od teoretične vrednosti razlikuje za manj kot 0,1 odstotka.

Postopek. Najprej izmerim dolžino nihala. Dolžino vrvi (L) je mogoče izmeriti z merilnim trakom, premer krogle (d) pa izračunam iz njene ukrivljenosti, tako da izmerim oddaljenost poljubne točke od središča preseka krogle in poljubne ravnine, ki poteka skozi njo. Radij preseka označim s x , oddaljenost točke od središča preseka pa s h .

Sledi merjenje nihanja. Nihalo odmaknem iz ravnovesne lege in izmerim amplitudo α_0 , nato ga zaniham in s stoparico merim čas. Vsakih pet nihajev si čas zabeležim. Po 150 nihajih nihalo ustavimo in ponovno izmerim amplitudo – α_{150} – saj se je ta med nihanjem zaradi dušenja zmanjšala.

Meritve.

$$L = 212,5 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$$

$$\alpha = 8,6 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$$

$$\alpha = 8,0 \text{ m} \pm 0,1 \text{ cm}$$

$$d = \frac{h^2 + x^2}{h}$$

$$h = 6,90 \text{ mm} \pm 0,01 \text{ mm}$$

$$x = 28,0 \text{ mm} \pm 0,1 \text{ mm}$$

$$d = 120,6 \text{ mm} \pm 0,22 \text{ mm}$$

N	t(s)	N	t(s)	N	t(s)
5	14,81	55	163,62	105	312,46
10	29,74	60	178,43	110	327,36
15	44,62	65	193,44	115	342,26
20	59,46	70	208,36	120	357,13
25	74,38	75	223,21	125	372,04
30	89,29	80	238,04	130	386,84
35	104,14	85	252,94	135	401,77
40	119,04	90	267,93	140	416,66
45	133,87	95	282,71	145	431,51
50	148,76	100	297,64	150	446,46

Izračuni. Za približen izračun težnega pospeška uporabim formulo:

$$g = \frac{(2\pi)^2(L+d)}{T^2}$$

$$T = \frac{446,46 \text{ s}}{150} = 2,9764$$

$$g = \frac{4\pi^2(2,125 \text{ m} + 0,12 \text{ m})}{2,9764^2}$$

$$g = \frac{88,43 \text{ m}}{8,86 \text{ s}^2}$$

$$g = 10,0 \text{ ms}^{-2} \pm 0,07 \text{ ms}^{-2}$$

Rrezultat se od znane vrednosti razlikuje za približno 2 odstotka, z nekaterimi popravki pa se ji lahko poskusim približati še bolj, na primer tako, da upoštevam amplitudo nihala:

$$g = \frac{(2\pi)^2 \times (L+d)}{T^2 \left[1 + \frac{1}{4} \times \sin^2 \left(\frac{\arcsin(\alpha_0/(L+d))}{2} \right) + \frac{9}{64} \times \sin^2 \left(\frac{\arcsin(\alpha_0/(L+d))}{2} \right) \right]^2}$$

$$\Delta g = 2,0 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$$

Ker se amplituda in nihajni čas zaradi dušenja manjša, želim upoštevati tudi to:

$$T^* = T(1 + \frac{\Lambda^2}{4})$$

$$\Lambda = \ln \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}}$$

$$\Lambda = \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_1}$$

$$\Lambda = \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_0 e^{-T\beta}}$$

$$\Lambda = T\beta$$

$$\beta = \frac{\ln \alpha_n - \ln \alpha_0}{-nT}$$

$$\Lambda = \frac{\ln \alpha_n - \ln \alpha_0}{-n}$$

$$\Lambda = \frac{\ln(0,08) - \ln(0,086)}{-150}$$

$$\Lambda = 0,000482$$

$$T^* = T(1 + 5,8 \times 10^{-8})$$

$$\Delta g = 1,2 \times 10^{-7} \text{ ms}^{-2}$$

Pri tako majhni vrednosti Λ je razlika v nihajnem času zanemarljiva.

Na nihajni čas lahko vpliva tudi nihanje zraka poleg nihala.

$$T^* = T \sqrt{1 + 0,6 \frac{\rho_{zr}}{\rho_{Fe}}}$$

$$T^* = 2,9764 \sqrt{1 + 0,6 \frac{1,2 \text{ kgm}^{-3}}{7800 \text{ kgm}^{-3}}} \text{ s}$$

$$T^* = 2,9765 \text{ s}$$

$$\Delta g = 2,0 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-2}$$

Tudi ta razlika v nihajnem času je zanemarljiva. Domnevam, da je vzrok za razliko med izmerjeno in teoretično vrednostjo napaka v meritvi.

Ocena napake. Do napake je lahko prišlo pri dveh vrednostih, in sicer pri meritvi dolžine nihala ($L + d$) ter nihajnega časa.

$$\Delta(L + d) = 0,012m$$

$$\Delta T = \frac{\sum_{n=1}^{30} \Delta T_n}{150}$$

$$\Delta T = 0,011 \text{ s}$$

Standardna deviacija meritve časa:

$$\sigma(T) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta T_i^2}{n}}$$

$$\sigma(T) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{30} (14,88 \text{ s} - T_i)^2}{30}}$$

$$\sigma(T) = \sqrt{\frac{0,0875}{30}}$$

$$\sigma(T) = 0,17$$

Na podlagi znanih merskih napak $\Delta(L + d)$ in ΔT lahko predvidim napako izmerjenega težnega pospeška:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta(L + d)}{L + d} + 2 \frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = 0,0068$$

$$\Delta g = 0,0068 \cdot 10,0 \text{ ms}^{-2}$$

$$\Delta g = 0,068 \text{ ms}^{-2}$$

$$g = 10,0 \pm 0,07 \text{ ms}^{-2} \times (1 + 2,0 \times 10^{-4} + 1,2 \times 10^{-8} + 2,0 \times 10^{-5})$$

Zaključek. Razlika med izmerjeno in teoretično vrednostjo ni v mejah merske napake. Morda je posledica mehanskih napak nihala, zračnega upora ali celo računske napake. Čeprav mi vrednosti težnega pospeška ni uspelo natčno izmeriti, je tudi izmerjena vrednost dober približek.