Vaja 49: Prehodni pojavi v električnih krogih

Matevž Demšar

1. marec 2024

Uvod. Pri vaji opazujemo tri pojave v električnih krogih, in sicer polnjenje kondenzatorja, praznjenje kondenzatorja in električni nihajni krog.
paragraphPraznjenje kondenzatorja. Napetost na kondenzatorju med praznjenjem opišemo s formulo $U(t) = U_0\, e^{t/RC}$ ali $U(t) = U_0\, e^{t/\tau}$, v kateri U_0 predstavlja začetno napetost, R zunanji upor, C pa kapaciteto kondenzatorja. Produkt RC ali relaksijski čas označimo tudi s τ.
Izmeriti želimo relaksijski čas τ. Meritev opravimo tako, da z osciloskopom merimo napetost na generatorju na nekem časovnem intervalu, pri čemer dobimo graf na Sliki 1. Z grafa izberemo nekaj vrednosti U in narišemo graf $\ln(U/U_0)$ - za U_0 vzamemo $12,0\ V$. Točkam na dobljenem grafu (Slika 2) priredimo premico in določimo njen koeficient. Ta koeficient je $-1/\tau$.

Izračuni. S Pythonovo knjižnico *scipy.optimize* dobimo naslednje vrednosti:

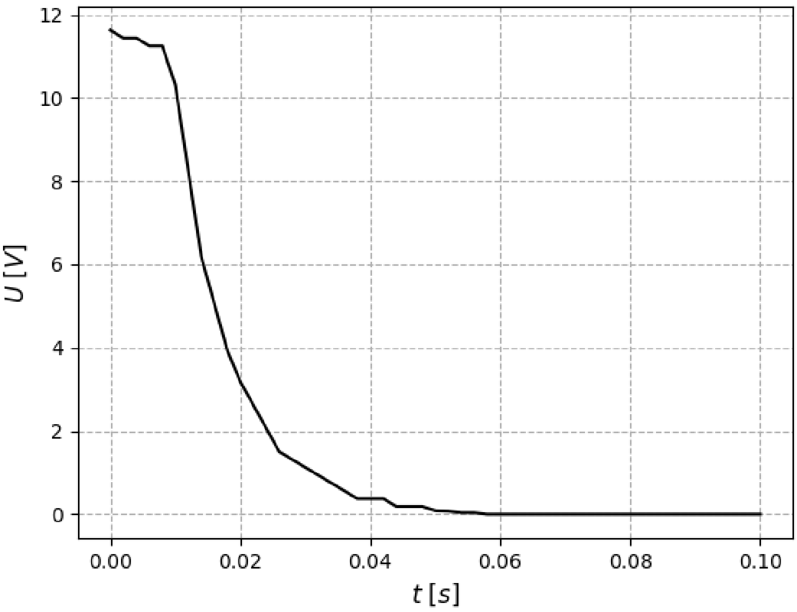
$$
\begin{aligned}
-1/\tau &= 115,2\ s^{-1} \\
\frac{\Delta\tau}{\tau} &= \pm 1,31 \\
\tau &= 8,7\ ms \pm 11,4\ ms \\
\\
R &= 4,7\ k\Omega \\
C &= 0,22\ \mu F \\
RC &= 1,0\ ms
\end{aligned}
$$

Kot vidimo, se izmerjena in izračunana vrednost bistveno razlikujeta, kljub temu pa je merska napaka tako velika, da je odstopanje v okviru napake. Dodatna odstopanja od pričakovane vrednosti bi lahko bile posledica upornosti žic., ki je nismo izmerili, a pričakujemo, da ta ni bila prevelika. Upor na voltmetru na meritev ne bi smel bistveno vplivati.

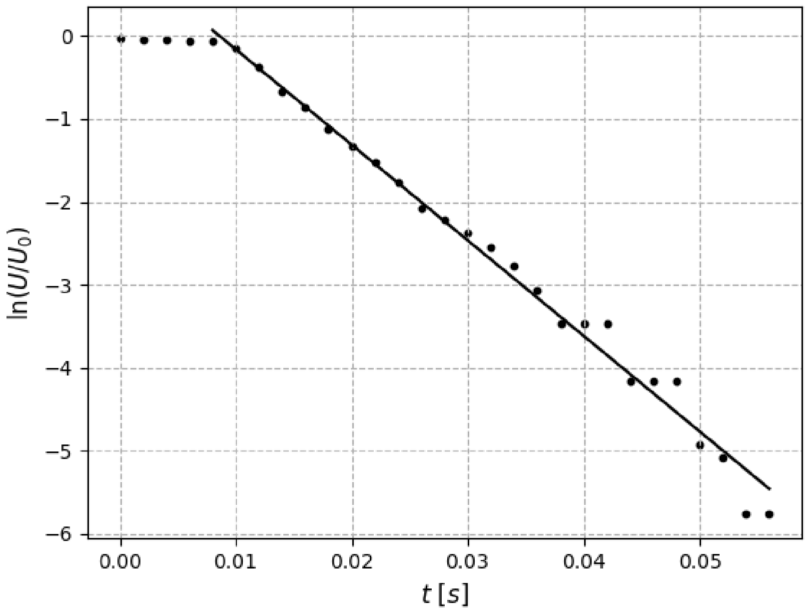
Polnjenje kondenzatorja. Napetost na kondenzatorju med polnjenjem opišemo s formulo $U(t) = U_0\,(1 - e^{t/RC})$ ali $U(t) = U_0\, e^{t/\tau}$, Ponovno merimo relaksijski čas τ. Z osciloskopom merimo napetost na generatorju na nekem časovnem intervalu, da dobimo graf, kakršnega prikazuje Slika 3, izberemo nekaj vrednosti U in narišemo graf $\ln(1-U/U_0)$ (Slika 4). Točkam na grafu priredimo premico in določimo njen koeficient, ki je enak $-1/\tau$.

Izračuni. S Pythonovo knjižnico *scipy.optimize* dobimo naslednje vrednosti:

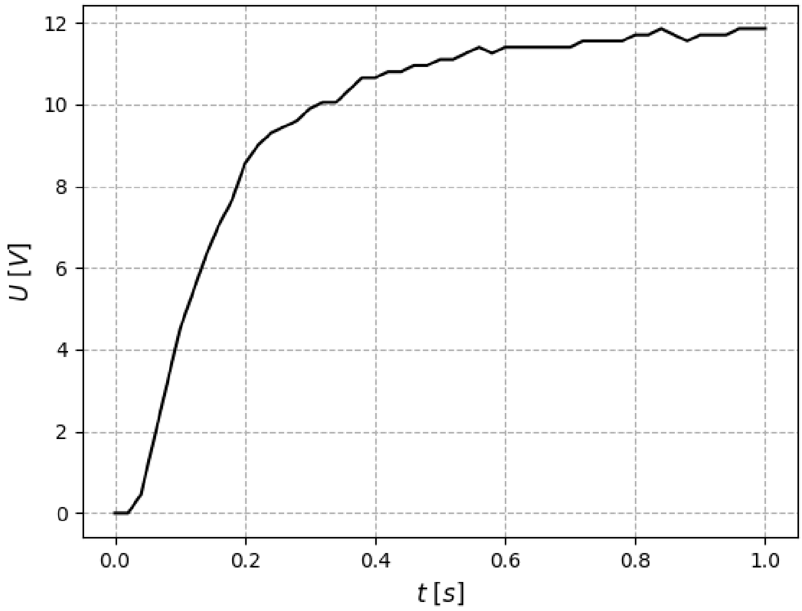
$$
\begin{aligned}
1/\tau &= 3.6\ s \\
\frac{\Delta\tau}{\tau} &= \pm 0,13 \\
\tau &= 0,28\ s \pm 0,04\ s \\
\\
R &= 2,7\ M\Omega \\
C &= 0,22\ \mu F \\
RC &= 0,59\ s
\end{aligned}
$$



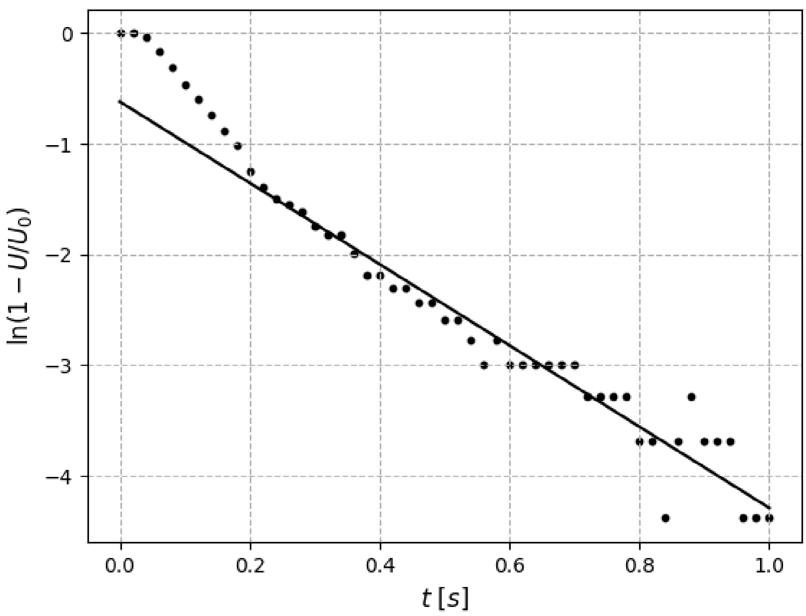
Slika 1: Napetost na kondenzatorju v odvisnosti od časa. Priložen je točnejši graf, s tem pa si lahko pomagamo pri nadaljnjem računanju.



Slika 2: Logaritem razmerja med napetostjo na kondenzatorju in generatorju pri praznjenju . Koeficient premice, ki jo priredimo točkam, je $-1/\tau$



Slika 3: Napetost na kondenzatorju v odvisnosti od časa pri polnjenju kondenzatorja.



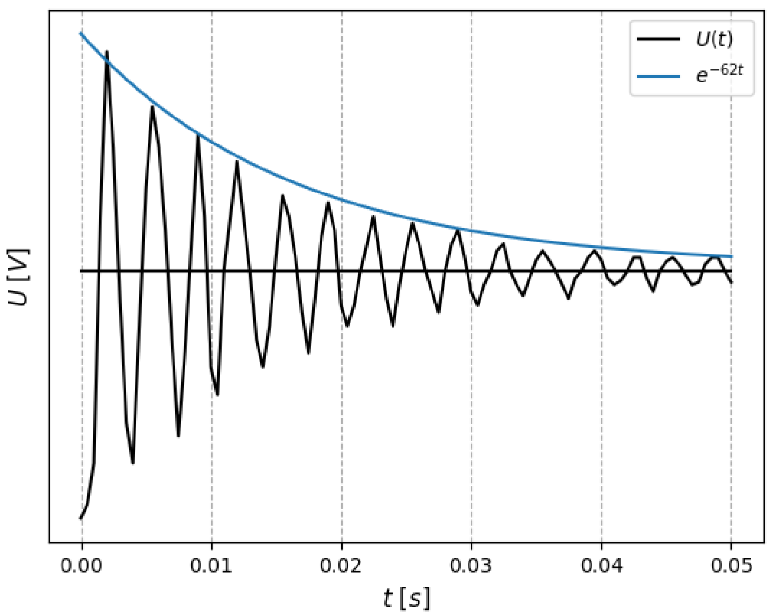
Slika 4: Logaritem razmerja med napetostjo na polnečem se kondenzatorju in začetno napetostjo v odvisnosti od časa. Iz koeficienta premice dobimo relaksijski čas τ

Pri praznjenju kondenzatorja se ponovno pojavi veliko odstopanje od izračunane vrednosti. Tokrat pričakujemo večji vpliv upora voltmetra na izmerjeno vrednost.

Ocena upora voltmetra. Upora na voltmetru R_v sicer ne poznamo, lahko pa ga ocenimo na podlagi odstopanja izmerjene vrednosti τ od izračunane vrednosti RC.

$$\begin{aligned}
\tau &= R'C \\
R' &= \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_v}\right)^{-1} \\
\frac{C}{\tau} &= \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_v}\right) \\
\frac{1}{R_v} &= \frac{C}{\tau} - \frac{1}{R} \\
R_v &= \frac{R\tau}{RC - \tau} \\
R_v &= 1,8\ M\Omega
\end{aligned}$$

Električni nihajni krog. V električnem nihajnem krogu nastopata kondenzator in tuljava. Kondenzator skozi tuljavo požene tok, zato se v tuljavi inducira magnetno polje. Ko se kondenzator izprazni, tok še vedno teče, saj ga poganja magnetno polje. Tako električni naboj steče z ene plošče kondenzatorja na drugo. Izmeriti želimo frekvenco ω in koeficient dušenja β. Meritev opravimo z osciloskopom, maksimalnim amplitudam napetosti želimo prirediti krivuljo oblike $y = U_0\, e^{-\beta x} + c$.



Slika 5: Amplitudam napetosti približno ustreza krivulja $y = U_0\, e^{-62\,t}$. Sledi, da je koeficient dušenja $\beta \approx 62$. Priložen je natančnejši graf.

Izračuni. Iz grafa odčitamo $w = 1,9 \times 10^3\ s^{-1}$. Izračunamo lastno frekvenco nedušenega kroga $w_0 = \sqrt{w^2 + \beta^2}$ in jo primerjamo s teoretečno vrednostjo $w_0 = \sqrt{1/LC}$. Predvidimo lahko tudi $\beta = R/2L$

$$
\begin{aligned}
L &= 1,23\ H \\
C &= 0,22\ \mu F \\
R &= 138\ \Omega \\
\sqrt{w^2 + \beta^2} &= 1,9 \times 10^3\ s^{-1} \\
\sqrt{1/LC} &= 1,9 \times 10^3\ s^{-1} \\
\\
\beta &= 56,2
\end{aligned}
$$

Izračunana in izmerjena vrednost ω se med seboj razlikujeta za manj kot 5%. Ocenjena vrednost koeficienta dušenja od izračunane odstopa za 10%.

Zaključek. Natančno merjenje je oteževalo dejstvo, da je bilo treba podatke prebrati iz grafa, dotični grafi pa zapovrh tudi niso imeli posebej visoke resolucije. V prihodnosti upam na vaje, pri katerih bo takega merjenja čim manj.