

# Toplotna prevodnost

## Fizikalni praktikum III.

Matevž Demšar

25. november 2024

**Uvod.** Pri vaji smo merili toplotno prevodnost kovinske palice s pomočjo termočlena. Vaja ima dva dela: v prvem delu termočlen umerimo, v drugem pa ga uporabimo, da izmerimo temperaturno razliko med točkama na merjencu.

Toplotni tok v snovi izrazimo s sledečo enačbo.

$$\vec{j} = \lambda \nabla T \quad (1)$$

V njej  $\vec{j}$  predstavlja gostoto toplotnega toka,  $\nabla T$  gradient temperature,  $\lambda$  pa koeficient toplotne prevodnosti, ki je odvisen od snovi. Ker obravnavamo toplotni tok med točkama vzdolž kovinske palice, lahko enačbo obravnavamo le v eni dimenziji, in sicer:

$$j = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2)$$

Hkrati vemo, da lahko toplotni tok zapišemo tudi kot

$$j = \frac{P}{S} \quad (3)$$

Če torej na en konec palice pritrdimo grelnik z močjo  $P$ , na drugem koncu pa ohranjamo stalno temperaturo, lahko koeficient toplotne prevodnosti kovinske palice določimo na podlagi meritev temperaturne razlike med točkama na palici (ki sta med sabo oddaljeni  $\Delta x$ ) in dimenzij palice:

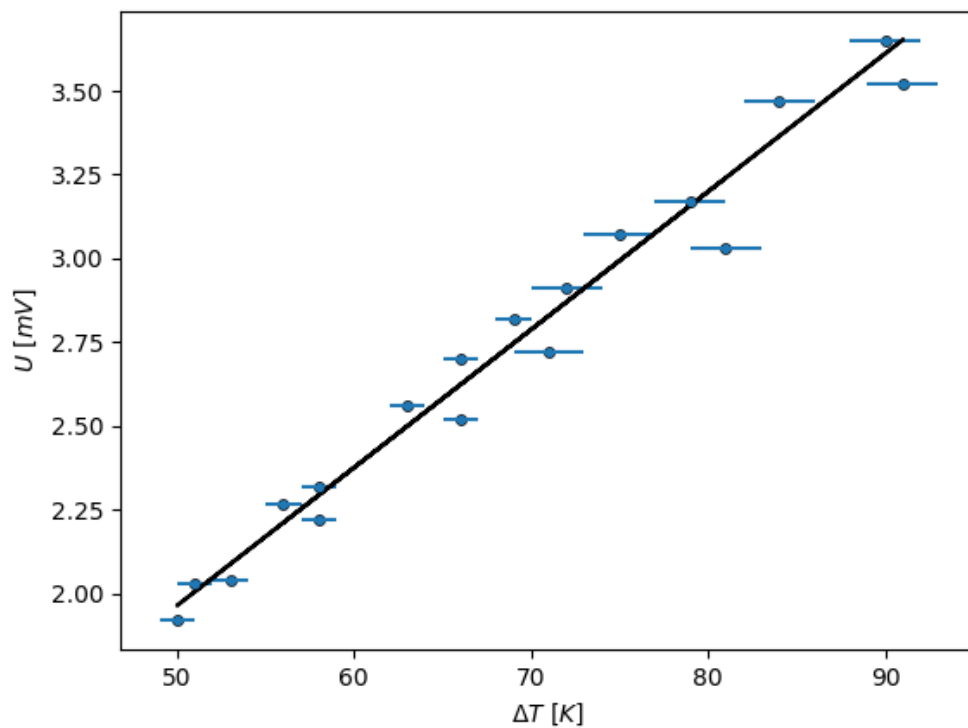
$$\lambda = -\frac{P \Delta x}{S \Delta T} \quad (4)$$

**Umerjanje termočlena.** Zanima nas zveza med temperaturno razliko in napetostjo na termočlenu. Izmerimo jo tako, da en spoj potopimo v hladno vodo, enega pa v vročo. Vročo vodo postopoma hladimo z dolivanjem hladne vode, pri tem pa merimo napetost na termočlenu z mikrovoltmetrom. Za večjo zanesljivost poskus ponovimo trikrat, rezultate pa pišemo v Tabelo (1). Meritve vrišemo v graf  $U(\Delta T)$  in jim priredimo premico. Smerni koeficient te premice je iskani koeficient termonapetosti kondenzatorja. Z grafa na Sliki 1 razberemo:

$$\alpha = 40 \mu V/K \pm 3 \mu V/K$$

$T_1$ [°C]	$T_2$ [°C]	$U$ [mV]
0.0	90	3.65
0.0	84	3.47
0.0	75	3.07
0.0	69	2.82
0.0	63	2.56
0.0	56	2.27
0.0	81	3.03
0.0	71	2.72
0.0	66	2.52
0.0	58	2.22
0.0	53	2.04
0.0	50	1.92
0.0	91	3.52
0.0	79	3.17
0.0	72	2.91
0.0	66	2.70
0.0	58	2.32
0.0	51	2.03

Tabela 1: Termočlen umerimo na podlagi meritev napetosti na termočlenu pri različnih temperaturnih razlikah  $T_2 - T_1$ .



Slika 1: Videti je, da je napetost na termočlenu linearno odvisna od temperaturne razlike med spojema, zato jim s funkcijo `scipy.optimize.curve_fit` priredimo premico. Njen smerni koeficient je  $\alpha = 41.1 \mu V/K$ . Napako na podlagi napak meritev  $T$  in  $U$  ocenimo na 4,7%.

**Toplotna prevodnost kovine.** Koeficient toplotne prevodnosti kovinske palice izmerimo tako, da jo na enem koncu segrevamo s konstantno močjo  $P$ , drugi konec pa hladimo z vodo, da obdržimo konstantno temperaturo. Na dve mesti vzdolž palice pritrdimo spoja termočlena in na mikrovoltmetru odčitamo napetost  $U$ . V Tabelo 2 vpišemo meritve  $P$  in  $U$ . Pričakujemo, da sta ti dve količini med sabo odvisni po zvezi, izpeljani iz enačbe (4):

$$U = \frac{\alpha \Delta x}{\lambda S} P \quad (5)$$

Koeficient  $\alpha$  predstavlja koeficient termonapetosti termočlena, ki smo ga izmerili v prvem delu vaje,  $\Delta x$  razdaljo med spojema vzdolž palice,  $S$  presek palice,  $\lambda$  pa iskani koeficient toplotne prevodnosti palice. Iskano vrednost  $\lambda$  izrazimo tako, da narišemo graf  $U(P)$  in meritvam priredimo premico s koeficientom  $k$ . Koeficient toplotne prevodnosti lahko tedaj izrazimo kot

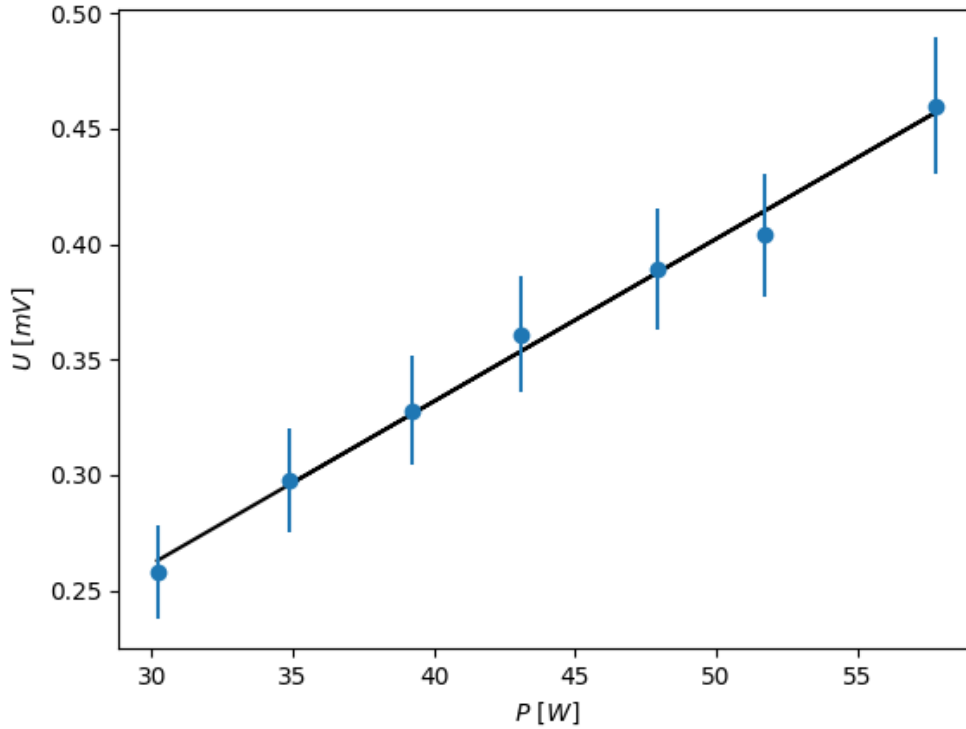
$$\lambda = \frac{\alpha \Delta x}{k S} \quad (6)$$

(Opomba: Opazimo, da ima  $k$  enoto [V/W],  $\alpha$  pa [V/K]. To pomeni, da ima  $\lambda$  enoto [W/mK], kar se sklada s teorijo.)

$$\begin{aligned} \Delta x &= 54 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ m} \pm 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ S &= 1560 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \pm 13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \\ \alpha &= 41 \cdot 10^{-6} \text{ V/K} \pm 2 \cdot 10^{-6} \text{ V/K} \end{aligned}$$

$P$ [W]	$U$ [ $\mu$ V]
30.2	258
39.2	328
47.9	389
57.8	460
51.7	404
43.1	361
34.9	298

Tabela 2: V tabelo vpišemo meritve  $P$  in  $U$ .  $P$  označuje moč grelnika,  $U$  pa napetost na termočlenu, ki je linearno odvisna od temperaturne razlike med spojema:  $U = \alpha \Delta T$



Slika 2: Meritvam na grafu  $U(P)$  priredimo premico. Njen smerni koeficient bomo uporabili pri nadaljnjem računanju. Modul `scipy.optimize` koeficient ocenjuje na  $k = 7.0 \pm 0.5 \mu V/W$ .

Iz grafa na Sliki 2 dobimo smerni koeficient  $k = 7.0 \mu V/W$ , kar pomeni, da lahko izračunamo toplotno prevodnost kovine:

$$\lambda = \frac{\alpha \Delta x}{kS}$$

$$\lambda = (195 \pm 30) W/mK$$

Dobljena vrednost  $\lambda$  se približno ujema z znano vrednostjo za aluminij:  $\lambda_{Al} = 209 W/mK$ . Na podlagi te informacije lahko izračunamo še karakteristični čas  $t_D$ , v katerem temperaturna motnja prepotuje razdaljo  $\Delta x$ . Uporabimo formulo:

$$t_D = (\Delta x)^2 / 2D \quad (7)$$

$D$  predstavlja difuzijsko konstanto, ki ima za aluminij teoretično vrednost  $D_{Al} = 8.418 \cdot 10^{-5} m^2/s$ . Dobimo:

$$t_D = 17.3 s$$

**Komentar.** Dobljena vrednost  $\lambda$  se je razlikovala od teoretične, vendar je odstopanje v okviru merske napake. Lepo pa bi bilo, če bi znal bolje uporabljati funkcijo `scipy.optimize.curve_fit`, še posebej pri računanju napak.