

Pri prejšnjem predavanju smo za energijo nukleonov izpeljali

$$E_n = \hbar\omega\left(\frac{3}{2} + n_x + n_y + n_z\right)$$

$n = 0$	$E_n = \frac{3}{2}\hbar\omega$	Število stanj: 2
$n = 1$	$E_n = \frac{5}{2}\hbar\omega$	Število stanj: 6
$n = 2$	$E_n = \frac{7}{2}\hbar\omega$	Število stanj: 12
$n = 3$	$E_n = \frac{9}{2}\hbar\omega$	Število stanj: 20

Število stanj je odvisno od števila možnih kombinacij  $n_x, n_y, n_z$ , da bo  $n_x + n_y + n_z = n$ . Število kombinacij pa nato pomnožimo z 2, saj imamo dva možna spina. Če nadaljujemo to zaporedje, pri  $n = 4$  dobimo 30 možnih stanj, za  $n = 5$  pa 42 možnih stanj. Zdaj pogledjmo delne vsote tega zaporedja:

$n = 0$	$\Sigma_n = 2$
$n \leq 1$	$\Sigma_n = 8$
$n \leq 2$	$\Sigma_n = 20$
$n \leq 3$	$\Sigma_n = 40$
$n \leq 4$	$\Sigma_n = 70$
$n \leq 5$	$\Sigma_n = 112$

Opazimo: Prve tri delne vsote se ujemajo z magičnimi števili. Ta so 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Zakaj se od prvih treh členov naprej ne ujemajo več? Očitno je del težave naš približek, da je potencial enak potencialu harmonskega oscilatorja.

**Alternativno reševanje:** Namesto  $R(\vec{r}) = X(x)Y(y)Z(z)$  vzemimo  $R(\vec{r}) = \mathcal{R}(r)\mathcal{Y}_{lm}(\vartheta, \varphi)$ . Teda j dobimo lastna stanja:

$$n = 2n_r + l + 1$$

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

Število stanj pri določenem  $l$  je  $2l + 1$ , na podlagi  $l$  določimo tudi oznake stanj: Poleg tega moramo

$l$	Oznaka
0	s
1	p
2	d
3	f
4	g
5	h
6	i

zapisati tudi, kolikokrat se je določeno stanje že pojavilo (npr. 1s, 2s, 3s itd.) Vidimo, da bo stanje z višjim  $l$  boljše vezano kot stanje z nižjim  $l$ . Tudi to pa nam ne da pričakovanih magičnih števil (dobili smo iste rešitve kot prej, le v drugem koordinatnem sistemu).

**Popravek Hamiltonove funkcije.** V Hamiltonovi funkciji upoštevajmo sklopitev spin-tir.

$$H \rightarrow H - C \frac{dV}{dr} \vec{l} \cdot \vec{s}$$

$$E \rightarrow E + \langle j, j_3, l, s | -C \frac{dV}{dr} \vec{l} \cdot \vec{s} | j, j_3, l, s \rangle$$

Tu je  $-C \frac{dV}{dr}$  neodvisna od  $j, j_3, l$  ter  $s$  - torej konstanta - zato računajmo le  $\langle j, j_3, l, s | \vec{l} \cdot \vec{s} | j, j_3, l, s \rangle$ .

$$\begin{aligned} \langle j, j_3, l, s | \vec{l} \cdot \vec{s} | j, j_3, l, s \rangle &= \frac{1}{2} \langle j, j_3, l, s | \vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2 | j, j_3, l, s \rangle \\ &= \frac{1}{2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \end{aligned}$$

Ker je  $s$  omejen na eno od vrednosti  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  in velja  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ , velja:

$$E \rightarrow E - C \frac{dV}{dr} \cdot \begin{cases} \frac{1}{2} l \\ -\frac{1}{2} (l+1) \end{cases}$$

Dobimo degeneracijo stanj:  $\Delta E = E_{s=1/2} - E_{s=-1/2} \propto -(l + \frac{1}{2})$

Kot pri orbitalah atomov lahko dojememo to kot nekakšen lupine, ki se polnijo z nukleoni. Posebej se polnijo lupine s protoni in nevtroni. Se pa protoni in nevtroni paroma sklopijo v vrtilno količino  $j = 0$ .

**Parnost.** Operator parnosti označimo s  $\hat{P}$ .

$$\hat{P}\psi = \psi \text{ Soda parnost}$$

$$\hat{P}\psi = -\psi \text{ Liha parnost}$$

Na primer za sferični harmonik  $\mathcal{Y}_{lm}$ :

$$\hat{P}(\mathcal{Y}_{lm}) = (-1)^l$$

**Vzbujena stanja jeder.** Delimo jih na več vrst.

1. Enodelčna vezana stanja: Ko jedru dodamo nevtron, tipično so energijske razlike reda 1 MeV.
2. Rotacijska vzbujena stanja: Če je jedro elipsoidno (tj. daleč od magičnega števila - ta so okrogla) ima rotacijsko energijo

$$W = \frac{\hbar^2 j(j+1)}{2I},$$

kjer je  $I$  vztrajnostni moment.