Biholomorfne funkcije. Naj bosta U, V območji v $\mathbb{C}$. $f\colon U \to V$ je biholomorfna, če je f holomorfna, bijektivna in ima holomorfen inverz.

Riemannov izrek. Naj bo U enostavno povezano območje v $\mathbb{C}$. Tedaj obstaja biholomorfna $f\colon U \to D(0,1)$.

Möbiusove transformacije. So oblike:

$$f(z) = \frac{az+b}{cz+d}$$

Lastnosti. So konformne (tj. ohranjajo kote - to je lastnost vsake biholomorfne preslikave). Slikajo premice in krožnice v premice in krožnice.
Primer: Naj bo g transformacija, za katero velja:

$$g(0) = i$$

$$g(\infty) = i$$

$$g(1) = 1$$

Iz prvega pogoja dobimo $\frac{b}{d} = -i$
Iz drugega pogoja dobimo $\frac{a}{c} = i$
Iz tretjega pogoja dobimo $a + b = c + d$
Izrazimo: $a = ic,\ b = -id$

$$ic - id = c + d$$

$$c(i-1) = d(1+i)$$

$$c = d\frac{1+i}{-1+i} = d\frac{(1+i)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)} = d\frac{-1-2i1}{2} = -id$$

Torej je $g = \dfrac{dz - id}{-idz + d} = \dfrac{z-i}{-iz+1}$

Osnovne/uporabne preslikave: (ne nujno Möbiusove)

Preslikava $g(z)$ slika zgornjo polravnino (torej $\{z \in \mathbb{C} : \mathfrak{Im}(z) > 0\}$) v $D(0,1)$
Preslikava z^2 slika enega od kvadrantov kompleksne ravnine v zgornjo polravnino. Podobno dela vsaka preslikava oblike z^n
Preslikava $\sqrt{z}$ slika npr. četrtino kompleksne ravnine v osmino kompleksne ravnine. Podobno dela vsaka preslikava oblike $\sqrt[n]{z}$.
Eksponentna preslikava e^z slika pravokotnik v zgornji del kolobarja.

Primer: Poišči biholomorfno preslikavo $f\colon \{z \in \mathbb{C};\ z \neq 0,\ \mathbf{Arg} z \in (0, \pi/2)\} \to D(0,1)$. Rešitev: Najprej preslikamo v zgornjo polravnino, nato pa s funkcijo $g(z)$ v $D(0,1)$.