Simetrije v fiziki

Dve sklopljeni nihali. Opravka imamo z diferencialno enačbo

$$J\ddot{\varphi} = \begin{bmatrix} -K & K' \\ K' & -K \end{bmatrix} \varphi = \begin{bmatrix} -K\varphi_1 + K'\varphi_2 \\ K'\varphi_1 - K\varphi_2 \end{bmatrix}$$

Ali drugače:

$$J\left(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2\right) = -(K - K')(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$J\left(\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2\right) = -(K - K')(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Označimo simetrično matriko

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Velja $K = S^{-1}KS$ ali drugače $SK = KS$. Sledi, da K in S komutirata, torej sta simultano diagonalizabilni.

Zrcaljenje funkcij realnih števil. Naj bosta operatorja

$$\widehat{n}f(x) = f(-x)$$

$$\widehat{e}f(x) = f(x)$$

Lihe funkcije so tiste, za katere velja $\widehat{n}f(x) = -f(x)$ in $\widehat{e}f(x) = f(x)$. Sode funkcije so tiste, za katere velja $\widehat{n}f(x) = f(x)$ in $\widehat{e}f(x) = f(x)$.
Operatorja $\widehat{n}$ in $\widehat{e}$ tvorite grupo z operacijo kompozituma (velja $\widehat{e}\widehat{e} = 1, \widehat{e}\widehat{n} = \widehat{n}\widehat{e} = \widehat{n}$ ter $\widehat{n}\widehat{n} = \widehat{e}$). Lahko zapišemo sodo in liho upodobitev:

$$s(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} = \frac{\widehat{e}f(x) + \widehat{n}f(x)}{2}$$

$$l(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2} = \frac{\widehat{e}f(x) - \widehat{n}f(x)}{2}$$

To, ali $\widehat{n}f(-x)$ odštejemo ali odštejemo, so nekakšne lastne vrednosti operatorja. Ravno tako za $\widehat{e}$, čeprav ima ta le eno lastno vrednost: 1. Delimo z 2, saj je to moč grupe. V splošnem take projekcije opravimo po formuli

$$\overrightarrow{v}_\chi = \frac{\sum \chi_i \widehat{g}_i \overrightarrow{v}}{|g|}$$