

Diskretna sila na homogeno sredstvo Denimo, da sila deluje na točko x_0 v smeri pravokotno na vrv. Valovna enačba:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} + \frac{F_y}{\mu} \delta(x - x_0)$$

Vzamemo limito integrala $\int_{x_0-\varepsilon}^{x_0+\varepsilon} dx$, ko gre ε proti 0. Zaradi lastnosti integrala bo ta limita seveda 0.

$$0 = c^2 u_x \Big|_{x_0^-}^{x_0^+} + \frac{F_x}{\mu}$$

Sledi $F u_x \Big|_{x \rightarrow x_0} = -F_y$

Diskretna masa Izračun je podoben, za maso uporabimo drugi Newtonov zakon.

$$m u_{tt}(x_0) = F u_x \Big|_{x_0^-}^{x_0^+}$$

Struna iz dveh delov Imamo dva dela struna, v katerih ima valovanje različno hitrost širjenja (označimo c_1 in c_2). Označimo tudi, da se c spremeni pri $x = 0$.

$$u_1 = u(x - c_1 t) + u_r(x + c_1 t)$$

$$u_2 = u_t(x - c_2 t)$$

Z indeksom i tu označimo začetni val, z indeksom r odbiti val, z indeksom t pa prepuščeni val (ne časovnega odvoda). Robni pogoj pri $x = 0$:

$$u(0, t) = u_t(0, t) \quad (\text{zveznost})$$

$$u_x(0, t) = u_{tx}(0, t) \quad (\text{zvezna odvedljivost})$$

V $x = 0$ z integriranjem robnega pogoja o zvezni odvedljivosti dobimo:

$$-\frac{1}{c_1} u_i(-c_1 t) + \frac{1}{c_1} u_r(c_1 t) = -\frac{1}{c_2} u_t(-c_2 t)$$

Iz tega lahko spet izrazimo

$$u_r(s) = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} u_i(-s)$$

$$u_t(s) = \frac{2c_2}{c_2 + c_1} u_i(s \frac{c_1}{c_2})$$

Označimo $R = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$ (odbojnosc) in $T = \frac{2c_2}{c_1 + c_2}$ (prepustnost). Zakon o ohranitvi energije je oblike $R^2 + T^2 \frac{c_1}{c_2} = 1$