

**Feynmanova formulacija.** Imamo interferenčni poskus z dvema režama. Zanima nas verjetnost, da bo delec končal na neki točki v steni - recimo ji  $x_b$ , začetni točki pa  $x_a$ . To naredimo tako, da si zamislimo, po katerih poteh lahko pride do stene. Za vsako pot izračunamo

$$S[x(t)] = \int L dt = \int m \left( \frac{x_b - x_a}{t_b - t_a} \right)^2 dt$$

in seštejemo po vseh možnih poteh. Takemu postopku pravimo Feynmanov integral. Tako je

$$\psi(x_b, t_b) = C \sum e^{i \frac{S[x(t)]}{\hbar}}$$

Za primer si vzamemo vse parabolične poti med točkama  $x_a$  in  $x_b$ . Za tak primer je

$$L = \frac{1}{2}m \left( v_0^2 - \frac{4\delta}{\varepsilon^2} + \frac{4\delta^2}{\varepsilon^4} t^2 \right)$$

$$S = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} L dt$$

Zdaj bomo to integrirali po  $\delta$ , kar nam da vse možne poti. Izkaže se, da bodo rešitve, ki grejo po zelo nenavadni poti, prispevale zelo malo in se celo izničile med sabo. Največ bodo prispevale poti, ki gredo po najkrajši (ali skoraj najkrajši) poti.

**Feynmanov integral.** Začnemo z osnovno definicijo Riemannovega integrala: prostorski in časovni interval razdelimo na kratke intervale  $\varepsilon$  (ki jih bodi skupaj  $N$ ), nato pa rečemo, da se delec od ene do druge točke giblje po premici. Nato računamo

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} e^{i \frac{S[x(t)]}{\hbar}} d^N x$$

Rezultat pa razvijemo do prvega člena, kar nam da Schrödingerjevo enačbo. Težava je edino v tem, da funkcija  $e^{ix}$  v limiti  $x \rightarrow \infty$  ne konvergira. Običajno s tem nimamo težav, ni pa matematično rigorozno. V statistični termodinamiki imamo podobne postopke pri npr. računanju verjetnosti, da se bo polimer postavil v določeno obliko. Verjetnost za posamezno porazdelitev določenega zaporedje vozlišč je

$$P = \frac{1}{Z} e^{-\beta H[\vec{r}_i]}$$

To je matematično bolj utemeljeno.

**Bohmova interpretacija.** Začnemo z diferencialno enačbo iz klasične mehanike:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} - VS = 0$$

Vstavimo  $\psi = |\psi| e^{iS/\hbar}$  in dobimo Schrödingerjevo enačbo. Iz realnega dela enačbe dobimo

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 |\psi|}{|\psi|} - V = 0$$

Definiramo kvantni potencial

$$Q = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 |\psi|}{|\psi|}$$

Na podlagi tega lahko definiramo tudi kvantno silo. Bohmova interpretacija kvantne mehanike pa je, da so pozicije in hitrosti delcev določene vnaprej, vendar jih nismo sposobni izmeriti, in zato pride do nedoločenosti. Tega ne moremo ne potrditi ne ovreči, nam pa lepo razloži npr.  $\alpha$  razpad.