

Hallov Pojav

Fizikalni Praktikum V

Matevž Demšar

1. 1. 2026

1 Uvod

Pri vaji smo opazovali Hallov pojav v polprevodniku, kar nam omogoča izračun gostote nosilcev naboja v odvisnosti od temperature. Ko polprevodnik postavimo v magnetno polje in skozenj poženemo tok, na nosilce naboja deluje magnetna sila, in zaradi prerazporeditve nabojev nastane električno polje, ki ga zaznamo kot električno napetost. To napetost, imenovano Hallova napetost, izpeljemo kot

$$U_H = -E_y b = -\frac{jB}{ne_0} b = \frac{BI}{ne_0 c},$$

kjer je b širina vzorca (v smeri električnega polja E_y) in c debelina vzorca (vzdolž smeri magnetnega polja B). Definiramo še Hallovo konstantno kot E_y/jB :

$$R_H = -\frac{1}{ne_0} = \frac{U_H c}{IB}$$

2 Meritve

Vrednosti c in B imamo podani:

$$\begin{aligned} c &= (0.95 \pm 0.01) \text{ mm} \\ B &= (0.173 \pm 0.001) \text{ T} \end{aligned}$$

opravimo dve meritvi: pri prvi meritvi temperaturo povečujemo z 20°C na 80°C , pri drugi meritvi pa začnemo na temperaturi 80°C in jo zmanjšujemo na 20°C . Pri vsaki vrednosti temperature izmerimo napetost v vzorcu, nato pa vzorec obrnemo in izvedemo še eno meritev. Hallovo napetost izrazimo iz teh meritev kot:

$$U_H = \frac{1}{2}(U_1 - U_2)$$

Meritve zapišemo v tabelo 1. Dodamo ji še stolpec, v katerega zapišemo po zgornji formuli izračunane U_H .

Dobili smo merske točke $U_H(T)$, izračunamo pa lahko tudi Ohmsko upornost $R(T)$ in graf Hallove konstante $R_H(T) = U_H c / IB$. Ohmsko upornost najdemo na grafu 1, Hallovo konstanto pa na grafu 2. S pomočjo Hallove konstante lahko izračunamo gostoto nosilcev naboja v polprevodniku. Velja namreč:

$$R_H = -\frac{1}{n(T)e_0} \rightarrow n(T) = -\frac{1}{R_H e_0}$$

Iz literature poznamo enačbo, ki opisuje gostoto nosilcev naboja v čistem elektronu:

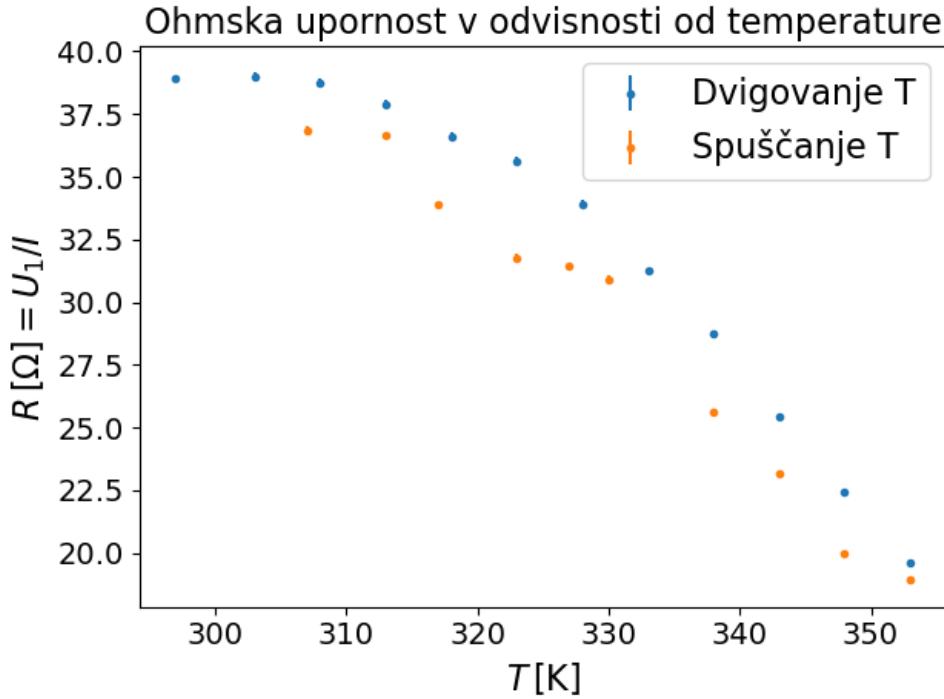
$$n_p(T) = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_e k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_g}{2k_B T} \right)$$

Če enačbo na obeh straneh logaritmiramo, dobimo (matematiki, tu malo poglejte stran)

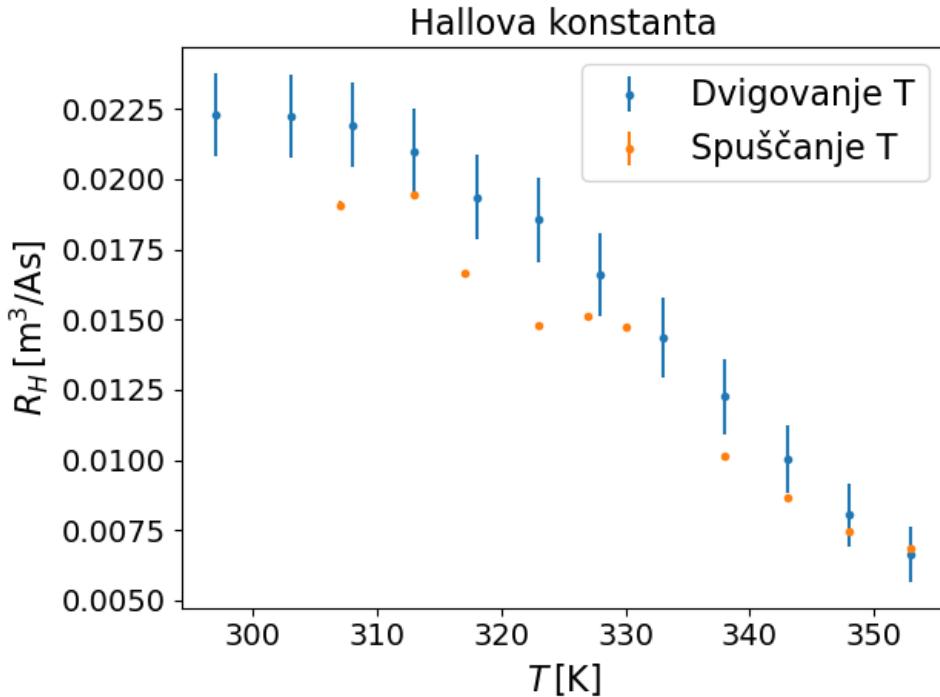
$$\ln n_p(T) = \ln \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \ln \frac{2m_e}{\pi \hbar^2} - \frac{3}{2} \ln \left(\frac{1}{k_B T} \right) - \frac{E_g}{2k_B T} = \alpha - \frac{3}{2} \ln \beta - \frac{1}{2} E_g \beta$$

T [°C]	I [mA]	U_1 [mV]	U_2 [mV]	U_H
24	5.916	-230 ± 1	-182 ± 1	-24.0 ± 1.0
30	5.923	-231 ± 1	-183 ± 1	-24.0 ± 1.0
35	5.883	-228 ± 1	-181 ± 1	-23.5 ± 1.0
40	5.883	-223 ± 1	-178 ± 1	-22.5 ± 1.0
45	5.956	-218 ± 1	-176 ± 1	-21.0 ± 1.0
50	6.074	-216 ± 1	-175 ± 1	-20.5 ± 1.0
55	6.270	-213 ± 1	-175 ± 1	-19.0 ± 1.0
60	6.665	-209 ± 1	-174 ± 1	-17.5 ± 1.0
65	7.190	-206 ± 1	-174 ± 1	-16.0 ± 1.0
70	7.930	-202 ± 1	-173 ± 1	-14.5 ± 1.0
75	8.860	-199 ± 1	-173 ± 1	-13.0 ± 1.0
80	9.895	-195 ± 1	-171 ± 1	-12.0 ± 1.0
80	10.415	-197 ± 1	-171 ± 0.1	13.0 ± 1.0
75	9.905	-198.5 ± 0.1	-171.4 ± 0.1	-13.6 ± 0.1
70	8.675	-200.2 ± 0.1	-173.0 ± 0.1	-13.6 ± 0.1
65	7.905	-203.0 ± 0.1	-173.8 ± 0.1	-14.6 ± 0.1
57	6.835	-210.8 ± 0.1	-174.2 ± 0.1	-18.3 ± 0.1
54	6.705	-211.3 ± 0.1	-174.3 ± 0.1	-18.5 ± 0.1
50	6.640	-210.0 ± 0.1	-174.4 ± 0.1	-17.8 ± 0.1
44	6.260	-213.2 ± 0.1	-175.0 ± 0.1	-19.1 ± 0.1
40	5.965	-218.4 ± 0.1	-176.2 ± 0.1	-21.1 ± 0.1
34	5.930	-219.0 ± 0.1	-177.7 ± 0.1	-20.7 ± 0.1

Tabela 1: Zgornji del tabele predstavlja meritev pri dvigovanju temperature, spodnji del pa pri spuščanju. Hitro vidimo, da se podatki ne ujemajo, kar namiguje na sistemsko napako; verjetno pri merjenju temperature.



Slika 1: Opazimo dve stvari. Prvič, da da meritev pri dvigovanju temperature bistveno lepsi (in verjetno pravilnejši) rezultat. Drugič, da pri nizkih temperaturah upornost postane skoraj konstantna. To se lepo sklada z znanimi lastnostmi polprevodnikov: Energijska reža med valenčnim in predovnim pasom je pri sobni temperaturi višja od termične temperature $k_B T \approx 0.025$ eV, zato je prevodnost manjša.



Slika 2: Odvisnost $R_H(T)$ spominja na odvisnost $R(T)$. Dejansko gre za nekaj upornosti podobnega, le da namesto U/I računamo U_H/I , nazadnje pa vse skupaj množimo s konstanto.

Pri vaji nimamo opravka s čistim polprevodnikom, temveč uporabljamo germanijev polprevodnik, dopiran z arzenom. Za tak polprevodnik v nizkotemperaturni limiti $k_B T \ll E_d$ velja (po istem postopku kot prej):

$$\ln n_p(T) = \alpha - \frac{3}{4} \ln \beta - \frac{1}{2} E_d \beta,$$

V limiti $k_B T > E_d$ limiti pa

$$\ln n_p(T) = N_d,$$

kjer je N_p gostota donorskih primesi. To je smiselno, saj je energijska vrzel E_d dovolj majhna, da jo pri visokih temperaturah lahko prečkajo vsi nosilci naboja v donorski plasti. Na grafu $\ln n_p(T)$ v odvisnosti od $\beta = 1/(k_B T)$ torej pričakujemo, da bo krivulja pri nizkih vrednostih β padala približno po premici s koeficientom $-\frac{1}{2}E_g\beta$ (saj v visokotemperaturnem režimu nosilci naboja prečkajo vrzel E_g), nato se bo za nekaj časa izravnala pri konstantni vrednosti $\ln(n_p) = N_d$, pri visokih β - ki pomenijo nizke temperature - pa bomo imeli spet opravka s premico s koeficientom $\propto -\frac{1}{2}E_d\beta$. To nam omogoča, da ocenimo E_g in E_d : Na merske točke v obeh limitah fitamo premici, kot kaže slika 3.

3 Zaključek

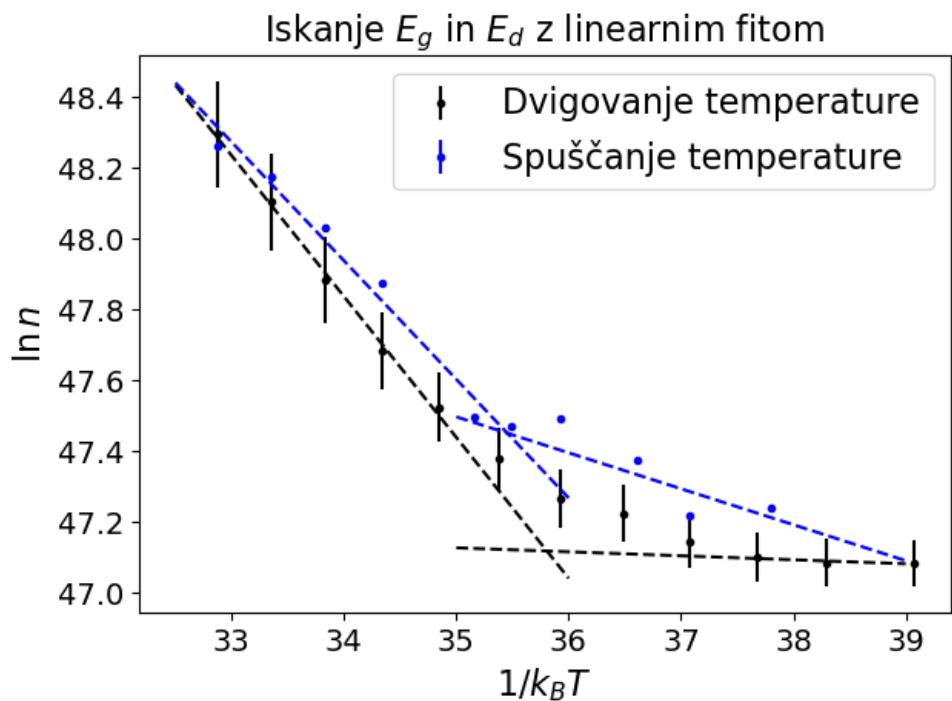
Na sliki 3 smo z linearnim fitom potrdili enačbi za številsko gostoto v polprevodniku

$$n_p(T) = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_e k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e \exp \left(-\frac{E_g}{2k_B T} \right)$$

in

$$n_p(T) = \sqrt{N_d} \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/4} \exp \left(-\frac{E_d}{2k_B T} \right)$$

Enačbe za visokotemperaturno limito nismo mogli potrditi.



Slika 3: Vidimo, da v visokotemperaturni limiti $k_B T \gg E_d$ merske točke $\ln n_p(T)$ res ležijo približno na premici. V nizkotemperaturni limiti imamo premalo točk, da bi to lahko z gotovostjo trdili, vendar lahko tudi tu fitamo premico in dobimo smiselne rezultate E_d . Med temi limitama pa ne najdemo nobene ustalitve pri $\ln n_p(T) = N_d$. Vzrok je verjetno spet v premajhnem številu meritev, še posebej, če je območje temperatur, na katerem bi se moralo to zgoditi, razmeroma majhno.