

# Kotna korelacija anihilacijskih žarkov $\gamma$

## Fizikalni Praktikum V

Matevž Demšar

3. 11. 2025

### 1 Uvod

Pri vaji bomo merili časovno porazdelitev razpadov in kotno korelacijo  $\gamma$  žarkov, ki jih izseva radioaktiven vir  $^{22}\text{Na}$ .

**Potek dela.** Pri vaji bomo uporabljali scintilacijska detektorja, postavljena na vsako stran radioaktivnega vira. Ko scintilacijska detektorja zaznata  $\gamma$  žarek, oddata sunek, ki ga nato napeljemo (preko ojačevalnika, diskriminatorja, zakasnilne enote in pretvornika nivojev) v časovno-digitalni pretvornik (TDC) na plošči Red-Pitaya. Pretvornik ima dva kanala: TDC0 in TDC1. Merjenje je potekalo v štirih delih:

1. Pretvornik smo umerili, in sicer tako, da smo na njegov vhod pripeljali veliko število sunkov in s statističnim testom v `matlabu` izračunali kalibracijsko tabelo. Na podlagi te tabele smo umerili nadaljnje meritve.
2. Merjenje časovne ločljivosti TDCja. To storimo tako, da na kanala TDC0 in TDC1 napeljemo isti signal, kar bi pomenilo, da bi morala oba izmeriti isti časovni interval. V resnici so meritve časovnih intervalov raztresene okoli nekega povprečja, tako da za časovno ločljivost TDCja lahko razglasimo standardno deviacijo izmerjenih časovnih intervalov. `Matlab` to naredi avtomatsko.
3. Merjenje časovne porazdelitve ( $p$ ) radioaktivnih razpadov. Predvsem nas zanima porazdelitev časov med razpadi. Ker pričakujemo, da gre za Poissonovo porazdelitev, lahko sklepamo:

$$\frac{dp}{dt} = Re^{-Rt}, \quad (1)$$

kjer je  $R$  hitrost razpadov oziroma  $R = dN/dt$ . Porazdelitev  $p(t)$  izmerimo tako, da vsak signal iz scintilatorja vezemo na svoj kanal TDCja. TDC bo nato meril čas med posameznimi razpadi in narisal histogram  $N(t)$ .

4. Merjenje kotne korelacije žarkov  $\gamma$ . Pri dosedanjih vajah sta scintilatorja ležala na isti osi, zdaj pa enega od njiju izmikamo za različne kote. Pri merjenju sem naredil napako, in sicer scintilatorjev nisem dovolj razmaknil. Tako izmerjeni podatki ne opisujejo kotne korelacije, saj je kotna ločljivost premajhna.

### 2 Rezultati

S programom v `Matlabu` določimo časovno ločljivost TDCja:

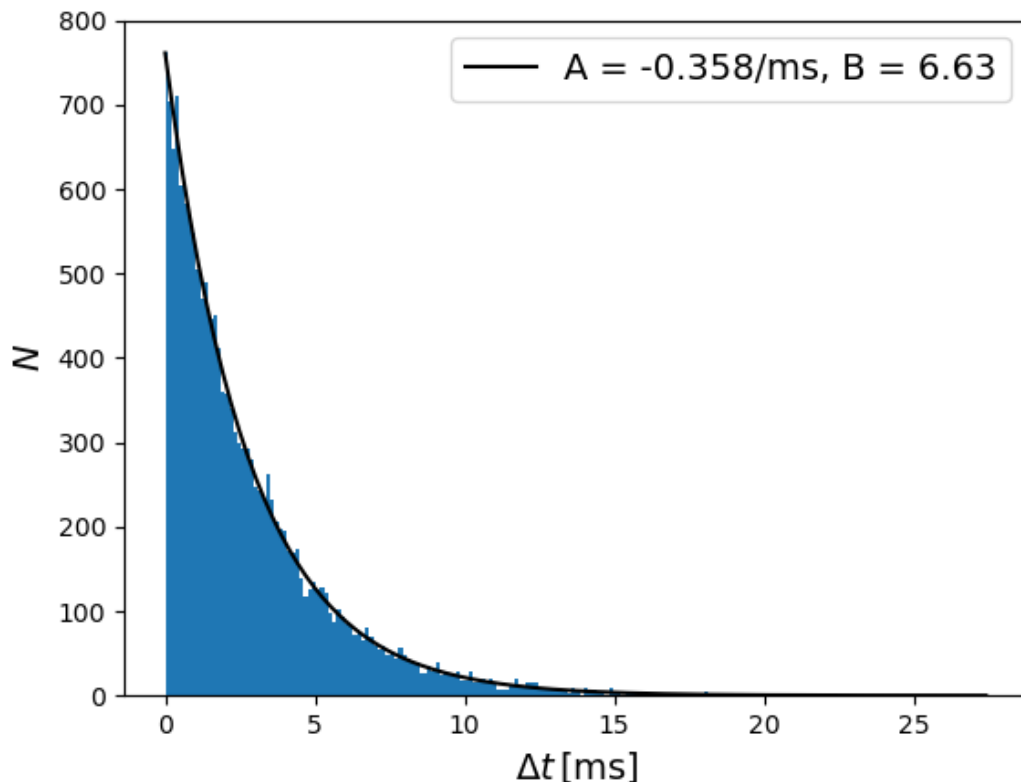
TDC0	16.7 ps
TDC1	17.3 ps

Pri preostanku vaje delamo s časovnimi intervali reda velikosti vsaj 10 ns, torej časovna ločljivost na naše meritve nima prevelikega vpliva.

**Časovna porazdelitev sunkov.** Zanima nas, koliko časa poteče med dvema zaporednima sunkoma. Narišemo na graf na sliki 1: gre za graf  $N(t)$ , ki bi moral imeti obliko

$$N(t) = Ce^{At} = e^{At+B}$$

S pythonovo funkcijo `scipy.optimize.curve_fit` določimo parametra  $A$  in  $B$ . Opravili smo šest meritev



Slika 1: Parametra  $A$  in  $B$  smo določili s pythonovo funkcijo `scipy.optimize.curve_fit`, in sicer tako, da podatke najprej logaritmujemo. Ker bi pri velikih vrednostih  $\Delta t$  zaradi majhnih vrednostih  $N$  dobili zelo velike napake, uporabimo je podatke za  $\Delta t < 13$  ms. Omeniti moramo, da gre le za enega od šestih grafov, torej prikazana parametra  $A$  in  $B$  nista enaka končni izračunani vrednosti.

in za vsako ocenili parametra  $A$  in  $B$  s pripadajočimi napakami fita. Končno vrednost parametrov izračunamo z utežitvijo inverzne variance [1]:

$$\bar{X} = \frac{\sum_i X_i w_i}{\sum_i w_i}$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{\sum_i w_i}}$$

Označili smo  $w_i = 1/\sigma_i^2$ , s  $\sigma_i$  pa napake različnih fitov  $A$  in  $B$ . Tako dobimo parametra

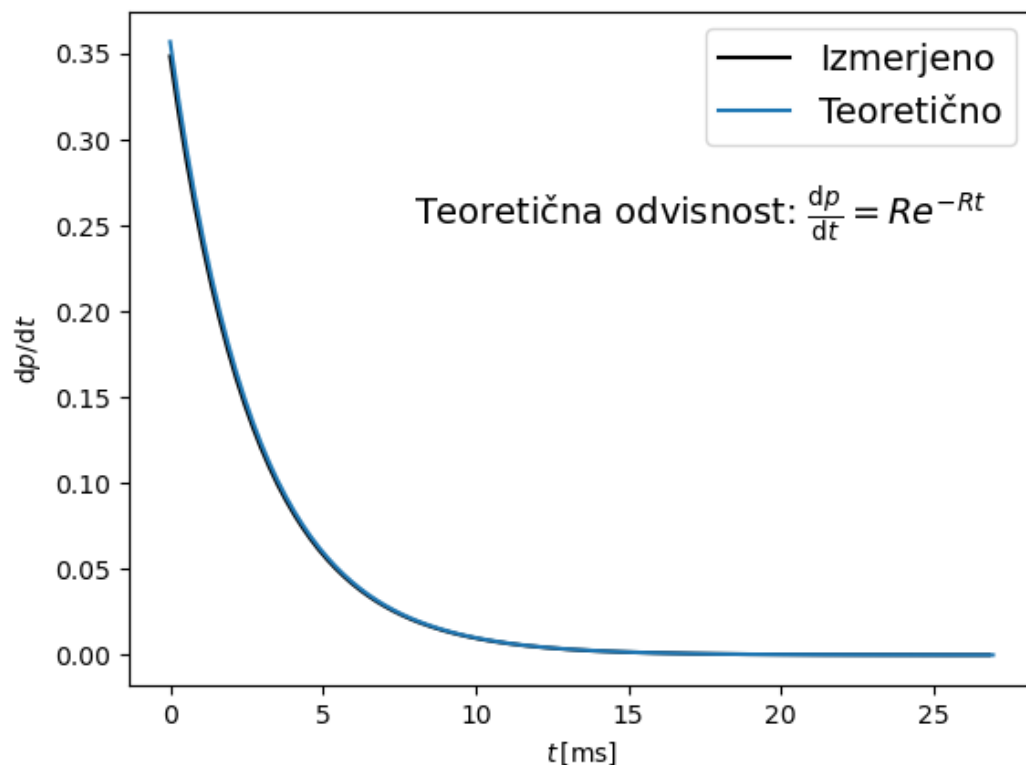
$$A = (-357 \pm 2) \text{ s}^{-1}$$

$$B = 6.68 \pm 0.02$$

Sledi:

$$N(t) = (794 \pm 7) e^{-(357 \pm 2)t}$$

S tem smo dobili tudi povprečno hitrost sunkov  $R = (357 \pm 2)/\text{s}$ . S tem podatkom lahko preverimo identiteto 1. Teoretično in izmerjeno krivuljo  $dp/dt$  narišemo na graf na Sliki 2.



Slika 2: Izmerjene vrednosti  $dp/dt$  se dobro ujemajo s pričakovanimi. Relativno odstopanje je približno konstantno za vse vrednosti  $t$  in znaša okoli 2%.

**Časovna korelacija.** Oglejmo si časovno korelacijo žarkov  $\gamma$ . Za nekaj različnih časovnih zamikov, ustvarjenih na zakasnilni enoti ORTEC GG8000, narišemo grafe  $N(t)$ . Nekaj grafov najdemo na sliki 3. Vidimo, da so koincidence raztresene okoli neke centralne vrednosti po porazdelitvi, ki spominja na Gaussovo. Določimo lahko časovno raztresenost koincidenč, in sicer:

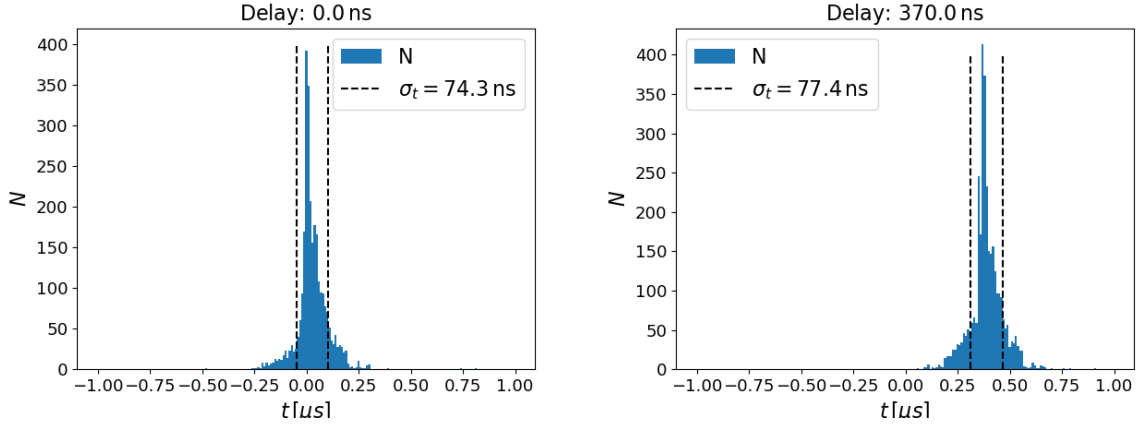
$$\bar{t} = \frac{\sum_i t_i N_i}{\sum_i N_i}$$

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum_i N_i (\bar{t} - t_i)^2}{\sum_i N_i}$$

Dobljena vrednost  $\sigma_t$  predstavlja širino vrha. Mimogrede opomnimo, da bi  $\sigma_t$  lahko dobili tudi tako, da bi podatkom priredili Gaussovo krivuljo:

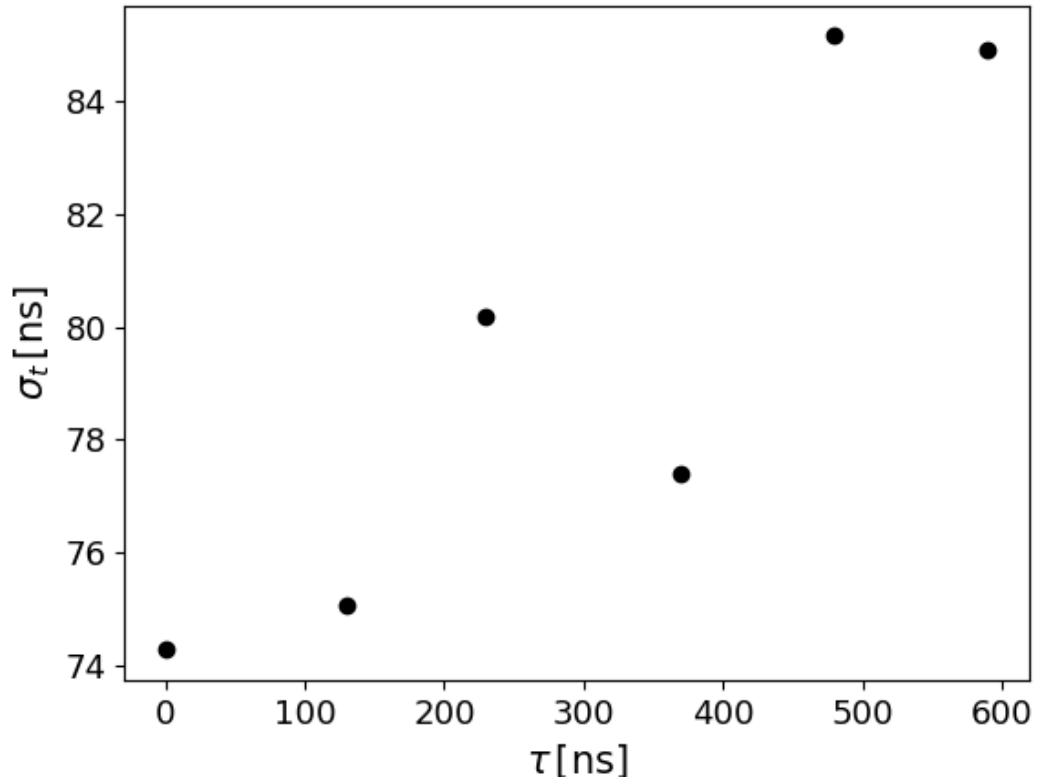
$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

S stališča numerične stabilnosti med pristopoma verjetno ne bi bilo opazne razlike.



Slika 3: Oblika vrha se pri povečevanju zamikov ne spreminja veliko. Vidimo, da se vrednost  $\sigma$  nekoliko poveča, vendar tudi ta razlika ni zelo velika.

Narišemo lahko graf  $\sigma_t(\tau)$ , kjer je  $\tau$  časovni zamik. Na sliki 4 vidimo, da se raztresenost koincidenz z večanjem zamika počasi povečuje, vendar ne moremo biti prepričani, ali se bo ta trend nadaljeval tudi pri večjih vrednostih  $\tau$ . Morali bi opraviti dodatne meritve.



Slika 4: Videti je, da se raztresenost koincidenz pri povečevanju zamika  $\tau$  tudi sama povečuje. Treba pa je pripomniti, da bi za kakršne koli utemeljene zaključke o odvisnosti  $\sigma_t(\tau)$  potrebovali veliko meritev na čim večjem večjem merilnem območju.

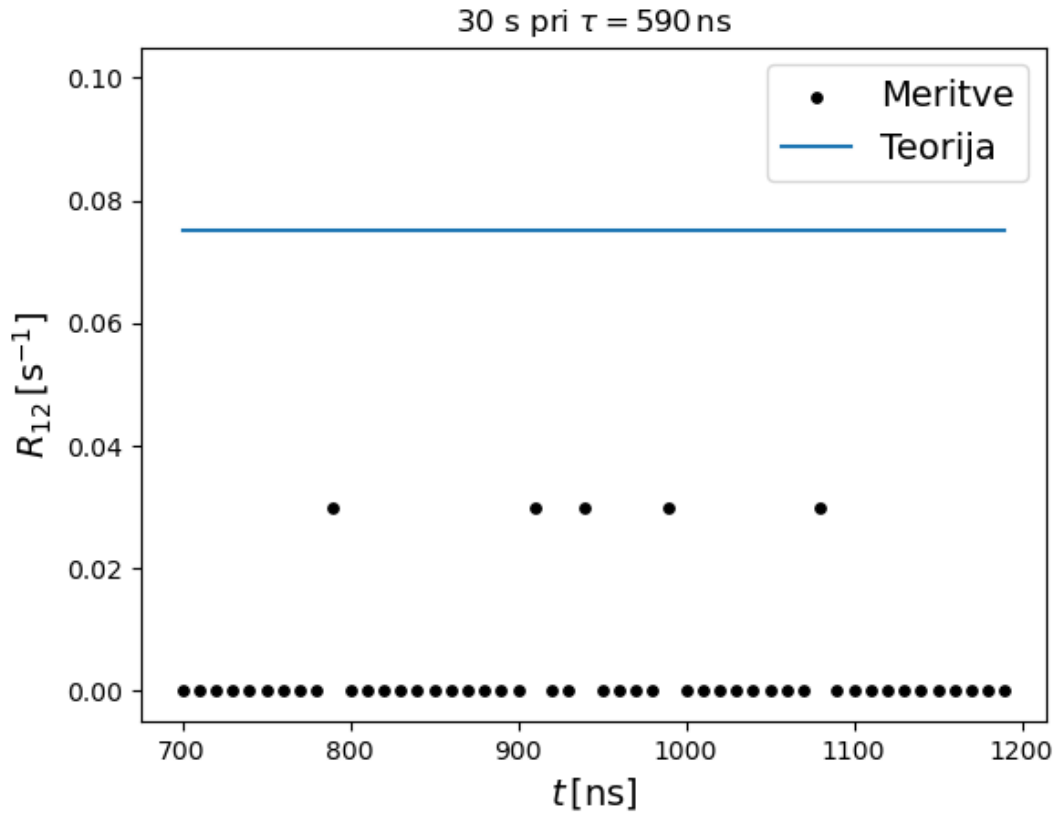
V navodilih imamo enačbo, ki opisuje hitrost naključnih koincidenčnih sunkov - sunkov, ki so daleč stran od koincidenčnega vrha:

$$R_{12} = R_1 R_2 \tau \quad (2)$$

Privzeli bomo, da je  $R_1 = R_2 = 357 \text{ s}^{-1}$ , kot smo izmerili pri prejšnjem delu vaje. Meritev izvedemo pri  $\tau = 590 \text{ ns}$ . Tako lahko izračunamo pričakovani  $R_{12}$ :

$$R_{12} = (357 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 590 \text{ ns} = 0.075 \text{ s}^{-1}$$

in narišemo graf  $R_{12}(t)$ , na katerem primerjamo izmerjene in izračunane vrednosti. (Slika 5)

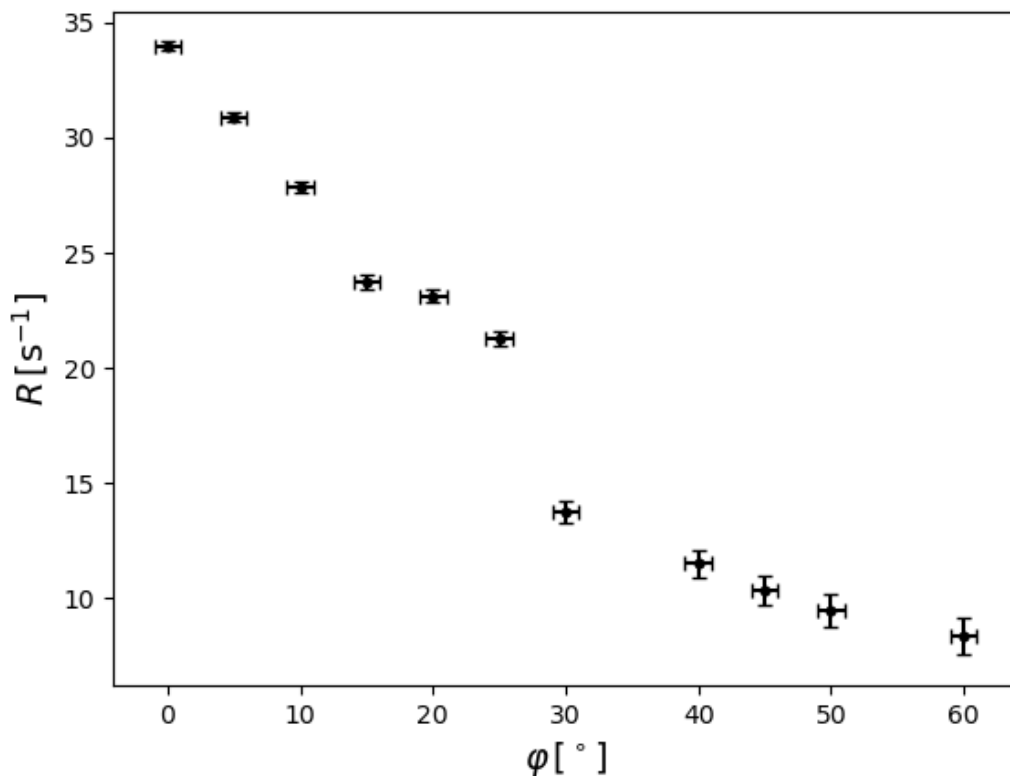


Slika 5: Vidimo, da dobimo premalo naključnih koincidenč. Morda se pri merjenju nisem dovolj oddaljil od koincidenčnega vrha ali pa sem uporabil prekratek čas merjenja.

**Kotna korelacija.** Kot sem že omenil, sem pri izvedbi vaje naredil napako in premalo razmaknil scintilatorja. Poglejmo, kaj smo dobili. Za izračun povprečne hitrosti sunkov smo uporabili kar formulo:

$$R = \frac{N}{t}$$

Čas merjenja  $t$  je bil pri vseh meritvah enak 30 s. Graf  $R(\varphi)$  narišemo na sliko 6



Slika 6: Ni nam uspelo doseči naključnih koincidenč - pri dovolj velikih kotih bi morala hitrost razpadov pasti skoraj na nič in ostati konstantna. Ker je bil scintilator preblizu izvoru, smo v bistvu izmerili prekrivno površino med izvorom in scintilatorjem, kajti večina fotonov je seveda potovala po poti, pravokotni na površino izvora.

### 3 Zaključek

Vaja je bila precej kompleksna, poleg tega je bila to moja prva vaja pri FPR 5. Na nekaj mestih sem imel težavo z interpretacijo navodil, kar je lahko vodilo do nenavadnih meritev. Nekaj težav sem imel na primer pri merjenju  $R_{12}$ , ko sem meritve verjetno delal pri premajhnem zamiku  $\tau$ . Na podlagi poročil prejšnjih generacij sicer sumim, da pri tem delu vaje tudi pri večjih zamikih prihaja do velikih odstopanj, mi pa na misel ne pride noben drug razlog za odstopanja.

Najbolj očitno napako sem naredil pri merjenju kotne korelacije. Mislil sem, da je bilo navodilo, naj scintilatorja razmaknemo, zgolj mehanske narave (da scintilatorja pri sukanju ne trčita med seboj ali v izvor). Popolnoma pa sem pozabil na kotno ločljivost, ki je bila pri moji meritvi izredno majhna.

### Literatura

- [1] Wikipedia: Inverse-variance weighting, [https://en.wikipedia.org/wiki/Inverse-variance\\_weighting](https://en.wikipedia.org/wiki/Inverse-variance_weighting)