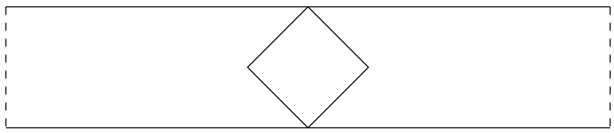
Magnetna indukcija v kvadratnem okvirju - 2. del. Imamo dolga vodnika na medsebojni razdalji d, ki sta nekje daleštran povezana - tvorita torej zunanjo zanko. Znotraj te zanke je še ena kvadratna zanka.



$$\phi_1 = L_{11} I_1$$

$$\phi_2 = L_{21} I_1$$

Zadnjič smo izračunali medsebojno induktivnost kot

$$L_{12} = L_{21} = \frac{2 \ln 2}{\pi} \mu_0 d$$

Zdaj imejmo spreminjajoč se tok:

$$I_1 = I_{1,z} \sin \omega t$$

Vemo, da za vsak tokovni krog velja:

$$\dot{U} = R\dot{I} + L\ddot{I} + \frac{I}{C}$$

Ker računamo, da so žice idealno prevodne, kondenzatorjev pa ni, velja:

$$U_2 = -\dot{\phi}_2 = -L_{21}\dot{I}_1 = L_{22}\dot{I}_2$$

Ker je I_1 sinusna funkcija, pričakujemo, da je tudi I_2 sinusna funkcija. Sledi:

$$\omega L_{21} I_{10} \cos \omega t = -\omega L_{22} I_{20} \cos \omega t$$

$$\frac{I_{20}}{I_{10}} = \frac{L_{21}}{L_{22}}$$

Izračun L_{22}:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi y} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (d-y)}$$

$$\phi_2 = \int B \, \mathrm{d}S = \frac{\mu_0 I_2 l}{2\pi} \int_a^{d-a} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{d-y} \right) \mathrm{d}y$$

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 I_2 l}{2\pi} \left(\ln \frac{d-a}{a} - \ln \frac{a}{d-a} \right) = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a} I_2 = L_{22} I_2$$

Pri predpostavki, da je $d \gg a$, ocenimo:

$$L_{22} \approx \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d}{a}$$

$$\frac{I_{20}}{I_{10}} = -\frac{2 \ln 2}{\frac{l}{d} \ln \frac{d}{a}}$$

Krožni pojav v prevodnem traku. Skozi prevoden trak poženemo izmeničen sinusen tok. Pričakujemo, da se bo tok po traku spreminjal po širini traka (saj se naboj običajno nabere na robovih telesa). Poznamo ω, debelino traku a in površinsko gostota naboja σ. Zzanima nas:

- $E_z(x)$, $j(x)$
- $Z(\omega)$ (impedanca), Z/R

Označimo $U = U_0 e^{i\omega t}$. Za reševanje bomo uporabljali Maxwellovi enačbi:

$$\nabla \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$$

Uporabili bomo kvazistatično aproksimacijo, ki pravi:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial e} \approx 0$$

Sledi:

$$\nabla \times (\nabla \times \overrightarrow{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \overrightarrow{B} = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \sigma \overrightarrow{E}$$

Hkrati je to enako

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \overrightarrow{E}) - \nabla^2 \overrightarrow{E}$$

Pri čemer je $\nabla \cdot (\nabla \cdot \overrightarrow{E}) = 0$

$$\nabla^2 \overrightarrow{E} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t} = 0$$

Ker je zaradi sinusne napetosti $\overrightarrow{E} \propto \exp(i\omega t)$, lahko zapišemo:

$$\nabla^2 \overrightarrow{E} - i\omega \mu_0 \sigma \overrightarrow{E} = 0$$

Označimo $\kappa^2 = i\omega\mu_0\sigma$ - tedaj je $\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)\sqrt{\omega\mu_0\sigma}$.

$$\nabla^2 \overrightarrow{E} - \kappa^2 \overrightarrow{E} = 0$$

Obravnavamo samo z komponento, za katero vemo, da je konstantna v smeri z in neodvisna od y. Sledi:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_z - \kappa^2 E_z = 0$$

Z robnim pogojem $E_z(x = \pm a/2) = E_0$ Tovrstno enačbo rešijo kotne ali hiperbolične funkcije. Vzemimo torej nastavek

$$E_z = A \cosh(\kappa x)$$

Funkcije sinh ne uporabimo, saj je robni pogoj simetričen. Ko vstavimo v robni pogoj, dobimo:

$$E_0 = A \cosh \frac{\kappa a}{2}$$

$$E_z(x) = \frac{E_0}{\cosh \frac{\kappa a}{2}} \cosh(\kappa x)$$

Ker je κ kompleksen, je to v resnici nekakšen produkt funkcij cos in cosh. Še vedno pa ta enačba velja (le v hiperbolični kosinus moramo vstavljati kompleksna števila).

$$\mathrm{j}_0 = \sigma E_{z,0}$$

Izračun impedance:

$$U_0 = E_0 l, \qquad I_0 = \int j_0 \,\mathrm{d}S$$

$$I_0 = \sigma \frac{E_0}{\cosh \frac{\kappa a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} \cosh \kappa x b \,\mathrm{d}x,$$

kjer smo z b označili višino traku (y smer).

$$I_0 = \frac{2\sigma E_0 b}{\kappa} \tanh \frac{\kappa a}{2}$$

$$Z = \frac{U_0}{I_0} \frac{l\kappa a}{a 2\sigma b \tanh \frac{\kappa a}{2}}$$

Vemo, da je

$$\frac{l}{\sigma ab} = \frac{\zeta l}{S} = R$$

$$Z = R\,\frac{(\kappa a)/2}{\tanh(\kappa a/2)}$$

Kotno hitrost ω smo uporabili v spremenljivki κ: $\kappa \propto \sqrt{\omega}$.

Poglejmo si robna pogoja majhnih in velikih ω:

$$\omega \ll 1 : \tanh \frac{\kappa a}{2} \approx \frac{\kappa a}{2} \Rightarrow z \approx R$$

$$\omega \gg 1 : \tanh \frac{\kappa a}{2} \approx 1 \Rightarrow Z = R \frac{\kappa a}{2}$$