Weak Edge k-Metric Dimension

Lovro Verk in Matevž Kusterle

December 2023

1 Definicije

Definicija 1 *Naj bo* $S \subseteq V(G)$ *in* $a, b \in V(G) \cup E(G)$*. Definiramo* $\Delta_S(a, b)$ *kot vsoto razlik razdalj od* a *in* b *do vsakega vozljišča* S*. Torej je*

$$\Delta_S(a,b) = \sum_{s \in S} |d(s,a) - d(s,b)|$$

.

Definicija 2 ***Šibka k-metrična dimenzija na povezavah*** *grafa* G $wedim_k(G)$*, je velikost/moč/kardinalno število najmanjše podmnožice* S *grafa* G*, tako da za vsak par povezav* $e, f \in E(G)$ *velja* $\Delta_S(e, f) \geq k$*.*

Definicija 3 *Naj bo* S *takšna podmnožica* $V(G)$*, da zanjo velja:* $\forall x, y \in V(G)$ *obstaja vsaj* k *različnih vozlišč* $v_1, v_2, \ldots, v_k \in S$*, tako da* $d_G(x, v_i) \neq d_G(y, v_i) \forall i = 1, \ldots, k$*. Potem je* S ***k-razrešitvena množica*** *za graf* G*.*

Definicija 4 $\kappa'(G)$ *je največje naravno število* k*, za katerega graf* G *vsebuje* k*-razrešitveno množico* S*.*

2 Problem

Za več vrst različnih grafov morava ugotoviti šibko k-metrično dimenzijo na povezavah in κ', ter pri tem določiti največjo možno vrednost k. Iz dobljenih rezultatov bo potrebno razbrati formule za dimenzije posameznih vrst grafov. Kasneje pa bova poiskala grafe, za katere se šibka k-metrična dimenzija na povezavah razlikuje od navadne šibke k-metrične dimenzije na povezavah.

3 Načrt dela

Najprej bova implementirala sledeče:

- funkcijo, ki sprejme graf G in vrednost k, ter vrne šibko k-metrično dimenzijo na povezavah grafa
- funkcijo, ki določi največjo vrednost k grafa G
- funkcijo, ki sprejme graf G in vrednost k, ter vrne šibko k-metrično dimenzijo grafa, da bomo primerjali dimenzije
- funkcijo, ki sprejme graf G in vrne njegovo κ' vrednost

Potem pa bova te funkcije testitirala na pripravljenih grafih in skušala priti do predvidenih ciljev naloge.

4 Predlagani zaključki

Trenutno za κ' še nimava dokončnih rezultatov, ampak se zdi, da bodo za naslednje družine grafov rezultati sledeči:

- poti: $n - 3$
- cikli: $2 * \lceil (n - 4)/2 \rceil$
- polni grafi: 0
- dvodelni polni grafi: 0