

Dopasowanie funkcji do danych pomiarowych

Jacek Pawlyta

Kiedy do danych dopasowujemy funkcję?

- Wykonaliśmy pomiary jakiejś zależności
- Znamy postać „teoretyczną” tej zależności
- Mamy dwie wielkości zmierzone – jedna z wielkości zależy od zmiany drugiej
- Zmiany jednej z wielkości rejestrowane były w funkcji zmian drugiej z nich w interesującym nas zakresie

Metody dopasowania funkcji do danych

- Regresja liniowa metodą najmniejszych kwadratów
- W przypadku spodziewanej nieliniowej zależności:
linearyzacja zmiennych + regresja liniowa metodą najmniejszych kwadratów
- Regresja nieliniowa metodą najmniejszych kwadratów z wykorzystaniem metod iteracyjnych

Zasady dopasowania funkcji liniowej do danych – metoda graficzna

- Na papierze milimetrowym sporządzamy wykres zmierzonej zależności
- Sprawdzamy, czy postać „teoretyczna” badanej zależności jest liniowa
- Sprawdzamy wzrokowo czy dane układają się na linii prostej
- Przy pomocy przezroczystej linijki dopasowujemy prostą do punktów w taki sposób, żeby przechodziła ona jak najbliżej wszystkich punktów pomiarowych i tak, aby mniej więcej jednakowa liczba punktów leżała nad i pod prostą

Zasady dopasowania funkcji liniowej do danych – metoda najmniejszych kwadratów

- Sporządzamy wykres zmierzonej zależności
- Sprawdzamy, czy postać „teoretyczna” badanej zależności jest liniową
- Sprawdzamy wzrokowo czy dane układają się na linii prostej
- Współczynnik kierunkowy prostej oraz wyraz wolny wraz z niepewnościami obliczamy korzystając z zależności:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i, \quad D = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$a = \frac{1}{D} \sum y_i (x_i - \bar{x}),$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{S^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum [y_i - (ax_i + b)]^2}{n-2}}$$

$$u(a) = \frac{s_y}{\sqrt{D}},$$

$$u(b) = s_y \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{D}}$$

Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego np. LibreOffice Calc

Wpisujemy dane do arkusza

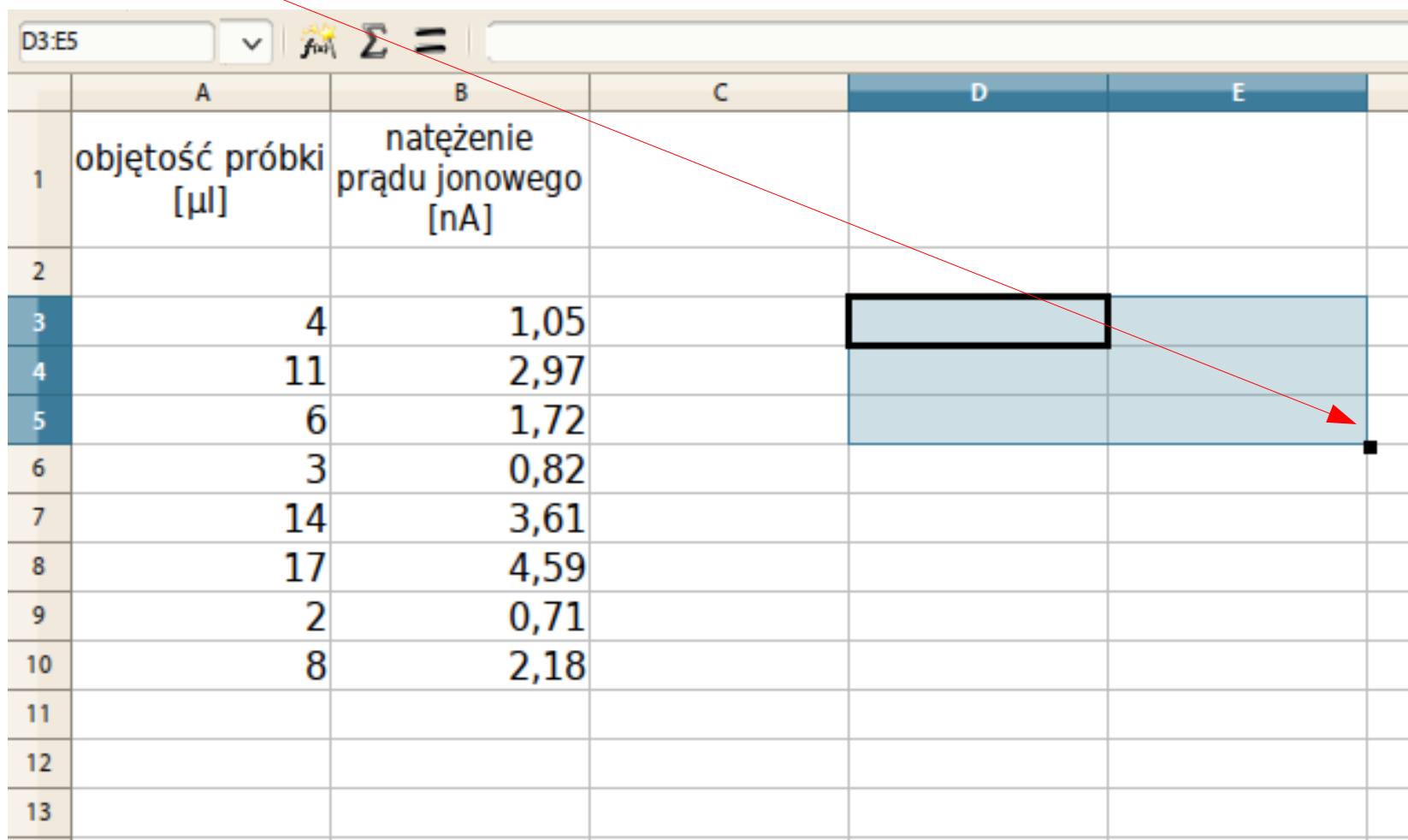
	A	B	C	D	E
1	objętość próbki [μl]	natężenie prądu jonowego [nA]			
2					
3	4	1,05			
4	11	2,97			
5	6	1,72			
6	3	0,82			
7	14	3,61			
8	17	4,59			
9	2	0,71			
10	8	2,18			
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					

Kolumna
wartości x

Kolumna
wartości y

Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego np. LibreOffice Calc

Zaznaczamy obszar na wypisanie wyników regresji
(2 kolumny po 3 wiersze),



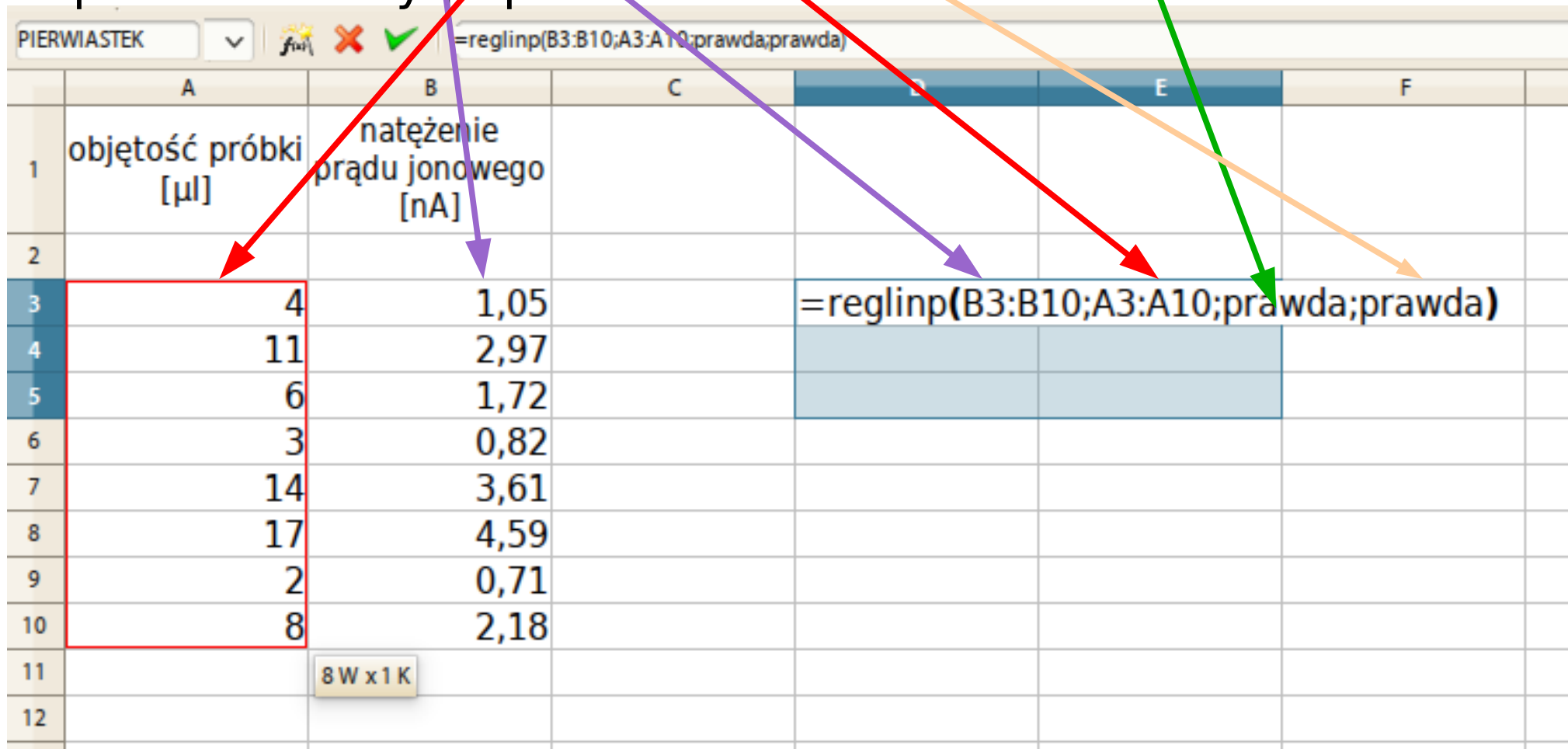
	A	B	C	D	E
1	objętość próbki [μl]	natężenie prądu jonowego [nA]			
2					
3	4	1,05			
4	11	2,97			
5	6	1,72			
6	3	0,82			
7	14	3,61			
8	17	4,59			
9	2	0,71			
10	8	2,18			
11					
12					
13					

Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego np. LibreOffice Calc

W obszarze wpisujemy funkcję

=reglinp(**obszar Y**; **obszar X**; **czy liczyć wyraz wolny**; **czy podać dodatkowe informacje statystyczne**)




Wpisanie funkcji do całego zaznaczonego obszaru potwierdzamy poprzez CTRL-SHIFT-ENTER



	A	B	C	D	E	F
1	objętość próbki [μl]	natężenie prądu jonowego [nA]				
2						
3	4	1,05		=reglinp(B3:B10;A3:A10;prawda;prawda)		
4	11	2,97				
5	6	1,72				
6	3	0,82				
7	14	3,61				
8	17	4,59				
9	2	0,71				
10	8	2,18				
11						
12						

Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego np. LibreOffice Calc

Wynik w polach D3 do D5 i E3 do E5

D3					{=REGLINP(B3:B10;A3:A10;1;1)}	
	A	B	C	D	E	
1	objętość próbki [μl]	natężenie prądu jonowego [nA]				
2						
3	4	1,05		0,2595	0,098	
4	11	2,97		0,0060	0,058	
5	6	1,72		0,9968	0,0865	
6	3	0,82				
7	14	3,61				
8	17	4,59				
9	2	0,71				
10	8	2,18				
11						

Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego np. LibreOffice Calc

R^2 - czyli współczynnik determinacji przyjmuje wartości od 0 do 1 i opisuje jak dobrze dane układają się na prostej, dla idealnej prostej $R^2=1$

D3							
	A	B	C	D	E	F	
1	objętość próbki [μl]	natężenie prądu jonowego [nA]		$y=ax + b$			
2				a=	b=		
3	4	1,05		0,2595	0,098		
4	11	2,97	u(a)=	0,0060	0,058	=u(b)	
5	6	1,72	R ² =	0,9968	0,0865		
6	3	0,82					
7	14	3,61					
8	17	4,59					
9	2	0,71					
10	8	2,18					
11							
12							

Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego np. LibreOffice Calc

Sprawdzamy dopasowanie rysując prostą razem z punktami pomiarowymi

J16						
	A	B	C	D	E	F
1	objętość próbki [μl]	natężenie prądu jonowego [nA]		$y = a \cdot x + b$		
2				a=	b=	
3	4	1,05		0,2595	0,098	
4	11	2,97	u(a)=	0,0060	0,058	=u(b)
5	6	1,72	R ² =	0,9968	0,0865	
6	3	0,82				
7	14	3,61	x1=	=MIN(A3:A10)	=D7*D\$3+E\$3	=y1
8	17	4,59	x2=	=MAKS(A3:A10)	=D8*D\$3+E\$3	=y2
9	2	0,71				
10	8	2,18				
11						
12						
13						
14						
15						

Dopasowanie prostej metodą regresji liniowej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego np. LibreOffice Calc

Sprawdzamy dopasowanie rysując prostą razem z punktami pomiarowymi i niepewnościami

