

Badanie temperaturowej zależności współczynnika lepkości cieczy metodą wiskozymetru Höpplera

Informatyka – profil praktyczny, semestr II

Wydział Matematyki Stosowanej

Politechnika Śląska

Sekcja 5

Piotr Skowroński

Kwiecień 2022

1 Wstęp teoretyczny.

Każde ciało poruszające się w cieczy czy gazie doznaje siłę oporu, z powodu tego, że warstwy cieczy przylegającej do ciała będącego w ruchu pociągają za sobą coraz dalsze warstwy sąsiednie. Mamy tu do czynienia z przesuwaniem się jednych warstw cieczy względem drugich, co powoduje tarcie wewnętrzne, które spowalnia ruch cząstek i ciała. Ta siła oporu zależna jest od lepkości cieczy, a lepkość cieczy zależna jest od rodzaju cieczy, a co ważniejsze, od temperatury. Ruchy termiczne cząsteczek mają wpływ na siły oddziaływania międzycząsteczkowego. W cieczach wzrost prędkości ruchów termicznych siły te osłabia (lepkość maleje), w gazach sytuacja jest odwrotna.

Współczynnik lepkości cieczy można wyznaczyć przez wyznaczenie średniego czasu spadania kulki w cieczy.

Celem wykonywanego ćwiczenia jest wyznaczenie zależności współczynnika lepkości cieczy od temperatury metodą wiskozymetru Höpplera. Doświadczenie polega na mierzeniu czasu opadania kulki dla zmieniających się temperatur cieczy.

2 Pomiary

Podczas wykonywania doświadczenia w pracowni pomiary zapisywałem ręcznie na kartce. Następnie przepisałem wyniki moich pomiarów do pliku CSV, by umożliwić ich wykorzystanie w programie.

Użyłem języka Python w środowisku Jupyter Notebook. Wykorzystałem biblioteki *numpy* oraz *matplotlib*.

3 Obliczenia i wykresy

Obliczenie niepewności typu a (statystycznych) średnich czasów spadania $u_a(t_{sr})$.

Aby policzyć niepewności typu a skorzystamy ze wzoru:

$$u_a(t_{sr}) = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - t_{sr})^2} \cdot t_{\alpha, N}.$$

Gdzie:

$t_{\alpha, N}$ - Współczynnik Studenta Fishera, gdzie za α przyjmujemy 0.6828, a za N liczbę pomiarów w serii, czyli w naszym przypadku 2.

$$t_{\alpha=0.6828, N=5} = 1.141.$$

Tabela niepewności statystycznych:

| Lp. | t_{sr} , s | $u_a(t_{sr})$, s |
|-----|--------------|-------------------|
| 1. | 171.0 | 2.5 |
| 2. | 133.0 | 2.4 |
| 3. | 102.0 | 2.9 |
| 4. | 87.9 | 2.5 |
| 5. | 77.2 | 2.2 |
| 6. | 63.7 | 2.4 |

Obliczenie całkowitej niepewności czasów $u(t_{sr})$.

Aby policzyć niepewności całkowite czasów spadania $u(t_{sr})$ skorzystamy ze wzoru:

$$u(t_{sr}) = \sqrt{u_a^2(t_{sr}) + u_b^2(t_{sr})}.$$

Gdzie za $u_b(t_{sr})$ przyjmuje niepewność czasu reakcji człowieka $u_b(t_{sr})=0.3$ s

Obliczenie współczynnika lepkości oleju parafinowego η dla każdej temperatury T .

Do policzenia współczynnika lepkości η skorzystam ze wzoru:

$$\eta = K(\rho_k - \rho)t.$$

Gdzie:

$K = 1.2018 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s^2}$ - stała aparaturowa.

$\rho_k = 8150 \frac{kg}{m^3}$ - gęstość stalowej kulki.

ρ - gęstość oleju parafinowego w różnych temperaturach.

Obliczenie niepewności współczynnika lepkości η korzystając z prawa przenoszenia niepewności.

Wzór na prawo przenoszenia niepewności ma postać:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^k [\frac{\partial y}{\partial x_i} u(x_i)]^2}$$

Zatem prawo przenoszenia niepewności dla η ma postać:

$$u(\eta) = \sqrt{[K(\rho_k - \rho)u(t)]^2} = K(\rho_k - \rho)u(t).$$

Tabelka z danymi:

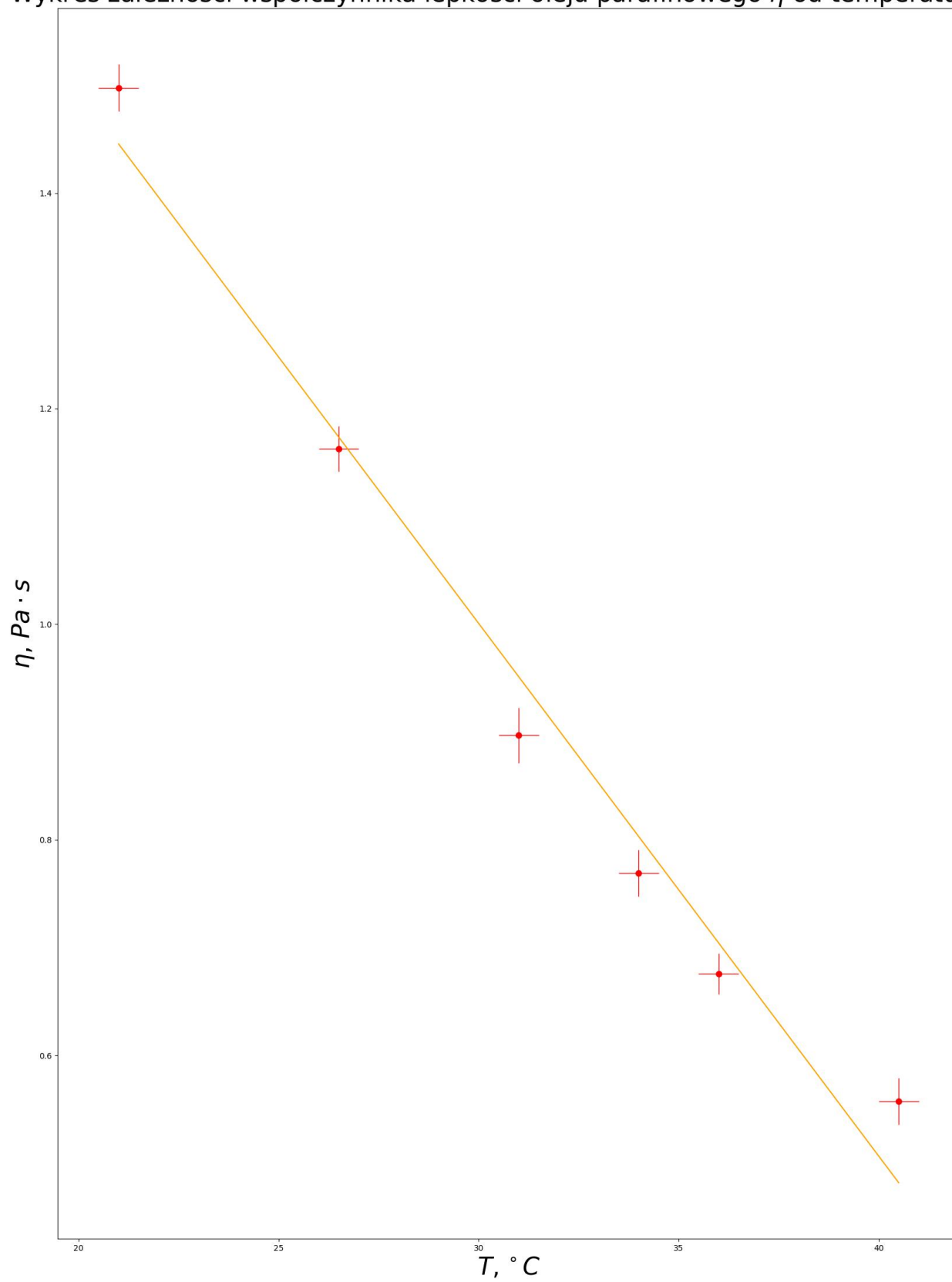
| Lp. | T, °C | t_{sr} , s | $u(t_{sr})$, s | η , Pa·s | $u(\eta)$, Pa·s |
|-----|-------|--------------|-----------------|---------------|------------------|
| 1. | 21.0 | 171.0 | 2.5 | 1.500 | 0.022 |
| 2. | 26.5 | 133.0 | 2.4 | 1.160 | 0.021 |
| 3. | 31.0 | 103.0 | 2.9 | 0.897 | 0.026 |
| 4. | 34.0 | 87.9 | 2.5 | 0.769 | 0.022 |
| 5. | 36.0 | 77.2 | 2.2 | 0.676 | 0.019 |
| 6. | 40.5 | 63.7 | 2.5 | 0.557 | 0.022 |

Wykres zależności współczynnika lepkości η od temperatury T i wykres zależności logarytmu naturalnego współczynnika lepkości $\ln(\eta)$ od odwrotności temperatury $\frac{1}{T}$.

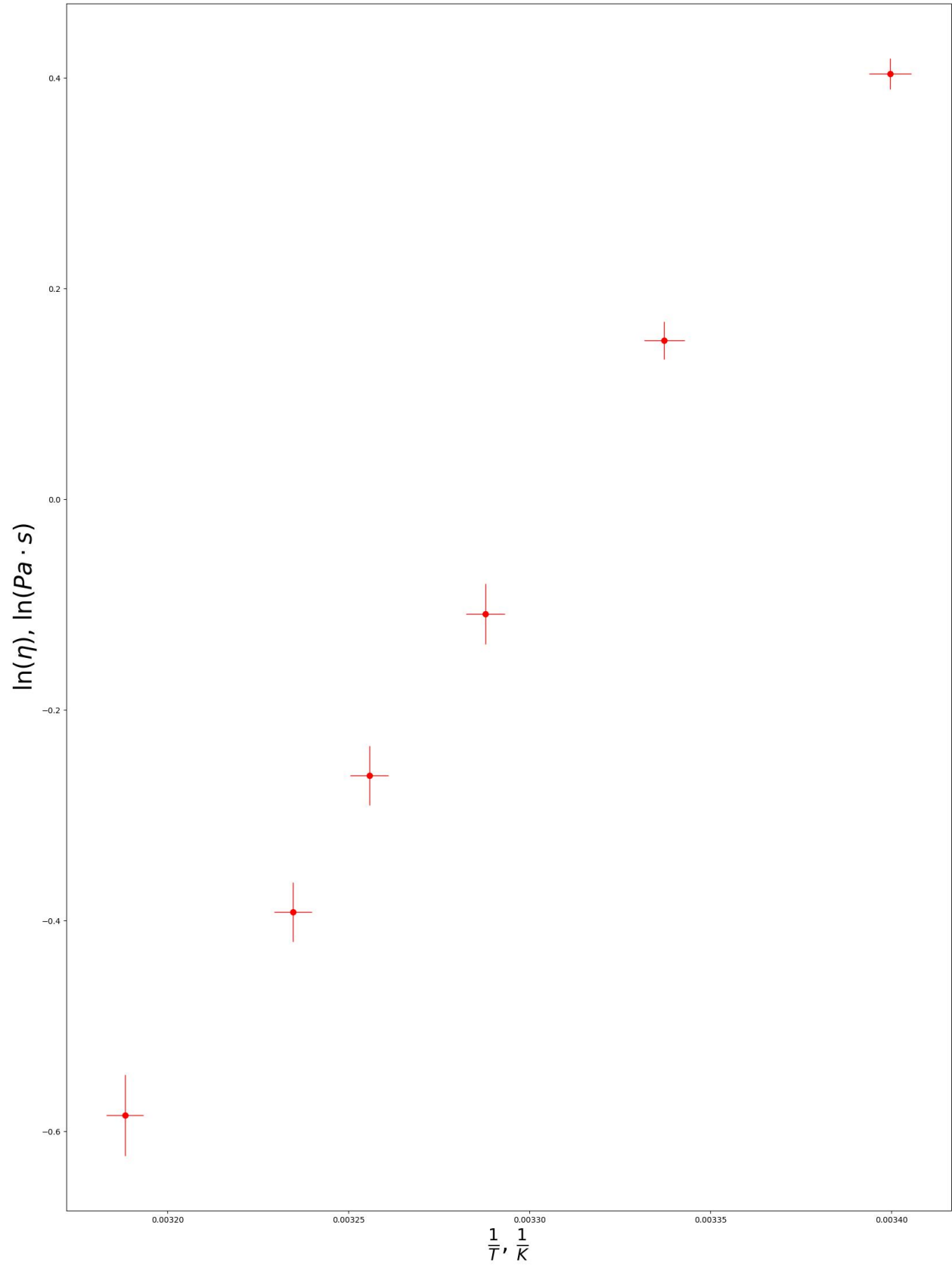
Za niepewność temperatury $u(T)$ przyjmujemy $0.5^\circ C$ związane z niedokładnym odczytem temperatury na termometrze.

Wykresy na następnych stronach:

Wykres zależności współczynnika lepkości oleju parafinowego η od temperatury T



Wykres zależności logarytmu naturalnego współczynnika lepkości η od odwrotności temperatury $\frac{1}{T}$



Wyznaczenie metodą regresji liniowej współczynników funkcji $\eta(T)$ wraz z niepewnościami.

Aby policzyć współczynniki kierunkowe prostych i wyrazy wolne skorzystamy ze wzorów:

$$a = \frac{nS_{xy} - S_x S_y}{nS_{xx} - S_x^2}, \quad b = \frac{S_{xx} S_y - S_x S_{xy}}{nS_{xx} - S_x^2}$$

Gdzie:

$$S_x = \sum_{i=1}^n x_i, \quad S_y = \sum_{i=1}^n y_i, \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$

Do obliczenia niepewności skorzystamy ze wzorów:

$$u(a) = \sqrt{\frac{n}{n-2} \cdot \frac{S_{\epsilon\epsilon}}{nS_{xx} - S_x^2}}, \quad u(b) = \sqrt{\frac{1}{n-2} \cdot \frac{S_{xx} S_{\epsilon\epsilon}}{nS_{xx} - S_x^2}}$$

Gdzie:

$$S_{\epsilon\epsilon} = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2, \quad \text{dla } \epsilon_i = y_i - ax_i - b$$

Po obliczeniach wartości współczynników są równe:

$$a = -0.0494 \frac{\text{Pa}\cdot\text{s}}{^\circ\text{C}},$$

$$b = 2.48 \text{ Pa}\cdot\text{s}.$$

Wartości niepewności współczynników prostej:

$$u(a) = 0.0037 \frac{\text{Pa}\cdot\text{s}}{^\circ\text{C}},$$

$$u(b) = 0.12 \text{ Pa}\cdot\text{s}.$$

Postać końcowa:

$$a = -0.0494(37) \frac{\text{Pa}\cdot\text{s}}{^\circ\text{C}},$$

$$b = 2.48(12) \text{ Pa}\cdot\text{s}.$$

Obliczenie współczynników regresji $b = \ln(A)$ i $a = W/k$ (wraz z niepewnościami) zależności opisującej temperaturową zależność współczynnika lepkości.

Temperaturowa zależność współczynnika lepkości:

$$\eta(T) = Ae^{\frac{W}{kT}}$$

Gdzie:

$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ - stała Boltzmanna.

W - energia aktywacji przepływu lepkiego.

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\ln(\eta(T)) = \ln(A) + \frac{W}{kT}$$

$$\ln(\eta(T)) = \frac{a}{T} + b$$

$$\ln(\eta(\frac{1}{T})) = aT + b$$

Teraz możemy obliczyć współczynniki regresji funkcji $f(\frac{1}{T}) = \ln(\eta)$, aby wyliczyć a i b .

$$a = 4790 \text{ K} \cdot \ln(\text{Pa} \cdot \text{s}),$$

$$b = -15.80 \ln(\text{Pa} \cdot \text{s}).$$

Niepewności:

$$u(a) = 120 \text{ K} \cdot \ln(\text{Pa} \cdot \text{s}),$$

$$u(b) = 0.40 \ln(\text{Pa} \cdot \text{s}).$$

Postać końcowa:

$$a = 4790(120) \text{ K} \cdot \ln(\text{Pa} \cdot \text{s}),$$

$$b = -15.80(40) \ln(\text{Pa} \cdot \text{s}).$$

Obliczenie energii aktywacji przepływu lepkiego W .

Aby policzyć energie aktywacji przepływu lepkiego, skorzystamy ze wzoru:

$$W = a \cdot k$$

Po wstawieniu danych:

$$W = 4790 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} = 6.61 \cdot 10^{-20} \frac{J}{mol}.$$

Przeliczniki:

$$1 \frac{J}{mol} = 1.66 \cdot 10^{-24} \text{ J}.$$

$$1 \text{ J} = 6.24 \cdot 10^{18} \text{ eV}.$$

Zapisanie wyniku w odpowiednich jednostkach:

$$W = 6.61 \cdot 10^{-20} \frac{J}{mol} = 1.10 \cdot 10^{-43} \text{ J}.$$

$$W = 1.10 \cdot 10^{-43} \text{ J} = 6.84 \cdot 10^{-25} \text{ eV}.$$

Obliczenie niepewności energii aktywacji przepływu lepkiego W korzystając z prawa przenoszenia niepewności.

Prawo przenoszenia niepewności dla W ma postać:

$$u(W) = \sqrt{[k \cdot u(a)]^2} = k \cdot u(a).$$

Po obliczeniach:

$$u(W) = 1.70 \cdot 10^{-21} \frac{J}{mol} = 2.8 \cdot 10^{-45} \text{ J}.$$

$$u(W) = 2.82 \cdot 10^{-45} \text{ J} = 1.8 \cdot 10^{-26} \text{ eV}.$$

Zapisanie wyniku i niepewności w stosownym formacie w J i eV.

Końcowa postać dla W w J i eV:

$$W = 1.100(28) \cdot 10^{-43} \text{ J}.$$

$$W = 6.84(18) \cdot 10^{-25} \text{ eV}.$$

Wnioski.

Na podstawie wykonanych obliczeń i wykresów, widać, że współczynnik lepkości cieczy η zależy od temperatury cieczy; im większa temperatura, tym współczynnik lepkości jest mniejszy, co za tym idzie, kulka opada szybciej.

Niepewności pomiarowe wynikają z niedokładnego odczytu temperatury na termometrze, niedokładnego zmierzenia czasu spowodowanego opóźnieniem w czasie reakcji człowieka.