

Naučno izračunavanje, Septembar1 rok, 12. septembar 2018.

Sa adrese

<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~andjelkaz/bhgk>

preuzeti arhivu **NI_septembar1_2018_materijali.zip** koja sadrži Jupyter sveske i materijale potrebne za rad. Na *Desktop*-u napraviti direktorijum sa imenom

NI_septembar1_2018_ImePrezime_BrojIndeksa

i u njemu čuvati rešenja zadataka. Sveska sa imenom **literatura.ipynb** sadrži linkove do zvaničnih dokumentacija koje je dozvoljeno koristiti u toku rada.

1. **(5 poena)** Jedan proizvođač kafe je u toku 12 nedelja pratio uspešnost prodaje kesica kafe u zavisnosti od širine dela police koju je imao na raspolaganju. Tako dobijene vrednosti su zabeležene u datoteci *coffee.csv*.

- Nacrtati grafik zavisnosti prodaje kesica kafe u odnosu na širine police. Da li postoji opravdanje za modelovanje ovog problema linearnom regresijom?
- Odrediti odgovarajući regresioni model. Za koliko se poveća prodaja kesica kafe ako se širina police poveća za 1 inč?
- Dati ocenu greške modela na osnovu kontrolnih podataka koji su sadržani u datoteci *coffee_validation.csv*.

2. **(8 poena)**

U obradi signala, autokorelacija predstavlja funkciju korelacije signala sa samim sobom pomerenim u vremenu. Pomoću nje se može odrediti i osnovna frekvencija periodičnog signala.

- Napisati funkciju *serial_correlation(x, lag)* koja izračunava tzv. serijsku korelaciju diskretizovanog signala x i signala x' koji se dobija pomeranjem signala x unazad za lag koraka.
- Napisati funkciju *autocorrelation(x)* koja izračunava vrednosti serijske korelacije diskretizovanog signala x za sve vrednosti pomeraja od 0 do polovine dužine signala.
- Učitati audio zapis *autocorrelation.wav* i izdvojiti uzorke koje pripadaju segmentu koji počinje u 0.2 sekundi i traje 0.01 sekundu.
- Nacrtati grafik autokorelacije za izdvojeni signal. Kojoj frekvenciji odgovara pik nacrtanog grafika?

3. **(7 poena)**

Za matricu $A_{m \times n}$ dimenzija $m \times n$ i ranga r , nenegativna matricna faktorizacija (eng. nonnegative matrix factorization) je aproksimacija matrice A matricnim proizvodom $W_{m \times k} H_{k \times n}$ matrica W i H dimenzija, redom, $m \times k$ i $k \times n$ ($k < r$) za koje važi $W_{m \times k} \geq 0$ i $H_{k \times n} \geq 0$.

Li-Seungov algoritam je jedan od algoritama koji se može upotrebiti za izračunavanje matrica W i H koji ima teorijsku garanciju konvergencije u konačnom broju koraka. Njegovi koraci su:

- Fiksirati vrednost parametra k .
- Inicijalizovati matrice W i H proizvoljnim pozitivnim vrednostima.
- Sve dok se ne dostigne maksimalni broj iteracija, primenjivati korak ažuriranja na nivou pojedinačnih elemenata $w_{i,j}$ i $h_{i,j}$ matrica W i H po pravilu: $H_{i,j}^{n+1} = H_{i,j}^n \frac{((W^n)^T A)_{i,j}}{((W^n)^T W^n H^n)_{i,j} + \epsilon}$ i $W_{i,j}^{n+1} = W_{i,j}^n \frac{(A(H^{n+1})^T)_{i,j}}{(W^n H^{n+1} (H^{n+1})^T)_{i,j} + \epsilon}$. Indeks n predstavlja redni broj iteracije.

Implementirati Li-Seungov algoritam i primeniti ga nad matricom A dimenzija 9×7 čiji se elementi nalaze u datoteci *matrica.csv*. Za vrednost novog ranga k uzeti broj 4, za vrednost ϵ parametra 10^{-9} , a za maksimalni broj iteracija uzeti 100. Ispisati rezultujuće matrice.

4. **(5 poena)**

Koristeći metode optimizacije, odrediti površinu najvećeg pravougaonika koji može biti upisan u krug poluprečnika 4.