

Pismeni ispit iz Naučnog izračunavanja, 6. jul 2019.

Zadaci se rade 120 minuta. Na desktopu je potrebno kreirati folder čiji je naziv oblika NI_jun2_ImePrezime_BrojIndeksa i u njemu sačuvati fajlove 1.ipynb, 2.ipynb, 3.ipynb i 4.ipynb, koji predstavljaju rešenja zadataka.

1. U tabeli se nalaze informacije o potrošenom novcu u hiljadama dolara za reklamiranje na Facebooku, Instagramu, Twitteru i Youtubeu, kao i o prodatoj količini određenog proizvoda:

Facebook	Instagram	Twitter	Youtube	Prodaja
230.1	37.8	64.5	69.2	22.1
44.5	39.3	39.7	45.1	10.4
17.2	45.9	71.7	69.3	9.3
151.5	41.3	55.4	58.5	18.5
180.8	10.8	60.2	58.4	12.9

Kreirati linearni model kojim se predviđa prodaja na osnovu cena reklamiranja. Izbaciti, ukoliko postoje, neke attribute, tako da preostali atributi u parovima nisu visoko korelisani. Dva atributa sa vrednostima $x = (x_1, \dots, x_n)$ i $y = (y_1, \dots, y_n)$ su visoko korelisana ako je njihov Pirsonov koeficijent korelacije veći od 0.8. Pirsonov koeficijent korelacije je određen sa

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

gde je $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ i $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$. (6 poena)

2. Generisati `numpy` binarnu matricu dimenzija 16×16 , u kojoj se naizmenično smenjuju vrednosti 0 i 1, odnosno za svaki element, polja levo, desno, iznad i ispod njega imaju različitu vrednost. Funkcijom `imshow` iz `matplotlib.pyplot` paketa prikazati je kao sliku u nijansi sive. Kreirati žig-matricu dimenzija istih kao polazna matrica, čije su sve vrednosti 0, osim na mestima gde se nalazi žig, gde je vrednost odgovarajućeg elementa 10. Žig treba da ima izgled četvrtine kruga sa centrom u elementu $(0, 0)$ i poluprečnika 10. Četvrtina kruga polazi od prve vrste i završava se u prvoj koloni, zahvatajući pritom kružni oblik kroz neke elemente žig-matrice, a koordinate tačaka na krugu su celobrojne (koordinate tačaka odgovaraju koordinatama elemenata). Funkcijom `imshow` prikazati izgled žiga. Izvršiti zatim 2D Furijeovu transformaciju na polaznu matricu i, nakon šiftovanja u frekvencijskom domenu, primeniti generisani žig, a zatim se vratiti u vremenski domen. Dobijenu matricu takođe prikazati funkcijom `imshow`. Opisati na koji način se promenio izgled polazne matrice. (6 poena)

3. Za simetričnu realnu matricu A , metoda Rejljevog koeficijenta služi za pronalaženje aproksimacije njene najveće sopstvene vrednosti i njoj odgovarajućeg vektora. Za proizvoljno izabran početni vektor b_0 , svaki naredni vektor se iterativno može dobiti od prethodnog pomoću $b_{i+1} = \frac{(A - \mu_i I)^{-1} b_i}{\|(A - \mu_i I)^{-1} b_i\|_2}$, pri čemu je $\mu_i = \frac{b_i^T A b_i}{b_i^T b_i}$. Napisati program kojim se na ovaj način aproksimira najveća sopstvena vrednost i njoj odgovarajući sopstveni vektor matrice $A = \left[\frac{i^2 + j^2}{(i+j+1)^2} \right]_{1 \leq i, j \leq 3}$. Uporediti dobijeno rešenje sa rezultatom bibliotečke funkcije za nalaženje sopstvenih vrednosti i vektora. (5 poena)

4. Date su četiri gomile predmeta koje su teške 18 kg, 15 kg, 23 kg i 12 kg, i čija je vrednost po kilogramu 310 \$, 380 \$, 350 \$ i 285 \$, respektivno. Na raspolaganju su tri džaka, čija je nosivost 10 kg, 16 kg i 8 kg. Sa proizvoljne gomile se može uzeti bilo koji deo predmeta i spakovati u proizvoljan džak, a cilj je odrediti koliko dela predmeta treba uzeti od svake gomile i u koje džakove šta treba spakovati, da bi ukupna vrednost predmeta u džakovima bila što veća. Formulirati navedeni problem kao problem linearnog programiranja, odnosno definisati najpre na osnovu opisa promenljive u modelu, a zatim i funkciju cilja i ograničenja. Iskoristiti zatim biblioteku funkciju `linprog` iz paketa `scipy.optimize` za nalaženje tražene maksimalne vrednosti profita. (8 poena)