

Naučno izračunavanje, Jun1 rok, 12. jun 2021.

Na Desktop-u u arhivi sa imenom *NI_jun1_2021_materijali.zip* nalaze se Jupyter sveske i materijali potrebni za rad. Raspakovati arhivu pa dobijeni direktorijum preimenovati tako da odgovara vašim podacima u formi *NI_jun1_2021_ImePrezime_BrojIndeksa*. Zatim mu pristupiti iz terminala pokretanjem komande *jupyter notebook*.

Na Desktop-u se nalazi i direktorijum sa imenom *docs* u kojem se nalazi dokumentacija.

1. (10 poena)

Jakobijeva metoda rešavanja sistema linearnih jednačina $Ax = b$ spada u grupu metoda sa takozvanim statičkim matricama preuslovljavanja koje pomažu pri rešavanju sistema koji su loše uslovljeni ili retki. Prvi korak ove metode podrazumeva razlaganje kvadratne matrice A na matricu dijagonalnih elemenata D i matricu R tako da je $A = D + R$. Dalje se prati korak iteracije $x^{k+1} = D^{-1}(b - Rx^k)$ tj. $x_i^{k+1} = \frac{1}{a_{ii}}(b_i - \sum_{i \neq j} a_{ij}x_j^k)$, $i = 1, 2, \dots$ kojim se polazeći od proizvoljno izabranog rešenja x_0 nakon određenog broja iteracija stiže do tačnog rešenja.

- a) Napisati funkciju *solver(A, b, x0, number_of_iterations)* koja za zadatu matricu A , vektor b , početno rešenje x_0 i broj iteracija *number_of_iterations* pronalazi rešenje sistema Jakobijevom metodom.

- b) Primeniti prethodnu funkciju nad matricom $A = \begin{pmatrix} 10 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 11 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 10 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ i vektorom $b = \begin{pmatrix} 6 \\ 25 \\ -11 \\ 15 \end{pmatrix}$ za početno

rešenje $x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ i broj iteracija 10.

- c) Uporediti dobijeno rešenje sa rešenjem koje se dobija korišćenjem bibliotečke funkcije. Kolika greška se pravi?
- d) Kolika je uslovljenost matrice A ?

2. (11 poena)

U datoteci *flights.csv* nalaze se informacije o letovima jedne avio kompanije. Svaki red ove datoteke sadrži informacije o polazištu i destinaciji uz propratne attribute. Koristeći *PageRank* algoritam biblioteke *networkx* potrebno je odrediti najznačajniji i najmanje značajan aerodrom ove saobraćajne mreže.

- a) Učitati podatke koji se nalaze u datoteci *flights.csv*, a potom ih pripremiti za rad brisanjem redova koji u kolonama *Source Airport ID* ili *Destination Airport ID* imaju naznaku nedostajuće vrednosti $\backslash \backslash N$. Potom ove kolone transformisati u numeričke vrednosti.
- b) Koristeći jedinstvene identifikatore polazišta i odredišta letova kreirati graf saobraćaja. Za svaki let koji spaja polazište i odredište potrebno je uvećati težinu grane grafa između čvorova za 1.
- c) Korišćenjem *PageRank* algoritma odrediti najvažniji i najmanje važan čvor grafa. Broj iteracija postaviti na 100, a *alfa* parametar na 0.85.
- d) Koliko letova je saobraćalo sa najvažnijim čvorom kao polazištem? Koliko različitih destinacija je pokriveno letovima sa ovog aerodroma?
- e) Koliko letova je saobraćalo sa najmanje važnim čvorom kao polazištem?

3. (9 poena)

Himerova funkcija je funkcija oblika $f(x, y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$.

- a) Napisati funkciju koja računa vrednost Himerove funkcije.
- b) Napisati funkciju koja računa gradijent Himerove funkcije.
- c) Napisati funkciju koja računa hesijan Himerove funkcije.
- d) Polazeći od tačke $(0.5, -2)$ odrediti minimum Himerove funkcije koristeći neku od varijanti Njutnove metode. Koliko iznosi vrednost minimuma i u kojoj tački se postiže?
- e) Za tačke koje imaju fiksiranu vrednost x koordinate na 0.5 i koordinatu y u rasponu od -2 do 2 sa korakom 0.25, nacrtati grafik zavisnosti broja iteracija potrebnih za konvergenciju funkcije.