

Naučno izračunavanje, Septembar2, 27. septembar 2018.

Sa adrese

<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~andjelkaz/mkat>

preuzeti arhivu **NI_septembar2_2018_materijali.zip** koja sadrži Jupyter sveske i materijale potrebne za rad. Na *Desktop*-u napraviti direktorijum sa imenom

NI_septembar2_2018_ImePrezime_BrojIndeksa

i u njemu čuvati rešenja zadataka. Sveska sa imenom **literatura.ipynb** sadrži linkove do zvaničnih dokumentacija koje je dozvoljeno koristiti u toku rada.

1. **(6 poena)** Jedan od načina za predviđanje buduće vrednosti vremenske serije baziran je na linearnoj predikciji oblika $y(n) = a_1y(n-1) + a_2y(n-2) + a_3y(n-3)$.

- a) Napisati funkciju koja za zadate vrednosti promenljive y korišćenjem metode najmanjih kvadrata određuje koeficijente a_1 , a_2 i a_3 linearne predikcije.
- b) U datoteci *shampoo.csv* se nalaze informacije o prodaji šampona u prethodnih tri godine. Pročitati podatke koji se nalaze u ovoj datoteci i prikazati grafik zavisnosti prodaje u vremenu.
- c) Korišćenjem funkcije implementirane u tački a) dati ocenu vrednosti prodaje za narednih 5 meseci.

2. **(7 poena)**

- a) Na osnovu slike *autumn.jpg* dimenzija 300x200 piksela napraviti crno-belu sliku *autumn_panel.jpg* koja sadrži 2 njena ponavljanja po horizontali i 3 njena ponavljanja po vertikali. Prikazati ovako dobijenu sliku.
- b) Odrediti i prikazati Furijeov spektar ovako dobijene slike.
- c) Kakav efekat se postiže ako se iz centra Furijeovog spektra iseče kvadrat veličine 100? Prikazati rezultat.

3. **(6 poena)**

Jedna modifikacija metode stepenovanja je takozvana *inverzna metoda stepenovanja*. Inverzna metoda stepenovanja se koristi za pronalaženje najmanje sopstvene vrednosti matrice jer je poznato da su sopstvene vrednosti inverza matrice jednake recipročnim vrednostima sopstvenih vrednosti polazne matrice. Ovaj metod kao osnovni korak ima iteraciju $Ax_{k+1} = x_k$, a zaustavni kriterijum se upotpunjuje Rejlejtovim kriterijumom $|r_{k+1} - r_k| < \epsilon|r_{k+1}|$, $r_k = x_k^T Ax_k$ koji se izračunava nad normiranim vektorima x_k i x_{k+1} .

- a) Napisati funkciju *inverse_power_method*($A, x_0, \epsilon, \text{max_iteration}$) koja izračunava najmanju sopstvenu vrednost matrice A .

- b) Izračunati najmanju sopstvenu vrednost matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ koristeći implementiranu funkciju. Za vektor x_0 uzeti jedinični vektor, za tačnost ϵ vrednost 0.001, a za maksimalni broj iteracija 10000. Uporediti ovako dobijenu vrednost sa vrednošću koja se dobija korišćenjem bibliotečke funkcije.

4. **(6 poena)**

Korišćenjem optimizacionih metoda odrediti tačku (x, y) krive $y = x^2 + 1$ koja je najbliža tački $(0, 2)$. Nacrtati na grafiku zadatau krivu i tačku, kao i dobijena rešenja.