

Tipos abstractos de datos básicos

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

Índice

1. TAD BOOL	2
2. TAD NAT	3
3. TAD TUPLA ($\alpha_1, \dots, \alpha_n$)	4
4. TAD SECUENCIA (α)	4
5. TAD CONJUNTO (α)	5
6. TAD MULTICONJUNTO (α)	6
7. TAD ARREGLO DIMENSIONABLE (α)	8
8. TAD PILA (α)	8
9. TAD COLA (α)	9
10. TAD ÁRBOL BINARIO (α)	10
11. TAD DICCIONARIO (CLAVE, SIGNIFICADO)	11
12. TAD COLA DE PRIORIDAD (α)	12

2. TAD NAT

TAD NAT

géneros nat

exporta nat, generadores, observadores, +, −, ×, <, ≤, mín, máx

usa BOOL

igualdad observacional

$$(\forall n, m : \text{nat}) \left(n =_{\text{obs}} m \iff \left((n = 0? =_{\text{obs}} m = 0?) \wedge_L (\neg(n = 0?) \Rightarrow_L (\text{pred}(n) =_{\text{obs}} \text{pred}(m))) \right) \right)$$

observadores básicos

• = 0? : nat \longrightarrow bool

pred : nat n \longrightarrow nat $\{ \neg(n = 0?) \}$

generadores

0 : \longrightarrow nat

suc : nat \longrightarrow nat

otras operaciones

• + • : nat \times nat \longrightarrow nat

• − • : nat $n \times$ nat m \longrightarrow nat $\{ m \leq n \}$

• × • : nat \times nat \longrightarrow nat

• < • : nat \times nat \longrightarrow bool

• ≤ • : nat \times nat \longrightarrow bool

mín : nat \times nat \longrightarrow nat

máx : nat \times nat \longrightarrow nat

axiomas $\forall n, m: \text{nat}$

0 = 0? \equiv true

suc(n) = 0? \equiv false

pred(suc(n)) \equiv n

$n + m$ \equiv **if** $m = 0?$ **then** n **else** $\text{suc}(n + \text{pred}(m))$ **fi**

$n - m$ \equiv **if** $m = 0?$ **then** n **else** $\text{pred}(n) - \text{pred}(m)$ **fi**

$n \times m$ \equiv **if** $m = 0?$ **then** 0 **else** $n \times \text{pred}(m) + n$ **fi**

$n < m$ \equiv $\neg(m = 0?) \wedge_L (n = 0? \vee_L \text{pred}(n) < \text{pred}(m))$

$n \leq m$ \equiv $n < m \vee n = m$

mín(n, m) \equiv **if** $m < n$ **then** m **else** n **fi**

máx(n, m) \equiv **if** $m < n$ **then** n **else** m **fi**

Fin TAD

3. TAD TUPLA($\alpha_1, \dots, \alpha_n$)

TAD TUPLA($\alpha_1, \dots, \alpha_n$)

igualdad observacional

$$(\forall t, t' : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) (t =_{\text{obs}} t' \iff (\pi_1(t) =_{\text{obs}} \pi_1(t') \wedge \dots \wedge \pi_n(t) =_{\text{obs}} \pi_n(t')))$$

parámetros formales

géneros $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

géneros $\text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$

exporta tupla , generadores, observadores

observadores básicos

$$\pi_1 : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_1$$

\vdots

$$\pi_n : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_n$$

generadores

$$\langle \bullet, \dots, \bullet \rangle : \alpha_1 \times \dots \times \alpha_n \longrightarrow \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

axiomas $\forall a_1 : \alpha_1 \dots \forall a_n : \alpha_n$

$$\pi_1(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_1$$

$$\vdots \equiv \vdots$$

$$\pi_n(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_n$$

Fin TAD

4. TAD SECUENCIA(α)

TAD SECUENCIA(α)

igualdad observacional

$$(\forall s, s' : \text{secu}(\alpha)) \left(s =_{\text{obs}} s' \iff \left(\begin{array}{l} \text{vacía?}(s) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(s') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(s) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{prim}(s) =_{\text{obs}} \text{prim}(s') \wedge \text{fin}(s) =_{\text{obs}} \text{fin}(s'))) \end{array} \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{secu}(\alpha)$

exporta $\text{secu}(\alpha)$, generadores, observadores, &, o, ult, com, long, está?

usa **BOOL**, **NAT**

observadores básicos

$$\text{vacía?} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\text{prim} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \alpha \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{fin} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha) \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

generadores

$\langle \rangle$: $\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
 $\bullet \bullet \bullet$: $\alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

otras operaciones

$\bullet \circ \bullet$: $\text{secu}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
 $\bullet \& \bullet$: $\text{secu}(\alpha) \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
 ult : $\text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \alpha$ $\{\neg \text{vacía?}(s)\}$
 com : $\text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$ $\{\neg \text{vacía?}(s)\}$
 long : $\text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$
 está? : $\alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

axiomas $\forall s, t: \text{secu}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\langle \rangle) \equiv \text{true}$
 $\text{vacía?}(e \bullet s) \equiv \text{false}$
 $\text{prim}(e \bullet s) \equiv e$
 $\text{fin}(e \bullet s) \equiv s$
 $s \circ e \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } e \bullet \langle \rangle \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \circ e) \text{ fi}$
 $s \& t \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } t \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \& t) \text{ fi}$
 $\text{ult}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \text{prim}(s) \text{ else } \text{ult}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$
 $\text{com}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \langle \rangle \text{ else } \text{prim}(s) \bullet \text{com}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$
 $\text{long}(s) \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{long}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$
 $\text{está?}(e, s) \equiv \neg \text{vacía?}(s) \wedge_{\text{L}} (e = \text{prim}(s) \vee \text{está?}(e, \text{fin}(s)))$

Fin TAD

5. TAD CONJUNTO(α)

TAD CONJUNTO(α)

igualdad observacional

$(\forall c, c' : \text{conj}(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(a \in c =_{\text{obs}} a \in c')))$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{conj}(\alpha)$

exporta $\text{conj}(\alpha)$, generadores, observadores, $\emptyset?$, \cup , \cap , $\#$, $\bullet - \{\bullet\}$, dameUno, sinUno, \subseteq , $\bullet - \bullet$

usa **BOOL**, **NAT**

observadores básicos

$\bullet \in \bullet$: $\alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

generadores

\emptyset : $\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$

Ag : $\alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$

otras operaciones

$\emptyset?$: $\text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

vacío?	$: \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$	
$\{\bullet, \dots, \bullet\}$	$: \alpha \times \dots \times \alpha$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
$\#$	$: \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$	
$\bullet - \{\bullet\}$	$: \text{conj}(\alpha) \times \alpha$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
$\bullet \cup \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
$\bullet \cap \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
dameUno	$: \text{conj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \alpha$	$\{-\emptyset?(c)\}$
sinUno	$: \text{conj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	$\{-\emptyset?(c)\}$
$\bullet \subseteq \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$	
$\bullet - \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	

axiomas $\forall c, d: \text{conj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$

$a \in \emptyset$	$\equiv \text{false}$
$a \in \text{Ag}(b, c)$	$\equiv (a = b) \vee (a \in c)$
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv \text{true}$
$\emptyset?(\text{Ag}(b, c))$	$\equiv \text{false}$
$\text{vacío?}(\emptyset)$	$\equiv \emptyset?(\emptyset)$
$\text{vacío?}(\text{Ag}(b, c))$	$\equiv \emptyset?(\text{Ag}(b, c))$
$\#(\emptyset)$	$\equiv 0$
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c - \{a\})$
$\{a_1, \dots, a_n\}$	$\equiv \text{Ag}(a_n, \dots, \text{Ag}(a_1, \emptyset))$
$c - \{a\}$	$\equiv c - \text{Ag}(a, \emptyset)$
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap d) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$
$\text{dameUno}(c) \in c$	$\equiv \text{true}$
$\text{sinUno}(c)$	$\equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$
$c \subseteq d$	$\equiv c \cap d = c$
$\emptyset - c$	$\equiv \emptyset$
$\text{Ag}(a, c) - d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } c - d \text{ else } \text{Ag}(a, c - d) \text{ fi}$

Fin TAD

6. TAD MULTICONJUNTO(α)

TAD MULTICONJUNTO(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{multiconj}(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(\#(a, c) =_{\text{obs}} \#(a, c'))))$$

parámetros formales

géneros	α	
géneros	$\text{multiconj}(\alpha)$	
exporta	$\text{multiconj}(\alpha), \text{generadores}, \text{observadores}, \in, \emptyset?, \#, \cup, \cap, \in, \bullet - \{ \bullet \}, \text{dameUno}, \text{sinUno}$	
usa	BOOL, NAT	
observadores b�sicos		
$\#$	$: \alpha \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
generadores		
\emptyset	$:$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
Ag	$: \alpha \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
otras operaciones		
$\bullet \in \bullet$	$: \alpha \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
$\emptyset?$	$: \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$
$\#$	$: \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
$\bullet - \{ \bullet \}$	$: \text{multiconj}(\alpha) \times \alpha$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
$\bullet \cup \bullet$	$: \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
$\bullet \cap \bullet$	$: \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$
dameUno	$: \text{multiconj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \alpha \qquad \{-\emptyset?(c)\}$
sinUno	$: \text{multiconj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \text{multiconj}(\alpha) \qquad \{-\emptyset?(c)\}$
axiomas	$\forall c, d: \text{multiconj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$	
$\#(a, \emptyset)$	$\equiv 0$	
$\#(a, \text{Ag}(b, c))$	$\equiv \text{if } a = b \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} + \#(a, c)$	
$a \in c$	$\equiv \#(a, c) > 0$	
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv \text{true}$	
$\emptyset?(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv \text{false}$	
$\#(\emptyset)$	$\equiv 0$	
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c)$	
$\emptyset - \{a\}$	$\equiv \emptyset$	
$\text{Ag}(a, c) - \{b\}$	$\equiv \text{if } a = b \text{ then } c \text{ else } \text{Ag}(a, c - \{b\}) \text{ fi}$	
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$	
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$	
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$	
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap (d - \{a\})) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$	
$\text{dameUno}(c) \in c$	$\equiv \text{true}$	
$\text{sinUno}(c)$	$\equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$	

Fin TAD

<code>vacía?</code>	<code>: pila(α)</code>	\longrightarrow <code>bool</code>	
<code>tope</code>	<code>: pila(α) p</code>	\longrightarrow α	$\{\neg \text{vacía?}(p)\}$
<code>desapilar</code>	<code>: pila(α) p</code>	\longrightarrow <code>pila(α)</code>	$\{\neg \text{vacía?}(p)\}$

generadores

<code>vacía</code>	<code>:</code>	\longrightarrow <code>pila(α)</code>
<code>apilar</code>	<code>: $\alpha \times$ pila(α)</code>	\longrightarrow <code>pila(α)</code>

otras operaciones

<code>tamaño</code>	<code>: pila(α)</code>	\longrightarrow <code>nat</code>
---------------------	--	------------------------------------

axiomas $\forall p: \text{pila}(\alpha), \forall e: \alpha$

<code>vacía?(vacía)</code>	\equiv <code>true</code>
<code>vacía?(apilar(e, p))</code>	\equiv <code>false</code>
<code>tope(apilar(e, p))</code>	\equiv e
<code>desapilar(apilar(e, p))</code>	\equiv p
<code>tamaño(p)</code>	\equiv if <code>vacía?(p)</code> then <code>0</code> else <code>1 + tamaño(desapilar(p))</code> fi

Fin TAD**9. TAD COLA(α)****TAD COLA(α)****igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{cola}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \left(\text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \left(\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} \left(\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c') \right) \right) \right) \right)$$

parámetros formales**géneros** α **géneros** `cola(α)`**exporta** `cola(α)`, generadores, observadores, tamaño**usa** `BOOL`, `NAT`**observadores básicos**

<code>vacía?</code>	<code>: cola(α)</code>	\longrightarrow <code>bool</code>	
<code>próximo</code>	<code>: cola(α) c</code>	\longrightarrow α	$\{\neg \text{vacía?}(c)\}$
<code>desencolar</code>	<code>: cola(α) c</code>	\longrightarrow <code>cola(α)</code>	$\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

<code>vacía</code>	<code>:</code>	\longrightarrow <code>cola(α)</code>
<code>encolar</code>	<code>: $\alpha \times$ cola(α)</code>	\longrightarrow <code>cola(α)</code>

otras operaciones

<code>tamaño</code>	<code>: cola(α)</code>	\longrightarrow <code>nat</code>
---------------------	--	------------------------------------

axiomas $\forall c: \text{cola}(\alpha), \forall e: \alpha$

<code>vacía?(vacía)</code>	\equiv <code>true</code>
----------------------------	----------------------------

```

vacía?(encolar(e,c))      ≡ false
próximo(encolar(e,c))    ≡ if vacía?(c) then e else próximo(c) fi
desencolar(encolar(e,c)) ≡ if vacía?(c) then vacía else encolar(e, desencolar(c)) fi
tamaño(c)                ≡ if vacía?(c) then 0 else 1 + tamaño(desencolar(c)) fi

```

Fin TAD

10. TAD ÁRBOL BINARIO(α)

TAD ÁRBOL BINARIO(α)

igualdad observacional

$$(\forall a, a' : \text{ab}(\alpha)) \left(a =_{\text{obs}} a' \iff \left(\text{nil?}(a) =_{\text{obs}} \text{nil?}(a') \wedge_L (\neg \text{nil?}(a) \Rightarrow_L (\text{raiz}(a) =_{\text{obs}} \text{raiz}(a'))) \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

géneros $\text{ab}(\alpha)$

exporta $\text{ab}(\alpha)$, generadores, observadores, tamaño, altura, tamaño, inorder, preorder, postorder

usa BOOL , NAT , $\text{SECUENCIA}(\alpha)$

observadores básicos

nil?	: $\text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$	
raiz	: $\text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \alpha$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
izq	: $\text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
der	: $\text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$

generadores

nil	:	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$
bin	: $\text{ab}(\alpha) \times \alpha \times \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$

otras operaciones

altura	: $\text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
tamaño	: $\text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$
inorder	: $\text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
preorder	: $\text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
postorder	: $\text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$
esHoja?	: $\text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$

axiomas $\forall a, b : \text{ab}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{nil?}(\text{nil})$	$\equiv \text{true}$
$\text{nil?}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv \text{false}$
$\text{raiz}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv e$
$\text{izq}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv a$
$\text{der}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv b$
$\text{altura}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{máx}(\text{altura}(\text{izq}(a)), \text{altura}(\text{der}(a))) \text{ fi}$

```

tamaño(a)      ≡ if nil?(a) then 0 else 1 + tamaño(izq(a)) + tamaño(der(a)) fi
inorder(a)     ≡ if nil?(a) then <> else inorder(izq(a)) & (raiz(a) • inorder(der(a))) fi
preorder(a)    ≡ if nil?(a) then <> else (raiz(a) • preorder(izq(a))) & preorder(der(a)) fi
postorder(a)   ≡ if nil?(a) then <> else postorder(izq(a)) & (postorder(der(a)) o raiz(a)) fi
esHoja?(a)     ≡ if nil?(a) then false else (nil?(izq(a)) & nil?(der(a))) fi

```

Fin TAD

11. TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)**igualdad observacional**

$$(\forall d, d' : \text{dicc}(\kappa, \sigma)) \left(d =_{\text{obs}} d' \iff \left((\forall c : \kappa) (\text{def?}(c, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(c, d') \wedge_{\text{L}} (\text{def?}(c, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(c, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d'))) \right) \right)$$

parámetros formales**géneros** clave, significado**géneros** dicc(clave, significado)**exporta** dicc(clave, significado), generadores, observadores, borrar, claves**usa** BOOL, NAT, CONJUNTO(CLAVE)**observadores básicos**

def?	: clave × dicc(clave, significado)	→ bool	
obtener	: clave c × dicc(clave, significado) d	→ significado	{def?(c, d)}

generadores

vacío	:	→ dicc(clave, significado)
definir	: clave × significado × dicc(clave, significado)	→ dicc(clave, significado)

otras operaciones

borrar	: clave c × dicc(clave, significado) d	→ dicc(clave, significado)	{def?(c, d)}
claves	: dicc(clave, significado)	→ conj(clave)	

axiomas $\forall d : \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \forall c, k : \text{clave}, \forall s : \text{significado}$

```

def?(c, vacío)      ≡ false
def?(c, definir(k, s, d)) ≡ c = k ∨ def?(c, d)
obtener(c, definir(k, s, d)) ≡ if c = k then s else obtener(c, d) fi
borrar(c, definir(k, s, d)) ≡ if c = k then
                             if def?(c, d) then borrar(c, d) else d fi
                             else
                             definir(k, s, borrar(c, d))
                             fi
claves(vacío)      ≡ ∅
claves(definir(c, s, d)) ≡ Ag(c, claves(d))

```

Fin TAD

12. TAD COLA DE PRIORIDAD(α)

TAD COLA DE PRIORIDAD(α)

igualdad observacional

$$(\forall c, c' : \text{colaPrior}(\alpha)) \left(c =_{\text{obs}} c' \iff \left(\text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \left(\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c')) \right) \right) \right)$$

parámetros formales

géneros α

operaciones $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$

Relación de orden total estricto¹

géneros $\text{colaPrior}(\alpha)$

exporta $\text{colaPrior}(\alpha)$, generadores, observadores

usa **BOOL**

observadores básicos

$\text{vacía?} : \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(c)\}$

generadores

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

axiomas $\forall c : \text{colaPrior}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_{\text{L}} \text{próximo}(c) < e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_{\text{L}} \text{próximo}(c) < e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

Fin TAD

¹Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

Antirreflexividad: $\neg a < a$ para todo $a : \alpha$

Antisimetría: $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$ para todo $a, b : \alpha, a \neq b$

Transitividad: $((a < b \wedge b < c) \Rightarrow a < c)$ para todo $a, b, c : \alpha$

Totalidad: $(a < b \vee b < a)$ para todo $a, b : \alpha$