

Минимално многоугаоно раздвајање два скупа тачака

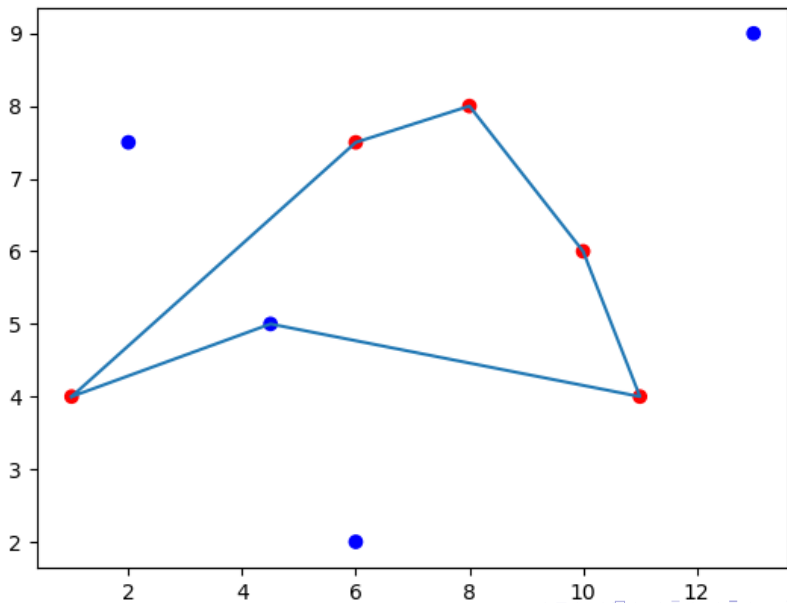
Лазар Васовић

Математички факултет, Универзитет у Београду
<https://github.com/matfija/Minimalno-razdvajanje>

25. април 2020.

Поставка проблема

- Два коначна скупа **црвених** и **плавих** тачака у равни
- Најмањи прост многоугао (тачно један) у смислу обима
- Избор темена фиксиран на задате скупове тачака
- Подела равни на два дела – унутрашњост и спољашњост – тако да су припадајуће тачке раздвојене по бојама
- Темена су на граници – боја им се занемарује



Решавање проблема

- Верзија са одлучивошћу доказано NP-тешка
- Егзактно и (мета)хеуристичко решавање
- Укупан број потенцијалних решења:

$$\frac{1}{2} \sum_{k=3}^n \binom{n}{k} (k-1)!$$

- Мали удео варирајуће блиских допустивих
- Исцрпна и случајна претрага
- Локална претрага и симулирано каљење
- Генетски алгоритам и јато птица

Претходни резултати

- Рекурзивна подела простора уз динамичко програмирање
- Произвољна темена раздвајајућег полигона:

Научни рад	Сложеност	Фактор
[<i>Mata</i> , 1995]	$O(n^5)$	$O(\log k)$
[<i>Mata</i> , 1995]	$O(n^2)$	$O(\log^3 n)$
[<i>Gudmundsson</i> , 2001]	$O(n \log n)$	$O(\log k)$
[<i>Mitchell</i> , 2002]	$O(n^8)$	$O(\log k)$
[<i>Mitchell</i> , 2002]	$O(n^2)$	$O(\log^2 n)$

- Фиксирана темена, али са ограничењима:

Научни рад	Сложеност	Фактор
[<i>Edelsbrunner</i> , 1988]	$O(n \log n)$	$O(1)$
[<i>Edelsbrunner</i> , 1988]	$O(nk)$	$O(1)$
[<i>Eades</i> , 1993]	$O(n \log n)$	$O(1)$

- Ознаке – n величина улаза, k величина решења

Нови резултати

- Метакхеуристике за проблем у својој пуној општости
- Нема гаранције, па се пореде са исцрпном претрагом:

Тест пример	Случ.	Лок.	Каљ.	Ген.	Јато
<i>ulaz9.txt</i>	3	4	1	0	1
<i>random1.txt</i>	0	0	0	0	0
<i>random2.txt</i>	0	0	0	0	0
<i>random3.txt</i>	3	0	0	0	0
<i>random4.txt</i>	3	0	0	0	0
<i>random5.txt</i>	0	4	0	0	0
<i>random6.txt</i>	1	3	0	0	0

- Мера заснована на Левенштајновом растојању
- Фер поређење – једнак број израчунавања погодности

Основни елементи

- Репрезентација – кодирање пермутације низом тачака
- Прилагођеност – обим многоугла, уз евентуалну казну
- Селекција – случајна, турнирска, рулетска, ранговска
- Укрштање – првог реда, позиционо, размештање ивица
- Мутација – уметање, замена, обртање (инверзија), мешање, додавање, одузимање, промена тачке
- Елитизам (20%), случајна почетна популација, генерацијски приступ, хибридизација са сим. каљењем

Оператори јата

- Оригинално прилагођавање пермутационом проблему, надахнуто радом Мориса Клерка (фр. *Maurice Clerc*)
- Брзине – низови измена, сабирање конкатенација, множење промена (углавном смањење) дужине
- Одузимање честица – низ измена који другу преводи у прву, заправо брзина односно растојање између њих
- Додавање брзине честици – примена низа трансформација на њу, уз неизбежно прескакање немогућих измена
- Хибридизација са симулираним каљењем

Имплементација

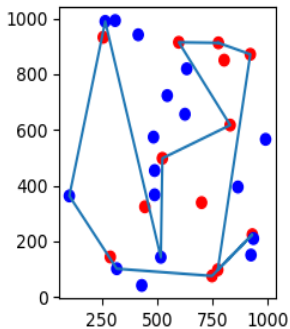
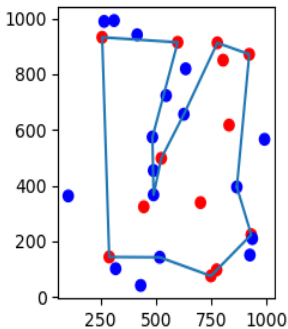
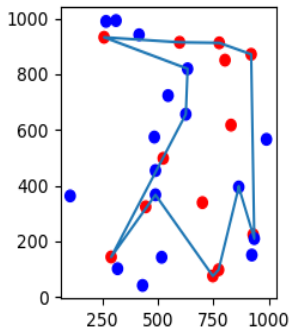
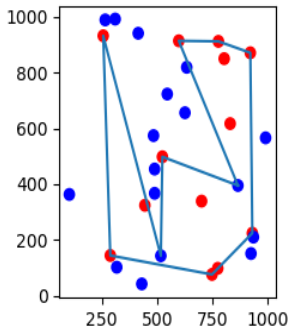
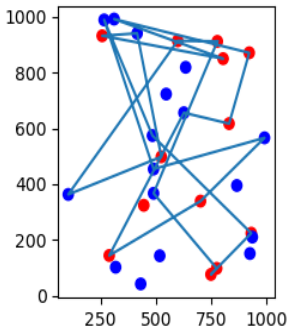
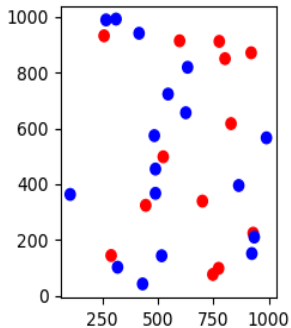
- Python 3.7.6, [MSC v.1916 64 bit (AMD64)] on win32
- Свака оптимизациона метода ручно, од нуле
- Shapely за комфоран рад са многоугловима
- Оригинална мера различитости између јединки
 - Најмањи број измена које је потребно начинити да би се један многоугао свео на други, нпр. на оптимални
 - Замена – нпр. 0 \leftrightarrow 1 од ниске 02513 прави 12503
 - Дозвољено је и додавање или избацивање тачке
 - Изразита блискост – оправдање хибридикације
- AMD Ryzen 5 3550H 2.10 GHz, 12 GB RAM

Велики пример

- Досад једноцифрена кардиналност тест примера
- Сад тридесет униформно расподељених тачака
- Огроман простор од чак $\frac{1}{2} \sum_{k=3}^{30} \binom{30}{k} (k-1)! \approx 10^{31}$ различитих многоуглова, али не много допустивих
- Резултати упоредног извршавања алгоритама:

Случ.	Лок.	Каљ.	Ген.	Јато
∞	4589	3733	3832	4908

- Фер поређење – сто хиљада евалуација погодности
- Пронађени различити добри делови простора






Закључак

- Досад махом површно истражен задатак
- Метакхеуристике за проблем у својој пуној општости
- Неколико нових идеја по питању поређења резултата
- Најбољи генетски са симулираним каљењем
- Класификација, рачунарски вид, избегавање судара
- Други алгоритми, евол. стратегије, паралелизација

ХВАЛА НА ПАЖЊИ!
Додатна питања?

Литература

-  Maurice Clerc, *Discrete particle swarm optimization, illustrated by the traveling salesman problem*, http://clerc.maurice.free.fr/pso/pso_tsp/Discrete_PSO_TSP.htm.
-  Peter Eades and David Rappaport, *The complexity of computing minimum separating polygons*, Pattern Recognit. Lett. **14** (1993), 715–718, <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0167865593901409>.
-  Viggo Kann, *MINIMUM RED-BLUE SEPARATION*, 03 2000, Skolan för elektroteknik och datavetenskap, <https://www.csc.kth.se/~viggo/wwwcompendium/node272.html>.