

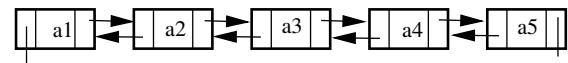
Dinamikus adatszerkezetek

Szerző: Horváth Gyula

2025. október 30.

1. Az adatkezelés szintjei

1. Probléma szintje
2. Modell szintje
3. Absztrakt adattípus szintje
4. Absztrakt adatszerkezet szintje
5. Adatszerkezet szintje
6. Gépi szint



A $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ sorozatot ábrázoló kétirányú lánc.

Ez még nem konkrét adatszerkezet, mert nem tudjuk, hogy a celláknak hogyan foglalunk helyet és a két kapcsolatot hogyan adjuk meg.

Alapvetően két módszer ismert:

1.1. statikus ábrázolás

1. minden cella számára egy tömb, vagy dinamikus tömb elemeként foglalunk memória helyet.
2. A referencia ekkor a cellát tartalmazó tömbelem indexe.

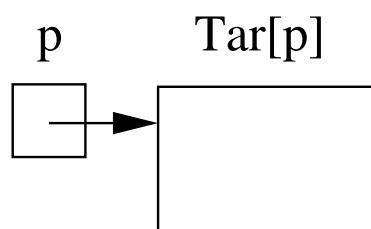
1.2. dinamikus ábrázolás

1. A cellák számára dinamikusan (végrehajtáskor) a *new* műveettel foglalunk memóriát.
2. A szerkezeti kapcsolatokat cellára mutató hivatkozással (pointer) valósítjuk meg.

Most a statikus megvalósítást alkalmazzuk.

1.3. Hivatkozás statikus ábrázolás esetén

Tegyük fel, hogy a cellák számára *Cella Tar[maxN]* tömbben foglalunk memóriát.
Ekkor a *p* referencia típusú változó, akkor az általa hivatkozott cella a *Tar[p]*

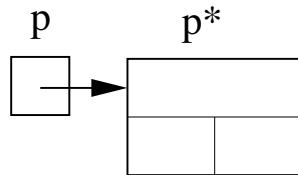


1.4. Hivatkozás dinamikus ábrázolás esetén

Tegyük fel, hogy a cellák számára dinamikusa, a *new Cell()* művelettel foglalunk memóriát.

Ekkor a *p* referencia típusú változó, akkor az általa hivatkozott cella a *p**

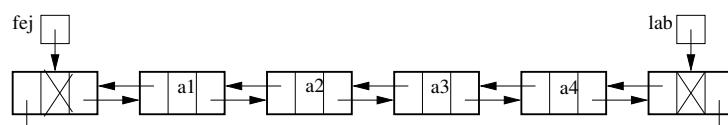
Ha *p** típusa helyett a olyan struct, amelynek adattagja tag, akkor *p*.tag* helyett helyett a *p->tag* is használható.



Dereferencia dinamikus változókra.

2. Sorozatok ábrázolása kétirányú láncnal

A műveletek egységes kezelése végett célszerű a lánc elejére és végére egy-egy (üres) cellát tenni, amely nem tartalmaz sorozat elemet.



Az (*a1*, *a2*, *a3*, *a4*) sorozatot ábrázoló kétirányú lánc **fej** és **lab** cellával.

3. A kétirányú lánc dinamikus adatszerkezet

```
1 struct Cella; //előre deklarálás
2 #define NIL nullptr
3 typedef int E; //a sorozat elemeinek a típusa
4 typedef Cella* Ref;
5 struct Cella{
6     E adat;
7     Ref elozi, koveti;
8     Cella(E a, Ref ecsat, Ref kcsat){ //konstruktor
9         adat=a; elozi=ecsat; koveti=kcsat;
10    }
11    Cella(){ //paramétermentes konstruktor
12        elozi=NIL; koveti=NIL;
13    }
14};
```

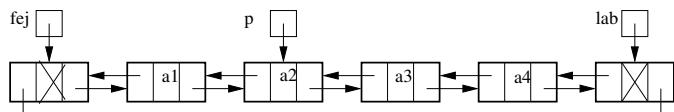
4. A Lanc típus

```
1 struct Lanc{  
2     Ref fej;  
3     Ref lab;  
4     Lanc(){ //konstruktor  
5         fej=new Cella(); lab=new Cella();  
6         fej->kovet=lab;  
7         lab->eloz=fej;  
8     }  
9 };
```

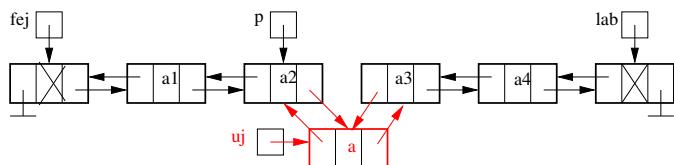
4.1. Lancba művelet

Új cella beszúrása a p cella után az a adattartalommal.

```
1 Ref Lancba(Lanc &L, Ref p, E a){  
2     if(p==L.lab) return NIL;  
3     Ref pkov=p->kovet;  
4     Ref uj=new Cella(a, p, pkov);  
5     Ref kov=p->kovet;  
6     p->kovet=uj;  
7     pkov->eloz=uj;  
8     return uj;  
9 }
```



A művelet előtt

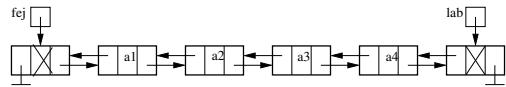


A művelet után

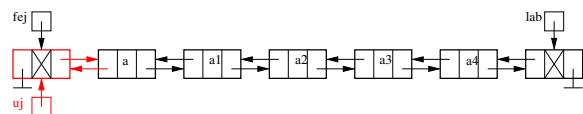
4.2. Elejére művelet

```

1 void Elejere(Lanc &L, E a){
2     Lancba(L, L.fej, a);
3 }
```



A művelet előtt

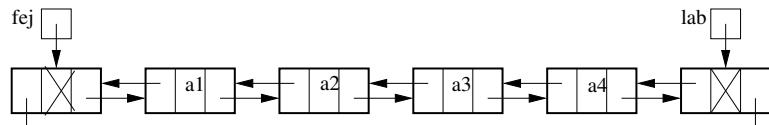


A művelet után

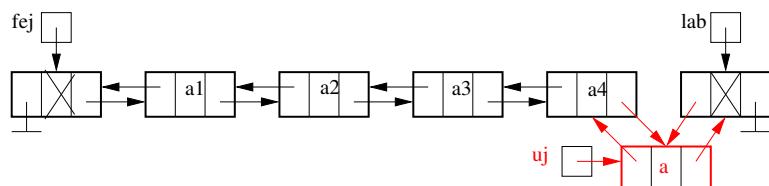
5. Végére művelet

```

1 void Vegere(Lanc &L, E a){
2     Lancba(L, L.lab->eloz, a);
3 }
```



A művelet előtt

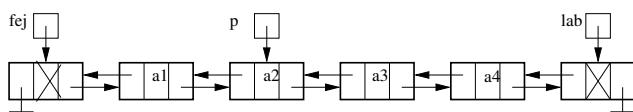


A művelet után

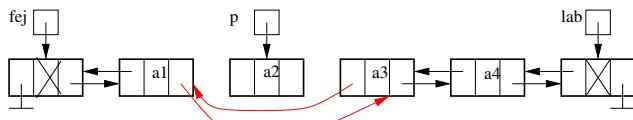
5.1. Töröl művelet

A visszaadott érték a törölt cellát követő cellára való hivatkozás.

```
1 Ref Torol(Lanc &L, Ref p){  
2     if(p==L.fej || p==L.lab) NIL;  
3     Ref e=p->eloz;  
4     Ref u=p->kovet;  
5     e->kovet=u;  
6     u->eloz=e;  
7     return u;  
8 }
```



A lánc a művelet előtt

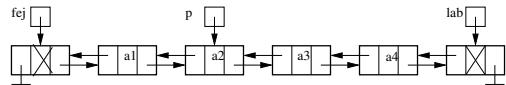


A lánc a művelet után

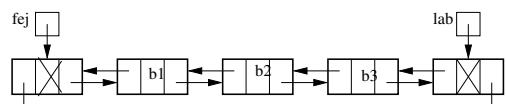
5.2. Keres és Üresít művelet

```
1 Ref Keres(Lanc &L, E a){  
2     Ref p=L.fej;  
3     while(p!=L.lab && a!=p->adat)  
4         p=p->kovet;  
5     if(p==L.lab) return NIL; else return p;  
6 }  
7  
8 Uresit(Lanc& L){  
9 //ha biztosírunk újrahasznosítást  
10    L.fej->kovet=L.lab;  
11    L.lab->eloz=L.fej;  
12 }
```

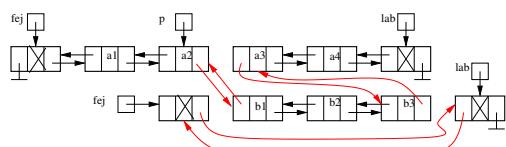
5.3. Láncba láncot beszúr művelet



Az La lánc a művelet előtt



Az Lb lánc a művelet előtt



Az La lánc a művelet után. Az Lb lánc ües lesz.

5.4. Láncba láncot beszúr művelet

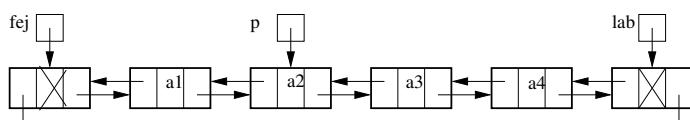
```

1 void LancbaLanc(Lanc& La, Ref p, Lanc& Lb){
2     if (La.lab==p) return;
3     if (La.fej->kovet==Lb.lab) return;
4     Ref be=Lb.fej->kovet;
5     Ref bu=Lb.lab->eloz;
6     bu->kovet=p->kovet;
7     p->kovet->eloz=bu;
8
9     p->kovet=be;
10    be->eloz=p;
11    Lb.fej->kovet=Lb.lab;
12    Lb.lab->eloz=Lb.fej;
13 }
```

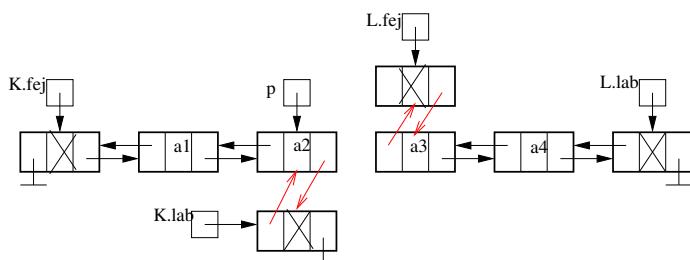
5.5. Vág művelet

```

1 void Vag(Lanc& K, Ref p, Lanc& L){
2     if(p==K.lab) return;
3     L=Lanc();
4     L.fej->kovet=p->kovet;
5     p->kovet->eloz=L.fej;
6     swap(K.lab, L.lab);
7     p->kovet=K.lab;
8     K.lab->eloz=p;
9 }
```



A K lánc a művelet előtt



A K és L lánc a művelet után

5.6. Egyesít és Klon műveletek

```

1 void Egyesit(Lanc& L1, Lanc& L2){
2     LancbaLanc(L1, L1.lab->eloz, L2);
3 }
4
5 Lanc Klon(Lanc& L){
6     Lanc K=Lanc();
7     Ref p=L.fej->kovet;
8     while(p!=L.lab){ FFelsorol
9
10        Vegere(K,p->adat);
11        p=p->kovet;
12    }
13    return K;
14 }
```

5.7. A Felsorol művelet

A Felsorol művelet a láncjal ábrázolt sorozat minden elemére sorrendben végrehajtja a paraméterként megadott Muvel műveletet.

```
1 void Felsorol(Lanc& L, void Muvel(E)){  
2     Ref c=L.fej->kovet;  
3     while(c!=L.lab){  
4         Muvel(c->adat);  
5         c=c->kovet;  
6     }  
7 }
```

5.8. Index szerinti elérés művelete

Az első elem indexe 0.

```
1 Ref IndexElem(Lanc L, int i){  
2     Ref p=L.fej->kovet;  
3     while(p!=L.lab &&i>0){  
4         p=p->kovet;  
5         i--;  
6     }  
7     if(p==L.lab) return NIL; else return p;  
8 }
```

6. Feladat: DNS szekvenciák vizsgálata

Kutatók DNS szekvenciákat vizsgálnak. Összegyűjtötték N szekvenciát. Azt akarják megtudni, hogy melyik az a vizsgált szekvencia, amelynek a legtöbb kezdőszemelete is ott van a vizsgáltak között. Ha több ilyen van, akkor a lexikografikusan legkisebbet kell megadni. Ha nincs ilyen, akkor az üres sort kell kiírni!

Bemenet

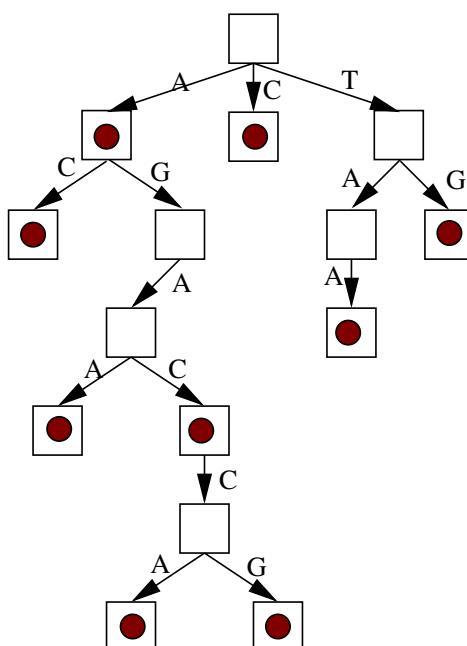
Kimenet

9
AC
C
A
AGAA
AGAC
AGAC
AGAC
TAA
TG

AGACCA

7. Szekvenciák ábrázolása szófával

A szekvenciák, mint stringek halmazát ábrázoljuk olyan fában,, amelyre teljesül, hogy minden elágazás a szekvenciában előforduló karakterek egyikével van címkézve. A fára teljesül, hogy minden S szekvenciához van olyan p pontja a fának, hogy a gyökértől a p-ig vezető úton lévő címkék sorozata megegyezik S-el. és ez a fa p pontjában jelezve van.

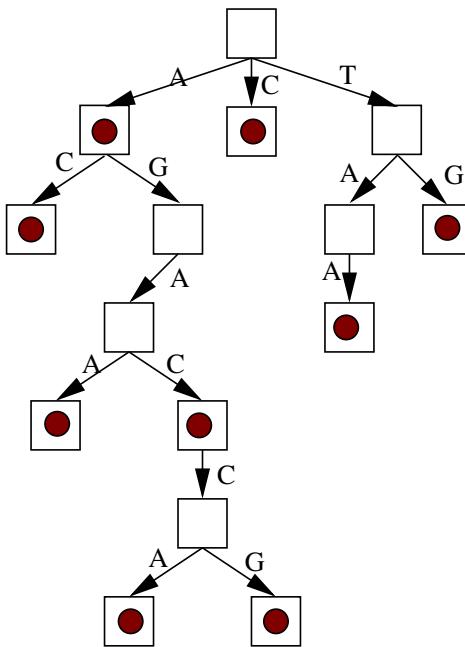


A példa bemenetet ábrázoló szófa

7.1. A feladat megoldás

A fának ahhoz a p pontjához vezető címke sorozat a megoldás szekvencia, amely ponthoz vezető úton a legtöbb megjelölt pont van, tehát amely pontok olyan szekvenciát reprezentálnak, szintén elemi a bemenetnek.

Példánkban ez a AGACCA szekvencia.



A megoldás az AGACCA szekvencia

8. Adatszerkezet választás

Eddig a Szófa absztrakt adatszerkezet szintjén lett megfogalmazva, még nem mondta meg, hogy hogyan foglalunk memóriát a fa pontjainak, és hogyan adjuk meg a szerkezeti kapcsolatokat, azaz a fában az elágazásokat.

A megalapozott döntéshez figyelembe kell venni, hogy milyen műveleteket kell végezni az megoldás algoritmusában.

Mindenképpen kell egy olyan művelet - **Faba(f,szo)** -, amely beilleszteni az f fába a szo szekvenciát.

Fabejárással meg tudjuk határozni a fa minden p pontjára, hogy a gyökértől p-ig vezető úton hány megjelölt pont van, tehát hány kezdőszelét szerepel a bemenetben.

8.1. Megoldási módszerek

Meg kell tudni adni, hogy ha a p pont a megoldás, akkor hogyan adjuk meg megadni azt a megoldás szekvenciát, amelyet a p pont reprezentál, mert ki kell íratni.

Több lehetőség közül választhatunk:

1. Tároljuk a bemenetben megadott szekvenciákat egy DNS tömbben és a szavak tömb-indexét tároljuk a fa megfelelő pontjában. A szófa minden p pontban a *van* adattag értéke a beszúrandó szó DNS tömbbeli indexe, ha a p pont reprezentálja a beszúrandó szót, egyébként pedig -1.
A szófa bejárásával minden pontra meghatározzuk, hogy hány szavat tartalmaz az addig vezető út, és megjegyezzük a legjobbakat.

2. minden pontban tároljuk a közvetlen közvetlen ōsére mutató referenciát és azt, hogy a pont melyik karakter szerinti fia az apjának, így visszafelé haladva ki tudjuk íratni a megoldás. Bejárással lehet meghatározni a megoldás pontot.

9. Szófa dinamikus adatszerkezet az 1. módszerhez

```

1 #define NIL nullptr
2 struct FaPont;
3 typedef FaPont* Ref;
4
5 typedef struct FaPont{
6     int van;    // a szó indexe , vagy -1
7     Ref Fiuk[4];
8     FaPont(int idx){
9         van=idx;
10        for (int i=0;i<4;i++) Fiuk[i]=NIL;
11    }
12 };
13 struct SzoFa{
14     Ref gyoker;
15     SzoFa(){
16         gyoker=new FaPont(-1);
17     }
18 };

```

9.1. Az 1. módszer algoritmusa

Karakterhez tömb index rendelés

```

1 int Sx(char x){ // karakterek Fiuk-beli indexei
2     switch(x){
3         case 'A': return 0;
4         case 'C': return 1;
5         case 'G': return 2;
6         case 'T': return 3;
7     }
8 }

```

```

9 vector<string> DNS; // a feladat bemenete
10
11 void Faba(SzoFa F, int idx){
12 //A szekvenciákat tároló DNS dtömb globális
13 //A DNS[idx] szót kell beilleszteni a szófába
14     Ref p=F.gyoker;
15     for(int i=0; i<DNS[ idx ].size(); i++){
16         char x=DNS[ idx ][ i ];
17         if (p->Fiuk[ Sx( x ) ]==NIL){
18             Ref uj=new FaPont(-1);
19             p->Fiuk[ Sx( x ) ]=uj;
20         }
21         p=p->Fiuk[ Sx( x ) ];
22     }
23     p->van=idx;
24 }

25 int megoidx=0; // a megoldás prefix sorszáma
26 int maxm=0; // a leghosszabb prefix hossza
27
28 void Bejar(Ref p, int mely){
29     if(p->van>=0) mely++;
30     if(p->van>=0 && mely>maxm){ // hosszabb prefixet találtunk
31         maxm=mely; megoidx=p->van; // bejegyezzük
32     }
33     for(int i=0; i<4; i++)
34         if(p->Fiuk[ i ]!=NIL)
35             Bejar(p->Fiuk[ i ], mely );
36 }

```

```

37 int main (){
38     ios_base::sync_with_stdio( false ); cin.tie( NULL ); cout.tie( NULL )
39     int n,m;
40     string s;
41     cin>>n;
42
43     getline( cin , s );
44     SzoFa f;
45     DNS.push_back( "" );
46     for( int i=1;i<=n; i++ ){
47         getline( cin , s );
48         DNS.push_back( s );
49         Faba( f , i );
50     }
51     // minden szóra kiszámítja , hogy hány prefixe van
52     // megoidx a leghosszabb DNS-beli indexe lesz lesz
53     Bejar( f.gyoker , -1 );
54
55     cout<<DNS[ megoidx ]<<endl ;
56 }
```

9.2. Szófa dinamikus adatszerkezet az 2. módszerhez

```
1 define NIL nullptr
2 struct FaPont;
3 typedef FaPont* Ref;
4
5 typedef struct FaPont{
6     bool van;
7     Ref Fiuk[4];
8     pair<Ref, char> Apa;
9     FaPont(Ref os, char fiu){
10         van=false;
11         for (int i=0; i<4; i++) Fiuk[i]=NIL;
12         Apa.first=os; Apa.second=fiu;
13     }
14 };
15 struct SzoFa{
16     Ref gyoker;
17     SzoFa(){ gyoker=new FaPont(NIL, '0');}
18 }
19 
```

9.3. Az 2. módszer algoritmusa

```
1 int c2i[256]; //karakterek Fiú-beli indexei
2
3 void Faba(SzoFa& F, string szo){
4     Ref p=F.gyoker;
5     for(int i=0; i<szo.size(); i++){
6         int fi=c2i[szo[i]];
7         if (p->Fiuk[fi]==NIL){
8             p->Fiuk[fi]=new FaPont(p, szo[i]);
9         }
10        p=p->Fiuk[fi];
11    }
12    p->van=true;
13 }
```

```

1 int maxp=0;           // leghosszabb prefix hossza
2 Ref maxpont=NIL; // a leghosszabb prefix végpontja
3
4 void Bejar(Ref f, int mely){
5     Ref p;
6     if(f->van && mely>maxp){ // hosszabb prefixet találtunk
7         maxp=mely; maxpont=f; // megjegyezzük a végpontját
8     }
9     for(int i=0; i<4; i++){
10         p=f->Fiuk[i];
11         if(p==NIL) continue;
12         if (p->van)
13             Bejar(p, mely+1);
14         else
15             Bejar(p, mely);
16     }
17 }

1 int main(){
2     ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL); cout.tie(NULL)
3     int n;
4     string szo;
5     c2i['A']=0; c2i['C']=1; c2i['G']=2; c2i['T']=3;
6     cin>>n;
7     getline(cin, szo);
8     SzoFa F=SzoFa();
9
10    for(int i=0; i<n; i++){ // Szófa felépítése
11        getline(cin, szo);
12        Faba(F, szo);
13    }

```

```

14 // minden szóra kiszámítja , hogy hány prefixe van
15 // maxpont a leghosszabb végpontja lesz
16 Bejar(F.gyoker , 0);
17
18 vector<char> prefix;
19 // a leghosszabb prefix előállítása fordított sorrendben
20 while(maxpont!=F.gyoker){
21     auto os=maxpont->Apa;
22     prefix.push_back(os.second);
23     maxpont=os.first;
24 }
25 reverse(prefix.begin() , prefix.end()); // megfordítás
26 for(char x:prefix) cout<<x; cout<<endl;
27 }
```

10. További Szófa műveletek

Látható, hogy string elemeket tartalmazó halmazok alapvető műveletei: *Faba*, *Kivesz*, *Keres* hatékonyan megvalósítottak Szófával; mindegyik futási ideje a string hosszával arányos lesz.

```

1 Ref Keres(SzoFa f , string szo ){
2     Ref p=f.gyoker;
3     for( int i=0;i<szzo.size();i++){
4         if(p->Fiuk[ c2i(s[i])] == NIL) return NIL;
5         if(p->van >=0) return p;
6         p=p->Fiuk[ c2i(s[i])];
7     }
8 }
9
10 void Kivesz(SzoFa f , string s){
11     Ref p=Keres(f , s);
12     if(p!=NIL)
13         p->van=-1;
14 }
```

11. Hatékonyság: memória igény

A memória igény a szófa pontjainak a számával arányos. Legyen P_x azon j indexek halmaza, amely indexű bemeneti szó kezdőszövelete valamely másik szónak. Ekkor a szófa pontjainak száma

$$n_P = \sum_{i=1}^N szo[i].size - \sum_{j \in P_x} szo[j].size$$

A tényleges memória igényt befolyásolja a $Fiuk[]$ tömb számára foglalandó memória, azaz a fiók lehetséges száma. Ha K lehetséges karakterek száma és l minden lehetséges karakter számára foglalunk helyet a $Fiuk[]$ tömbben, akkor a szófa ábrázolásához kellő memória: $n_P * K * (4 + e)$, ahol e az egyéb adatok igénye.

12. Memória igény csökkentése

Ha a szavak tetszőleges karaktereket tartalmazhatnak, akkor nagyon jelentős lehet a memória igény. Még akkor is ha csak az (angol) alfabetikus karakterek lehetnek a szavakban.

A memóriaigény csökkenthető esetlegesen a futási idő növekedése kárára.

Ez többféleképpen is elérhető. Az alapvető az, hogy minden fapontban csak azon karakterek szerinti elágazásoknak foglalunk helyet, amelyek ténylegesen kellenek.

Tehát minden olyan módszer alkalmazható, amely általános fák dinamikus ábrázolására alkalmas.

A legegyszerűbb megoldás az, ha a $RefFiuk[]$ tömb helyett dinamikus tömböt, vektort használunk: $vector<pair<char, Ref>> Fiuk$. Ekkor persze lineáris kereséssel kell elérni az adott karakterhez tartozó elágazást, ha nincs, akkor a végére veszünk fel.

A fiuk sorozatát láncban is lehet tárolni.

12.1. Szófa ábrázolás: Fiuk dinamikus tömbben

```
1 struct FaPont;
2 typedef FaPont* SzoFa;
3 #define NIL nullptr //nemlétező cella referenciája
4 typedef char E; //a sorozet elemeinek a típusa
5
6 typedef struct FaPont{
7     bool van;
8     vector<pair<char, SzoFa>> Fiuk;
9     FaPont(){}
10    van=false;
11 }
12 };
```

```

1 void Faba(SzoFa F, string szo){
2     SzoFa p=F;
3     FaPont ujfiu;
4     for( int i=0; i<szو.length(); i++){
5         char c=sزو[ i ]; int cx=0;
6         if(p->Fiuk.size()==0){
7             p->Fiuk.push_back({c,NIL});
8         } else {
9             while(cx<p->Fiuk.size()&&
10                 p->Fiuk[ cx ].first!=c)
11                 cx++;
12             if(cx==p->Fiuk.size())
13                 p->Fiuk.push_back({c,NIL});
14         }
15         if( p->Fiuk[ cx ].second==NIL){
16             p->Fiuk[ cx ].second=new FaPont();
17         }
18         p=p->Fiuk[ cx ].second;
19     }
20     p->van=true;
21 }

22 SzoFa Keres(SzoFa F, string szo){
23     SzoFa p=F;
24     for( int i=0; i<szو.length(); i++){
25         char c=sزو[ i ];
26         int cx=0;
27         while(cx<p->Fiuk.size() &&
28             p->Fiuk[ cx ].first!=c) cx++;
29
30         if(cx==p->Fiuk.size() ||
31             p->Fiuk[ cx ].first!=c) return NIL;
32         p=p->Fiuk[ cx ].second;
33     }
34     return p;
35 }
```

```
36 bool Torol( SzoFa F, string s ){
37     SzoFa p=Keres(F, s );
38     if (p!=NIL){
39         p->van=false ;
40         return true ;
41     }
42     return false ;
43 }
```

Megjegyezzük, hogy ebben a reprezentóban nem okoz gondot az ékezetes karakterek használata.

13. Gyakorló feladatok

1. <https://mester.inf.elte.hu>: Rekurzív adatszerkezetek/Legtöbbször előforduló kezdőszövek
2. <https://dmoj.ca/problem/ioi08p1> (IOI2008 Printer feladat)
3. <https://open.kattis.com/problems/babynames>
4. Oldjuk meg a prefixek feladatot úgy, hogy a kérdéseket tároljuk szófában és az elágazásokat dinamikus többben tároljuk: <https://www.spoj.com/problems/ADAINDEX/>