

# Felvezető feladatok

szerző: Nikházy László  
előadő: Gyimesi Péter

2025. szeptember 11.

# 1. feladat: Pontok a síkon

Adott  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^6$ ) különböző  $(x_i, y_i)$  pont egész koordinátákkal ( $0 \leq x_i, y_i \leq 10^6$ ,  $1 \leq i \leq N$ ). Az  $a$  és  $b$  indexű pontok közötti Manhattan-távolság:  $\text{dist}(a, b) = |x_a - x_b| + |y_a - y_b|$ .

Egy Hamilton-út egy  $p_1, \dots, p_N$  permutáció a  $\{1, \dots, N\}$  számokból.

Az út hossza:  $\sum_{i=1}^{N-1} \text{dist}(p_i, p_{i+1})$ .

Adjunk meg bármilyen Hamilton-utat, amelynek hossza **legfeljebb**

$25 \times 10^8$ . Nem kell a legrövidebb utat adni, és biztos van jó megoldás.

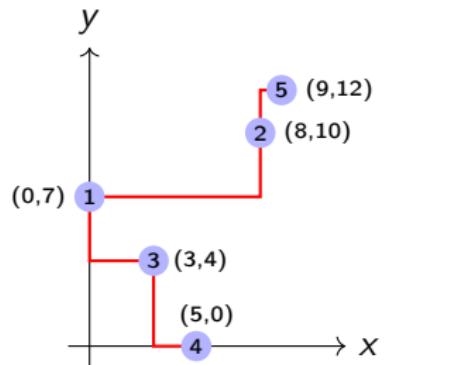
## Példa

Bemenet

5  
0 7  
8 10  
3 4  
5 0  
9 12

Kimenet

4 3 1 2 5



A példában a teljes hossz:

$$\text{dist}(4, 3) + \text{dist}(3, 1) + \text{dist}(1, 2) + \text{dist}(2, 5) =$$

$$(|5-3| + |0-4|) + (|3-0| + |4-7|) + (|0-8| + |7-10|) + (|8-9| + |10-12|) = 26$$

## 2. feladat: Tömb lekérdezések

Adott egy  $N$  egész számot tartalmazó tömb ( $A = A_1, A_2, \dots, A_N$ ), és  $Q$  lekérdezés ( $1 \leq N, Q \leq 10^5, 1 \leq A_i \leq 10^9$ ). Kétféle lekérdezés van:

- **0 i j c:** Számoljuk meg, hány elem van az  $[i, j]$  indextartományban, amely  $c$ -nél nagyobb vagy egyenlő.
- **1 i c:** A tömb  $i$ -edik elemét állítsuk  $c$ -re.

**Bemenet:** Első sor:  $N$ . Második sor:  $A$  tömb ( $N$  egész szám). Harmadik sor:  $Q$ . Következő  $Q$  sor: lekérdezések.

### Példa

Bemenet	Kimenet
5	0
1 2 3 4 5	1
3	
0 1 5 10	
1 2 20	
0 1 3 10	

### Magyarázat:

- 1. lekérdezés: nincs 10-nél nagyobb vagy egyenlő elem az 1-5 indexek között  $\rightarrow 0$
- 2. lekérdezés: a 2. elem 20-ra változik
- 3. lekérdezés: az 1-3 indexek között csak  $A_2 \geq 10 \rightarrow 1$

### 3. feladat: Fekete-fehér négyzetrács

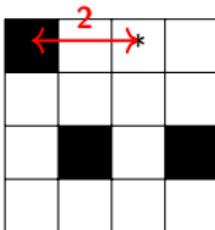
Adott egy  $R \times C$  méretű rács ( $1 \leq R, C \leq 400$ ), kezdetben minden cella fehér, kivéve a bal felső (1,1) cellát, ami fekete. Ezután  $N$  lekérdezés történik ( $1 \leq N < R \cdot C$ ), minden lekérdezésben adott egy  $(i, j)$  fehér cella, melyre:

- ki kell számolni a legkisebb Manhattan-távolságát bármely fekete cellától,
- ezután a cella feketére változik.

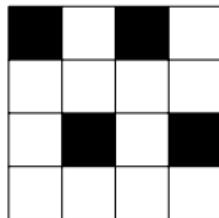
#### Példa

Bemenet	Kimenet
4 4	3
3	2
3 2	2
3 4	
1 3	

Az utolsó lépésben  
kiválasztott cella (\*):



A kiválasztott cella  
feketére festése:



#### 4. feladat: Feketére festett négyzetek

Van  $N$  négyzet egy sorban, 1-től  $N$ -ig számozva és adott egy  $N$  hosszúságú sorozat,  $A = (A_1, A_2, \dots, A_N)$ . Kezdetben az 1-es négyzet fekete, a többi fehér, és egy bábu áll az 1-es négyzeten.

Ismételjük a következő lépést akárhányszor (esetleg 0-szor):

- Ha a bábu az  $i$ -edik négyzeten áll, válasszunk egy pozitív  $x$  számot és lépjünk a  $i + A_i \cdot x$ -edik négyzetre, feltéve, hogy  $i + A_i \cdot x \leq N$ .
- A cél négyzetet fessük feketévé.

Hány különböző színezés érhető el a folyamat végén, modulo 998244353?

##### Példa

Bemenet

5

1 2 3 1 1

Kimenet

8

A 8 lehetséges színezés:

