

Felvezető feladatok

szerző: Nikházy László
előadó: Gyimesi Péter

2025. szeptember 11.

1. feladat: Pontok a síkon

Adott N ($1 \leq N \leq 10^6$) különböző (x_i, y_i) pont egész koordinátákkal ($0 \leq x_i, y_i \leq 10^6$, $1 \leq i \leq N$). Az a és b indexű pontok közötti

Manhattan-távolság: $\text{dist}(a, b) = |x_a - x_b| + |y_a - y_b|$.

Egy Hamilton-út egy p_1, \dots, p_N permutáció a $\{1, \dots, N\}$ számokból.

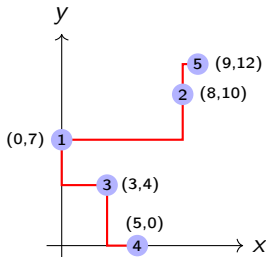
Az út hossza: $\sum_{i=1}^{N-1} \text{dist}(p_i, p_{i+1})$.

Adjunk meg bármilyen Hamilton-utat, amelynek hossza **legfeljebb**

25×10^8 . Nem kell a legrövidebb utat adni, és biztos van jó megoldás.

Példa

Bemenet	Kimenet
5	4 3 1 2 5
0 7	
8 10	
3 4	
5 0	
9 12	



A példában a teljes hossz:

$$\begin{aligned} &\text{dist}(4, 3) + \text{dist}(3, 1) + \text{dist}(1, 2) + \text{dist}(2, 5) = \\ &(|5-3| + |0-4|) + (|3-0| + |4-7|) + (|0-8| + |7-10|) + (|8-9| + |10-12|) = 26 \end{aligned}$$

2. feladat: Tömb lekérdezések

Adott egy N egész számot tartalmazó tömb ($A = A_1, A_2, \dots, A_N$), és Q lekérdezés ($1 \leq N, Q \leq 10^5, 1 \leq A_i \leq 10^9$). Kétféle lekérdezés van:

- **0 i j c:** Számoljuk meg, hány elem van az $[i, j]$ indextartományban, amely c -nél nagyobb vagy egyenlő.
- **1 i c:** A tömb i -edik elemét állítsuk c -re.

Bemenet: Első sor: N . Második sor: A tömb (N egész szám). Harmadik sor: Q . Következő Q sor: lekérdezések.

Példa

Bemenet	Kimenet
5	0
1 2 3 4 5	1
3	
0 1 5 10	
1 2 20	
0 1 3 10	

Magyarázat:

- 1. lekérdezés: nincs 10-nél nagyobb vagy egyenlő elem az 1-5 indexek között $\rightarrow 0$
- 2. lekérdezés: a 2. elem 20-ra változik
- 3. lekérdezés: az 1-3 indexek között csak $A_2 \geq 10 \rightarrow 1$

3. feladat: Fekete-fehér négyzetrács

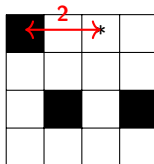
Adott egy $R \times C$ méretű rács ($1 \leq R, C \leq 400$), kezdetben minden cella fehér, kivéve a bal felső (1,1) cellát, ami fekete. Ezután N lekérdezés történik ($1 \leq N < R \cdot C$), minden lekérdezésben adott egy (i, j) fehér cella, melyre:

- ki kell számolni a legkisebb Manhattan-távolságát bármely fekete cellától,
- ezután a cella feketére változik.

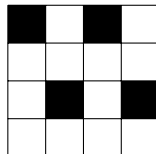
Példa

Bemenet	Kimenet
4 4	3
3	2
3 2	2
3 4	
1 3	

Az utolsó lépésben
kiválasztott cella (*):



A kiválasztott cella
feketére festése:



4. feladat: Feketére festett négyzetek

Van N négyzet egy sorban, 1-től N -ig számozva és adott egy N hosszúságú sorozat, $A = (A_1, A_2, \dots, A_N)$. Kezdetben az 1-es négyzet fekete, a többi fehér, és egy bábu áll az 1-es négyzeten.

Ismételjük a következő lépést akárhányszor (esetleg 0-szor):

- Ha a bábu az i -edik négyzeten áll, válasszunk egy pozitív x számot és lépünk a $i + A_i \cdot x$ -edik négyzetre, feltéve, hogy $i + A_i \cdot x \leq N$.
- A cél négyzetet fessük feketévé.

Hány különböző színezés érhető el a folyamat végén, modulo 998244353?

Példa

Bemenet

Kimenet

5

8

1 2 3 1 1

A 8 lehetséges színezés:



1

1, 2



1, 2, 4

1, 2, 4, 5



1, 3

1, 4



1, 4, 5

1, 5