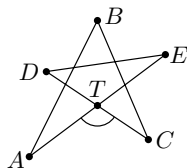


Подсчёт углов - I

При решении геометрических задач на подсчёт углов следует помнить, что

- вертикальные углы равны, а смежные в сумме дают 180° ;
- сумма углов в любом многоугольнике равна $180^\circ(n - 2)$, где n — число его вершин;
- внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним;
- если секущая пересекает две параллельные прямые, то накрест лежащие углы равны, соответственные углы равны, сумма односторонних углов равна 180° ;
- вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу, и равен половине дуги, на которую он опирается;
- угол между касательной и хордой равен половине дуги, на которую опирается;
- угол между двумя хордами равен полусумме дуг, заключённых между хордами;
- угол между секущими, проведёнными из одной точки, равен полуразности дуг, заключённых между секущими.

- (13.2.7) В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC в два раза больше стороны CD . На стороне BC отмечена точка M так, что $AM = MC$. Найдите величину угла BAM .
- (96.2.8) На рисунке изображена замкнутая пятизвенная ломаная («звезда») $ABCDE$. Докажите, что угол $\angle ATC$ равен сумме углов $\angle BAE$, $\angle BCD$ и $\angle ABC$.
- (96.2.8) В равнобедренном треугольнике ABC ($CA = CB$) точка M — середина стороны BC , а точка K — основание биссектрисы, проведённой из вершины B . Найдите углы треугольника ABC , если известно, что центр его описанной окружности лежит на прямой MK .
- (03.2.8) В четырёхугольнике $ABCD$ стороны BC и AD равны между собой, диагональ AC является биссектрисой угла BAD , который равен 160° и в 8 раз больше угла ACB . Найдите величину угла ADC .
- (04.2.8) В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузе AB отмечена точка M , такая что $CM = MB$ и $AM = BC$. Найдите $\angle ABC$.
- (05.2.8') В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) биссектриса AK угла BAC равна боковой стороне AB . Найдите углы треугольника ABC .
- (06.2.8) На стороне BC треугольника ABC отмечена точка D , а на стороне AC — точка F . Оказалось, что $CD = DF = FB = BA$. Кроме того, известно, что $\angle BCA = 20^\circ$. Найдите величину угла $\angle ADF$.
- (11.2.8) Из точки C проведены два луча, угол между которыми равен 11° . Один из этих лучей проходит через центр O окружности ω и пересекает её в точках E и D (точка E лежит между точками C и D), а другой пересекает окружность ω в точках B и A (точка B лежит между точками A и C) так, что отрезок CB равен радиусу окружности. Найдите величину угла $\angle AOD$.
- (13.2.8) Точка M — середина стороны AD параллелограмма $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Найдите величину угла MCD , если $\angle BAD = 84^\circ$, $\angle BMA = 48^\circ$.
- (06.2.9') В треугольнике ABC точка M — середина стороны AC , а H — точка на стороне BC , такая что AH — высота этого треугольника. Найдите величину угла $\angle ACB$, если известно, что центр описанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке MH и не совпадает с его концами.
- (98.2.9) В прямоугольной трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD \geq BC$, $CD \perp AD$) сумма длин оснований AD и BC равна длине боковой стороны AB . Найдите величину угла $\angle AMB$, где точка M — середина стороны CD .



12. (08.2.9) Выпуклый четырёхугольник $ABCD$ обладают тем свойством, что центр вписанной в треугольник ABC окружности совпадает с центром описанной около треугольника ACD окружности. Определите величину угла ADC , если известно, что $\angle ABC = 108^\circ$.
13. (14.2.9) В четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой угла BAD и верны равенства $AB = BC = BD$. Найдите угол между стороной CD и биссектрисой угла ADB .
14. (15.2.9) Квадрат $ADGF$ построен так, что его вершины G и F лежат соответственно на катете BC и гипотенузе BA прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$). Найдите все возможные значения угла $\angle ACF$.
15. (16.2.9) Угол между лучами AB и AC равен 20° . Из точки T на стороне AB вылетает частица (точка), движущаяся вдоль луча ℓ , который составляет с лучом TA угол 30° . От стороны угла частица отражается по закону Френеля: угол падения равен углу отражения (в промежутке между соседними отражениями частица движется прямолинейно). Сколько раз отразится частица от стороны угла?

Домашнее задание

1. (14.2.7) Какое значение может иметь величина острого угла между диагоналями четырёхугольника $ABCD$, если известно, что $AB = BC = CD$ и $AC = BD = AD$?
2. (98.2.8) На стороне AB треугольника ABC отмечена точка K так, что $AK = 3 \cdot KB$. На стороне BC отмечена точка M , такая что $\angle BKM = 2 \cdot \angle BAC$. Найдите величины углов треугольника ABC , если известно, что $BK = KM = MC$.
3. (99.2.8) В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и BE . Оказалось, что $\angle ADC = \angle AEB = \angle BAC$. Найдите углы треугольника ABC .
4. (05.2.8) В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) на сторонах AC и BC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK = BK = KM = MC$. Найдите углы треугольника ABC .
5. (06.2.9) В треугольнике ABC угол $\angle ABC$ равен 60° , точка M — середина стороны AC , а L — точка на стороне BC , такая что AL — биссектриса угла $\angle BAC$. Оказалось, что центр описанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке ML . Найдите величины двух других углов треугольника ABC .
6. (95.2.9) В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ проведены медианы CM и C_1M_1 . Оказалось, что $\angle CBM = \angle C_1B_1M_1$ и $\angle CAM = \angle B_1C_1M_1$. Докажите, что углы $\angle ACM$ и $\angle A_1C_1M_1$ равны.
7. (11.2.9) Из точки C к окружности ω радиуса 10 проведены две секущие. Одна секущая пересекает окружность в точках B и A (точка B лежит между точками A и C), а другая проходит через центр O окружности ω и пересекает второй раз окружности в точке D (точка O лежит между точками C и D). Известно, что $\angle ACD = 12^\circ$ и $\angle AOD = 36^\circ$. Найдите длину отрезка BC .
8. (13.2.9) На сторонах AD и DC квадрата $ABCD$ отмечены соответственно точки M и N так, что $\angle BMA = \angle NMD = 60^\circ$. Найдите величину угла MBN .
9. (91.2.11) Докажите, что неравнобедренный треугольник является прямоугольным тогда и только тогда, когда найдётся такая его вершина, что проведённая из неё биссектриса треугольника является также биссектрисой угла, образованного выходящими из этой вершины медианы и высоты треугольника.