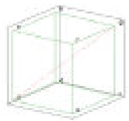


```julia
PlutoUI.Resource("https://tva1.sinaimg.cn/thumbnail/e6c9d24egy1h2alsw1tzxj20m80gomxn.jpg")

```

ch04 sec4.8 参数方程

本节来看看参数方程, 在研究变化和运动的方程中, 物体的位移用坐标表示, 位移的轨迹又是时间的函数, 所以运动位置的坐标就成为时间的因变量

在二维坐标系中可以表示为 :

$$f(t) \to (g(t), h(t))$$

注意这里也是一个函数关系,定义域是一段时间, 值域是物体在二维坐标系中的一对坐标,还有一套规则把时间和位置对应起来. 理解这一点对于函数的深入学习有极大的的帮助, 函数不单单能把实数映射为实数$f(R) \to R$,还可以把时间点映射为空间的位置.

实际我们在前面的绘图中,就使用了很多的参数方程方法, 在同一个定义域下绘制多个函数的曲线就是其实就是参数方程.

```julia
md"
  # ch04 sec4.8 参数方程

  本节来看看参数方程, 在研究变化和运动的方程中, 物体的位移用坐标表示, 位移的轨迹又是时间的函数,
所以运动位置的坐标就成为时间的因变量

在二维坐标系中可以表示为 :

$f(t) \to (g(t),h(t))$
注意这里也是一个函数关系,定义域是一段时间, 值域是物体在二维坐标系中的一对坐标,还有一套规则把时间和位置对应起来.  理解这一点对于函数的深入学习有极大的的帮助,   函数不单单能把实数映射为实数$f(R) \to R$,还可以把时间点映射为空间的位置.

实际我们在前面的绘图中,就使用了很多的参数方程方法, 在同一个定义域下绘制多个函数的曲线就是其实就是参数方程.


"
```

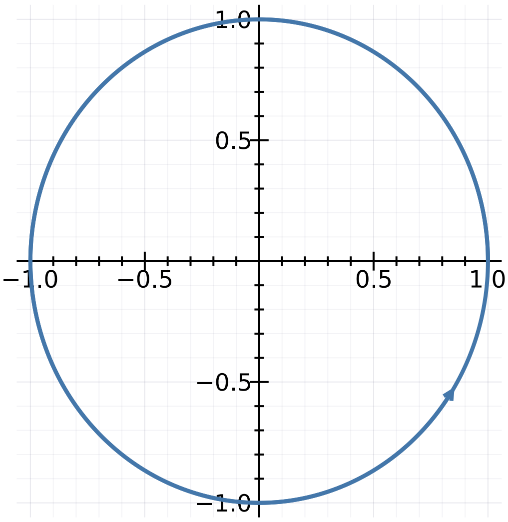
📕 Table of Contents

Example

example1 :

$假定在x-y坐标下.描述由方程时间变量的函数x=cost,y=sint表示的粒子运动轨迹$

```
md"""
!!! example

    example1 :

$假定在 x-y坐标下.描述由方程时间变量的函数 x=cost,y=sint 表示的粒子运动轨迹$

"""
```

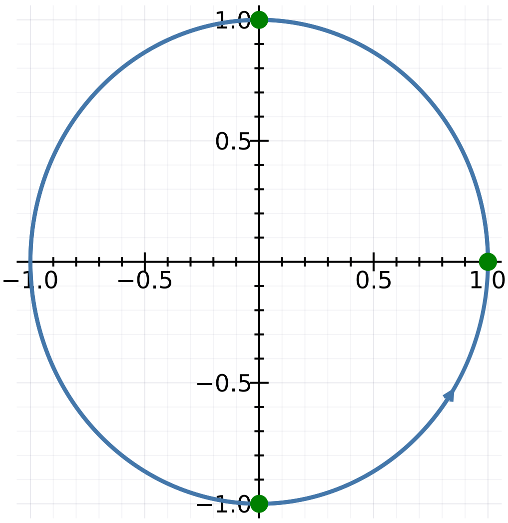



```
let
    tspan=0:0.02:12
    xs=[cos(t) for t in tspan]
    ys=[sin(t) for t in tspan]
    plot(xs,ys, label=false,lw=2,arrow=3,frame=:origin,size=(300,300))
end
```

描绘出几个关键点:

$$[0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi]$$

```
md"""
描绘出几个关键点:

$[0,\frac{π}{2},π,\frac{3π}{2},2π]$
"""
```



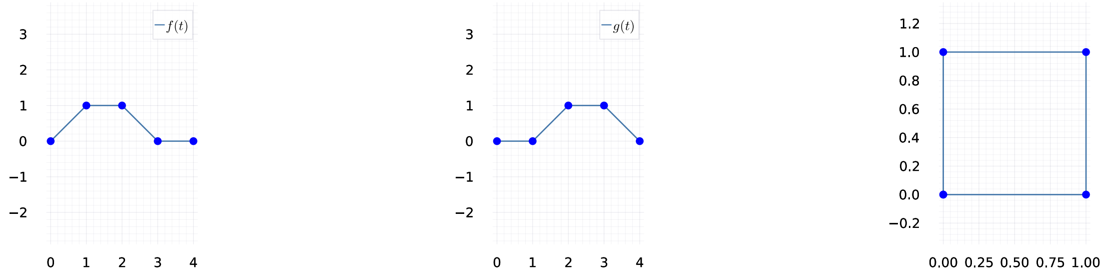

```
let
    tspan=0:0.02:12
    spots=[0,0.5(pi),1.5(pi),2*pi]
    xs=[cos(t) for t in tspan]
    ys=[sin(t) for t in tspan]
    scax=[cos(t) for t in spots]
    scay=[sin(t) for t in spots]
    plot(xs,ys, label=false,lw=2,arrow=3,frame=:origin,size=(300,300))
    scatter!(scax,scay,mc=:green, ms=5,label=false)
end
```

Example

example2:

根据参数方程,描述粒子运动轨迹

```
md"""
!!! example
    example2:

    根据参数方程,描述粒子运动轨迹

"""
```




```julia
let
    tspan=0:1:4
    xs=[0,1,1,0,0]
    ys=[0,0,1,1,0]
    p1=plot(tspan,xs,label=L"f(t)")
    s1=scatter!(tspan,xs,label=false,mc=:blue,ms=4)
    p4=plot!(p1,s1,ratio=1)
    p2=plot(tspan,ys,label=L"g(t)")
    s2=scatter!(tspan,ys,label=false,mc=:blue,ms=4)
    p5=plot!(p2,s2,ratio=1)

    p3=plot(xs,ys,label=false)
    s3=scatter!(xs,ys,label=false,mc=:blue,ms=4)
    p6= plot!(p3,s3,ratio=1)
    plot!(p4,p5,p6,layout=(1,3),size=(1200,250))



end

```

空间中沿直线运动的粒子参数方程

给定一个初始位置(x_0,y_0) 和沿着x 方向的变化率a,沿着y 方向的变化率b,就可以得到空间中沿直线运行的粒子轨迹,**如果是曲线上的点, 得到的是该点处的切线方程**

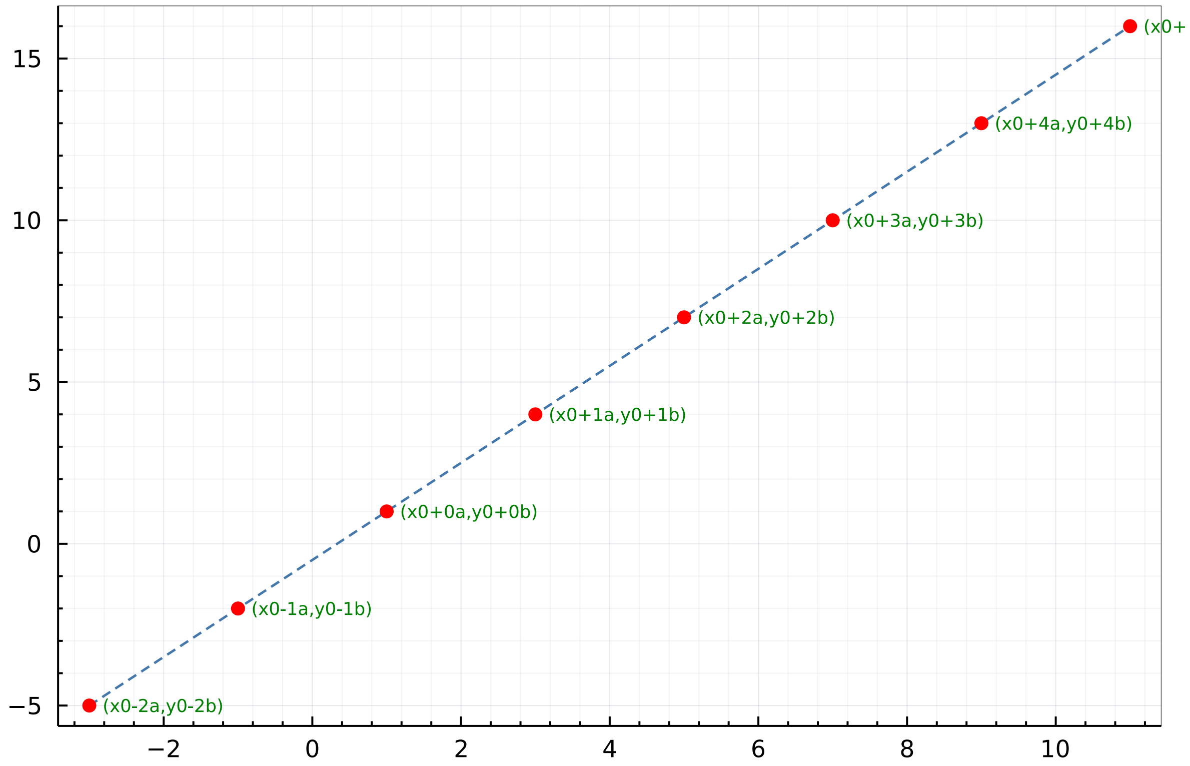
$$x(t)=x_0+at$$

$$y(t)=y_0+bt$$

这里的方法是一个最简单的向量分析方法.

下面我任意画一条直线,任意指定 a 值和 b值以及初始位置

```
md"""
## 空间中沿直线运动的粒子参数方程

给定一个初始位置$(x_0,y_0)$ 和沿着$x$ 方向的变化率$a$,沿着$y$ 方向的变化率$b$,就可以得到空间中沿直线运行的粒子轨迹,__如果是曲线上的点, 得到的是该点处的切线方程__

$x(t)=x_0+at$

$y(t)=y_0+bt$

这里的方法是一个最简单的向量分析方法.

下面我任意画一条直线,任意指定 a 值和 b值以及初始位置
"""
```




```julia
let
    xoffset=0.2  #用于标注的偏移
    tspan=-2:1:5
    a=2
    b1=3
    #b2=-3
    x0=1
    y0=1
    function getann(t)
        str=t>=0 ? "(x0+$(t)a,y0+$(t)b)" : "(x0-$(abs(t))a,y0-$(abs(t))b)"
        return
        (a*t+x0+xoffset,b1*t+y0,text(str,pointsize=6,color=:green,halign=:left) )
    end
    ann=[getann(t) for t in tspan]
    xs1=[a*t+x0 for t in tspan]
    ys1=[b1*t+y0 for t in tspan]
    plot(xs1,ys1,ls=:dash,label=false,frame=:semi,ann=ann)
    scatter!(xs1,ys1,ms=4,mc=:red,label=false)

end
```

切线参数方程

给定曲线一个点, 求经过该点的切线参数方程

> **Example**
>
> example1: $(1,2)$ 是曲线: $x=t^3, y=2t$
>
> 上的点, 求经过该点的切线参数方程.

因为点$(1,2)$ 在曲线上, 所以带入方程,可以求出该点对应的是时间点.

由此得, 在$t=1$ 时刻曲线经过该点 .

x 方向的的速度为在该方向上的位移变化,即导数 $\frac{dx}{dt}=3t^2, t 时刻, 速度为 3,$

y 方向的的速度为在该方向上的位移变化,即导数 $\frac{dy}{dt}=2$

根据空间直线参数方程可以得:

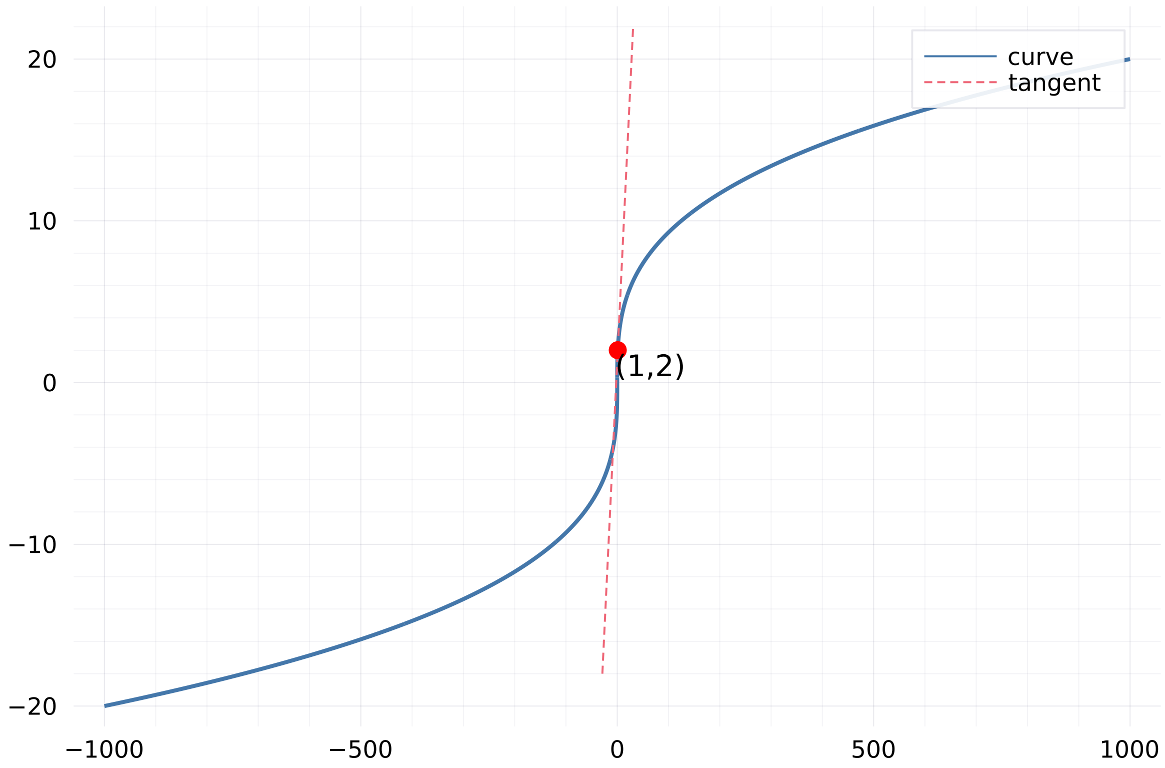
$$x=1+3t$$

$$y=2+2t$$

```
md"""
## 切线参数方程

给定曲线一个点, 求经过该点的切线参数方程

!!! example
    example1:  $(1,2)$ 是曲线:
    $x=t^3, y=2t$

    上的点, 求经过该点的切线参数方程.


因为点$(1,2)$ 在曲线上, 所以带入方程,可以求出该点对应的是时间点.

由此得, 在$t=1$ 时刻曲线经过该点 .

 $x$ 方向的的速度为在该方向上的位移变化,即导数 $\frac{dx}{dt}=3t^2,t 时刻,速度为 3$,

 $y$ 方向的的速度为在该方向上的位移变化,即导数 $\frac{dy}{dt}=2$

根据空间直线参数方程可以得:

$x=1+3t$

$y=2+2t$

"""
```

1

```
@bind time Slider(-10:10,show_value=true,default=1)
```




```
let
    tspan=-10:0.02:10
    t=time  #由 Slider 绑定的值
    x(t)=t^3
    y(t)=2*t
    point=Dict("x"=>x(t),"y"=>y(t))
    dx(t)=3*(t^2)
    dy(t)=2

    a=dx(t)
    b=dy(t)
    tx(t)=point["x"]+a*t  #切线参数方程x
    ty(t)=point["y"]+b*t  #切线参数方程y


    xs=[x(t) for t in tspan]
    ys=[y(t) for t in tspan]

    txs=[tx(t) for t in tspan]
    tys=[ty(t) for t in tspan]
    ann=[
        (point["x"],point["y"],text("
        ($(point["x"]),$(point["y"]))",pointsize=10,halign=:left,valign=:top))
    ]
    plot(xs,ys, label="curve",lw=2,ann=ann)
    plot!(txs,tys,label="tangent",lw=1,ls=:dash)
    scatter!([point["x"]],[point["y"]],ms=5,mc=:red,label=false)

end
```

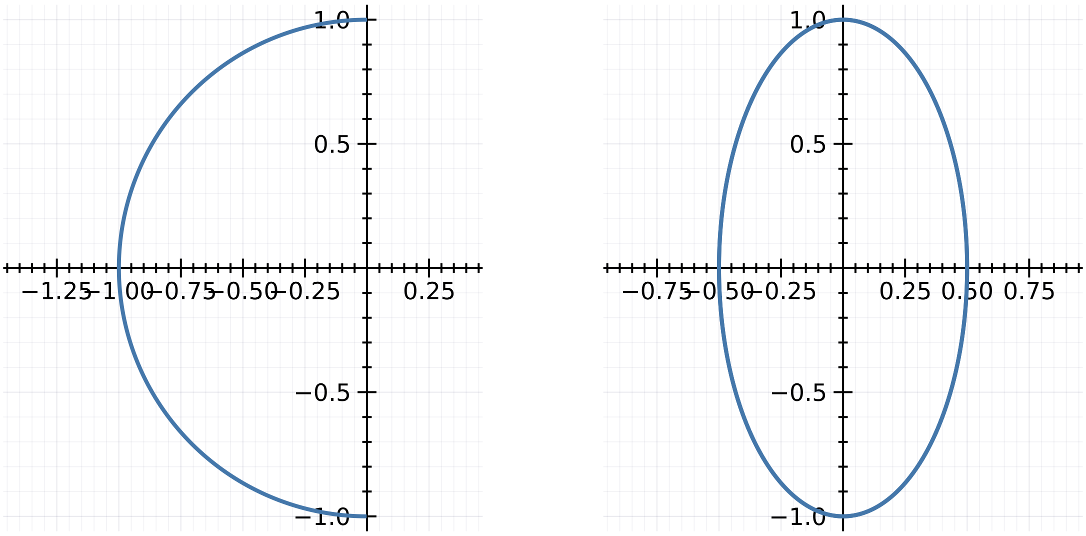
平面中曲线的参数方程表示方法

参数方程不仅仅在二维平面对绘图有帮助, 在三维空间绘图也极其方便, 唯一需要做的是再多考虑一个方向上的变化.

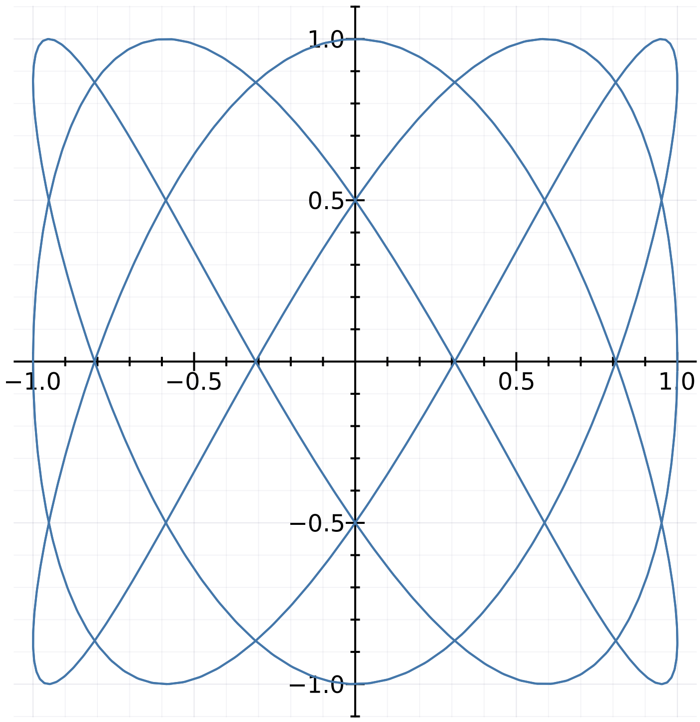
计算机动画也是基于参数方程的, 空间位置是时间的函数

在绘制圆周运动的轨迹时,只需要知道初始点的角度和终点的角度就可以了 椭圆运动轨迹也是类似的 下面绘制参考书 page 288 的图

```
md"""
## 平面中曲线的参数方程表示方法

参数方程不仅仅在二维平面对绘图有帮助，在三维空间绘图也极其方便，唯一需要做的是再多考虑一个方向上的变化。

计算机动画也是基于参数方程的，空间位置是时间的函数

在绘制圆周运动的轨迹时,只需要知道初始点的角度和终点的角度就可以了
椭圆运动轨迹也是类似的
下面绘制参考书 page 288 的图

"""
```




```
let
    tspan1=(1/2)pi:0.02:(3/2)pi
    tspan2=-2pi:0.02:2pi
    x1(t)=cos(t)
    y1(t)=sin(t)
    xs1=[x1(t) for t in tspan1]
    ys1=[y1(t) for t in tspan1]
    x2(t)=(1/2)*cos(t)
    y2(t)=sin(t)
    xs2=[x2(t) for t in tspan2]
    ys2=[y2(t) for t in tspan2]
    p1=plot(xs1,ys1, label=false,lw=2,frame=:origin,size=(300,300),ratio=1)
    p2=plot(xs2,ys2, label=false,lw=2,frame=:origin,size=(300,300),ratio=1)
    plot!(p1,p2,layout=(1,2),size=(600,300))

end
```




```
let
    # cal  page 290
    tspan=-2pi:0.02:2pi
    x(t) = cos(3*t)
    y(t) = sin(5*t)
    xs=[x(t) for t in tspan]
    ys=[y(t) for t in tspan]
    plot(xs,ys,label=false,frame=:origin, lw=1,size=(400,400),ratio=1)
end
```

```
@htl("""<script src="https://cdn.bootcdn.net/ajax/libs/mathjax/3.1.2/es5/tex-vg-full.js"></script>
    """)
```

```
@htl("""<script src="http://127.0.0.1:8080/tex-svg-full.min.js"></script>

""")
```