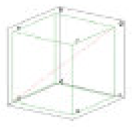


ch05 sec5.1

```
md"# ch05 sec5.1"
```

📕 Table of Contents

如何测量走过的距离?

如果速度保持恒定, 那么距离就等于速度与时间的积

$$距离=速度 \times 时间$$

思想实验:车到底走了多远?

每两秒中测量数据的结果

$两秒钟间隔$

时间(Sec)	0	2	4	6	8	10
速度(ft/sec)	20	30	38	44	48	50

由于速度在不断变化,所以用速度时间积的形式一次性得到距离是不行的, 但是我们有间隔两秒的数据, 可以用这个数据计算大致走过的距离. 由下面的的计算结果可知,距离 精确值在$360-420$之间, 波动范围为60

```
md"""
 ## 如何测量走过的距离?

 如果速度保持恒定, 那么距离就等于速度与时间的积

$$距离=速度 \times 时间$$

## 思想实验:车到底走了多远?

### 每两秒中测量数据的结果

$两秒钟间隔$
| 时间(Sec) | 0 |2  |4  | 6 |8 | 10  |
|:--|:--|:--|:--|:--|:--|:--|
|速度(ft/sec)|20|30| 38| 44|48 |50 |

由于速度在不断变化,所以用速度时间积的形式一次性得到距离是不行的, 但是我们有间隔两秒的数据, 可以用这个数据计算大致走过的距离. 由下面的的计算结果可知,距离 精确值在$360-420$之间, 波动范围为$60$
"""
```

60

```
begin
    tspan=0:2:10
    interval=2
    speedarr=[20,30,38,44,48,50]
    dist(interval,speed)=interval*speed

    #取下界计算 取区间内比较小的速度
    @show lowerdata=sum([dist(interval,speed) for speed in speedarr[1:5]])
    #取上界计算,取区间内比较大的速度
    @show upperdata=sum([dist(interval,speed) for speed in speedarr[2:6]])
     # 上界和下界的差异
    @show  difference=upperdata-lowerdata

end
```

```
lowerdata = sum([dist(interval, speed) for speed = speedarr[1:5]]) = 360
upperdata = sum([dist(interval, speed) for speed = speedarr[2:6]]) = 420
difference = upperdata - lowerdata = 60
```

每1秒中测量数据的结果

1秒钟间隔

时间(Sec)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
速度(ft/sec)	20	26	30	34	38	41	44	46	48	49	50

```
md"""
### 每1秒中测量数据的结果

$1秒钟间隔$
| 时间(Sec)| 0 |1 |2 | 3 |4 | 5 |6|7 |8  | 9 |10 |
|:--|:--|:--|:--|:--|:--|:--|:--|:--|:--|:--|:--|
|速度(ft/sec)| 20 |26 |30  | 34 |38 | 41 |44|46 |48 | 49 |50 |
"""
```

30

```julia
let
    tspan=0:1:10
    interval=1
    speedarr=[20,26,30,34,38,41,44,46,48,49,50]
    dist(interval,speed)=interval*speed

    #取下界计算 取区间内比较小的速度
    @show lowerdata=sum([dist(interval,speed) for speed in speedarr[1:10]])
    #取上界计算,取区间内比较大的速度
    @show upperdata=sum([dist(interval,speed) for speed in speedarr[2:11]])
     # 上界和下界的差异
    @show  difference=upperdata-lowerdata
end
```

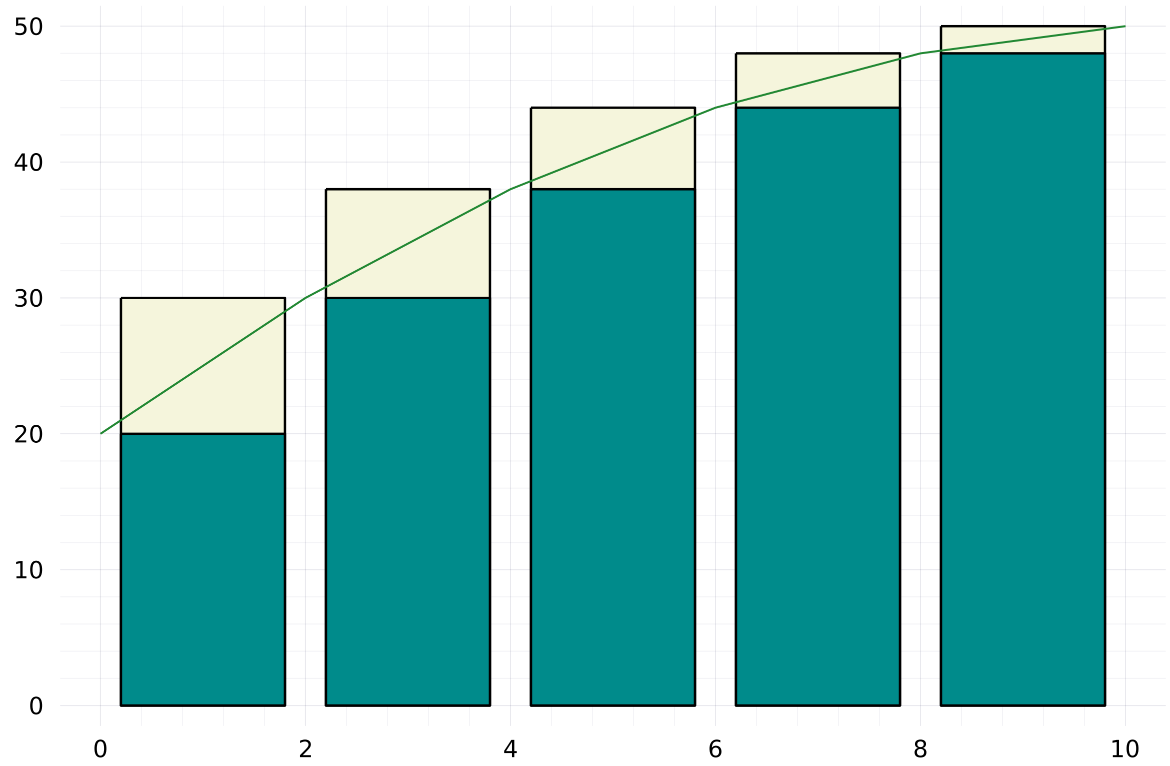
```
lowerdata = sum([dist(interval, speed) for speed = speedarr[1:10]]) = 37
6
upperdata = sum([dist(interval, speed) for speed = speedarr[2:11]]) = 406
difference = upperdata - lowerdata = 30
```

随着我们采样测量的间隔时间缩小,获取的速度变化也越精确,上界与下界的差值从 $60 减小到 30$ 这基本就是现代实验科学的测量方法,对于连续变化使用非常的间隔采样数据来近似.

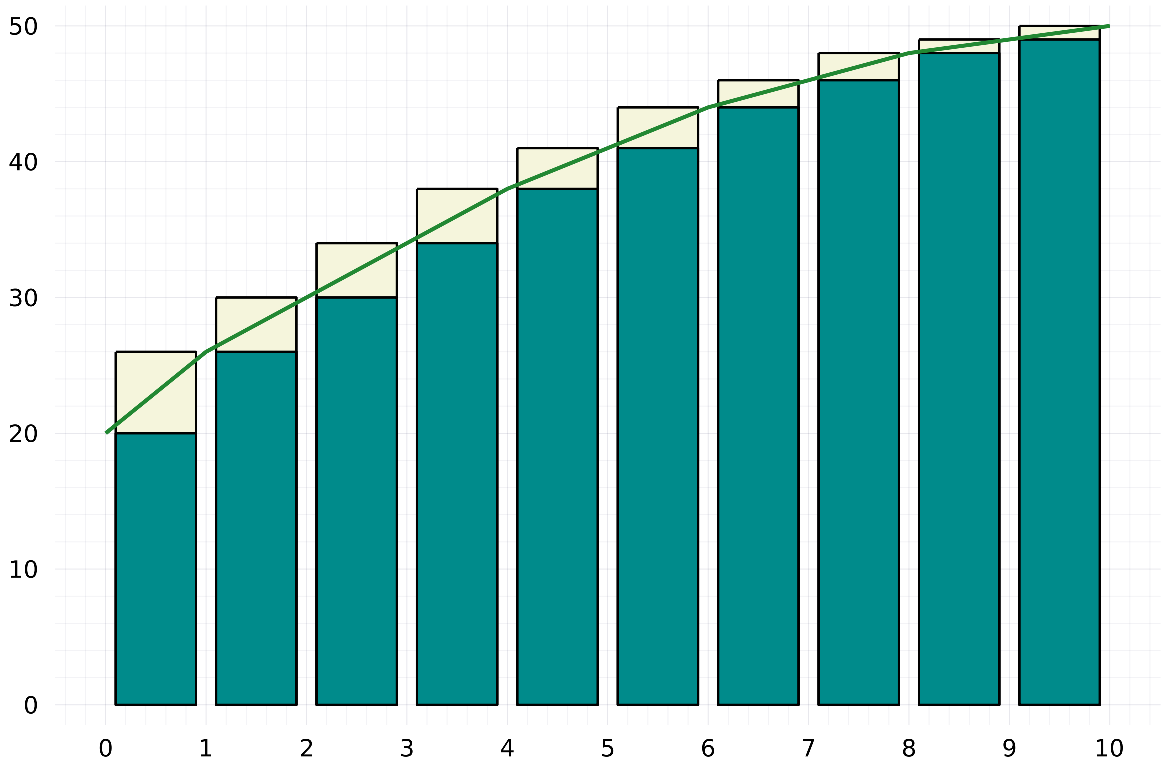
```
md"""
 随着我们采样测量的间隔时间缩小, 获取的速度变化也越精确, 上界与下界的差值从$60 减小到 30$
 这基本就是现代实验科学的测量方法, 对于连续变化使用非常的间隔采样数据来近似.

"""
```

直观的观察上界和下界测量与真实值之间的关系

```
md"""
### 直观的观察上界和下界测量与真实值之间的关系


"""
```




```
let
    tspan=0:2:10
    tspan1=0:1:10
    speedarr1=[20,30,38,44,48,50]
    speedarr2=[20,26,30,34,38,41,44,46,48,49,50]

    plot(tspan,speedarr1[2:6], color=:beige,seriestype=:bar,label=false,xticks=
    (0:2:10))
    plot!(tspan,speedarr1[1:5],color=:cyan4
, seriestype=:bar,label=false,xticks=(0:2:10))
    plot!(tspan,speedarr1,label=false,lw=1)

end
```




```
let

    tspan1=0:1:10

    speedarr2=[20,26,30,34,38,41,44,46,48,49,50]

    plot(tspan1,speedarr2[2:11], color=:beige,seriestype=:bar,label=false,xticks=
    (0:1:10))
    plot!(tspan1,speedarr2[1:10],color=:cyan4
, seriestype=:bar,label=false,xticks=(0:1:10))
    plot!(tspan1,speedarr2,label=false,lw=2)


end
```

在上面两种不同时间间隔的距离测量中,都不是精确的等于实际的距离.

上方的亮色区域是取上界和下界时距离的差值, 曲线下面积是真实值, 取下界,比真实值小, 取上界比真实值大,

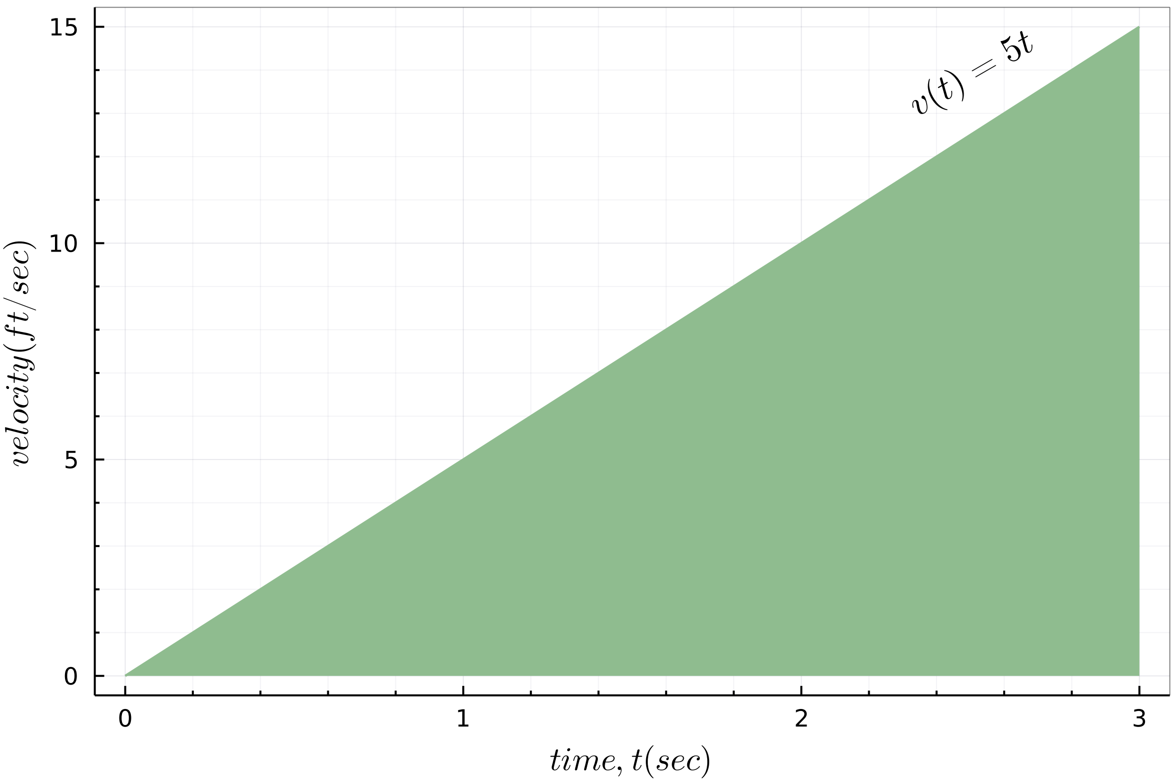
如果比较间隔时间, 2 秒间隔测量的矩形的面积比较小,结果更为接近于真实值

```
md"""
在上面两种不同时间间隔的距离测量中,都不是精确的等于实际的距离.

上方的亮色区域是取上界和下界时距离的差值, 曲线下面积是真实值, 取下界,比真实值小, 取上界比真实值大,

如果比较间隔时间, 2 秒间隔测量的矩形的面积比较小,结果更为接近于真实值
"""

```

> **Example**
>
> example3 自行车速度为与时间的函数为$v(t)=5t$,3钟,自行车走了多少距离

速度是线性增加的,所先画出速度与时间的关系

```
md"""
!!! example
    example3
    自行车速度为与时间的函数为$v(t)=5t$,$3$钟,自行车走了多少距离

速度是线性增加的,所先画出速度与时间的关系
"""
```




```
let
    tspan=0:3
    v(t)=5*t
    ann=[
        (2.5,14,text(L"v(t)=5t",pointsize=12, rotation=30))
    ]
    areaplot(v,tspan,label=false,frame=:semi,ann=ann,color=:darkseagreen,
      xlabel=L"time,t(sec)",ylabel=L"velocity(ft/sec)"
      )
end
```

$t=3$ 时速度为:

15

```
5*3
```

骑过的距离是速度和时间围成的面积, 这是三角形 $s=\frac{1}{2}\cdot h\cdot a$

22.5

```
0.5*15*3
```

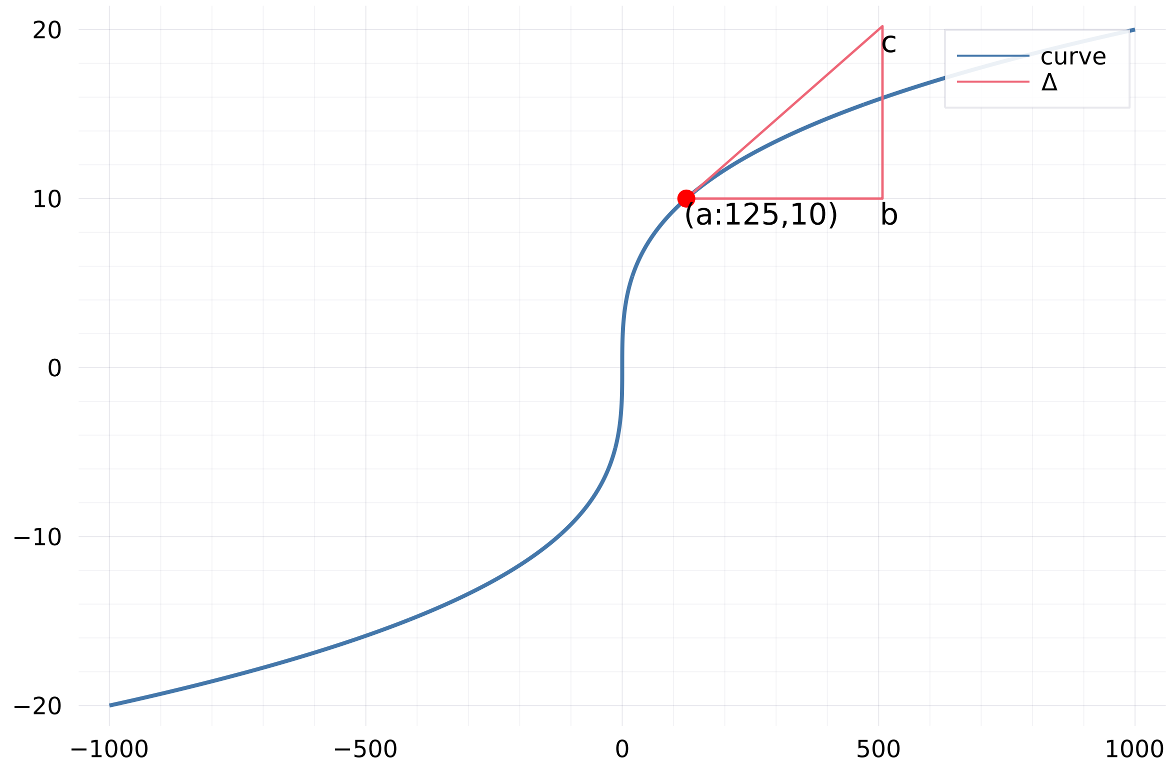
> **Note**
>
> 这里的三角形是一个思维工具. 之前我们一直在讨论曲线上某点附近的变化问题, 如果在一段非常小的距离里, 可以用该处的切线方程来近似附近的变化问题. 用切线近似方法, 每一个时间点附近的速度变化就可以用一个三角形来表示, 就是上面的图. x 轴的范围可以取极小的值.

这个三角形是速度变化导致的行驶距离,加上该时刻初始速度累积的面积(是一个矩形),就是在这段时间内走过的面积.

如果取的Δt 足够小,三角形面积就非常小, 可以忽略不计

```
md"""
!!! note
	这里的三角形是一个思维工具. 之前我们一直在讨论曲线上某点附近的变化问题, 如果在一段非常小的距离里, 可以用该处的切线方程来近似附近的变化问题. 用切线近似方法, 每一个时间点附近的速度变化就可以用一个三角形来表示, 就是上面的图.  $x$ 轴的范围可以取极小的值.

这个三角形是速度变化导致的行驶距离,加上该时刻初始速度累积的面积(是一个矩形),就是在这段时间内走过的面积.

如果取的$Δt$ 足够小,三角形面积就非常小, 可以忽略不计
"""
```

运动时间点 5




```
let
    """
    从t时刻的点,构造一个三角形,
    a点为运动曲线上的点,通过曲线参数方程获得
    c点的坐标通过切线方程获得, 时刻为(t+Δt),
    b点坐标,y坐标与a点一样, x坐标为c点的x坐标

    """
    Δt=0.1
    tspan=-10:0.02:10
    t=time  #由 Slider 绑定的值
    x(t)=t^3
    y(t)=2*t
    pointa=Dict("x"=>x(t),"y"=>y(t)) # a点坐标
    dx(t)=3*(t^2)
    dy(t)=2
     a=dx(t)
     b=dy(t)
    tx(t)=pointa["x"]+a*t  #切线参数方程x
    ty(t)=pointa["y"]+b*t  #切线参数方程y


    xs=[x(t) for t in tspan]
    ys=[y(t) for t in tspan]

    pointc=Dict("x"=>tx(t+Δt),"y"=>ty(t+Δt))     # c  点坐标获取
    pointb=Dict("x"=>tx(t+Δt),"y"=>pointa["y"])  # b  点坐标获取
    ann=[
        (pointa["x"],pointa["y"],text("
        (a:$(pointa["x"]),$(pointa["y"]))",pointsize=10,halign=:left,valign=:top)),
        (pointb["x"],pointb["y"],text("b",pointsize=10,halign=:left,valign=:top)),
        (pointc["x"],pointc["y"],text("c",pointsize=10,halign=:left,valign=:top))
    ]
    plot(xs,ys, label="curve",lw=2,ann=ann)
```

```
    #plot!(txs,tys,label="tangent",lw=1,ls=:dash)
    plot!([pointa["x"],pointb["x"],pointc["x"],pointa["x"]],
    [pointa["y"],pointb["y"],pointc["y"],pointa["y"]],label="Δ")
    scatter!([pointa["x"]],[pointa["y"]],ms=5,mc=:red,label=false)

end
```

左侧和与右侧和

如果 $v(t)$ 表示非负的速度的时间函数, 从$t=a \to t=b$ 时刻内测量多个时间点的速度,时间间隔$Δt$ 由采样次数n和运动时间决定

$$Δt=\frac{b-a}{n}, n \in N$$

从 $t_0 \to t_1$ 时刻 走过的距离为:

$$f(t_0)Δt$$

从 $t_1 \to t_2$ 时刻 走过的距离为:

$$f(t_1)Δt$$

总的距离为:

$$\sum_{a}^{b} \approx f(t_0)Δt+f(t_1)Δt+...f(t_{n-1})Δt$$

这就是左和

如果取间隔内较大速度,则总距离为:

$$\sum_{a}^{b} \approx f(t_1)Δt+f(t_2)Δt+...f(t_n)Δt$$

这是右和

```
md"""
## 左侧和与右侧和

如果 $v(t)$ 表示非负的速度的时间函数, 从$t=a \to t=b$ 时刻内测量多个时间点的速度,时间间隔$Δt$ 由采样次数$n$和运动时间决定

$Δt=\frac{b-a}{n}, n \in N$

从 $t_0 \to t_1$ 时刻 走过的距离为:

$f(t_0)Δt$


从 $t_1 \to t_2$ 时刻 走过的距离为:

$f(t_1)Δt$

总的距离为:

$\sum_{a}^{b} \approx f(t_0)Δt+f(t_1)Δt+...f(t_{n-1})Δt$

这就是左和
```

```
如果取间隔内较大速度,则总距离为:

$\sum_{a}^{b} \approx f(t_1)Δt+f(t_2)Δt+...f(t_{n})Δt$

这是右和
"""
```

```
@htl("""<script src="https://cdn.bootcdn.net/ajax/libs/mathjax/3.1.2/es5/tex-vg-full.js"></script>
    <script src="http://127.0.0.1:8080/tex-svg-full.min.js"></script>

""")
```