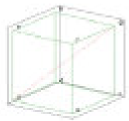


```
PlutoUI.Resource("https://tva1.sinaimg.cn/thumbnail/e6c9d24egy1h2alsw1tzxj20m80gomxn.jpg")
```

ch09 sec9.1 序列

序列是一组有无限个数字组成的列表$s_1,s_2...s_{n-1},s_n$, s_1 为第一项, s_2 为第二项; s_n 表示通项式.

```
md"""
# ch09 sec9.1  序列

序列是一组有无限个数字组成的列表$s_1,s_2...s_{n-1},s_n$, $s_1$ 为第一项, $s_2$ 为第二项; $s_n$ 表示通项式.
"""
```

📕 Table of Contents


```
begin
        using PlutoUI   , Plots   ,DataFrames   ,HypertextLiteral   ,LaTeXStrings ,Symbolics
        gr()
        theme(:bright)


        PlutoUI.TableOfContents()

    end


```

```
read (generic function with 1 method)
```

```
begin
    datacollection=Dict()

    function save(key::String, dict::Dict)
        return merge!(datacollection,Dict(key=>dict))
    end

    function read(key::String)
        return  datacollection[key]
    end
end

```

从数值,代数和图形角度看

Example

example 1

给出下列通项式的前六项

- $s_n=\frac{n(n+1)}{2}$
- $s_n=\frac{n+(-1)^n}{n}$

```
md"""
## 从数值,代数和图形角度看


!!! example

    example 1

    给出下列通项式的前六项

        -  $s_n=\frac{n(n+1)}{2}$
        -  $s_n=\frac{n+(-1)^n}{n}$

"""
```

$$\left[\frac{1-1}{1}, \frac{2+1}{2}, \frac{3-1}{3}, \frac{4+1}{4}, \frac{5-1}{5}, \frac{6+1}{6}\right]$$

```
let
#1 的序列
data=read("example1")
res=data["res1"]
end
```

$$[\frac{1 \cdot 2}{2}, \frac{2 \cdot 3}{2}, \frac{3 \cdot 4}{2}, \frac{4 \cdot 5}{2}, \frac{5 \cdot 6}{2}, \frac{6 \cdot 7}{2}]$$

```
let
    #2 的序列
data=read("example1")
res=data["res2"]
end
```

Dict("example1" ⇒ Dict("res1" ⇒ [$\frac{1-1}{1}$, $\frac{2+1}{2}$, $\frac{3-1}{3}$, $\frac{4+1}{4}$, $\frac{5-1}{5}$, $\frac{6+1}{6}$], "res2"

```
let
  function f(n)
        str="$(n+1)"
        L"\frac{%$(n)\cdot %$str}{2}"
    end
    range=1:6


    function g(n)
        str=(-1)^n == 1 ? "+1" : "-1"
        L"\frac{%$(n)%$str}{%$n}"
    end
     res1= [g(n) for n in range ]
     res2= [f(n) for n in range]

     example1=Dict(

          "res1"=>res1,
          "res2"=>res2,
     )

     save("example1",example1)

end
```

递归定义序列

Example

example 2

递归定义下列式子的前六项

- (1). $s_n=s_{n-1}+3\ , n>1 \ , s_1=4$
- (2). $s_n=-3s_{n-1} \ , n>1 \ ,s_1=2$
- (3). $s_n=\frac{1}{2}(s_{n-1}+s_{n+1}) \ , s_1=0 \ ,s_2=1)$
- (4). $s_n=ns_{n-1} \ , n>1 \ , s_1=1$

```
md"""
## 递归定义序列

!!! example
    example 2

    递归定义下列式子的前六项

    - (1). $s_n=s_{n-1}+3\ , n>1 \ , s_1=4$

    -  (2). $s_n=-3s_{n-1} \ , n>1 \  ,s_1=2$
    -  (3). $s_n=\frac{1}{2}(s_{n-1}+s_{n+1}) \  , s_1=0 \ ,s_2=1)$
    -  (4). $s_n=ns_{n-1} \ , n>1 \ ,  s_1=1$

"""
```

```
[1, 2, 6, 24, 120, 720]
```

```
let
    data=read("example2")
    @show  data["res1"]
    @show  data["res2"]
    @show  data["res3"]
    @show  data["res4"]
end
```

```
data["res1"] = [4, 7, 10, 13, 16, 19]
data["res2"] = [2, -6, 18, -54, 162, -486]
data["res3"] = Real[0, 1, 0.5, 0.75, 0.625, 0.6875]
data["res4"] = [1, 2, 6, 24, 120, 720]
```

Dict("example1" ⇒ Dict("res1" ⇒ [$\frac{1-1}{1}$, $\frac{2+1}{2}$, $\frac{3-1}{3}$, $\frac{4+1}{4}$, $\frac{5-1}{5}$, $\frac{6+1}{6}$], "res2"

```
let

    nstep=1:6

    f1(n)=n==1 ? 4 : f1(n-1)+3
    f2(n)=n==1 ? 2  : -3*f2(n-1)
    function f3(n)
        s1,s2=0,1
        if n==1
           return s1
        elseif n==2
            return s2
        else
            return  1/2*(f3(n-1)+f3(n-2))
        end
    end
    f4(n)=n==1 ? 1 : n*f4(n-1)
    res1=[f1(x) for x in nstep]
    res2=[f2(x) for x in nstep]
    res3=[f3(x) for x in nstep]
    res4=[f4(x) for x in nstep]
    example2=Dict("res1"=>res1,"res2"=>res2,"res3"=>res3, "res4"=>res4)
    save("example2",example2)

end
```

序列的收敛性

序列的极限定义和函数的定义一样, 当$n \to +\infty$时, 序列趋近一个固定值L

Definition

序列 $s_1,s_2,s_3,...s_n$ 如果当 $\lim_{n \to \infty}s_n=L$ 时 L 称为 序列的极限.序列是收敛的.如果L 不存在,就定义序列是发散的

```
md"""
## 序列的收敛性

序列的极限定义和函数的定义一样, 当$n\to +\infty$时, 序列趋近一个固定值$L$

!!! definition

    序列 $s_1,s_2,s_3,...s_n$ 如果当 $\lim_{n \to \infty}s_n=L$ 时 $L$ 称为 序列的极限.序列是收敛的.如果$L$ 不存在,就定义序列是发散的
"""
```

Example

exampe 5

下列序列是否收敛, 如果收敛, 极限是什么?

- (a). $s_n=(0.8)^n$
- (b). $s_n=\frac{1-e^n}{1+e^n}$
- (c). $s_n=\frac{n^2+1}{n}$
- (d). $1+(-1)^n$

我们直接先把图画出来, 然后再分析序列

(a) 当序列$s_n=(0.8)^n n \to \infty$时, 序列趋近于0

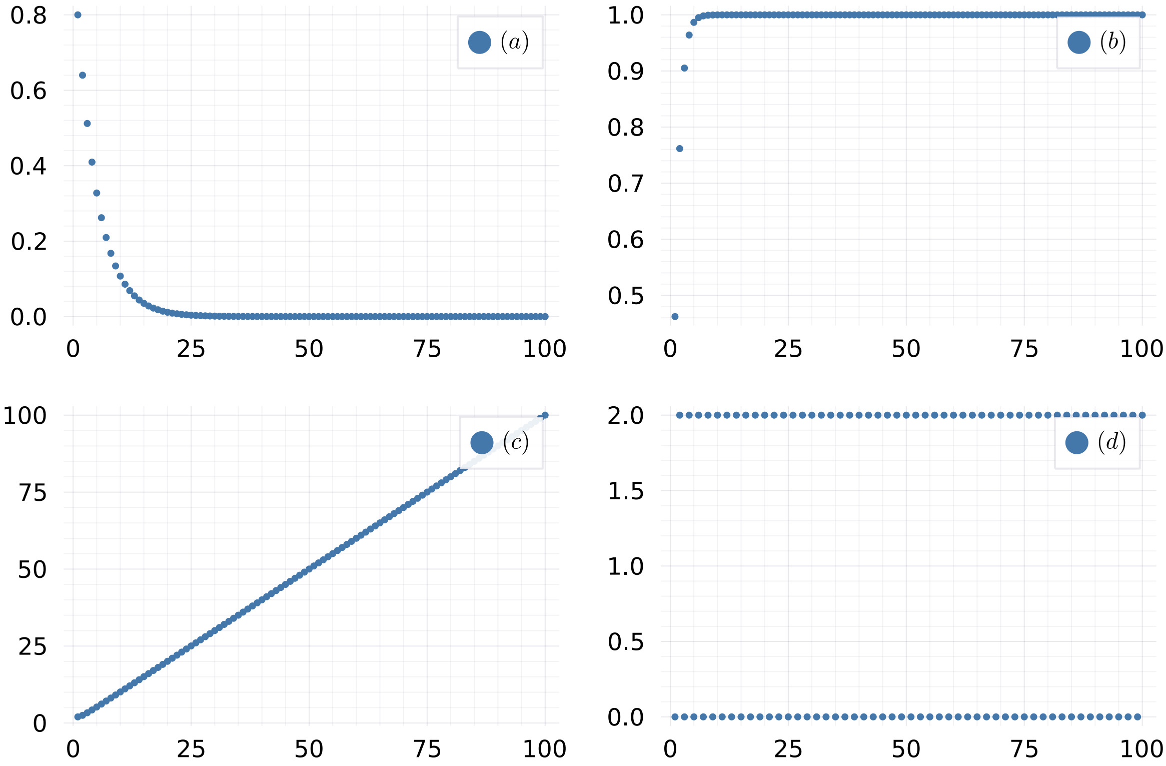
(b) e^{-n} 会递减, 当 $n \to +\infty$ 时, 分子分母都趋近于 1, 所以极限为 1

(c) n^2 的增长速度比 n 快, 所以序列会一致递增, 是发散到的

(d) $(-1)^n$, 会随着 n 的奇偶性符号发生变化, 所以序列在 $0,2$ 之间跳变, 序列是发散的

注意(d),只能收敛到一个值.

```
md"""

!!! example
    exampe 5

    下列序列是否收敛, 如果收敛, 极限是什么?

     - (a). $s_n=(0.8)^n$
     - (b). $s_n=\frac{1-e^n}{1+e^n}$
     - (c). $s_n=\frac{n^2+1}{n}$
     - (d). $1+(-1)^n$


我们直接先把图画出来, 然后再分析序列

(a)  当序列$s_n=(0.8)^n n \to \infty$时, 序列趋近于$0$

(b)  $e^{-n} 会递减, 当 n \to  +\infty时, 分子分母都趋近于 1,所以极限为 1$

(c)  $n^2的增长速度比 n快, 所以 序列会一致递增, 是发散到的$

(d)  $(-1)^n,会随着 n的奇偶性符号发生变化, 所以序列在{0,2} 之间跳变, 序列是发散的$

注意(d),只能收敛到一个值.
"""
```




```
let
    nspan=1:100
    f1(n)=(0.8)^n
    f2(n)=(1-ℯ^(-n))/(1+ℯ^(-n))
    f3(n)=(n^2+1)/n
    f4(n)=1+(-1)^n
    scatter([f1,f2,f3,f4],nspan,layout=(2,2),ms=2,label=[L"(a)"  L"(b)"  L"(c)"  L"(d)"])
end
```

```
@htl("""<script src="https://cdn.bootcdn.net/ajax/libs/mathjax/3.2.0/es5/tex-svg-full.min.js"></script>
    """)
```