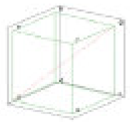


ch06 sec6.3 微分方程和运动

```
md"# ch06 sec6.3 微分方程和运动"
```

Table of Contents

ch06 sec6.3 微分方程和运动
运动的方程

函数的形式如果类似:

$$\frac{dy}{dx}=f(x)$$

这就是一个微分方程, 求微分方程的通解其实就是求 $f(x)$ 的反导函数 $F(x)+C$

微分方程模型在实践应用中无处不在.

用数据科学和机器学习方法来解微分方程也有了很大的发展,所以学科融合的威力在增强, 数学为数据科学和人工智能提供基础, 反过来现在人工智能又加速快数学的研究速度!

下面先看看一个简单实例

```
md"""
函数的形式如果类似:

$\frac{dy}{dx}=f(x)$

这就是一个微分方程, 求微分方程的通解其实就是求 $f(x)$ 的反导函数 $F(x)+C$


微分方程模型在实践应用中无处不在.

用数据科学和机器学习方法来解微分方程也有了很大的发展,所以学科融合的威力在增强,数学为数据科学和人工智能提供基础, 反过来现在人工智能又加速快数学的研究速度!



下面先看看一个简单实例

"""
```

Example

example 1

绘图描述微分方程 $\frac{dy}{dx}=2x$ 的通解

微分方程 $\frac{dy}{dx}=2x$ 反导函数为:

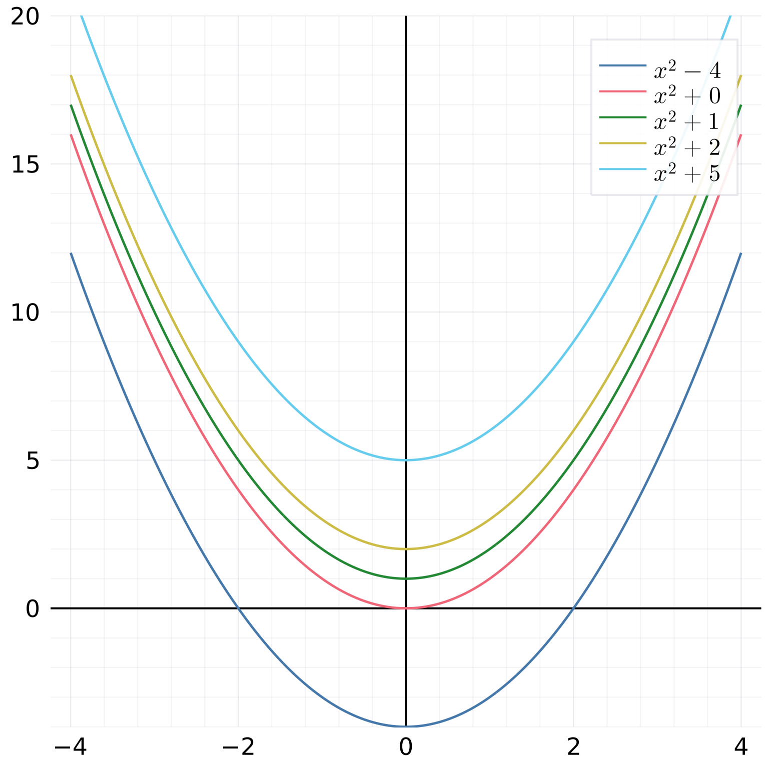
$$y=x^2$$

通解为:

$$y=x^2+C$$

我们取一组整数来绘图 $C \in [-4,1,0,2,5]$

```
md"""
!!! example
    example 1

    绘图描述微分方程 $\frac{dy}{dx}=2x$ 的通解

 微分方程 $\frac{dy}{dx}=2x$ 反导函数为:

$y=x^2$

  通解为:

$y=x^2+C$

我们取一组整数来绘图 $C \in [-4,1,0,2,5]$


"""
```




```julia
let
    carr= [-4,0,1,2,5]
    tspan=-4:0.02:4
    function generatefunc(c)
        return function(x)
                return x^2+c
                end
    end
    funcarr=[]
    lab=[]
    for (i,c) in enumerate(carr)
         str= c>=0  ?  L"x^2+%$c" : L"x^2%$c"
         if i==1

            lab=[str]
            push!(funcarr,generatefunc(c))
         else

            lab=hcat(lab,str)  #plots中 label 需要用向量, 所以用 hvact 拼接
            push!(funcarr,generatefunc(c))
         end
    end



    plot(tspan,funcarr,frame=:zerolines,label=lab,ylims=(-4,20),size=(400,400))
end
```

$** 如何找出特解? **$

当我们获取了通解形式 $y(x)=x^2+C$, 带入一组曲线上的值 $\{x_0,y(x_0)\}$ 可以求出唯一的C, 就可以求出特解

注意 这里的x_0,0 下标只表示是微分方程的初始条件,并不一定是 $t=0$ 时刻,但是$t=0$时刻的值可以作为初始条件

```
md"""

$**如何找出特解?**$

当我们获取了通解形式 $y(x)=x^2+C$,  带入一组曲线上的值 $\{x_0,y(x_0)\}$ 可以求出唯一的$C$,
就可以求出特解



**注意 这里的$x_0$,$0$ 下标只表示是微分方程的初始条件,并不一定是 $t=0$ 时刻,但是$t=0$时刻的值可以作为初始条件**

"""
```

Example

example2

当 $y(3)=5$ 时,求 $\frac{dy}{dx}=2x$ 的特解

已经求出通解为:$y(x)=x^2+C$

将$\{x=3,y(3)=5\}$ 带入通解:

$$5=3^2+C$$

因此,$C=-4$

所以特解为:

$$y(x)=x^2-4$$

```
md"""
!!! example
    example2

    当 $y(3)=5$ 时,求$\frac{dy}{dx}=2x 的特解$

已经求出通解为:$y(x)=x^2+C$

将$\{x=3,y(3)=5\}$ 带入通解:

$5=3^2+C$

因此,$C=-4$

所以特解为:

$y(x)=x^2-4$

"""
```

运动的方程

在重力场中:

$$g = 9.8m/s^2$$

表示速度的变化率

如果速度向量竖直向上为$+$, g的符号为$-$ 表示与速度向量方向相反.

再次重复,不同的量值单位度量的是不同的物理性质, 速度单位为m/s,加速度单位为m/s^2, 速度度量的是位移的变化, 而加速度度量的是速度的变化.

分解一下, $\frac{ds}{dt}\Delta t$,dt和Δt 都是时间单位s(秒),所以被消掉, 留下的单位是m(米), 表示在Δt 时间内走过的距离, 这里速度和时间乘积度量的是距离

再看看 , $\frac{dv}{dt}\Delta t$,同上,时间单位被消去,留下的单位是m/s, 加速度和时间的乘积度量了速度

从文字上注意差异, 加速度虽然比速度只多了一个"加", 但这不是数学和物理意义上的"加"法, 数学和物理意义上的加法, 量纲和域要相同.

$v + g$ 不行,单位不同, $v + g\Delta t$ 可以 ,v 和$g\Delta t$ 单位都是 m/s

$s + v + a$ 也不行 但是 $s + v\Delta t + g\Delta t^2$ 可以, 因为 s,$v\Delta t$,$g\Delta t^2$ 单位相同

$$g = \frac{m}{s^2}, \Delta t^2 = s^2$$

所以

$$g \cdot \Delta t^2 = \frac{m}{\cancel{s}^2} \cdot \cancel{s}^2 = m$$

重力场中不考虑空气阻力的位移公式为:

$$s(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t + s_0$$

如果考虑空气阻力,因为空气会对运动的物体施加压力, 所以引入了新的变化来源, 为了厘清变化要引入新的微分方程, 从而组成一个系统(system), 方程组就叫做 system.

```
md"""
## 运动的方程

在重力场中:

$g=9.8m/s^2$

表示速度的变化率

如果速度向量竖直向上为$+$, $g$的符号为$-$ 表示与速度向量方向相反.

```

```
**再次重复,不同的量值单位度量的是不同的物理性质, 速度单位为$m/s$,加速度单位为$m/s^2$,速度度量的是位移的变化, 而加速度度量的是速度的变化.**

分解一下,$\frac{ds}{dt}Δt$ ,$dt$和$Δt$ 都是时间单位$s(秒)$,所以被消掉, 留下的单位是$m(米)$, 表示在$Δt$ 时间内走过的距离, 这里速度和时间乘积度量的是距离

再看看 , $\frac{dv}{dt}Δt$,同上,时间单位被消去,留下的单位是$m/s$, 加速度和时间的乘积度量了速度

从文字上注意差异, 加速度虽然比速度只多了一个"加", 但这不是数学和物理意义上的"加"法,  数学和物理意义上的加法, 量纲和域要相同.

  $v+g$ 不行,单位不同,  $v+gΔt$ 可以 ,$v$ 和$gΔt$ 单位都是 $m/s$

  $s+v+a$ 也不行  但是 $s+vΔt+g{Δt}^2$ 可以, 因为 $s$,$vΔt$,$g{Δt}^2$ 单位相同


$g=\frac{m}{s^2},  {Δt}^2=s^2$

所以

$g\cdot {Δt}^2=\frac{m}{\not{s^2}}\cdot \not{s^2}=m$

重力场中不考虑空气阻力的位移公式为:

$s(t)=-\frac{g}{2}t^2+v_{0}t+s_0$


如果考虑空气阻力,因为空气会对运动的物体施加压力, 所以引入了新的变化来源, 为了厘清变化要引入新的微分方程, 从而组成一个系统(system), 方程组就叫做 system.

"""
```