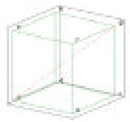


```julia
PlutoUI.Resource("https://tva1.sinaimg.cn/thumbnail/e6c9d24egy1h2alsw1tzxj20m80gomxn.jpg")

```

ch08 sec8.5 积分物理应用

```julia
md"""
# ch08 sec8.5 积分物理应用
"""
```

📕 Table of Contents

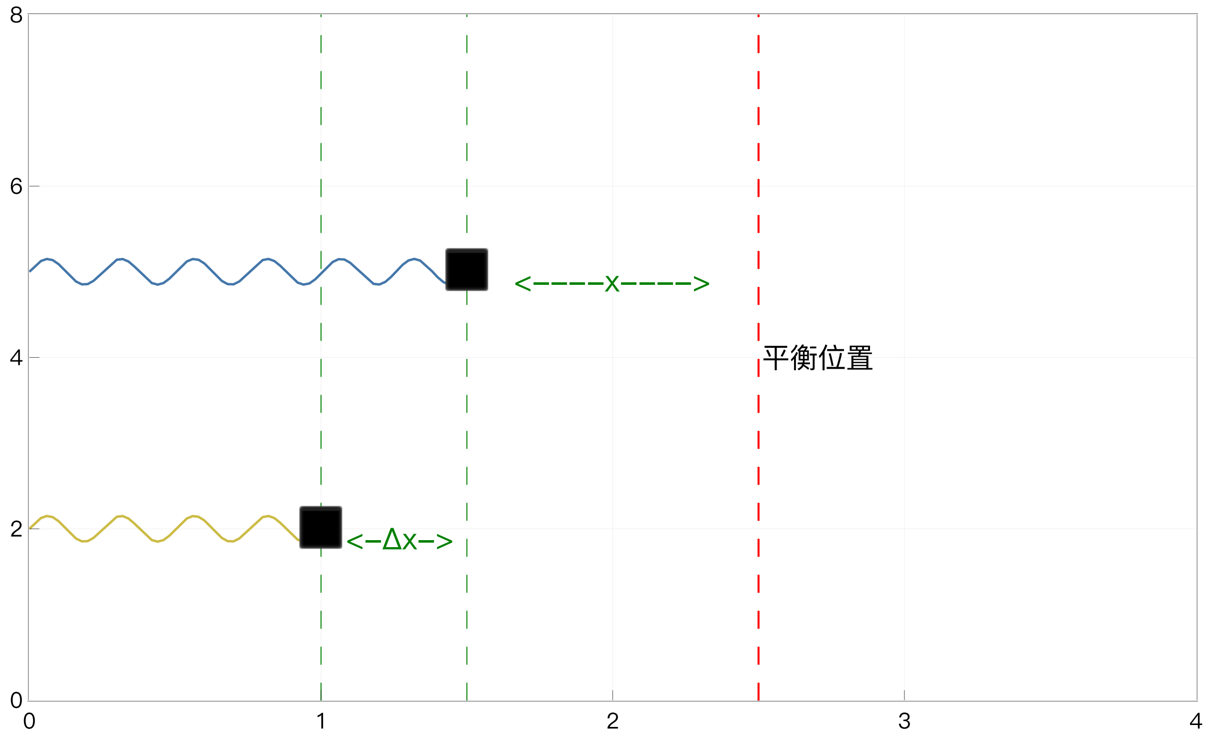
做功(work)

物理上定义, 如果一个力F作用在物体上,使物体移动了d距离, 就定义力对物体做功. 力必须要和物体移动方向平行(方向可以相同,也可以相反)

Definition

$$做功=力\cdot 移动距离,W=F\cdot d$$

```
md"""
## 做功(work)

物理上定义， 如果一个力$F$作用在物体上,使物体移动了$d$距离， 就定义力对物体做功. 力必须要和物体移动方向平行(方向可以相同,也可以相反)

!!! definition
    $做功=力\cdot 移动距离 , W=F\cdot d$




"""
```




```
let
    plotly()
    A=0.15
    ω=25
    shift2=2
    shift3=5
    vlineval=2.5
    tspan1=0:0.02:1.5
    tspan2=0:0.02:1.0
    f1(x)=A*sin(ω*x)+shift3
    f2(x)=A*sin(ω*x)+shift2

    ann1=[
        getannstr(last(tspan1),shift3-0.1,"■",24),
        getannstr( ((vlineval-last(tspan1))/2+last(tspan1)),shift3-0.1,"<----x---->",11),
        (vlineval+0.2,4,text("平衡位置",rotation=45,pointsize=10)),

    ]

    ann2=[
        getannstr(last(tspan2),shift2-0.1,"■",24),

        getannstr(1.27,shift2-0.1,"<-Δx->",11)

    ]
    plot(f1,tspan1,label=false,ylims=(0,8),xlims=(0,4),ann=ann1,frame=:box)
    vline!([vlineval],ls=:dash, lw=1, color=:red,label=false)
    vline!([last(tspan1),last(tspan2)],ls=:dash, lw=0.5, color= :green,label=false)
    plot!(f2,tspan2,label=false,ylims=(0,8),xlims=(0,4),ann=ann2)


end
```

Example

example1

虎克定律说明弹簧经过压缩后会对外产生作用力, 当弹簧离开平衡位置位移为x时, 产生的力为:$F=kx$,其中k 为弹簧系数. 求压缩弹簧至$0.1m$, $k=8 n/m$ 的过程中做功值.

根据我们之前的研究方法, 首先研究系统中变化的量. 这是一个连续变化的系统, 变化的是力, 随着弹簧的压缩过程, 力会逐渐增大. 所以我们沿着弹簧压缩的方向 $0 \to 0.1m$ 划分为小的片段 Δx,当$\Delta x \to 0$ 时, 近似认为在小的位移片段内力不发生变化. 在这个片段内力表示为:

$$F=kx, 因为k=8, 由此F=8x$$

所以在Δx位移内做功为:

$$W \approx F \Delta x=8x \Delta x$$

总做功为小片段内做功的总和:

$$work=\sum 8x \Delta x$$

用黎曼和公式计算为: 0.04焦耳

```
md"""
!!! example
    example1

    虎克定律说明弹簧经过压缩后会对外产生作用力, 当弹簧离开平衡位置位移为$x$时, 产生的力为:$F=kx$,其中$k$ 为弹簧系数. 求压缩弹簧至$0.1m$, $k=8 n/m$ 的过程中做功值.


根据我们之前的研究方法, 首先研究系统中变化的量. 这是一个连续变化的系统, 变化的是力, 随着弹簧的压缩过程, 力会逐渐增大. 所以我们沿着弹簧压缩的方向 $0 \to 0.1m$ 划分为小的片段 $\Delta x$,当$\Delta x \to 0$ 时, 近似认为在小的位移片段内力不发生变化.
在这个片段内力表示为:

$F=kx, 因为k=8, 由此  F=8x$
所以在$\Delta x$位移内做功为:

$W \approx F \Delta x=8x \Delta x$

总做功为小片段内做功的总和:

$work=\sum 8x \Delta x$


用黎曼和公式计算为: 0.04焦耳

"""
```

```
Dict("rightsums" ⇒ 0.0402, "leftsums" ⇒ 0.0398)
```

```
let
    a,b,n=0,0.1,250
    f(x)=8x
    work=getRiemannSum(a,b,n,f)
    @show work
end
```

```
work = Dict("rightsums" => 0.0402, "leftsums" => 0.0398)
```

> **Note**
>
> 总结: 如果力是位移的函数$F(x)$, 那么从a点到b点 做功为:
>
> $$work=\int_{a}^{b}F(x)dx$$

```
md"""
!!! note
    总结: 如果力是位移的函数$F(x)$, 那么从$a$点到$b$点 做功为:

    $work=\int_{a}^{b}F(x)dx$
"""
```

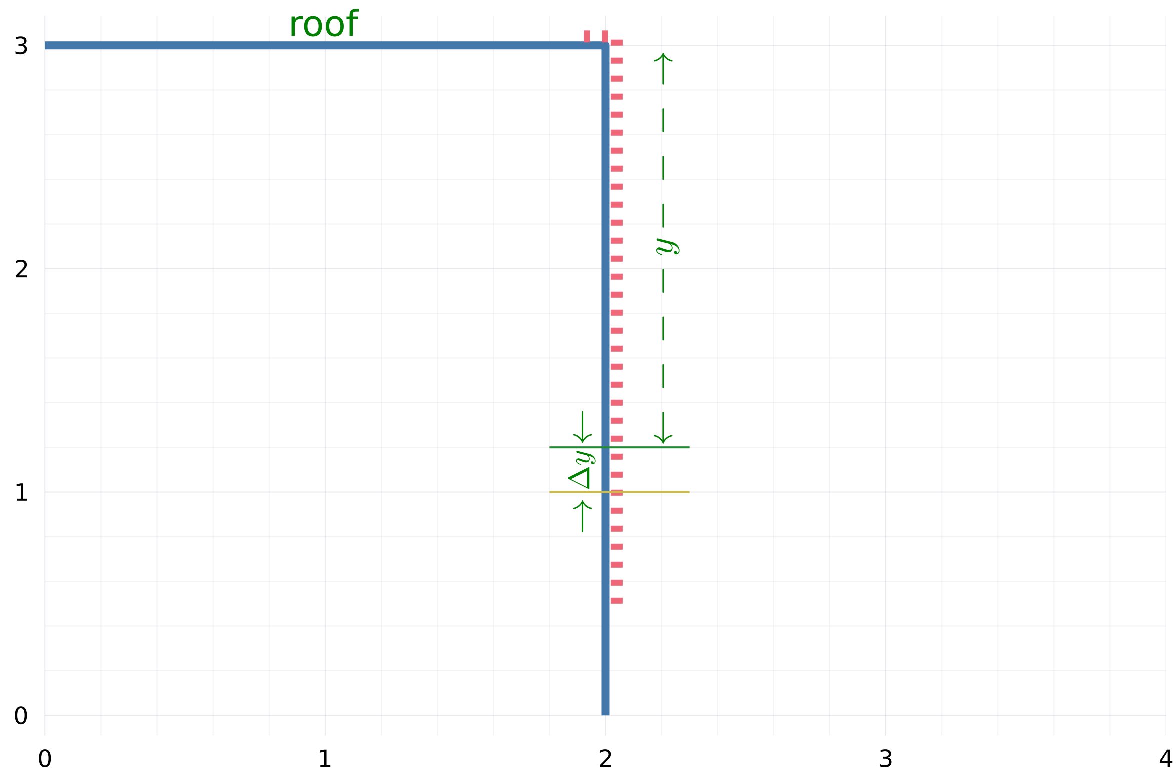
力归于重力: 重量和质量的关系

当一个物体被举起, 需要做功, 才能抵消应力场对物体施加的重力. 根据牛顿第二定律,施加在质量为m的物体上的重力为mg,g 是重力产生的加速度. 要举起重物, 必须要施加和重力大小相同, 但是方向相反的力.

简单讲质量度量了物体内物质的量,测量的其实物体的密度和分子数量的复合量.

而重力度量的是重力场的性质,不同的天体质量本身质量不同,所以产生的重力不同, 物体与天体之间的距离不同, 重力也不同. 有质量的物体都会产生重力场, 我们也会对地球产生重力, 不过这种重力太过微小, 可以忽略不计.

```
md"""
### 力归于重力: 重量和质量的关系

当一个物体被举起, 需要做功, 才能抵消应力场对物体施加的重力. 根据牛顿第二定律,施加在质量为$m$的物体上的重力为$mg$,$g$ 是重力产生的加速度. 要举起重物, 必须要施加和重力大小相同, 但是方向相反的力.

简单讲质量度量了物体内物质的量,测量的其实物体的密度和分子数量的复合量.

而重力度量的是重力场的性质,不同的天体质量本身质量不同,所以产生的重力不同, 物体与天体之间的距离不同, 重力也不同. 有质量的物体都会产生重力场, 我们也会对地球产生重力, 不过这种重力太过微小, 可以忽略不计.
"""
```

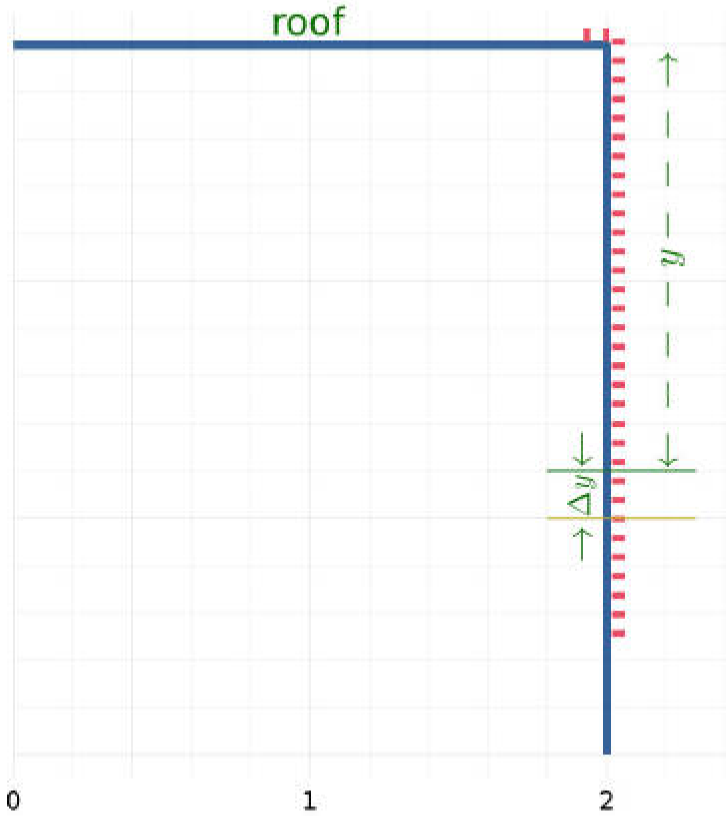



```
let
    gr()
    offset=0.04
    ann=[
        (2.2,2.1,text(L"\leftarrow--- y ---
        \rightarrow",pointsize=12,rotation=90,color=:green)),
        (1.9,1.1,text(L"Δy",rotation=90, color=:green,pointsize=10)),
        (1.9,1.3,text(L"\leftarrow",rotation=90, color=:green,pointsize=12)),
        (1.9,0.9,text(L"\rightarrow",rotation=90, color=:green,pointsize=12)),
        (1,3.1,text("roof", color=:green,pointsize=12))
    ]
    p1=plot([2,2,0],[0,3,3],label=false,xlims=(0,8),lw=4,ann=ann)
    p2=plot!([2+offset,2+offset,1.9],[0.5,3+offset,3+offset],label=false,xlims=
    (0,4),lw=6,ls=:dot)
    p3=plot!([1.8,2.3],[1.2,1.2],label=false,lw=1)
    p3=plot!([1.8,2.3],[1.0,1.0],label=false,lw=1)
end
```

Example

example2

悬挂在建筑物外墙的均质(密度均一)的绳索,长度为 28 米, 密度为$2kg/m$,需要做多少功,才能把绳索全部拉到屋顶.



每米绳索的密度为$2kg/m$,所以每米绳索受到的重力为:$g*2=19.6N$,当我们用长度Δy 来切割绳索, 在距离屋顶高度为y的片段Δy 拉到屋顶需要的功为$19.6\cdot y$, 当$\Delta y\to 0$时,忽略片段中的因为内部长度不同造成的做功差异, 因此把Δy 长度的绳索 拉到屋顶需要做功为:

$$19.6\cdot y\Delta y$$

拉起整个绳索做功等于对每段Δy 做功的总和:

$$totalWork\approx\sum 19.6y\cdot\Delta y$$

用黎曼和公式求积分:

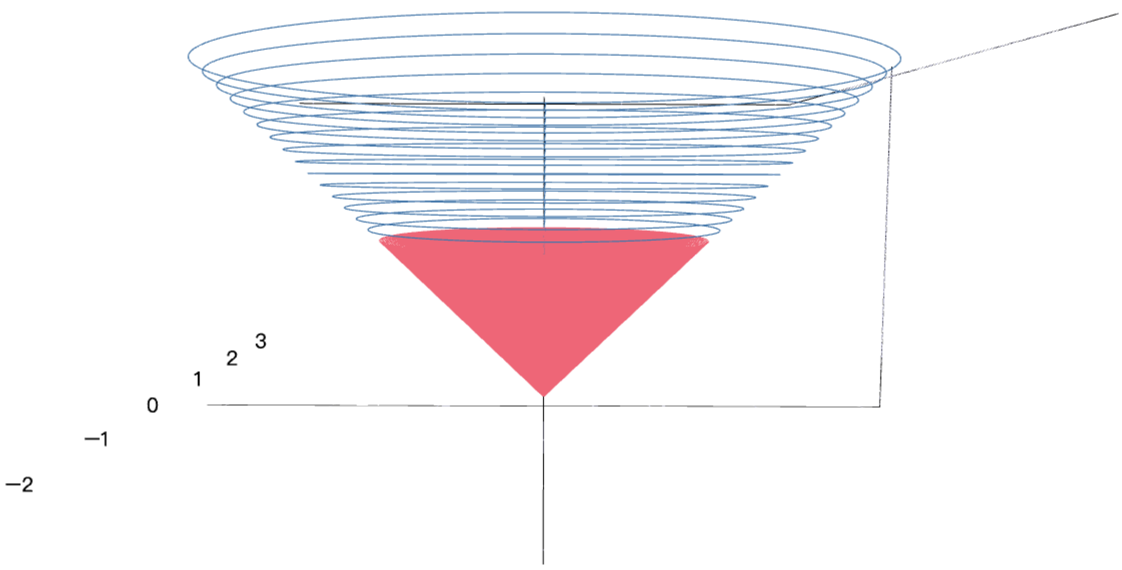
```
md"""
!!! example
    example2

    悬挂在建筑物外墙的均质(密度均一)的绳索,长度为 28 米, 密度为$2kg/m$,需要做多少功,才能把绳索全部拉到屋顶.

    ![](https://tva1.sinaimg.cn/orj360/e6c9d24egy1h36ayzkz0nj20iw0ma3zc.jpg)


```

- 每米绳索的密度为$2kg/m$,所以每米绳索受到的重力为:$g*2=19.6 N$,当我们用长度Δy 来切割绳索, 在距离屋顶高度为y的片段Δy 拉到屋顶需要的功为$19.6\cdot y$, 当$\Delta y \to
- 0$时,忽略片段中的因为内部长度不同造成的做功差异, 因此把Δy 长度的绳索 拉到屋顶需要做功为:
-
- $19.6\cdot y \Delta y$
-
- 拉起整个绳索做功等于对每段Δy 做功的总和:
-
- $totalWork\approx \sum 19.6 y \cdot \Delta y$
-
-
- 用黎曼和公式求积分:
  """

7683.2

```
let
    a,b,n=0,28,500
    f(y)=19.6*y
    work=getRiemannSum(a,b,n,f)
    mid=(work["leftsums"]+work["rightsums"])/2  #取平均值
    @show mid
end
```

mid = 7683.2



Example

example 5

将密度为$800kg/m^3$的石油泵出锥形油罐,计算需要做的功,油罐顶部宽度为$25m$,高度为$20m$,油罐内的原油高度为$10m$

首先来看看系统中什么在变化, 圆锥形油罐如果沿着纸面的轴从直径最大的地方获取切面, 是一个等腰三角形, 原油形成的等腰三角形和油罐自身的三角形为相似三角形.所以有:

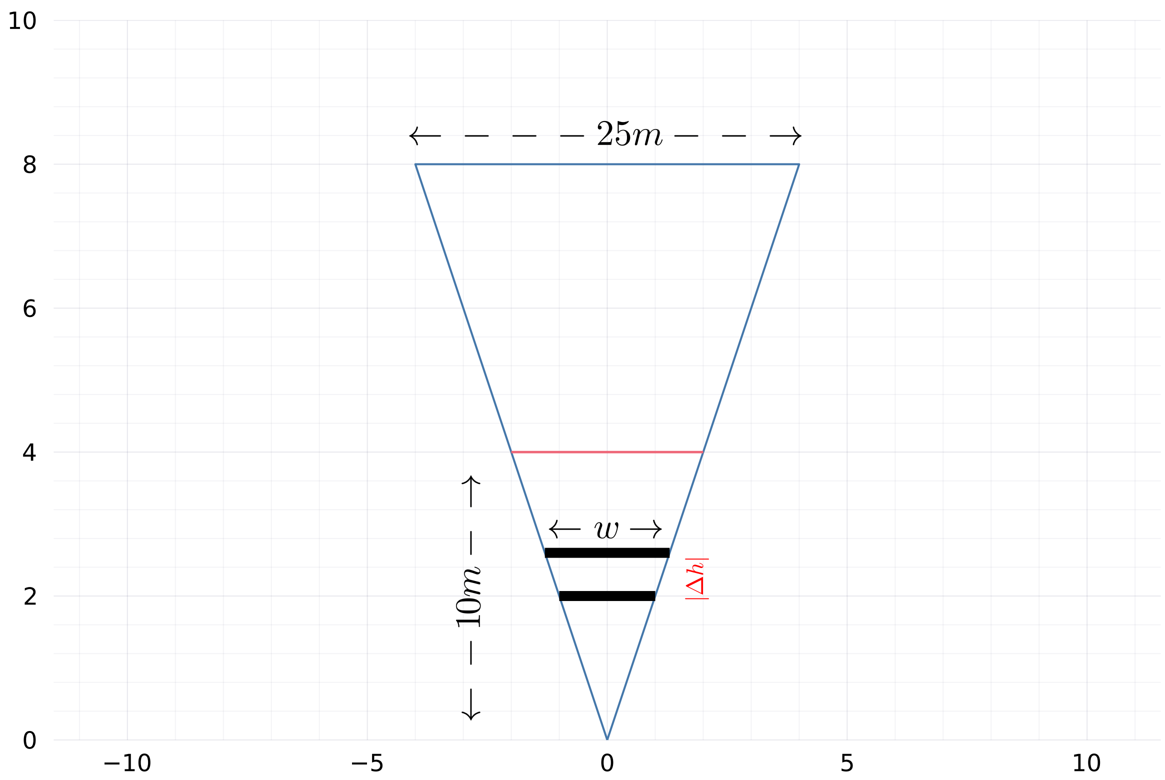
$$\frac{h_{油}}{h_{罐}}=\frac{r_{油}}{r_{罐}},因此得到:r_{油}=\frac{h_{油}\cdot r_{罐}}{h_{罐}}$$

列出此式的目的是说明, 油罐内油的变化只有一个就是油的高度是自变量(indepdent), 油的半径是随高度线性变化的, 是因变量(depdent).

注:这里提这个自变量(indepdent)和自变量因变量(depdent)的英文为什么呢?如果接触过线性代数, 里面有两个概念:线性无关(indepdent)和线性相关(depdent). 两个不同科目里的名词竟然用的是同一个.意义是否相同? 没错, 两者之间的意义是完全一样的, 和这里高度, 半径一样, 如果一个向量和另一个向量存在线性关系,那么系统中变化的就只有一个方向.

所以在这个变化系统中, 我们沿着油高度变化的方向来研究做功问题.

```
md"""
!!! example
    example 5

    将密度为$800kg/m^3$的石油泵出锥形油罐,计算需要做的功,油罐顶部宽度为$25m$,高度为$20m$,油罐内的原油高度为$10m$

首先来看看系统中什么在变化, 圆锥形油罐如果沿着纸面的轴从直径最大的地方获取切面, 是一个等腰三角形, 原油形成的等腰三角形和油罐自身的三角形为相似三角形.所以有:

$\frac{h_油}{h_罐}=\frac{r_油}{r_罐} ,因此得到: r_油=\frac{h_油\cdot r_罐}{h_罐}$

列出此式的目的是说明, 油罐内油的变化只有一个就是油的高度是自变量(indepdent), 油的半径是随高度线性变化的, 是因变量(depdent).

**注:这里提这个自变量(indepdent)和自变量因变量(depdent)的英文为什么呢?如果接触过线性代数, 里面有两个概念:线性无关(indepdent)和线性相关(depdent). 两个不同科目里的名词竟然用的是同一个.意义是否相同? 没错, 两者之间的意义是完全一样的, 和这里高度, 半径一样, 如果一个向量和另一个向量存在线性关系,那么系统中变化的就只有一个方向.**

所以在这个变化系统中, 我们沿着油高度变化的方向来研究做功问题.

"""
```




```
let
 gr()
 ann=[
      (0,8.5,text(L"\leftarrow--- 25m --\rightarrow",pointsize=12)),
      (-3,2,text(L"\leftarrow-10m -\rightarrow",pointsize=12,rotation=90)),
      (1.8,2.3,text(L"| \Delta h|",pointsize=8,rotation=90,color=:red)),
      (0,3.0,text(L"\leftarrow w\rightarrow",pointsize=12)),
 ]
  plot([0,4,-4,0],[0,8,8,0],label=false,lw=1,ratio=1.5,ann=ann,ylims=(0,10))
  plot!([-2,2],[4,4],label=false)
  plot!([-1,1],[2,2],label=false,color=:black,lw=5)
   plot!([-1.3,1.3],[2.6,2.6],label=false,color=:black,lw=5)
end
```

沿着高度方向把原油切成高度为Δh的圆台,宽度为w.当$\Delta h \to 0$ 时, 圆台近似为小圆盘. 忽略圆盘中原油的高度变化, 体积表示为:

$$Vol \approx \pi(\frac{w}{2})\Delta h=\frac{\pi}{4}w^2\Delta h$$

小圆盘内原油受到的重力为:

$$重力=原油密度\cdot 重力加速度 \cdot 体积$$

化简为:

$$800g\frac{\pi}{4}w^2\Delta h=200\pi g w^2 \Delta h$$

每个圆盘内原油泵出油罐向上移动的位移为:

$$distance=油罐顶部高度-圆盘所在液面高度$$

上面已经讲解了圆盘半径和所在液面高度的关系,由此得:

$$\frac{w}{h}=\frac{25}{20}, 由此得w=1.25h$$

所以油泵对某液面高度(h)的小圆盘做功表示为:

$$work_{for}disk=200\pi g(1.25h)^2(20-h)\Delta h$$

对把油罐内液面高度为10的原油泵出油罐所做功等于对小圆盘做功的总和

$$Work_{total}=\int_0^{10} 200\pi g(1.25h)^2(20-h)dh$$

下面用黎曼和计算结果:

```
md"""
沿着高度方向把原油切成高度为$\Delta h$的圆台,宽度为$w$.当$\Delta h \to 0$ 时, 圆台近似为小圆
盘.
忽略圆盘中原油的高度变化, 体积表示为:

$Vol \approx \pi(\frac{w}{2})\Delta h=\frac{\pi}{4}w^2\Delta h$

小圆盘内原油受到的重力为:

$重力=原油密度\cdot 重力加速度 \cdot 体积$

化简为:

$800g\frac{\pi}{4}w^2\Delta h=200\pi g w^2 \Delta h$

每个圆盘内原油泵出油罐向上移动的位移为:

$distance=油罐顶部高度-圆盘所在液面高度$

```

上面已经讲解了圆盘半径和所在液面高度的关系,由此得:

$\frac{w}{h}=\frac{25}{20}, 由此得 w=1.25h$

所以油泵对某液面高度(h)的小圆盘做功表示为:

$work_{for}disk=200\pi g (1.25h)^2(20-h) \Delta h$

对把油罐内液面高度为10的原油泵出油罐所做功等于对小圆盘做功的总和

$Work_{total}=\int_{0}^{10}200\pi g (1.25h)^2(20-h)dh$

下面用黎曼和计算结果:

"""

```
Dict("rightsums" => 4.01361e7, "leftsums" => 4.00399e7)
```

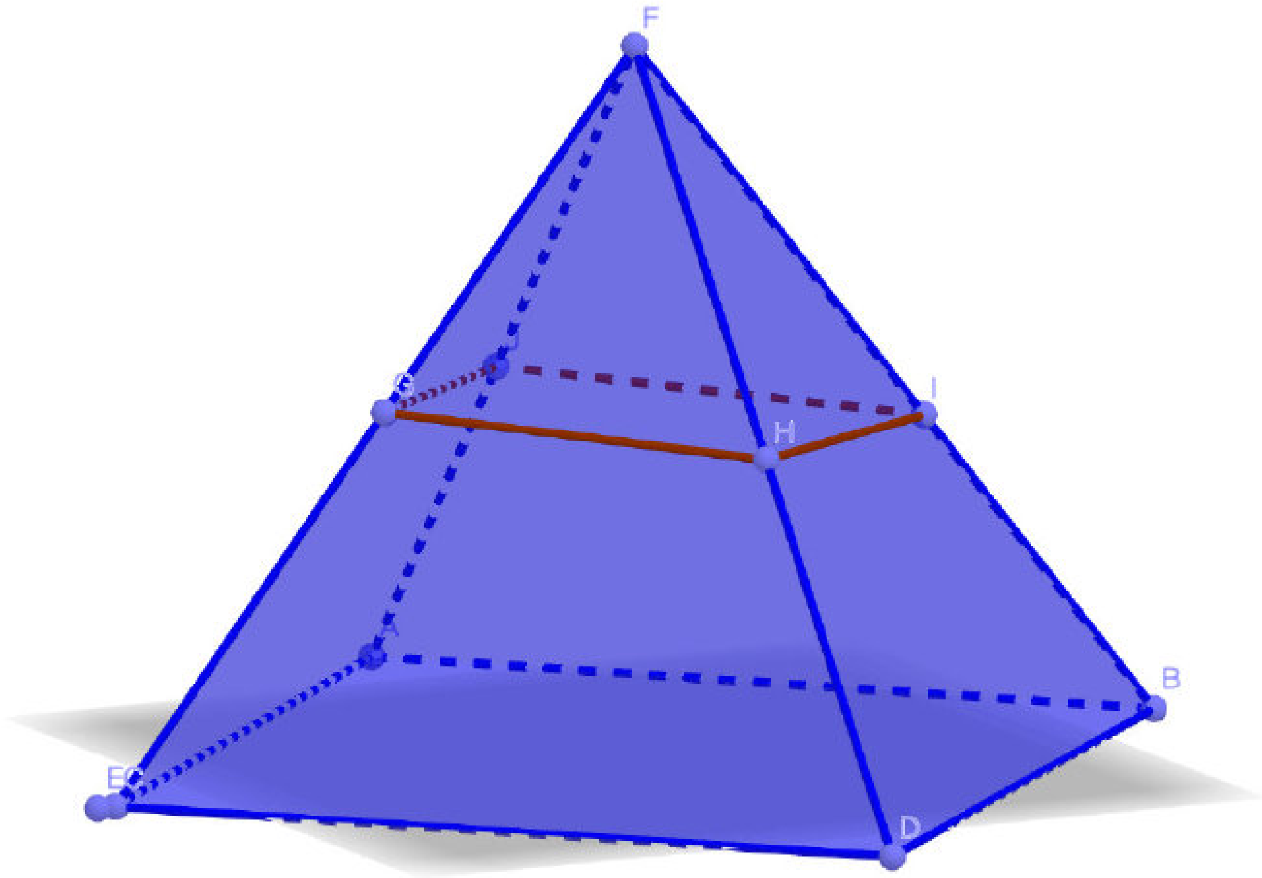
```
let
    a,b,n,g=0,10,1000,9.8
    f(h)=200*pi*g*(1.25*h)^2*(20-h)
    totalwork=getRiemannSum(a,b,n,f)
    @show totalwork
end
```

```
totalwork = Dict("rightsums" => 4.01361449119e7, "leftsums" => 4.0039933
6368e7)
```

Example

example 6

根据研究, 修建埃及胡夫金字塔花费了 20 年时间, 如果建造金字塔花岗岩密度为 $200\textit{磅}/\textit{英尺}^3$,计算一下总做功有多少, 之前的实例介绍过,金字塔高为481英尺, 底座正方形宽度为756 英尺.估计一下需要多少工人才能完成工作.



在之前的实例中, 我们已经计算过相关问题.沿着金字塔建造方向每$|Deltah$, 进行切割. 切割的部分是一个棱台, 利用相似三角形,计算一定高度的底面积, 当$\Delta h \to 0$时, 近似认为棱台是一个方形盘.高度为Δh

切片的体积表示为:

$$Vol \approx (\frac{756}{481}(481-h))^2h\Delta h$$

$切片的石头重量=体积\cdot 密度.$所以有 $weight=200Vol$

把这么中的石头运到对应的h 高度做功为

$$work_{at}disk=weight\cdot h$$

整个建造过程等于对这些方向盘做功的合计

$$\sum work_{at}disk$$

当$\Delta h \to 0$,求定积分计算总做功,用黎曼和计算如下:

现在计算需要的工人数量, 这是粗略的估计. 大部分的数学都是如此, 首先形成计算流程, 参数不断的进行优化.

假设每个工人每小时能够做功 $2000 foot-pound$,这个国际单位焦耳一个道理, 单位不同而已.

那么每个工人一天工作 10 小时, 每天300 天, 共计工作而是年 所以在整个建造周期中一个工人做的功为:

$$2000(10)(300)(20)$$

```
md"""

!!! example
    example 6

    根据研究，修建埃及胡夫金字塔花费了 $20$ 年时间，如果建造金字塔花岗岩密度为$200磅/英尺^3$,计算一下总做功有多少，之前的实例介绍过,金字塔高为$481$英尺，底座正方形宽度为$756$ 英尺.估计一下需要多少工人才能完成工作.
 ![](https://tva1.sinaimg.cn/mw690/e6c9d24egy1h32wjnmhqrj20u40u0myt.jpg)

在之前的实例中，我们已经计算过相关问题.沿着金字塔建造方向每$|Delta h$，进行切割. 切割的部分是一个棱台，利用相似三角形,计算一定高度的底面积，当$\Delta h \to 0$ 时，近似认为棱台是一个方形盘.高度为$\Delta h$

切片的体积表示为:

$Vol \approx(\frac{756}{481}(481-h))^2h\Delta h$

 $切片的石头重量=体积\cdot 密度. $所以有 $weight=200Vol$

把这么中的石头运到对应的$h$ 高度做功为

$work_{at}disk=weight\cdot h$

整个建造过程等于对这些方向盘做功的合计

$\sum work_{at}disk$
```

```
当$\Delta h \to 0$,求定积分计算总做功,用黎曼和计算如下:

现在计算需要的工人数量, 这是粗略的估计. 大部分的数学都是如此, 首先形成计算流程, 参数不断的进行优
化.

假设每个工人每小时能够做功 $2000 foot-pound$,这个国际单位焦耳一个道理, 单位不同而已.

那么每个工人一天工作 10 小时, 每天300 天, 共计工作而是年 所以在整个建造周期中一个工人做的功为:

$2000(10)(300)(20)$





"""
```

"建造金字塔需要的工人约为:18365.0"

```
let
    height,width,density=481,756,200  #金字塔的高度,宽度和石头密度
    a,b,n,=0,481,1000
    workperhour=2000
    hours,days,years=10,300,20
    f(h)=density*(width/height)^2*(height-h)^2*h
    totalwork=getRiemannSum(a,b,n,f)
    log1= "建造金字塔的总做功为:$( totalwork["leftsums"]) foot-pound"


    workbyone=workperhour*(hours)*(days)*(years)
    log2="一个工人在 20 年做的功为: $(workbyone) foot-pound"


    worker=round(totalwork["leftsums"]/workbyone,digits=0)
    log3="建造金字塔需要的工人约为:$(worker)"

    @show log1
    @show log2
    @show log3
end
```

```
log1 = "建造金字塔的总做功为:2.2038501377476587e12 foot-pound"
log2 = "一个工人在 20 年做的功为: 120000000 foot-pound"
log3 = "建造金字塔需要的工人约为:18365.0"
```

力和压力

可以用定积分计算液体施加在表面的力,例如水流对水坝的压力. 液体对外施加的力来源于压力. 液体压力是指单位面积的液体能够施加的力.

- 在液体中的物体受到的压力在各个方向是相同的
- 压力大小与液体的深度正相关

在给定的高度h,液体施加的力由$牛顿/平方米^2$ 来度量.单位是通过计算,高度为h米, 底面积为 $1 平方米$的长方体的重量获得. 如果液体密度为δ, $每单位质量$,则每单位液体的重量为δg, 整个长方体的重量为:$\delta g h$ 所以有:

$$液体压力=液体密度\cdot g \cdot h, 或者: p=\delta g h$$

如果在给定的面积内,压力是常数,就会有下面的关系:

$$力=压力\cdot 面积$$

如果压力在给定面积内不是常数, 处理方法是把面积分割成小的块, 在每个小块内近似认为每个位置的压力是相同的.

因为压力是随着水深度增加的, 所以变化在z轴, 在z轴方向, 分割成条形, 在同一个条形内, 忽略高度引起的压力变化. 累积所有条形所受的压力就是总体的压力

```
md"""
## 力和压力
可以用定积分计算液体施加在表面的力,例如水流对水坝的压力. 液体对外施加的力来源于压力. 液体压力是指单位面积的液体能够施加的力.

- 在液体中的物体受到的压力在各个方向是相同的

- 压力大小与液体的深度正相关

在给定的高度$h$,液体施加的力由$牛顿/平方米^2$ 来度量.单位是通过计算,高度为$h$米, 底面积为 $1 平方米$的长方体的重量获得. 如果液体密度为$δ,每单位质量$,则每单位液体的重量为$\delta g$,整个长方体的重量为:$\delta g h$ 所以有:

$液体压力=液体密度\cdot g \cdot h, 或者: p=\delta g h$


如果在给定的面积内,压力是常数,就会有下面的关系:

$力=压力\cdot 面积$



如果压力在给定面积内不是常数, 处理方法是把面积分割成小的块, 在每个小块内近似认为每个位置的压力是相同的.

因为压力是随着水深度增加的, 所以变化在$z$轴, 在$z$轴方向, 分割成条形, 在同一个条形内, 忽略高度引起的压力变化.  累积所有条形所受的压力就是总体的压力

```

-
-
-
- """

Example

example 7

1912年, 泰坦尼克号邮轮沉没在大西洋海底$12,500 英尺处$,求海水对船$100 英尺见方$ 甲板的压力.条件(1).整个船水平沉在海底. (2) 船身垂直于海底

当船水平沉在海底, 甲板受压力一致,所以 压力为$海水密度\cdot 海拔高度$

当船身垂直于海面时, 由于海底已经很深, 整个船体从船头到尾高度差有$100 英尺$,每下降$1 英尺$,压力都会不同,所以从船尾到船头的压力是变化的.

为了就算变化的压力, 把 $100英尺$的长度分割高度为Δh 的水平片段, 在每个片段内近似认为压力一致. 累积小片段内的压力得到总的压力

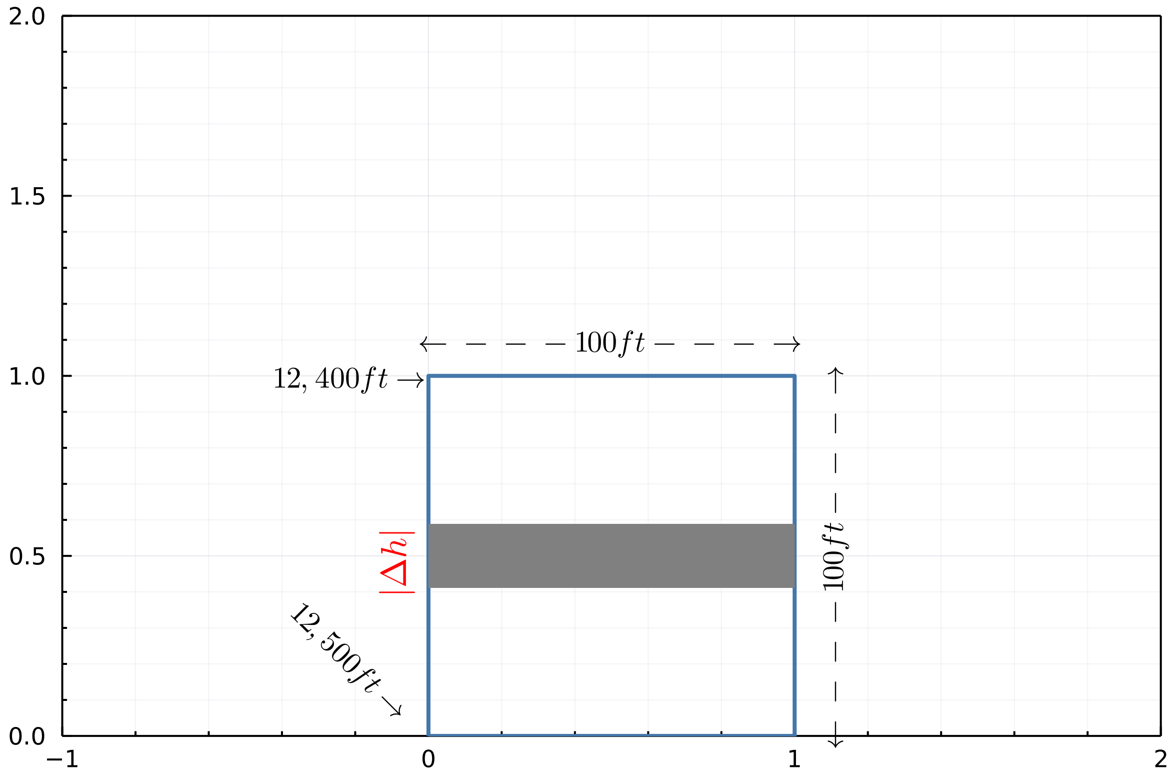
在某个高度承受的力为:

$$62.4h*100 \Delta h 这里受力的面是垂直于海底的$$

当 $\Delta h \to 0$ 定积分, 累计总的受力.

注意:这里是侧面受力, 不是水平受力, 船加班和 z轴是平行的

```
md"""
!!! example
    example 7

    1912年, 泰坦尼克号邮轮沉没在大西洋海底$12,500 英尺处$,求海水对船$100 英尺见方$ 甲板的压力.条件(1).整个船水平沉在海底. (2) 船身垂直于海底


当船水平沉在海底, 甲板受压力一致,所以 压力为$海水密度\cdot 海拔高度$


当船身垂直于海面时, 由于海底已经很深, 整个船体从船头到尾高度差有$100 英尺$,每下降$1 英尺$,压力都会不同,所以从船尾到船头的压力是变化的.

为了就算变化的压力, 把 $100英尺$的长度分割高度为$\Delta h$ 的水平片段, 在每个片段内近似认为压力一致.  累积小片段内的压力得到总的压力

在某个高度承受的力为:

$62.4h*100 \Delta h   这里受力的面是垂直于海底的$


当 $\Delta h \to 0$
定积分, 累计总的受力.


**注意:这里是侧面受力, 不是水平受力, 船加班和 z轴是平行的**

"""
```




```
let
    ann=[
        (0.5,1.1, text(L"\leftarrow--- 100ft--- \rightarrow",pointsize=10)),
        (1.1,0.5, text(L"\leftarrow--- 100ft---
        \rightarrow",pointsize=10,rotation=90)),
        (-0.1,0.5, text(L"|Δh|",pointsize=12,rotation=90,color=:red)),
        (-0.2,1.0, text(L" 12,400ft\rightarrow",pointsize=10)),
        (-0.2,0.2, text(L" 12,500ft\rightarrow",pointsize=10,rotation=-45))

    ]
    plot([0,1,1,0,0],[0,0,1,1,0],label=false,lw=2, frame=:box,ann=ann,ylims=
    (0,2),xlims=(-1,2))
    plot!([0,1],[0.5,0.5],lw=32, color=:gray,label=false)
end
```

Example

example 8

胡佛大坝的结构如下图

1. 求大坝底部的水压
2. 大坝总受力

1. 水的密度是$1000kg/m^3$,因此在大坝底部水压为:

$\delta gh = 1000 \cdot 9.8 \cdot 220 =$ 2.156e6

2. 大坝受力, 注意是从侧面,就是大坝与水接触的一面, 在这一面随着高度不同, 压力不同, 为了解决变化问题, 我们从大坝高度轴切割成条, 每条是一个梯形, 当$\Delta h \to 0$时, 梯形近似看做矩形, 所在高度的大坝宽参考书中计算,宽度表达式为$w(h) = 400 - \frac{10}{11}h$条形的高度为$\Delta h$

切割的条形面积为:

$$striparea \approx w\Delta h, 单位为m^2$$

切割的条形受力为面积乘以所在高度的压力:

$$\delta ghw\Delta h = 9800hw\Delta h$$

带入对应高度位置的大坝宽度得:

$$force_{at}onestrip = 9800h(400 - \frac{10}{11}h)\Delta h$$

合计所有切割条上所受力, 就是大坝总受力

$$totalForce_{at}Dam = \int_0^{220} 9800h(400 - \frac{10}{11}h)dh$$

下面用黎曼和公式计算

```
md"""

!!! example

    example 8

    胡佛大坝的结构如下图

    1. 求大坝底部的水压
    2. 大坝总受力


1. 水的密度是$1000kg/m^3$,因此在大坝底部水压为:

```

$\delta g h =1000 \cdot 9.8 \cdot 220 =$ $(dambottompressure)

2. 大坝受力，注意是从侧面,就是大坝与水接触的一面，在这一面随着高度不同，压力不同，为了解决变化问题，我们从大坝高度轴切割成条，每条是一个梯形，当$\Delta h \to 0$ 时，梯形近似看做矩形，所在高度的大坝宽参考书中计算,宽度表达式为$w(h)=400-\frac{10}{11}h$ 条形的高度为Δh

切割的条形面积为:

$striparea \approx w\Delta h ,单位为 m^2$

切割的条形受力为面积乘以所在高度的压力:

$\delta g h w\Delta h=9800hw\Delta h$

带入对应高度位置的大坝宽度得:

$force_{at}onestrip=9800h(400-\frac{10}{11}h) \Delta h$

合计所有切割条上所受力，就是大坝总受力

$totalForce_{at}Dam=\int_{0}^{220} 9800h(400-\frac{10}{11}h) dh$

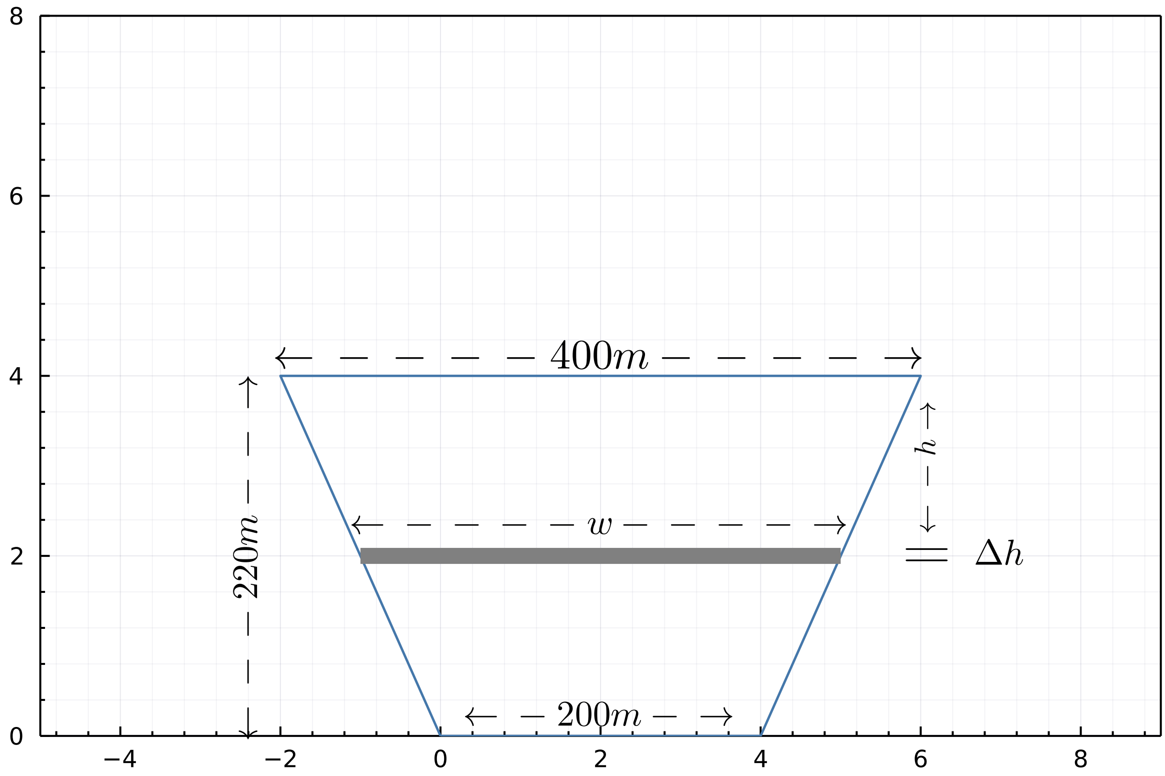
下面用黎曼和公式计算

"""

Dict("rightsums" ⇒ 6.32901e10, "leftsums" ⇒ 6.31952e10)

```
begin
    δ,g=1000,9.8
    dam=Dict("topwidth"=>400,"bottomwidth"=>200, "height"=>220)
    a,b,n = 0,dam["height"],1000
    f(h)=9800*h*(400-(10/11)*h)
    dambottompressure=δ*g*dam["height"]
    @show   dambottompressure

    totalforce=getRiemannSum(a,b,n,f)

    @show totalforce

end
```

```
dambottompressure = 2.156e6
totalforce = Dict("rightsums" => 6.3290082856e10, "leftsums" => 6.3195218856e10)
```




```
let
    offset=2
    ann=[

        (2,4.3,text(L"\leftarrow---- 400m---- \rightarrow",pointsize=14,color=:black)),
        (2,0.3,text(L"\leftarrow- 200m- \rightarrow",pointsize=12,color=:black)),
        (-2.5,2,text(L"\leftarrow-- 220m-- \rightarrow",pointsize=12,color=:black,rotation=90)),

        (2,2.4,text(L"\leftarrow----w---- \rightarrow",pointsize=12,color=:black)),
        (6,3,text(L"\leftarrow -
        h\rightarrow",pointsize=10,color=:black,rotation=90)),
        (6,2.1,text(L"||",pointsize=14,color=:black,rotation=90)),
        (7,2.1,text(L"\Delta h",pointsize=12,color=:black))

    ]
    plot([-2+offset,2+offset,4+offset,-4+offset,-2+offset],[0,0,4,4,0],label=false,frame=:box,ylims=(0,8),xlims=(-5,9),ann=ann)
    plot!([-1,5],[2,2],label=false,color=:gray)
    plot!([-1,5],[2,2],label=false,lw=8,color=:gray)
end
```

```
getRiemannSum (generic function with 1 method)
```

```julia
begin
    function getannstr(x,y,str,size=10,color=:green)
           return (x,y,text(str,pointsize=size,color=color,halign=:center))
    end

    function getRiemannSum(a,b,n,func)
            a=a
            b=b
            n=n
            Δt=(b-a)/n
            tspan=a:Δt:b
            f=func
            len=size(tspan)[1]
            getnewarr(arr)=[f(t)*Δt for t in arr]    #计算每一个Δt 的值
            getsums(arr)=sum(arr)                    #求和
            get4digits(num)=round(num,digits=4)      #保留小数
            pipeline(arr)=arr|>getnewarr|> getsums|> get4digits  # 拼接管道操作
            res= Dict(
                "leftsums"=>pipeline(tspan[1:len-1]),
                "rightsums"=>pipeline(tspan[2:len]),

            )
            #@show res
            return res
     end

end
```