*Relatório*

# Exercício Computacional 3 - Mudança de taxa de amostragem

## PSI3531 - Processamento de Áudio e Vídeo (2020)

**Matheus Bordin Gomes - 9838028**

Essa experiência visa aplicar e testar conceitos relacionados a a mudança de taxa de amostragem. A resolução dos problemas foi feita em Matlab, nos *scripts* "exp3_1.m", "exp3_2.m", "exp3_3.m"e "exp3_4.m", entregues em anexo a este relatório.

**1. Redução de taxa de amostragem por um fator inteiro (decimação)**

1. As equações de projeto da janela de Kaiser foram implementadas no Matlab e utilizadas com as especificações do filtro dada no enunciado. Em sequência, a janela foi multiplicada pela resposta do filtro do filtro ideal deslocada de L, tal que $L = \frac{N-1}{2}$ e N é o tamanho da janela de Kaiser. A resposta em frequência do filtro obtido por ser vista na figura 1.

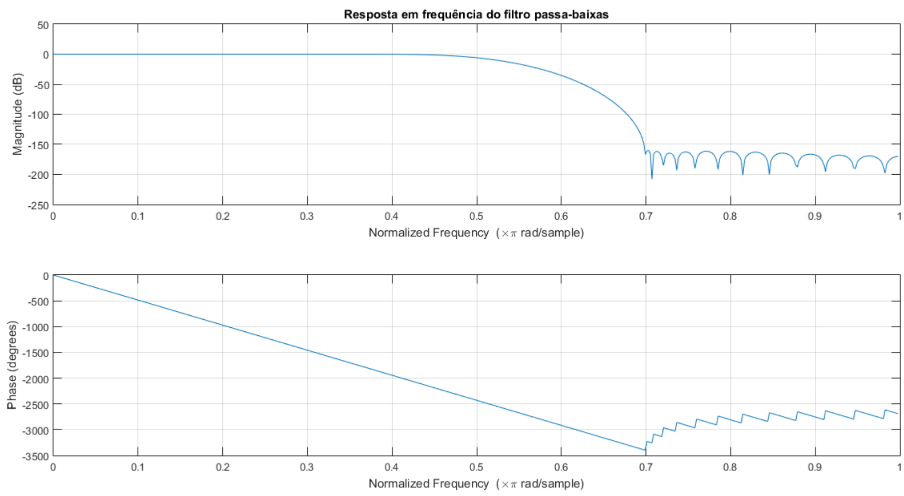


**Figura 1.** Filtro passa passa-baixas projetado com janelas de Kaiser.

2. A comparação do sinal $x[n]$ com o sinal $y[n]$ (sinal $x[n]$ filtrado) pode ser vista na figura 2. O sinal filtrado está deslocado de L amostras, para compensar o atraso do filtro. Percebe-se que o filtro atuou como deveria, eliminando a componente de frequência mais alta do sinal original.

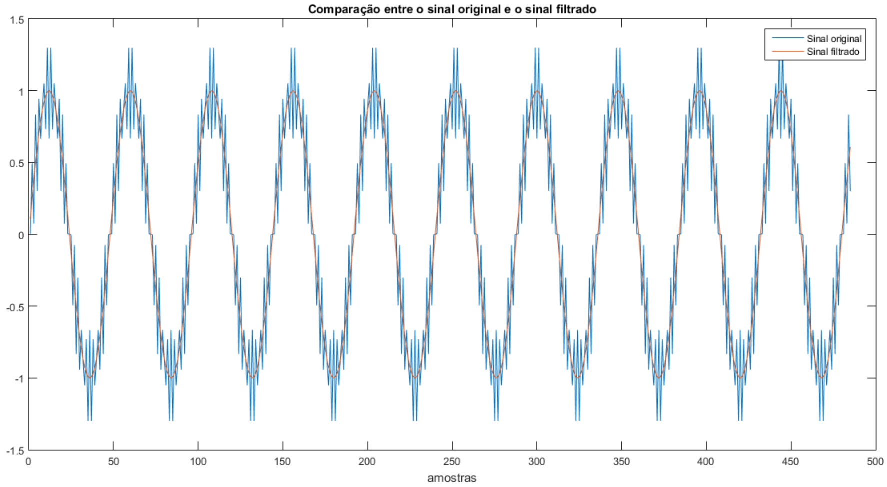


**Figura 2.** Comparação entre o sinal original $x[n]$ (em azul) e o sinal filtrado $y[n]$ (em laranja).

3. A TDF dos dois sinais, calculada com a FFT, pode ser vista na figura 3. A primeira raia, que está sobreposta nas duas TDFs, corresponde à parcela $sen(2\pi n/48)$. Logo, essa não foi afetada pelo filtro, como era desejado. Já a segunda raia, presente apenas na TDF do sinal original, corresponde à parcela $-\frac{1}{3}sen(42\pi n/48)$. Essa parcela foi eliminada do sinal amostrado pelo filtro, para evitar rebatimento na sobre amostragem.

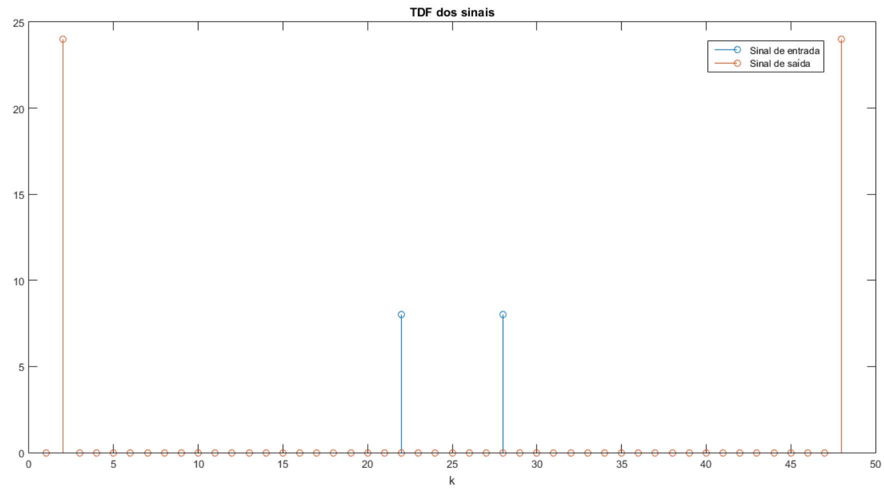


**Figura 3.** TDF do sinal de entrada (laranja) e de saída (azul).

4. Por fim, na figura 4 está a comparação entre o sinal original com a taxa reduzida pela metade (24 kHz) em comparação com o sinal filtrado também com a taxa reduzida pela metade. O sinal original apresentou distorção, por conta do rebatimento da sua componente de frequência mais alta. O mesmo não ocorreu com o sinal original, visto que a componente com frequência maior do que $\frac{f_a}{2M}$ eliminada pelo filtro.

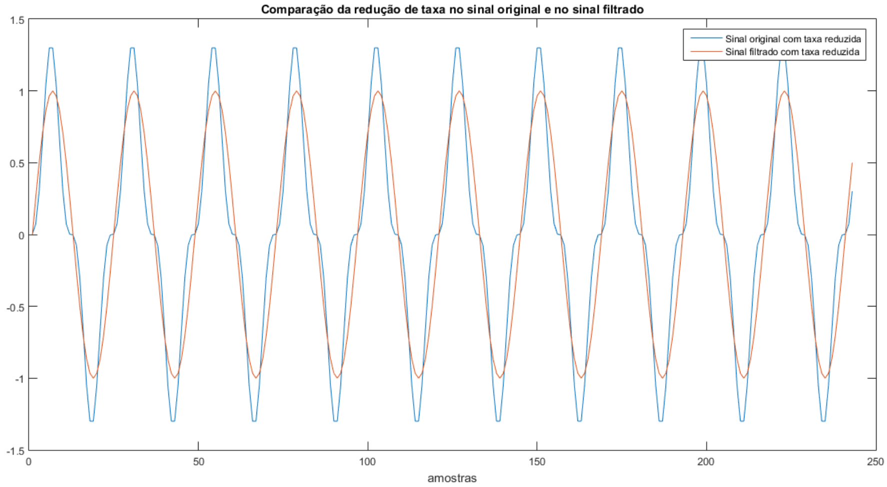


**Figura 4.** Comparação entre os sinais com a taxa reduzida para 24 kHz.

**2. Aumento da taxa de amostragem por um fator inteiro - interpolação**

1. O primeiro passo nesse exercício foi projetar o filtro passa-baixas com corte em $\pi/3$ e ganho 3, considerando a taxa de amostragem de 144 kHz. Dado que a frequência de corte é conhecida, definindo a frequência da borda da banda de passagem, é possível encontrar a frequência da borda da banda de rejeição pela expressão: $\omega_r = 2 * \omega_c - \omega_p$. A frequência de corte digital $\pi/3$ equivale a 24 kHz, que também a frequência da componente de maior frequência do sinal original. Dessa forma, a frequência limite da borda da banda de passagem deve ser muito próxima à frequência de corte, para minimizar a atenuação dessa componente. Optou-se pela frequência de corte de $0.3194\pi$, que equivale a 23 kHz. A frequência da borda da banda de rejeição para que a frequência de corte fosse $\pi/3$ é $0.3472\pi$, que equivale a 25 kHz kHz.

   A resposta em frequência do filtro obtido pode ser vista na figura 5.

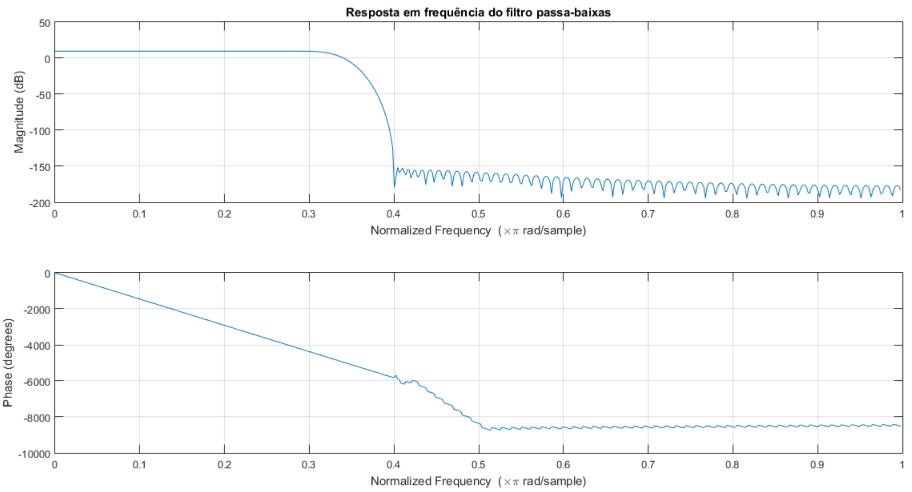


**Figura 5.** Filtro passa passa-baixas projetado com janelas de Kaiser com frequência de corte em $pi/3$.

2. Na figura 6 está a comparação entre o sinal superamostrado e o mesmo sinal amostrado diretamente a 144 kHz.

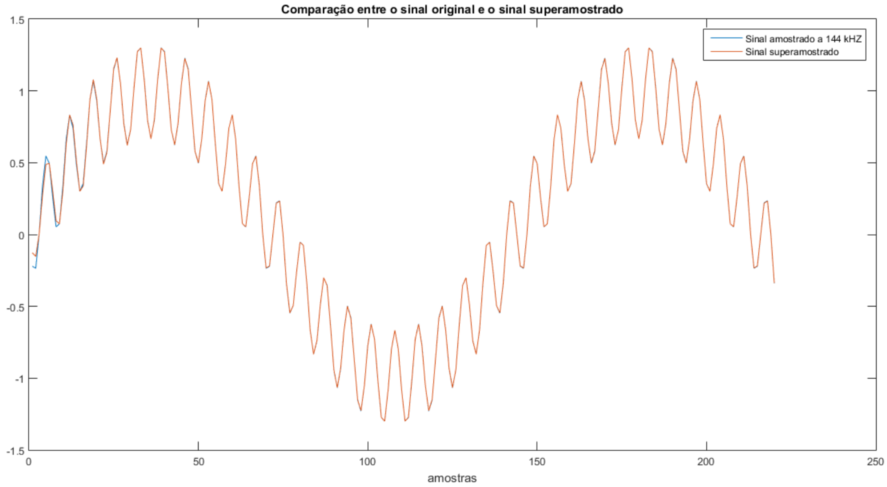


**Figura 6.** Comparação entre o sinal amostrado a 144 kHz e o sinal amostrado a 48 kHz e superamostrado para 144 kHz, após a passagem pelo filtro projetado.

3. Na imagem 7 está a comparação entre a TDF do sinal amostrado a 144 kHz e do sinal superamostrado. Houve pouca diferença entre os dois espectros, por conta do filtro utilizado ter uma banda de transição relativamente abrupta.

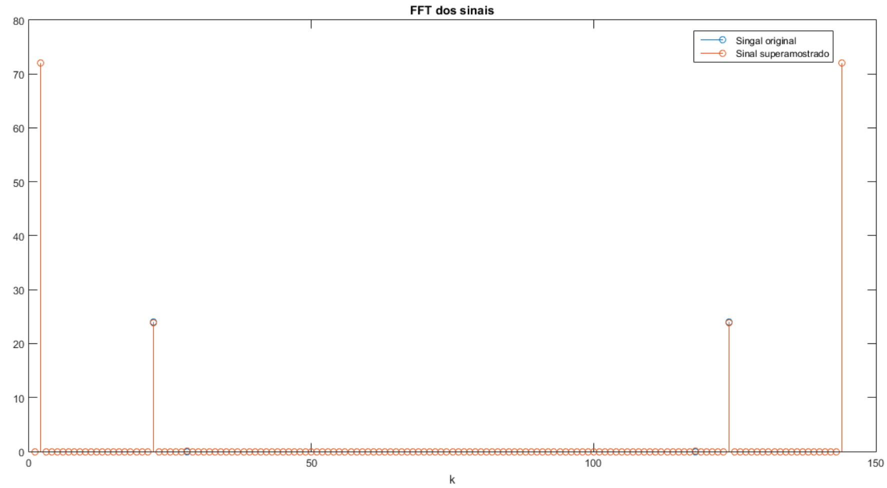


**Figura 7.** Comparação entre a TDF do sinal amostrado a 144 kHz e do sinal amostrado a 48 kHz e superamostrado para 144 kHz, após a passagem pelo filtro projetado.

### 3. Aumento da taxa de amostragem usando interpolação linear

Nesse exercício, o problema de superamostragem foi resolvido com interpolação linear das amostras. A interpolação linear pode ser modelada como uma convolução do sinal com um pulso triangular. Logo, a resposta em frequência da interpolação linear tem o formato de um $sinc^2$.

A comparação entre o sinal amostrado diretamente a 144 kHz e o sinal amostrado a 48 kHz e interpolado pode ser visto na figura 8. Observa-se uma qualidade muito inferior entre esse método e o utilizado no exercício anterior.

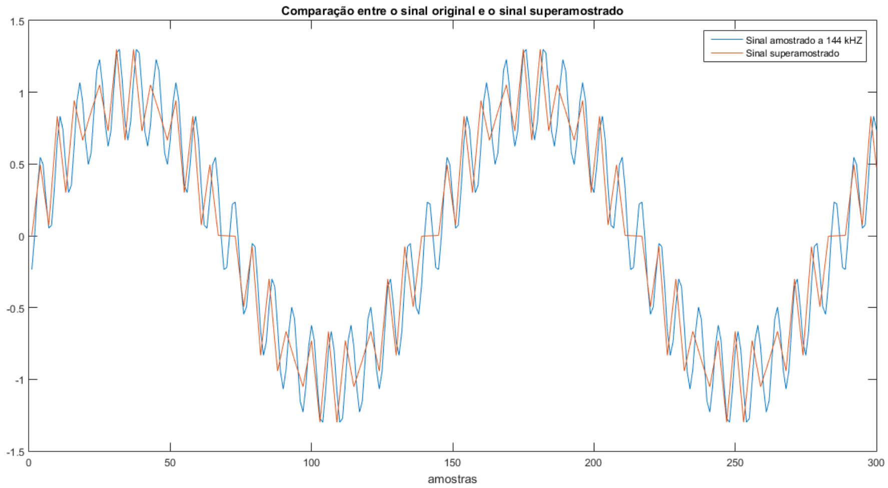


**Figura 8.** Comparação entre o sinal amostrado a 144 kHz e o sinal amostrado a 48 kHz e interpolado.

Já a comparação entre a TDF dos dois sinais pode ser vista da figura 9. Observa-se que houveram algumas harmônicas no sinal interpolado. Isso é efeito da frequência de corte do filtro equivalente à interpolação linear não ser exatamente $\pi/3$.

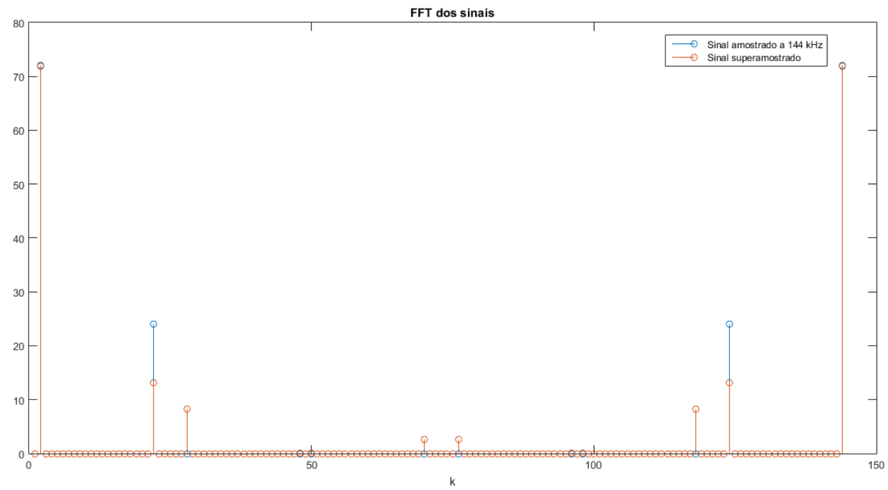


**Figura 9.** Comparação entre a TDF do sinal amostrado a 144 kHz e do sinal amostrado a 48 kHz e interpolado.

## 4. Conversão A/D com sobreamostragem

A figura 10 compara o sinal amostrado com o sinal quantizado e com o erro de quantização. Já a resposta em frequência do filtro utilizado para evitar rebatimento na sobreamostragem pode ser vista na figura 11.

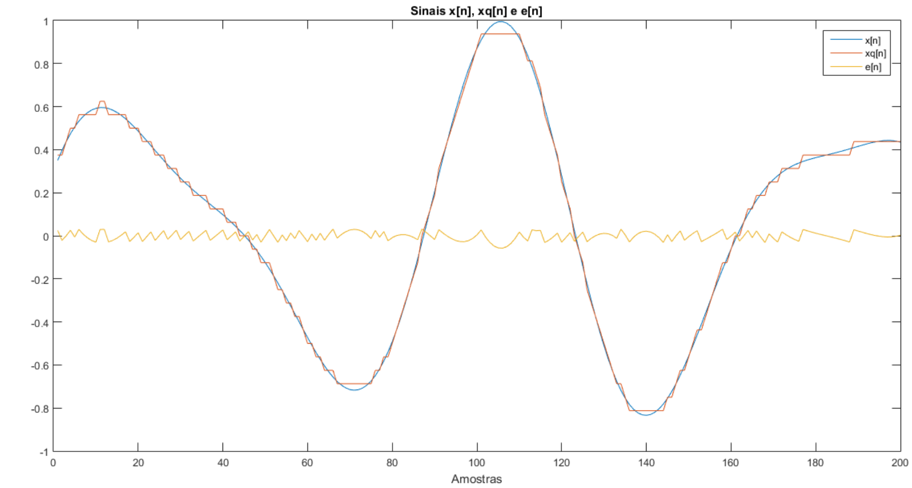


**Figura 10.** Comparação entre o sinal amostrado, o sinal quantizado e o erro de quantização.

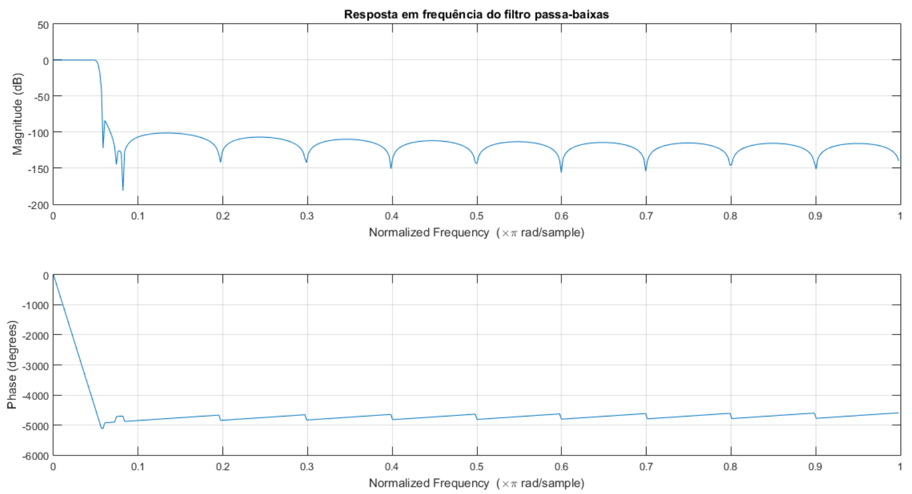


**Figura 11.** Resposta em frequência do filtro projetado para evitar rebatimento na sobreamostragem.

A potência teórica de uma senoide é metade do quadrado da sua amplitude. Assim, a potência teórica do sinal $x[n]$ é $Ps_{teorica} = \frac{0.7^2}{2} + \frac{0.3^2}{2} = 0.00032552V^2$. Já a potência experimental calculada pela somatória foi de $Ps_{experimental} = 0.00035094$. Quanto ao ruído na entrada do filtro, a potência teórica calculada foi $Pr_{teorica} = \frac{2^{-2B_0}}{3} = 0.00032552V^2$, enquanto a potência experimental calculada foi de $Pr_{experimental} = 0.00035094$. E em relação à potência de ruído na saída do filtro foi de $Pr(out)_{experimental} = 0.00002234$.

Por fim, temos as seguintes SNRs na entrada do filtro: $SNR_{experimental} = 837.5$ e $SN5R_{teorica} = 890.88$. Já na saída do filtro, temos $SNR_{experimental} = 8585.93$.

Fazendo os cálculos para a aproximação de M dada na apostila, temos que a quantidade equivalente de bits é 7.122, ou seja, 7. Houve um aumento de precisão de dois bits.