

# 全国大学生数学竞赛题型汇总

## 第五章 级数

### 5.1 数项级数

#### 1. 求和问题

- 利用已知级数
- 列项相消法
- 方程式法
- 利用子列的极限
- 先求出  $S_n(x)'$  的紧缩形式

#### 2. 级数敛散性分析

- Cauchy 准则及其应用
- 正项级数的敛散性判定
- 变号级数敛散性的判断
- Abel 变换

#### 3. 级数敛散性的应用

- 收敛性的应用

#### 4. 级数问题的若干反例

#### 5. 数项级数与反常积分的关系

- 关于敛散性
- “和”值的计算与估计
- 反常积分作为级数的极限

### 5.2 函数项级数

#### 1. 一致敛散性的判断

- 利用定义证明一致性收敛
- 利用Cauchy 准则判断一致性收敛
- 利用常用的判别法证明一致收敛性

- 利用一致有界与等度连续证明一致收敛性

## 2. 一致收敛级数的性质

- 关于逐项取极限
- 和函数的连续性
- 和函数的可微性与逐项求导
- 逐项积分与积分号下取极限

## 3. 一致逼近问题

# 5.3 幂级数

## 1. 幂级数的收敛半径与收敛范围

- 公式法
- 缺项幂级数的收敛范围
- 利用收敛半径求极限

## 2. 初等函数展开为幂级数

- 利用逐项求导或逐项微分法
- 利用待定系数法
- 利用Taylor 级数
- 利用级数的运算

## 3. 求和问题

- 利用逐项求导或者逐项积分
- 方程式法
- 利用Abel 第二定理计算数项级数的和

## 4. 幂级数的应用

- 计算积分
- 证明不等式
- 近似计算

## 5. 综合性问题

# 5.4 Fourier 级数

## 1. 正交系

## 2. Fourier 系数

## 3. 求Fourier 展开式

- 求Fourier 展开式基本方法
- 求Fourier 展开式的一些其他方法

## 4. 综合性问题

- 关于Fourier级数的一致收敛问题