

Seminari 3. Sistemes Dinàmics

Òrbites periòdiques en semi-sistemes dinàmics discrets 1-dimensionals

Donat un interval tancat $I \subset \mathbb{R}$, considereu la funció $f_\mu : I \rightarrow I$ i la iteració definida per

$$x_{n+1} = f_\mu(x_n),$$

per a les funcions i intervals següents:

- (a) $f_\mu(x) = \mu x(1-x)$, $I = [0, 1]$, $\mu \in [0, 4]$.
- (b) $f_\mu(x) = \mu \frac{x(1-x)}{1+x}$, $I = [0, 1]$, $\mu \in [0, 3 + 2\sqrt{2}]$.
- (c) $f_\mu(x) = \mu x(1-x^2)$, $I = [0, 1]$, $\mu \in [0, 3\sqrt{3}/2]$.
- (d) $f_\mu(x) = \mu \cos(\pi x)$, $I = [-1, 1]$, $\mu \in [0, 1]$.
- (e) $f_\mu(x) = \begin{cases} \mu x, & x \in [0, \frac{1}{2}] \\ \mu(1-x), & x \in [\frac{1}{2}, 1] \end{cases}$, $\mu \in [0, 2]$.
- (f) $f_\mu(x) = \mu x e^{-\mu x-1}$, $\mu \in [0, \infty)$.

Exercicis

- 1.- Trobeu els primers valors de μ_k . On μ_k és el valor del paràmetre μ tal que es la primera vegada que apareix el període 2^k .
- 2.- A partir d'aquests valors de l'apartat anterior calculeu el quocient

$$\frac{\mu_k - \mu_{k-1}}{\mu_{k+1} - \mu_k}.$$

Suposant que la nova successió té limit μ , calculeu aproximadament el valor de μ ?

- 3.- Doneu un valor μ tal que f_μ tingui els períodes 2, i 4, però no tingui el període 8.
- 4.- Doneu un valor μ tal que f_μ tingui els períodes 2,4, i 8, però no tingui el període 16.
- 5.- Fixat un valor de μ , trieu una dada inicial aleatòria i construïu la successió d'iterats. Llenceu els primers iterats (per exemple 5000) i dibuixeu els valors de l'òrbita obtinguda. Feu la gràfica d'aquests punts variant el valor de μ . Repetiu el procediment variant la dada inicial.
- 6.- Quin és valor de μ pel que apareix per primera vegada el període 3? i el període 5? i el període 7?
- 7.- Doneu valor de μ tal que f_μ tingui el període 5, però no tingui el període 3.
- 8.- Doneu valor de μ tal que f_μ tingui el període 7, però no tingui el període 5, ni el 3.