n°1 Sens de variation

D Définition : fonction croissante

Une fonction f définie sur un intervalle I est **croissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) \leqslant f(b)$ (l'ordre est respecté)

D Définition : fonction strictement croissante

Une fonction f définie sur un intervalle I est **strictement croissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$ (l'ordre est respecté)

D Définition : fonction décroissante

Une fonction f définie sur un intervalle I est **décroissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) \geqslant f(b)$ (l'ordre n'est pas respecté)

D Définition : fonction strictement décroissante

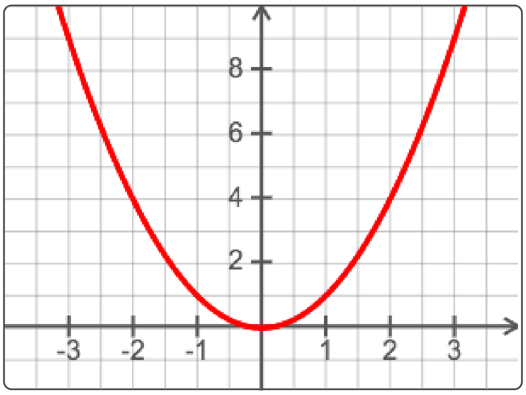
Une fonction f définie sur un intervalle I est **strictement décroissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$ (l'ordre n'est pas respecté)

1. Soit $f_1(x) = 3x - 9$. Donner son ensemble de définition. Démontrer que f_1 est croissante sur $\mathbb{R}$.
2. Soit $f_2(x) = -2x + 1$. Donner son ensemble de définition. Démontrer que f_2 est décroissante sur $\mathbb{R}$.
3. Soit $f_3(x) = 2x^2$. Démontrer que f_3 est croissante sur $[0; +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty; 0]$.
4. Soit $f_4(x) = -4x^2$. Démontrer que f_4 est décroissante sur $[0; +\infty[$ et croissante sur $]-\infty; 0]$.
5. Soit $f_5(x) = 2\sqrt{x}$. Démontrer que f_5 est croissante sur $[0; +\infty[$.
6. Soit $f_6(x) = \dfrac{-3}{x}$. Démontrer que f_6 est croissante sur $]0; +\infty[$.

n°2 Fonction carré

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- La fonction **carré** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \mapsto x^2$
- La fonction **carré** est croissante sur $[0; +\infty[$
- La fonction **carré** est décroissante sur $]-\infty; 0]$
- Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction carré est une **parabole** de sommet $O(0; 0)$ et d'axe de symétrie l'axe des ordonnées.



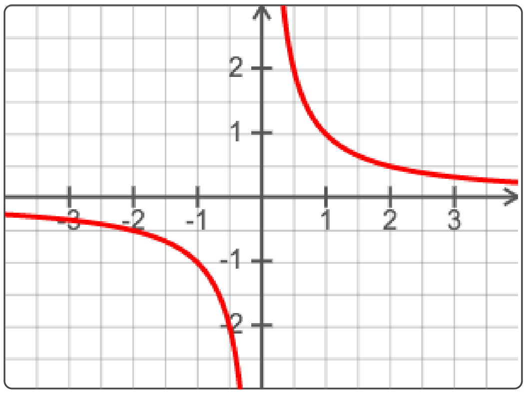
On considère la fonction f définie par $f(x) = (x+1)^2$ de courbe représentative $\mathcal{C}_f$.

1. Donner son ensemble de définition.
2. Expliquer pourquoi pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geqslant 0$
3. Pour quelle(s) valeur(s) de x, $f(x)$ est minimal et donner ce minimum.
4. Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 4$.
5. Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 1$.
6. Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 9$.
7. Construire le tableau de variation de f.
8. Dans un repère orthonormé, tracer $\mathcal{C}_f$.

n°3 Fonction inverse

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- La fonction **inverse** est la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$
- La fonction **inverse** est décroissante sur $]0;+\infty[$ et sur $]-\infty;0[$
- Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction inverse est une **hyperbole** de centre de symétrie $O(0;0)$.



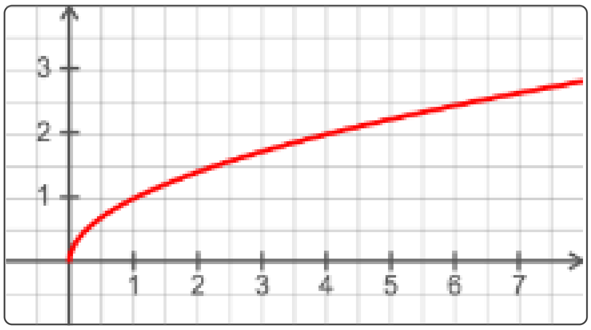
On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

1. Donner son ensemble de définition $\mathcal{D}_f$.
2. Etudier le signe de $f(x)$ sur $\mathcal{D}_f$
3. Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = 1$.
4. Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = -1$.
5. Construire le tableau de variation de f.
6. Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de f.

n°4 Fonction racine carrée

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- La fonction **racine carrée** est la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par : $x \mapsto \sqrt{x}$
- La fonction **racine carrée** a pour ensemble de définition $[0;+\infty[$
- La fonction **racine carrée** est croissante sur $[0;+\infty[$



On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x+2}$

1. Donner son ensemble de définition $\mathcal{D}_f$.
2. Etudier le signe de $f(x)$ sur $\mathcal{D}_f$
3. Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = 5$.
4. Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = 0$.
5. Construire le tableau de variation de f.
6. Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de f.

n°5 Position relative de courbes

On considère les fonctions $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = x$ et $f_3(x) = \sqrt{x}$.

1. Dans un même repère, tracer les courbes représentatives de f_1, f_2 et f_3 respectivement en rouge, bleu et vert.
2. Démontrer que pour tout $x \in [0,1]$ on a $x^2 \leqslant x \leqslant \sqrt{x}$. Que constate-t-on sur les représentations graphiques ?
3. Démontrer que pour tout $x \in [1,+\infty[$ on a $\sqrt{x} \leqslant x \leqslant x$. Que constate-t-on sur les représentations graphiques ?

n°6 Valeur absolue d'un nombre réel

D Définition : valeur absolue

*La **valeur absolue** d'un nombre réel x est le nombre $|x|$ tel que :*

- $|x| = x$ *si* $x \geqslant 0$
- $|x| = -x$ *si* $x \leqslant 0$

*La **valeur absolue** $|x|$ correspond à la distance à zéro de x.*

P Propriétés

① $|x| \leqslant 0$ ② $\sqrt{x^2} = |x|$ ③ $|x| = |-x|$ ④ $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

P Propriétés : distance

Sur la droite des réels muni d'un repère d'origine O :

① *si* $M(x)$ *alors* $OM = |x|$ ② *si* $A(a)$ *et* $B(b)$ *alors* $AB = |a-b| = |b-a|$

Calculer les expressions suivantes :

1. $A = |2 + 2 \times 5 - 9 + 1 - 5|$
2. $B = |2 \times 6 - 100 \div 10 - 9|$
3. $C = |-(6-8) \times (-2-3) - (15-5) \div (-7+2)|$
4. $D = |-2 \times (-2) \times (-3) - (18-3) \div 3|$

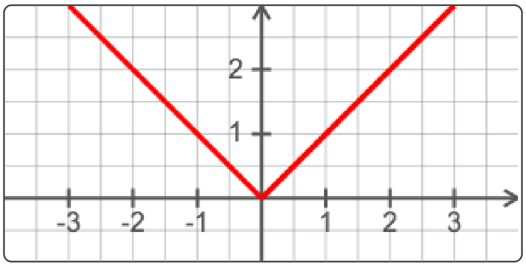
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

5. $|5x - 9| = 8$
6. $|2 - x| = -1$
7. $\sqrt{(7x-9)^2} = 3$
8. $\sqrt{4x^2 + 9 + 12x} = 2$
9. $\sqrt{-70x + 25x^2 + 49} = 10$
10. $|2x - 8| = |5x - 8|$
11. $|x - 7| = 2|3x - 1|$
12. $\sqrt{(8-9x)^2} = \sqrt{(4x-2)^2}$
13. $\dfrac{|x-2|}{|5-8x|} = 1$
14. $\dfrac{|5x-1|}{|2-x|} = 2$
15. $\dfrac{\sqrt{(3x-2)^2}}{\sqrt{(1+2x)^2}} = 3$
16. $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$
17. $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$

n°7 Fonction valeur absolue

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- *La fonction **valeur absolue** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \mapsto |x| = \sqrt{x^2}$*
- *Elle est croissante sur $[0; +\infty[$*
- *Elle est décroissante sur $]-\infty; 0]$*
- *Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.*



On considère la fonction f définie par $f(x) = |x - 5|$ de courbe représentative $\mathcal{C}_f$.

1. *Donner son ensemble de définition.*
2. *Expliquer pourquoi pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geqslant 0$*
3. *Pour quelle(s) valeur(s) de x, $f(x)$ est minimal et donner ce minimum.*
4. *Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 5$.*
5. *Déterminer x tels que $f(x) = -2$.*
6. *Déterminer les variations de f puis tracer $\mathcal{C}_f$.*

n°8 Fonction $u+k$

Soit u une fonction définie sur D_u et k un nombre réel.

D Définition

La fonction $u+k$ est définie sur D_u et par : $\boxed{(u+k)(x)=u(x)+k}$

P Propriété : courbe représentative

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, si u a pour courbe représentative C_u alors la courbe représentative C_{u+k} de $u+k$ est l'image de C_u par la translation de vecteur $k\vec{j}$.

P Propriété : variations

Si u est monotone (croissante ou décroissante) sur un intervalle I alors $u+k$ a le même sens de variation que u sur I.

Dans des repères différents, tracer les courbes représentatives de :

1. $f_1(x)=x^2+2$
2. $f_2(x)=|x|-4$
3. $f_3(x)=\sqrt{x}-1$
4. $f_4(x)=\dfrac{1}{x}-5$

Construire le tableau de variations de :

5. $f_5(x)=x^2+9$ sur $]-\infty;0]$
6. $f_6(x)=\dfrac{4}{x}+2$ sur $]-\infty;0[$
7. $f_7(x)=\sqrt{x}-1$ sur $[0;+\infty[$

n°9 Fonction ku

Soit u une fonction définie sur D_u et k un nombre réel.

D Définition

La fonction ku est définie sur D_u et par : $\boxed{(ku)(x)=k\times u(x)}$

P Propriété : variations

Si $k>0$ alors u et ku ont la même monotonie (croissante ou décroissante) sur un intervalle I.
Si $k<0$ alors u et ku sont de monotonie contraire (croissante ou décroissante) sur un intervalle I.

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1. $f_1(x)=3x^2$
2. $f_2(x)=|x|-4$
3. $f_3(x)=\sqrt{x}-1$
4. $f_4(x)=\dfrac{1}{x}-5$

n°10 Fonction $\sqrt{u}$

Soit u une fonction définie sur D_u telle pour tout $x\in D_u$; $u(x)\geqslant 0$.

D Définition

La fonction $\sqrt{u}$ est définie sur D_u et par : $(\sqrt{u})(x)=\sqrt{u(x)}$

P Propriété : variations

Si u est monotone sur un intervalle I et si pour tout $x\in I$, $u(x)\geqslant 0$ alors la fonction $\sqrt{u}$ a le même sens de variation que u sur I.

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1. $f_1(x)=3x^2$
2. $f_2(x)=|x|-4$
3. $f_3(x)=\sqrt{x}-1$
4. $f_4(x)=\dfrac{1}{x}-5$

n°11 Fonction $\frac{1}{u}$

Soit u une fonction définie sur D_u telle pour tout $x \in D_u$; $u(x) \neq 0$.

D Définition

La fonction $\frac{1}{u}$ est définie sur D_u et par : $(\frac{1}{u})(x) = \frac{1}{u(x)}$

P Propriété : variations

Si u est monotone sur un intervalle I et si pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$ alors la fonction $\dfrac{1}{u}$ a le sens de variation contraire à celui de u sur I.

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1. $f_1(x) = 3x^2$
2. $f_2(x) = |x| - 4$
3. $f_3(x) = \sqrt{x} - 1$
4. $f_4(x) = \dfrac{1}{x} - 5$

n°12 Fonctions somme et produit

*Soient f et g deux fonctions définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. La **fonction somme** de f et g, notée $f+g$, est définie sur I et par : $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$. La **fonction produit** de f et g, notée fg, est définie sur I et par : $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.*

1. *Si f et g sont croissantes sur I alors $f+g$ est croissante sur I.*
2. *Si f et g sont croissantes sur I alors fg est croissante sur I.*

n°13 Fonctions somme et produit

*Soient f et g deux fonctions définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. La **fonction somme** de f et g, notée $f+g$, est définie sur I et par : $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$. La **fonction produit** de f et g, notée fg, est définie sur I et par : $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.*

1. *Si f et g sont croissantes sur I alors $f+g$ est croissante sur I.*
2. *Si f et g sont croissantes sur I alors fg est croissante sur I.*