

n°1 Sens de variation

D Définition : fonction croissante

Une fonction f définie sur un intervalle I est **croissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$ (l'ordre est respecté)

D Définition : fonction strictement croissante

Une fonction f définie sur un intervalle I est **strictement croissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$ (l'ordre est respecté)

D Définition : fonction décroissante

Une fonction f définie sur un intervalle I est **décroissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$ (l'ordre n'est pas respecté)

D Définition : fonction strictement décroissante

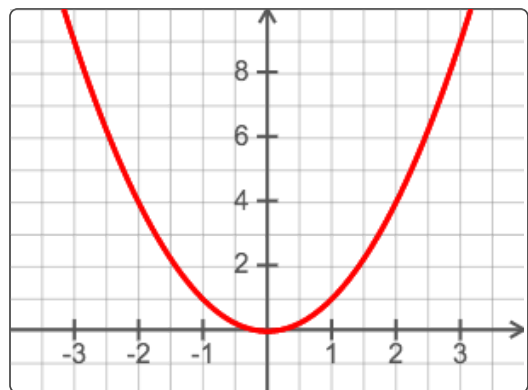
Une fonction f définie sur un intervalle I est **strictement décroissante** lorsque pour tous les réels a et b dans I : si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$ (l'ordre n'est pas respecté)

- 1 Soit $f_1(x) = 3x - 9$. Donner son ensemble de définition. Démontrer que f_1 est croissante sur \mathbb{R} .
- 2 Soit $f_2(x) = -2x + 1$. Donner son ensemble de définition. Démontrer que f_2 est décroissante sur \mathbb{R} .
- 3 Soit $f_3(x) = 2x^2$. Démontrer que f_3 est croissante sur $[0; +\infty[$ et décroissante sur $] -\infty; 0]$.
- 4 Soit $f_4(x) = -4x^2$. Démontrer que f_4 est décroissante sur $[0; +\infty[$ et croissante sur $] -\infty; 0]$.
- 5 Soit $f_5(x) = 2\sqrt{x}$. Démontrer que f_5 est croissante sur $[0; +\infty[$.
- 6 Soit $f_6(x) = \frac{-3}{x}$. Démontrer que f_6 est croissante sur $]0; +\infty[$.

n°2 Fonction carré

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- La fonction **carré** est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $x \mapsto x^2$
- La fonction **carré** est croissante sur $[0; +\infty[$
- La fonction **carré** est décroissante sur $] -\infty; 0]$
- Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction carré est une **parabole** de sommet $O(0; 0)$ et d'axe de symétrie l'axe des ordonnées.



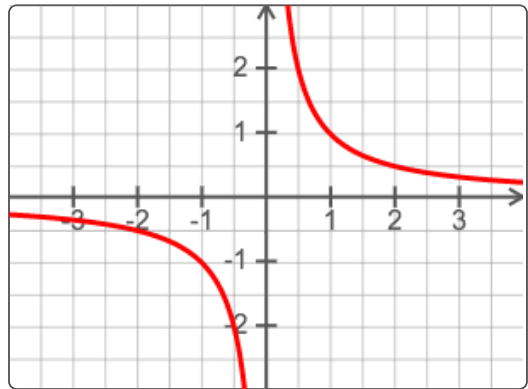
On considère la fonction f définie par $f(x) = (x + 1)^2$ de courbe représentative \mathcal{C}_f .

- 1 Donner son ensemble de définition.
- 2 Expliquer pourquoi pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$
- 3 Pour quelle(s) valeur(s) de x , $f(x)$ est minimal et donner ce minimum.
- 4 Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 4$.
- 5 Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 1$.
- 6 Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 9$.
- 7 Construire le tableau de variation de f .
- 8 Dans un repère orthonormé, tracer \mathcal{C}_f .

n°3 Fonction inverse

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- a fonction **inverse** est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par : $x \mapsto \frac{1}{x}$
- La fonction **inverse** est décroissante sur $]0; +\infty[$ et sur $] - \infty; 0[$
- Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction inverse est une **hyperbole** de centre de symétrie $O(0;0)$.



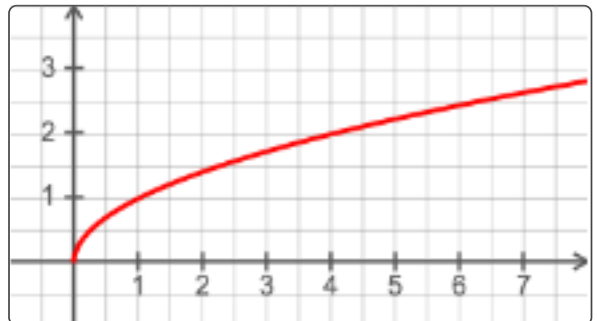
On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x-2}$

- | | |
|---|---|
| 1 Donner son ensemble de définition \mathcal{D}_f . | 2 Etudier le signe de $f(x)$ sur \mathcal{D}_f |
| 3 Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = 1$. | 4 Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = -1$. |
| 5 Construire le tableau de variation de f . | 6 Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de f . |

n°4 Fonction racine carrée

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- La fonction **racine carrée** est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $x \mapsto \sqrt{x}$
- La fonction **racine carrée** a pour ensemble de définition $[0; +\infty[$
- La fonction **racine carrée** est croissante sur $[0; +\infty[$



On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x+2}$

- | | |
|---|---|
| 1 Donner son ensemble de définition \mathcal{D}_f . | 2 Etudier le signe de $f(x)$ sur \mathcal{D}_f |
| 3 Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = 5$. | 4 Déterminer la valeur de x vérifiant $f(x) = 0$. |
| 5 Construire le tableau de variation de f . | 6 Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative de f . |

n°5 Position relative de courbes

On considère les fonctions $f_1(x) = x^2$, $f_2(x) = x$ et $f_3(x) = \sqrt{x}$.

- | | | |
|--|---|---|
| 1 Dans un même repère, tracer les courbes représentatives de f_1 , f_2 et f_3 respectivement en rouge, bleu et vert. | 2 Démontrer que pour tout $x \in [0, 1]$ on a $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$. Que constate-t-on sur les représentations graphiques ? | 3 Démontrer que pour tout $x \in [1, +\infty[$ on a $\sqrt{x} \leq x \leq x^2$. Que constate-t-on sur les représentations graphiques ? |
|--|---|---|

n°6 Valeur absolue d'un nombre réel

D Définition : valeur absolue

La **valeur absolue** d'un nombre réel x est le nombre $|x|$ tel que :

- $|x| = x$ si $x \geq 0$
- $|x| = -x$ si $x \leq 0$

La **valeur absolue** $|x|$ correspond à la distance à zéro de x .

P Propriétés

- ① $|x| \leq 0$ ② $\sqrt{x^2} = |x|$ ③ $|x| = |-x|$ ④ $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

P Propriétés : distance

Sur la droite des réels muni d'un repère d'origine O :

- ① si $M(x)$ alors $OM = |x|$ ② si $A(a)$ et $B(b)$ alors $AB = |a - b| = |b - a|$

Calculer les expressions suivantes :

1 $A = |2 + 2 \times 5 - 9 + 1 - 5|$

2 $B = |2 \times 6 - 100 \div 10 - 9|$

3 $C = |-(6 - 8) \times (-2 - 3) - (15 - 5) \div (-7 + 2)|$

4 $D = |-2 \times (-2) \times (-3) - (18 - 3) \div 3|$

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

5 $|5x - 9| = 8$

6 $|2 - x| = -1$

7 $\sqrt{(7x - 9)^2} = 3$

8 $\sqrt{4x^2 + 9 + 12x} = 2$

9 $\sqrt{-70x + 25x^2 + 49} = 10$

10 $|2x - 8| = |5x - 8|$

11 $|x - 7| = 2|3x - 1|$

12 $\sqrt{(8 - 9x)^2} = \sqrt{(4x - 2)^2}$

13 $\frac{|x - 2|}{|5 - 8x|} = 1$

14 $\frac{|5x - 1|}{|2 - x|} = 2$

15 $\frac{\sqrt{(3x - 2)^2}}{\sqrt{(1 + 2x)^2}} = 3$

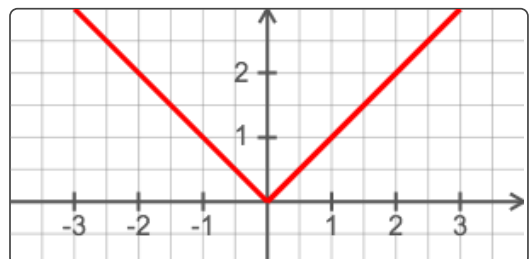
16 $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$

17 $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$

n°7 Fonction valeur absolue

D P Définition et propriétés : fiche d'identité

- La fonction **valeur absolue** est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $x \mapsto |x| = \sqrt{x^2}$
- Elle est croissante sur $[0; +\infty[$
- Elle est décroissante sur $] -\infty; 0]$
- Sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



On considère la fonction f définie par $f(x) = |x - 5|$ de courbe représentative \mathcal{C}_f .

- 1 Donner son ensemble de définition. 2 Expliquer pourquoi pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$
- 3 Pour quelle(s) valeur(s) de x , $f(x)$ est minimal et donner ce minimum. 4 Déterminer les valeurs de x vérifiant $f(x) = 5$.
- 5 Déterminer x tels que $f(x) = -2$. 6 Déterminer les variations de f puis tracer \mathcal{C}_f .

n°8 **Fonction $u + k$**

Soit u une fonction définie sur D_u et k un nombre réel.

D Définition

La fonction $u + k$ est définie sur D_u et par : $(u + k)(x) = u(x) + k$

P Propriété : courbe représentative

Dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , si u a pour courbe représentative C_u alors la courbe représentative C_{u+k} de $u + k$ est l'image de C_u par la translation de vecteur $k\vec{j}$.

P Propriété : variations

Si u est monotone (croissante ou décroissante) sur un intervalle I alors $u + k$ a le même sens de variation que u sur I .

Dans des repères différents, tracer les courbes représentatives de :

1 $f_1(x) = x^2 + 2$

2 $f_2(x) = |x| - 4$

3 $f_3(x) = \sqrt{x} - 1$

4 $f_4(x) = \frac{1}{x} - 5$

Construire le tableau de variations de :

5 $f_5(x) = x^2 + 9$ sur $] -\infty; 0]$

6 $f_6(x) = \frac{4}{x} + 2$ sur $] -\infty; 0[$

7 $f_7(x) = \sqrt{x} - 1$ sur $[0; +\infty[$

n°9 **Fonction ku**

Soit u une fonction définie sur D_u et k un nombre réel.

D Définition

La fonction ku est définie sur D_u et par : $(ku)(x) = k \times u(x)$

P Propriété : variations

Si $k > 0$ alors u et ku ont la même monotonie (croissante ou décroissante) sur un intervalle I .

Si $k < 0$ alors u et ku sont de monotonie contraire (croissante ou décroissante) sur un intervalle I .

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1 $f_1(x) = 3x^2$

2 $f_2(x) = |x| - 4$

3 $f_3(x) = \sqrt{x} - 1$

4 $f_4(x) = \frac{1}{x} - 5$

n°10 **Fonction \sqrt{u}**

Soit u une fonction définie sur D_u telle pour tout $x \in D_u$; $u(x) \geq 0$.

D Définition

La fonction \sqrt{u} est définie sur D_u et par : $(\sqrt{u})(x) = \sqrt{u(x)}$

P Propriété : variations

Si u est monotone sur un intervalle I et si pour tout $x \in I$, $u(x) \geq 0$ alors la fonction \sqrt{u} a le même sens de variation que u sur I .

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1 $f_1(x) = 3x^2$

2 $f_2(x) = |x| - 4$

3 $f_3(x) = \sqrt{x} - 1$

4 $f_4(x) = \frac{1}{x} - 5$

n°11 **Fonction $\frac{1}{u}$**

Soit u une fonction définie sur D_u telle pour tout $x \in D_u$; $u(x) \neq 0$.

D Définition

La fonction $\frac{1}{u}$ est définie sur D_u et par : $(\frac{1}{u})(x) = \frac{1}{u(x)}$

P Propriété : variations

Si u est monotone sur un intervalle I et si pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$ alors la fonction $\frac{1}{u}$ a le sens de variation contraire à celui de u sur I .

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

$$\boxed{1} \quad f_1(x) = 3x^2 \qquad \boxed{2} \quad f_2(x) = |x| - 4 \qquad \boxed{3} \quad f_3(x) = \sqrt{x} - 1 \qquad \boxed{4} \quad f_4(x) = \frac{1}{x} - 5$$

n°12 **Fonctions somme et produit**

Soient f et g deux fonctions définies sur un intervalle I de \mathbb{R} . La **fonction somme** de f et g , notée $f + g$, est définie sur I et par : $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$. La **fonction produit** de f et g , notée fg , est définie sur I et par : $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- $\boxed{1}$ Si f et g sont croissantes sur I alors $f + g$ est croissante sur I .
- $\boxed{2}$ Si f et g sont croissantes sur I alors fg est croissante sur I .

n°13 **Fonctions somme et produit**

Soient f et g deux fonctions définies sur un intervalle I de \mathbb{R} . La **fonction somme** de f et g , notée $f + g$, est définie sur I et par : $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$. La **fonction produit** de f et g , notée fg , est définie sur I et par : $(fg)(x) = f(x) \times g(x)$. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- $\boxed{1}$ Si f et g sont croissantes sur I alors $f + g$ est croissante sur I .
- $\boxed{2}$ Si f et g sont croissantes sur I alors fg est croissante sur I .