

N₁ Valeur absolue d'un nombre réel

D Valeur absolue

La **valeur absolue** d'un nombre réel x est le nombre $|x|$ tel que :

- $|x| = x$ si $x \geq 0$
- $|x| = -x$ si $x \leq 0$

La **valeur absolue** $|x|$ correspond à la distance à zéro de x .

P Propriétés

- ① $|x| \geq 0$ ② $\sqrt{x^2} = |x|$ ③ $|x| = |-x|$ ④ $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

P Distance

Sur la droite des réels muni d'un repère d'origine O :

- ① si $M(x)$ alors $OM = |x|$ ② si $A(a)$ et $B(b)$ alors $AB = |a - b| = |b - a|$

Calculer les expressions suivantes :

1 $A = |2 + 2 \times 5 - 9 + 1 - 5|$

2 $B = |2 \times 6 - 100 \div 10 - 9|$

3 $C = |-(6 - 8) \times (-2 - 3) - (15 - 5) \div (-7 + 2)|$

4 $D = |-2 \times (-2) \times (-3) - (18 - 3) \div 3|$

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

5 $|5x - 9| = 8$

6 $|2 - x| = -1$

7 $\sqrt{(7x - 9)^2} = 3$

8 $\sqrt{4x^2 + 9 + 12x} = 2$

9 $\sqrt{-70x + 25x^2 + 49} = 10$

10 $|2x - 8| = |5x - 8|$

11 $|x - 7| = 2|3x - 1|$

12 $\sqrt{(8 - 9x)^2} = \sqrt{(4x - 2)^2}$

13 $\frac{|x - 2|}{|5 - 8x|} = 1$

14 $\frac{|5x - 1|}{|2 - x|} = 2$

15 $\frac{\sqrt{(3x - 2)^2}}{\sqrt{(1 + 2x)^2}} = 3$

16 $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$

17 $\sqrt{18x + x^2 + 81} = \sqrt{16 + 36x^2 - 48x}$

- 18 Une droite est munie d'un repère $(O; I)$. Sur cette droite, on considère les points A et B d'abscisses respectives -3 et $2,5$. Calculer les distances OA , AB et BI .

Calculer la distance entre les réels a et b dans chacun des cas suivants.

19 $a = 7$ et $b = -5$

20 $a = -3$ et $b = -8$

21 $a = -5,1$ et $b = 2,3$

22 $a = \sqrt{2}$ et $b = -\sqrt{8}$

23 $a = 6$ et $b = 2\pi$

24 $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{1}{4}$

N₂ Définitions et propriétés

D Fonction valeur absolue

Une fonction **valeur absolue** f est définie par $f(x) = |ax + b|$ où a et b sont deux nombres réels tels que $a \neq 0$.

P Ensemble de définition

Soit f une fonction valeur absolue telle que $f(x) = |ax + b|$ alors son ensemble de définition est :
 $\mathcal{D}_f =]-\infty; +\infty[= \mathbb{R}$

P Tableau de variation

On considère une fonction valeur absolue $f(x) = |ax + b|$ avec $a \neq 0$. Si $a = 0$ cette fonction valeur absolue est **constante** et vaut $f(x) = |b|$.

si $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f			

si $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
f			

Pour chaque fonction suivante, donner l'ensemble de définition puis dresser le tableau de variation :

1 $f_1(x) = \sqrt{4x - 6}$

2 $f_2(x) = \sqrt{-3x + 9}$

3 $f_3(x) = \sqrt{-3x}$

4 $f_4(x) = \sqrt{x}$

5 $f_5(x) = \sqrt{6 - 2x}$

6 $f_6(x) = \sqrt{2 + 8x}$

7 $f_7(x) = \sqrt{6x}$

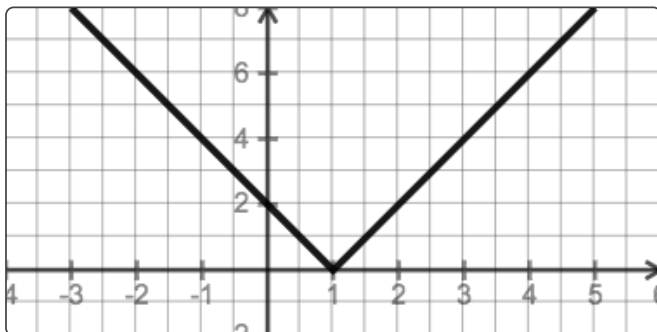
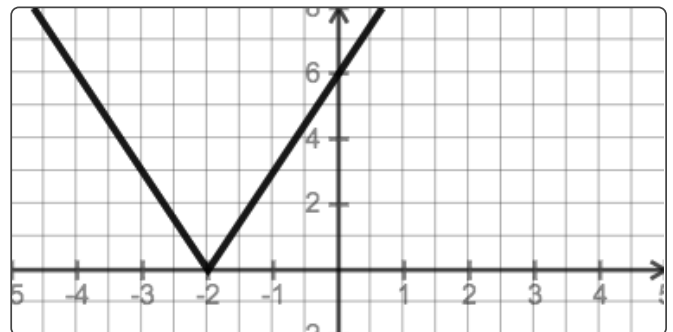
8 $f_8(x) = \sqrt{2(5 - 2x)}$

9 $f_9(x) = \sqrt{-3(2x + 1)}$

N₃ Représentation graphique d'une fonction valeur absolue

P Représentation graphique

On considère une fonction valeur absolue $f(x) = |ax + b|$. La représentation graphique \mathcal{C}_f est :

si $a > 0$ si $a < 0$ 

Pour chaque fonction suivante, tracer sa représentation graphique :

1 $f_1(x) = \sqrt{2x - 6}$

2 $f_2(x) = \sqrt{-3x + 6}$

3 $f_3(x) = \sqrt{-2x}$

4 $f_4(x) = \sqrt{x}$

5 $f_5(x) = \sqrt{3 - 3x}$

6 $f_6(x) = \sqrt{16 + 8x}$

7 $f_7(x) = \sqrt{4x}$

8 $f_8(x) = \sqrt{2(1 - 2x)}$

9 $f_9(x) = \sqrt{-2(2x + 3)}$