N_1 Sens de variations

D *Suite croissante*

Une suite u est **croissante**, si pour tout entier naturel n : $u_{n+1} \geqslant u_n$ ou $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$

Dans le cas où les termes de la suite u sont tous strictement positifs : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$

D *Suite décroissante*

Une suite u est **décroissante**, si pour tout entier naturel n : $u_{n+1} \leqslant u_n$ ou $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$

Dans le cas où les termes de la suite u sont tous strictement positifs : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leqslant 1$

D *Suite monotone*

Une suite u est **monotone** si elle est croissante ou décroissante.

Les suites suivantes sont-elles monotones ?

1. $u_n = (-1)^n$ pour $n \in \mathbb{N}$
2. $u_n = 5n + 9$ pour $n \in \mathbb{N}$
3. $u_n = \dfrac{1}{n+1}$ pour $n \in \mathbb{N}$
4. $u_n = \dfrac{1}{3^n}$ pour $n \in \mathbb{N}$
5. $u_n = n^2 - 6n + 9$ pour $n \in \mathbb{N}$
6. $u_n = n^2 - 8n + 18$ pour $n \in \mathbb{N}$

N_2 Sens de variations : $u_n = f(n)$

P *Propriété*

Soit une suite u définie par $u_n = f(n)$ avec $n \in \mathbb{N}$ et f une fonction définie sur $[0; +\infty[$.
- Si f est croissante sur $[0; +\infty[$ alors u est croissante.
- Si f est décroissante sur $[0; +\infty[$ alors u est décroissante.

Les suites suivantes sont-elles monotones ?

1. $u_n = 2 \times n - 9$ pour $n \in \mathbb{N}$
2. $u_n = 10 - 3n$ pour $n \in \mathbb{N}$
3. $u_n = \dfrac{-2}{4n-4}$ pour $n \in \mathbb{N}$
4. $u_n = \sqrt{n+2}$ pour $n \in \mathbb{N}$
5. $u_n = 4n^2 - 9n + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$
6. $u_n = 4n - 9n^2 + 1$ pour $n \in \mathbb{N}$

N_3 Sens de variation d'une suite arithmétique

P *Propriété*

Soit u une suite arithmétique de raison $r \neq 0$ et de premier terme u_0.

r	u
$r > 0$	est croissante
$r < 0$	est décroissante

1. Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -8$ et de raison $r = 9$. Etudier la monotonie de (u_n).
2. Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = \dfrac{1}{6}$. Etudier la monotonie de (u_n).
3. Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -7$ et de raison $r = -\dfrac{11}{2}$. Etudier la monotonie de (u_n).

N_4 Sens de variation d'une suite géométrique

P Propriété

Soit u une suite géométrique de raison $q \neq 0$ et de premier terme u_0.

u_0	q	u
$u_0 > 0$	$0 < q < 1$	est décroissante
$u_0 > 0$	$q > 1$	est croissante
$u_0 < 0$	$0 < q < 1$	est croissante
$u_0 < 0$	$q > 1$	est décroissante
	$q < 0$	n'est pas monotone

1. Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 7$. Etudier la monotonie de (u_n).
2. Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = -7$ et de raison $q = 2$. Etudier la monotonie de (u_n).
3. Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = -1$ et de raison $q = \dfrac{3}{5}$. Etudier la monotonie de (u_n).
4. Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = \dfrac{1}{5}$. Etudier la monotonie de (u_n).
5. Soit (u_n) une suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = -\dfrac{9}{5}$. Etudier la monotonie de (u_n).

N_5 Suite convergente

D *Limite et convergence*

Une suite u **converge vers** un réel l quand ses termes u_n se rapprochent de plus en plus vers l lorsque n devient de plus en plus grand. Cela signifie que u_n tend vers le réel l quand n tend vers $+\infty$ et on note : $\underset{n \to +\infty}{u_n} \longrightarrow l$

Quand une suite u converge vers le réel l, l est appelé la **limite** de la suite u.

Quand une suite u converge vers le réel l, on note : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$

Une suite u est **divergente** quand elle ne converge pas vers un réel ou bien que ses termes tendent vers $+\infty$ ou $-\infty$. On a donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ ou $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

A l'aide d'une calculatrice, conjecturer la limite éventuelle des suites u :

1. $u_n = \dfrac{2n+1}{n-1}$ pour $n > 1$
2. $u_n = \dfrac{2n+1}{n^2+4}$ pour $n \in \mathbb{N}$
3. $u_n = \dfrac{2n^2-1}{n+1}$ pour $n \in \mathbb{N}$
4. $u_n = \dfrac{5n+1}{3n-2}$ pour $n \in \mathbb{N}$
5. $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 2u_n$
6. $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = -\dfrac{1}{2}u_n$
7. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{5}{u_n}$
8. $u_n = (-4)^n$ pour $n \in \mathbb{N}$
9. $u_n = 2n^2 - 5n - 2$ pour $n \in \mathbb{N}$
10. $u_n = -3n^3 + 4n^2 - 1$ pour $n \in \mathbb{N}$

$n°1$ Suite (a_n)

Ecrire un algorithme permettant d'afficher les 100 premiers termes de la suite (a_n) définie par : $a_0 = 0$ et $a_{n+1} = a_n + 2$. Que remarque-t-on ?

$n°2$ Balle rebondissante

Une balle rebondissante est telle que chaque rebond a une hauteur égale à 80% du rebond précédent.

1. Si on appelle h_n la hauteur en cm du n-ième rebond, montrer que (h_n) est une suite géométrique.
2. Étudier les variations de cette suite. Étudier la limite de cette suite.
3. Au bout de combien de rebonds sa hauteur sera-t-elle inférieure au cinquième de sa hauteur initiale ?

$n°3$ Ecologie

On jette chaque année $160\ kg$ de déchets dans un bois. On estime que 20% de la totalité des déchets présents se dégradent. On note u_n la quantité de déchets présents l'année $2014 + n$, sachant qu'en 2014 un grand nettoyage du bois a été effectué et que l'on suppose donc que $u_0 = 0$.

1. Montrer que $u_{n+1} = 0,8u_n + 160$ pour tout entier naturel n.
2. Construire les six premiers termes de la suite (u_n) (échelle : $1\ cm$ pour $50\ kg$ sur les deux axes).
3. Conjecturer le sens de variations ainsi que la convergence de la suite.
4. Que peut-on en déduire quant à l'évolution de la quantité de déchets dans ce bois ?

$n°4$ Filtre lumineux

En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 23% de son intensité lumineuse. On superpose n plaques de verre identiques et on note i l'intensité du rayon à la sortie de la n-ème plaque exprimée en candela.

1. i_0 étant l'intensité lumineuse du rayon avant son entrée dans la première plaque de verre et i_1 l'intensité à la sortie de cette plaque de verre, exprimer i_1 en fonction de i_0.
2. Quelle est la nature de la suite (i_n) ? Exprimer i_n en fonction de n et de i_0.
3. Etudier les variations et la convergence de la suite (i_n).
4. Déterminer l'intensité initiale d'un rayon dont l'intensité après avoir traversé 4 plaques teintées est égale à 15 candelas.
5. Combien faut-il au minimum qu'un rayon traverse de plaques pour que son intensité lumineuse soit divisée par 5 ?

$n°5$ Compte rémunéré

Au premier janvier 2015, on place 1500 € sur un compte rémunéré. Cette rémunération représente 1% de la somme disponible sur ce compte **par mois**. A partir de février on place 100 € de plus chaque premier du mois. Soit (u_n) la suite dont le terme u_n représente la somme disponible sur ce compte au mois $n + 1$. On a donc $u_0 = 1500$

1. Démontrer que $u_1 = 1615$ et que $u_2 = 1731,15$. Calculer u_3. Que représente u_3 dans le contexte de l'exercice ?
2. Démontrer que (u_n) n'est ni une suite arithmétique ni une suite géométrique.
3. Déterminer la forme récurrente de (u_n). Démontrer que (u_n) est croissante et donner sa limite
4. Ecrire un algorithme permettant de déterminer le plus petit entier n pour que le capital de ce compte soit au moins de 2200 €
5. En dressant un tableau donner la valeur de n de la question précédente puis le mois auquel la somme de 2200 € sera atteinte.