N_1 Définitions et propriétés

D Fonction affine

Une fonction **affine** f est définie par $f(x) = a \times x + b = ax + b$ où a et b sont deux nombres réels.
a est le **coefficient directeur** de la fonction f et b est l'**ordonnée à l'origine**.
Quand $b = 0$ alors la fonction $f(x) = a \times x = ax$ est appelée fonction **linéaire**.

P Tableau de variation

On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$. Si $a = 0$ cette fonction affine est **constante** et vaut $f(x) = b$. L'ensemble de définition de f est $\mathcal{D}_f =]-\infty; +\infty[= \mathbb{R}$.

si $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\nearrow$	

si $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\searrow$	

Pour chaque fonction affine, donner le coefficient directeur, l'ordonnée à l'origine puis dresser le tableau de variation :

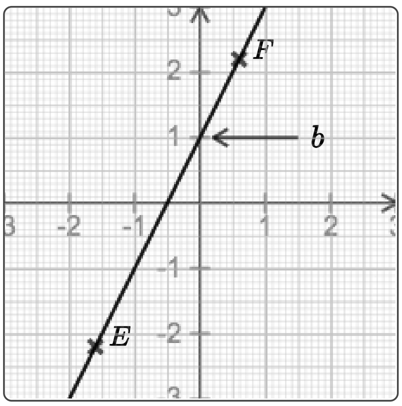
1. $f_1(x) = 4x - 6$
2. $f_2(x) = -3x + 9$
3. $f_3(x) = -3x$
4. $f_4(x) = -9$
5. $f_5(x) = 6 - 2x$
6. $f_6(x) = 2 + 8x$
7. $f_7(x) = 6x$
8. $f_8(x) = 2(5 - 2x)$
9. $f_9(x) = -3(2x + 1)$

N_2 Représentation graphique d'une fonction affine

P Représentation graphique

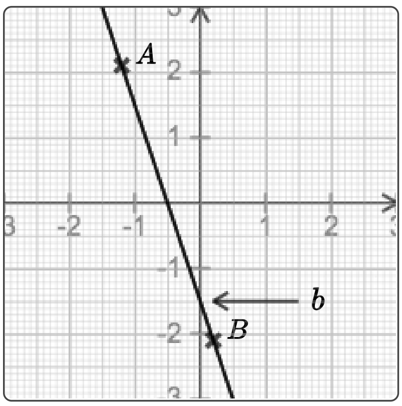
On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$. La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de f est une **droite non-verticale**. Pour la tracer il suffit de placer 2 points. Cette droite a pour équation $y = f(x) = ax + b$.

si $a > 0$



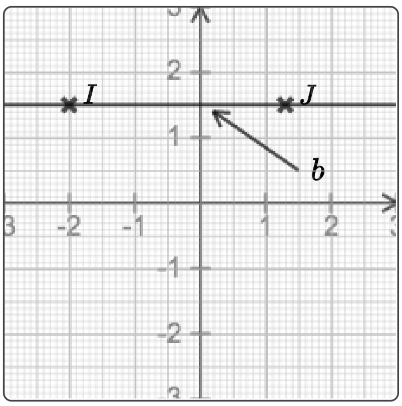
$\mathcal{C}_f$ est la droite (EF)

si $a < 0$



$\mathcal{C}_f$ est la droite (AB)

si $a = 0$



$\mathcal{C}_f$ est la droite (IJ)

Pour chaque fonction affine, tracer sa représentation graphique :

1. $f_1(x) = 2x - 1$
2. $f_2(x) = -2x + 8$
3. $f_3(x) = -2x$
4. $f_4(x) = 7$
5. $f_5(x) = 2 - x$
6. $f_6(x) = \frac{x}{3} - 1$

Tracer les courbes d'équation :

7. $y = 5x - 1$
8. $y = -2x$
9. $y = 1 - x$
10. $y = 2(1 - 2x)$
11. $y = \frac{1}{3}(2x - 5)$
12. $y = \sqrt{2}x + 1$

N_3 Signe d'une fonction affine

P Signe d'une fonction affine

On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$. Si $a = 0$ alors $f(x)$ est du signe de b sinon :

si $a > 0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

si $a < 0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Construire un tableau de signes des fonctions affines suivantes :

1. $f_1(x) = 7x - 8$
2. $f_2(x) = -2x + 1$
3. $f_3(x) = -4x$
4. $f_4(x) = 2$
5. $f_5(x) = 1 - x$
6. $f_6(x) = 2 + \frac{1}{3}x$
7. $f_7(x) = \frac{x}{5} + \frac{5}{3}$
8. $f_8(x) = \frac{1}{5}(5 - 2x)$
9. $f_9(x) = \frac{\sqrt{2}x}{2} - \frac{1}{3}$

Construire un tableau de signes des produits suivants de fonctions affines :

10. $(5x - 1)(2x - 8)$
11. $(x - 1)(x + 2)$
12. $(\frac{x}{3} - \frac{1}{5})(5 - 2x)$
13. $(\frac{1}{3} - \sqrt{2}x)(\frac{x}{5} - \frac{1}{2})$
14. $(-3 - 2x)(9 - x)(7x - 8)$
15. $(-1 - x)(2x - 3)(3x + 2)$

Construire un tableau de signes des quotients suivants de fonctions affines :

16. $\dfrac{2x - 7}{5 - 3x}$
17. $\dfrac{4 - 2x}{-2x - 8}$
18. $\dfrac{(x + 1)(6x - 1)}{2 - 3x}$
19. $\dfrac{(x - 2)(x + 1)}{(-2x - 3)(8 - 4x)}$

N_4 Intersection de deux droites affines

P Intersection

On considère deux fonctions affines $f_1(x) = a_1x + b_1$ et $f_2(x) = a_2x + b_2$ de représentation graphique $\mathcal{C}_{f_1}$ et $\mathcal{C}_{f_2}$ d'équation respective $y = a_1x + b_1$ et $y = a_2x + b_2$.

• Le point d'intersection (s'il existe) $M(x_m; y_m)$ des courbes (droites) $\mathcal{C}_{f_1}$ et $\mathcal{C}_{f_2}$ est tel que son abscisse x_m est la solution de l'équation : $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$ et son ordonnée vaut : $y_m = a_1x_m + b_1 = a_2x_m + b_2$

• $\mathcal{C}_{f_1}$ est **au dessus** de $\mathcal{C}_{f_2}$ quand x est solution de l'inéquation $a_1x + b_1 \geqslant a_2x + b_2$

• $\mathcal{C}_{f_1}$ est **en dessous** de $\mathcal{C}_{f_2}$ quand x est solution de l'inéquation $a_1x + b_1 \leqslant a_2x + b_2$

Déterminer graphiquement et par le calcul, la solution (si elle existe) des équations suivantes :

1. $3x - 1 = 2x - 9$
2. $7x - 1 = 6x + 3$
3. $\frac{x}{3} + 1 = \frac{-2x}{3} + 2$
4. $\dfrac{2x - 1}{5x - 2} = 1$
5. $\dfrac{3 - 2x}{x + 3} = 2$
6. $\dfrac{2 - 2x}{3x - 1} = -3$

Déterminer graphiquement et par le calcul, les solutions (si elles existent) des inéquations suivantes :

7. $3x - 2 \leqslant 2x - 4$
8. $5x - 2 \geqslant 2x + 6$
9. $\frac{x}{5} + 1 \leqslant \frac{-2x}{5} + 2$
10. $\dfrac{3x - 1}{5x - 1} \leqslant 1$
11. $\dfrac{4 - x}{3x + 2} \geqslant 2$
12. $\dfrac{1 - 2x}{2x - 2} \leqslant -3$

$n°1$ *Au théâtre*

Un théâtre propose deux prix de places :

• Plein tarif : 20 €. (h_1)

• Tarif adhérent : réduction de 30% du plein tarif. (h_2)

Pour avoir le droit à la réduction de 30% pour chaque entrée, l'adhérent doit acheter en début de saison une carte d'abonnement de 50 €.

On désigne par x le nombre d'entrées et on note :

• h_1 la dépense totale d'un spectateur qui n'est pas adhérent.

• h_2 la dépense totale d'un adhérent.

1. Démontrer que le prix d'une entrée au tarif adhérent est de 14 €.
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre d'entrées : x	0	1	10	15
Prix total h_1 en €				
Prix total h_2 en €				

3. Donner les expressions des fonctions h_1 et h_2.
4. Quelle est l'image de 5 par la fonction h_1 ? Quel est l'antécédent de 330 par la fonction h_2 ?
5. Quelle est l'image de 2 par la fonction h_2 ? Quel est l'antécédent de 300 par la fonction h_1 ?
6. Représenter graphiquement dans un même repère les fonctions h_1 et h_2.
7. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre d'entrées pour lequel les deux tarifs sont identiques.
8. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre d'entrées pour lequel l'abonnement est avantageux.

$n°2$ *Parc d'attraction*

Un parc d'attraction pratique les tarifs suivants :

• Tarif 1 : par jour de présence dans le parc, la prix à payer est de 12 € pour un enfant et de 18 € pour un adulte.

• Tarif 2 : quel que soit le nombre de jours de présence dans le parc et le nombre de membres de la famille, le prix pour la famille est constitué d'un forfait de 100 € auquel s'ajoute une participation de 10 € par jour.

Dans toute la suite du problème, on considère une famille constituée d'un adulte et d'un enfant.

On désigne par x le nombre de jours passés dans le parc et on note :

• p_1 le prix payé par la famille avec le tarif 1 pour x jours passés dans le parc.

• p_2 le prix payé par la famille avec le tarif 2 pour x jours passés dans le parc.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre de jours : x	1	4	6	10	14
Prix total p_1 en €					
Prix total p_2 en €					

2. Donner les expressions des fonctions p_1 et p_2.
3. Quelle est l'image de 3 par la fonction p_1 ? Quel est l'antécédent de 170 par la fonction p_2 ?
4. Quelle est l'image de 2 par la fonction p_2 ? Quel est l'antécédent de 150 par la fonction p_1 ?
5. Représenter graphiquement dans un même repère les fonctions p_1 et p_2.
6. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre de jours pour lequel les deux tarifs sont égaux.
7. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre de jours pour lequel la tarif 2 est avantageux.