#### $N_1$ Définitions et propriétés

D Fonction inverse

Une fonction **inverse** f est définie par  $f(x) = \frac{1}{ax+b}$  où a et b sont deux nombres réels tels que  $a \neq 0$ . (c'est l'inverse d'une fonction affine).

P Ensemble de définition

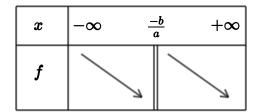
Soit f une fonction inverse telle que  $f(x)=rac{1}{ax+b}$  alors son ensemble de définition est :

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{-b}{a}\} = ]-\infty; \frac{-b}{a} \left[ \cup \right] \frac{-b}{a}; +\infty \left[ -\frac{b}{a} \right] = 0$$

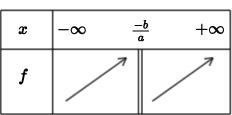
 $\mathcal{D}_f=\mathbb{R}ackslash\{rac{-b}{a}\}=]-\infty;rac{-b}{a}\left[\cup
ight]rac{-b}{a}\;;+\infty[$  En effet comme on ne peut pas "diviser" par 0, il faut donc que ax+b
eq 0

P Tableau de variation

On considère une fonction inverse  $f(x)=rac{1}{ax+b}$  avec a
eq 0. Si a=0 cette fonction inverse est **constante** et vaut  $f(x) = \frac{1}{h}$ .



si a < 0



Pour chaque fonction inverse suivante, dresser le tableau de variation :

$$\boxed{1} \ f_1 = \frac{1}{2x-4}$$

$$f_2 = rac{1}{12-6x}$$

$$\boxed{3} f_3 = \frac{1}{-x-2}$$

$$\boxed{4} f_4 = \frac{1}{x}$$

$$f_5 = \frac{1}{\frac{x}{2}+1}$$

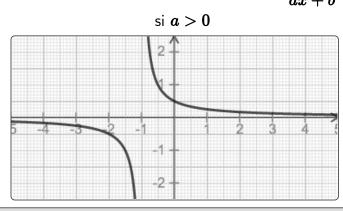
$$\boxed{ 6 } f_6 = \frac{1}{2-\sqrt{2}x}$$

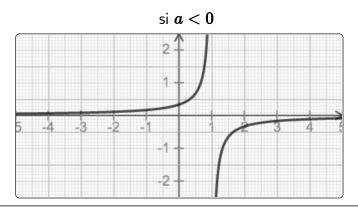
#### $N_2$ Représentation graphique d'une fonction inverse



P Représentation graphique

On considère une fonction inverse  $f(x)=rac{1}{ax+b}$ . La représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  de f est une **hyperbole**.





Pour chaque fonction inverse suivante, tracer la représentation graphique :

$$f_1 = \frac{1}{3x-9}$$

$$f_2 = \frac{1}{2-4x}$$

$$f_3=\frac{1}{-x-1}$$

$$\boxed{4} f_4 = \frac{1}{x}$$

$$f_5 = \frac{1}{\frac{x}{2}-1}$$

$$\boxed{6} \ f_6 = \frac{1}{1-\sqrt{2}x}$$

### Signe d'une fonction inverse

P Signe d'une fonction inverse

On considère une fonction inverse  $f(x)=rac{1}{ax+b}$  :

si 
$$a>0$$

lacksquare	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$		+∞
f(x)	_	-	+	

si 
$$a < 0$$

$\boldsymbol{x}$	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		+∞
f(x)		+		_	

Déterminer le tableau de signe de chaque fonction suivante :

$$\boxed{1} f_1 = \frac{-7}{x-4}$$

$$f_2 = \frac{8}{6-3x}$$

$$\boxed{4} f_4 = \frac{3}{x}$$

$$f_5 = \frac{-1}{\frac{x}{3}+1}$$

$$\boxed{ 6 } f_6 = \frac{3}{1-\sqrt{3}x}$$

 $N_4$  Fonction  $\frac{1}{u}$ 

Soit u une fonction définie sur  $D_u$  telle pour tout  $x \in D_u$  ; u(x) 
eq 0

D Définition

La fonction  $rac{1}{u}$  est définie sur  $D_u$  et par :  $(rac{1}{u})(x) = rac{1}{u(x)}$ 

Propriété : variations

Si u est monotone sur un intervalle I et si pour tout  $x \in I$ ,  $u(x) \neq 0$  alors la fonction  $\frac{1}{u}$  a le sens de variation contraire à celui de u sur I.

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

$$f_2 = \frac{1}{r^2}$$

3 
$$f_3 = \frac{1}{r^2 + 1}$$

N<sub>5</sub> Fonction homographique

D Fonction homographique

Une fonction **homographique** f est définie par  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  où a, b, c et d sont quatre nombres réels tels que  $c \neq 0$ . (c'est le quotient de deux fonctions affines).

P Ensemble de définition

Soit f une fonction homographique telle que  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  alors son ensemble de définition est :

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}ackslash \{rac{-d}{c}\} = ]-\infty; rac{-d}{c}\left[\cup
ight]rac{-d}{c}\,; +\infty \left[$$

En effet comme on ne peut pas "diviser" par 0, il faut donc que  $cx+d \neq 0$ 

Pour chaque fonction homographique suivante, donner l'ensemble de définition :

$$f_1 = \frac{9x - 8}{3x - 4}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} 4 \\ \end{array}} f_4 = \frac{9-2x}{x}$$

$$f_5 = \frac{-x-3}{\frac{2x}{7}-1}$$

## Signe d'une fonction homographique

P Signe

Soit f une fonction homographique telle que  $f(x)=rac{ax+b}{cx+d}$  avec a
eq 0 et c
eq 0 :

Dans le cas où 
$$\frac{-b}{a} \leqslant \frac{-d}{c}$$

$oldsymbol{x}$	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$\frac{-d}{c}$	+∞
(ax+b)		_	o	+		+
(cx+d)		_		_	ø	+
f(x)		+	0	_		+

Dans le cas où 
$$\dfrac{-b}{a}\geqslant \dfrac{-d}{c}$$

$oldsymbol{x}$	$-\infty$	$\frac{-d}{c}$		$\frac{-b}{a}$		+∞
(ax+b)	_	0	_		+	
(cx+d)	_	 	+	0	+	
f(x)	+		_	0	+	

Pour chaque fonction homographique suivante, dresser un tableau de signes :

$$\boxed{4} \quad f_4 = \frac{-9+2x}{3x}$$

$$\boxed{ \tiny 6 } f_6 = \frac{\sqrt{3}x - 2}{1 - 3\sqrt{2}x}$$

# $n^{\circ}1$ Fonction f

Soit f la fonction définie par  $f(x)=rac{x}{x+1}$ 

- $oldsymbol{1}$  Donner l'ensemble de définition de  $oldsymbol{f}$
- Dresser le tableau de signes de  $m{f}$
- Recopier et compléter le tableau suivant :

$oldsymbol{x}$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)									

Tracer la représentation graphique de  $m{f}$