

N₁ Définitions et propriétés

D Fonction inverse

Une fonction **inverse** f est définie par $f(x) = \frac{1}{ax+b}$ où a et b sont deux nombres réels tels que $a \neq 0$.
(c'est l'inverse d'une fonction affine).

P Ensemble de définition

Soit f une fonction inverse telle que $f(x) = \frac{1}{ax+b}$ alors son ensemble de définition est :

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-b}{a} \right\} =]-\infty; \frac{-b}{a}[\cup] \frac{-b}{a}; +\infty[$$

En effet comme on ne peut pas "diviser" par 0, il faut donc que $ax+b \neq 0$

P Tableau de variation

On considère une fonction inverse $f(x) = \frac{1}{ax+b}$ avec $a \neq 0$. Si $a = 0$ cette fonction inverse est **constante** et vaut $f(x) = \frac{1}{b}$.

si $a > 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
f			

si $a < 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
f			

Pour chaque fonction inverse suivante, dresser le tableau de variation :

1 $f_1 = \frac{1}{2x-4}$

2 $f_2 = \frac{1}{12-6x}$

3 $f_3 = \frac{1}{-x-2}$

4 $f_4 = \frac{1}{x}$

5 $f_5 = \frac{1}{\frac{x}{3}+1}$

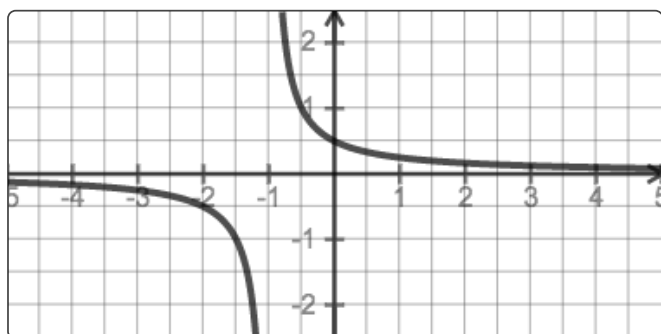
6 $f_6 = \frac{1}{2-\sqrt{2}x}$

N₂ Représentation graphique d'une fonction inverse

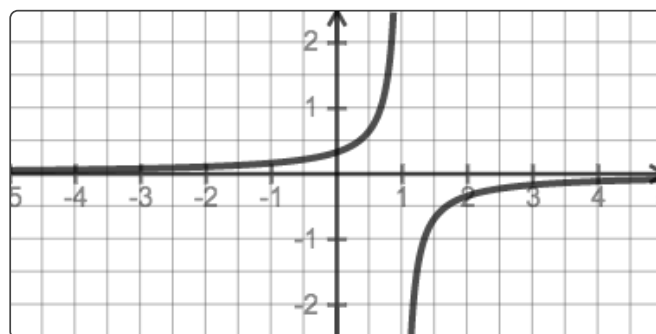
P Représentation graphique

On considère une fonction inverse $f(x) = \frac{1}{ax+b}$. La représentation graphique \mathcal{C}_f de f est une **hyperbole**.

si $a > 0$



si $a < 0$



Pour chaque fonction inverse suivante, tracer la représentation graphique :

1 $f_1 = \frac{1}{3x-9}$

2 $f_2 = \frac{1}{2-4x}$

3 $f_3 = \frac{1}{-x-1}$

4 $f_4 = \frac{1}{x}$

5 $f_5 = \frac{1}{\frac{x}{2}-1}$

6 $f_6 = \frac{1}{1-\sqrt{2}x}$

N₃ **Signe d'une fonction inverse**P *Signe d'une fonction inverse*

On considère une fonction inverse $f(x) = \frac{1}{ax+b}$:

si $a > 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-		+

si $a < 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+		-

Déterminer le tableau de signe de chaque fonction suivante :

1 $f_1 = \frac{-7}{x-4}$

2 $f_2 = \frac{8}{6-3x}$

3 $f_3 = \frac{-9}{-2x-2}$

4 $f_4 = \frac{3}{x}$

5 $f_5 = \frac{-1}{\frac{x}{3}+1}$

6 $f_6 = \frac{3}{1-\sqrt{3}x}$

N₄ **Fonction $\frac{1}{u}$** 

Soit u une fonction définie sur D_u telle pour tout $x \in D_u$; $u(x) \neq 0$.

D *Définition*

La fonction $\frac{1}{u}$ est définie sur D_u et par : $(\frac{1}{u})(x) = \frac{1}{u(x)}$

P *Propriété : variations*

Si u est monotone sur un intervalle I et si pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$ alors la fonction $\frac{1}{u}$ a le sens de variation contraire à celui de u sur I .

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1 $f_1 = \frac{1}{\sqrt{x}}$

2 $f_2 = \frac{1}{x^2}$

3 $f_3 = \frac{1}{x^2+1}$

N₅ **Fonction homographique**D *Fonction homographique*

Une fonction **homographique** f est définie par $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ où a , b , c et d sont quatre nombres réels tels que $c \neq 0$. (c'est le quotient de deux fonctions affines).

P *Ensemble de définition*

Soit f une fonction homographique telle que $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ alors son ensemble de définition est :

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-d}{c} \right\} =]-\infty; \frac{-d}{c}[\cup] \frac{-d}{c}; +\infty[$$

En effet comme on ne peut pas "diviser" par 0, il faut donc que $cx+d \neq 0$

Pour chaque fonction homographique suivante, donner l'ensemble de définition :

1 $f_1 = \frac{9x-8}{3x-4}$

2 $f_2 = \frac{x}{12-4x}$

3 $f_3 = \frac{8x-9}{-2x-7}$

4 $f_4 = \frac{9-2x}{x}$

5 $f_5 = \frac{-x-3}{\frac{2x}{7}-1}$

6 $f_6 = \frac{\sqrt{3}x-8}{8-3\sqrt{2}x}$

N₆ **Signe d'une fonction homographique**P **Signe**

Soit f une fonction homographique telle que $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ avec $a \neq 0$ et $c \neq 0$:

Dans le cas où $\frac{-b}{a} \leq \frac{-d}{c}$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$\frac{-d}{c}$	$+\infty$
$(ax+b)$	-	0	+	+
$(cx+d)$	-	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	+

Dans le cas où $\frac{-b}{a} \geq \frac{-d}{c}$

x	$-\infty$	$\frac{-d}{c}$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$(ax+b)$	-	0	-	+
$(cx+d)$	-	+	0	+
$f(x)$	+	-	0	+

Pour chaque fonction homographique suivante, dresser un tableau de signes :

1 $f_1 = \frac{2x-9}{2x-6}$

2 $f_2 = \frac{6-5x}{7-2x}$

3 $f_3 = \frac{3x+1}{-2x-5}$

4 $f_4 = \frac{-9+2x}{3x}$

5 $f_5 = \frac{\frac{x}{7}-1}{\frac{x}{5}+1}$

6 $f_6 = \frac{\sqrt{3}x-2}{1-3\sqrt{2}x}$

n°1 **Fonction f**

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x}{x+1}$

- 1 Donner l'ensemble de définition de f
- 2 Dresser le tableau de signes de f
- 3 Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									

- 4 Tracer la représentation graphique de f