N_1 Repère et coordonnées

Définition : repère

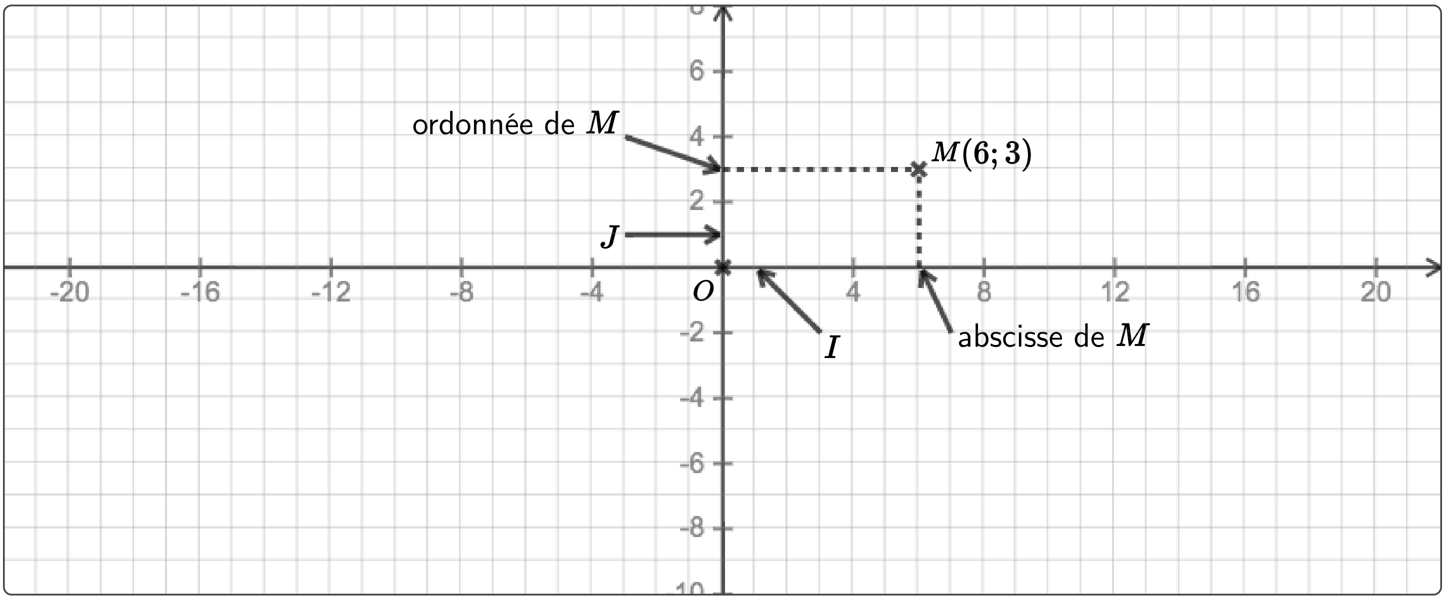
Un repère c'est donner trois points O ; I et J non alignés. On note un repère $(O;I;J)$ avec :

- O est l'**origine** du repère.
- La droite (OI) est l'**axes des abscisses** (orienté de O vers I). L'axe des abscisses $(0I)$ est très fréquemment horizontal.
- La droite (OJ) est l'**axes des ordonnées** (orienté de O vers J). L'axe des abscisses $(0I)$ est très fréquemment vertical.
- La longueur OI est l'unité sur l'axe des abscisses qui correspond à la distance entre deux graduations sur cet axe.
- La longueur OJ est l'unité sur l'axe des ordonnées qui correspond à la distance entre deux graduations sur cet axe.

Dans la grande majorité des cas le répère est **orthogonal** c'est à dire que le triangle OIJ est rectangle en O (quand ce n'est pas spécifié, le repère est orthogonal).
Quand le triangle OIJ est isocèle-rectangle en O ($OI = OJ$) on dit que le répère $(O;I;J)$ est **orthonormé**.

Définition : coordonnées

On considère un repère $(O;I;J)$. Un point est repéré par un couple de deux réels. Le premier réel est le répérage sur l'axe des abscisses et correspond à l'abscisse du point. Le deuxième réel est le répérage sur l'axe des ordonnées et correspond à l'ordonnées du point. Le couple de ces deux réels est appelé **coordonnées** du point. Pour le point M on note ses coordonnées $M(x;y)$ où x est l'abscisse du point M et y son ordonnée.



Dans un repère $(0;I;J)$: $O(0;0)$; $I(1;0)$ et $J(0;1)$

1 Construire un repère orthonormé $(0;I;J)$ d'unité $2\ cm$

a) Placer $A(2;-2)$; $B(5;4)$ et $C(0;3)$

b) Placer le point D pour que $ABCD$ soit un parallèlogramme.

c) Donner les coordonnées de D.

2 Construire un repère orthonormé $(0;I;J)$ d'unité $1\ cm$

a) Placer $E(5;0)$; $F(2;-2)$

b) Placer les points G et H pour que $EFGH$ soit un losange.

c) Donner les coordonnées de G et H.

N_2 Milieu d'un segment

Propriété

On considère un repère $(O;I;J)$ et deux points A et B tels que $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$. Le point I, milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées : $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

Dans un repère $(O;I;J)$, on donne les points : $R(-1;4)$; $S(-2;1)$; $T(3;0)$ et $U(4;3)$

1. Construire $(O;I;J)$ puis placer les points R ; S ; T et U
2. Calculer les coordonnées du milieu de $[RT]$ et $[SU]$. Que conclure ?

N_3 Longueur d'un segment

Propriété

On considère un repère **orthonormé** $(O;I;J)$ et deux points A et B tels que $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$. La longueur du segment $[AB]$ vaut : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

Dans un repère **orthonormé** $(O;I;J)$, on donne les points : $R(1;4-1$; $S(-2;0)$; $T(0;6)$ et $U(3;5)$

1. Construire $(O;I;J)$ puis placer les points R ; S ; T et U
2. Calculer RT et SU. Que conclure ?

$n°1$ Triangles équilatéraux

Dans un repère orthonormé $(O;I,J)$, on considère les points A et B de coordonnées $(2;0)$ et $(5;0)$.

1. On appelle C le point d'ordonnée positive tel que ABC soit un triangle équilatéral. Déterminer les coordonnées du point C.
2. Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Déterminer les coordonnées du point G.
3. Les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.
   a) Calculer les coordonnées des points I, J et K.
   b) Démontrer que le triangle IJK est équilatéral.
   c) Démontrer que le point G est le centre de gravité de IJK.

$n°2$ Rectangle et triangle rectangle

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O;I,J)$. On place les points suivants :

- $T(-2,2;1,2)$
- $A(-1,2;3,6)$
- $C(6;0,6)$

1. Calculer les valeurs exactes des longueurs des trois côtés du triangle TAC.
2. Démontrer que le triangle TAC est rectangle.
3. On appelle K le milieu de $[TC]$. Calculer les coordonnées de K.
4. Quelles sont les coordonnées du point E tel que $ECAT$ soit un rectangle ?

$n°3$ Carré et triangle isocèle

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O;I,J)$. On place les points suivants :

- $S(-3,2;3,2)$
- $A(8;1,6)$
- $W(3,2;8)$
- $P(1,6;-3,2)$

1. Calculer les longueurs des trois côtés de SWA.
2. Montrer que le triangle SWA est isocèle rectangle.
3. Calculer les coordonnées des milieux des segments $[SA]$ et $[WP]$.
4. Montrer que $SWAP$ est un carré.