N_1 Addition et soustraction de nombres relatifs

E Exemple

$$\bullet \ -4-5=-9$$

$$-6-2=-4$$

$$-2+2=0$$

$$\bullet \ -7-2=5$$

•
$$2 + 3 = 5$$

$$\bullet \ -7+3=4$$

R Règles

$$\bullet + (-3) = -3$$

$$\bullet$$
 + (+9) = +9

$$\bullet \ -(+7)=-7$$

$$\bullet$$
 - (-8) = +8

Effectuer les opérations suivantes :

$$1 (-2) + (+4) =$$

$$2 -10 - 14 =$$

$$(+7) + (+9) =$$

$$4 16 - 17 =$$

$$5 -15 - 16 =$$

$$6 21 - 23 =$$

$$7 \quad (-6) - (+21) =$$

$$ullet{8} (-30) - (-42) = ullet$$

$$9 \quad (-6) - (+21) =$$

$$10 \quad -6 - 9 + 7 - (-2) =$$

$$11 \quad 4 - 8 + 7 - 6 =$$

$$12$$
 $-5+9-6+3=$

N_2 Multiplication et division de nombres relatifs

P Propriétés : multiplication

$$(2)$$
 $(+2)$ × $(+9)$ = +18

$$(3)$$
 $(-3) \times (+7) = -21$

$$(-5) \times (-8) = +40$$

P Propriétés : division

$$(2)$$
 $(+2) \div (+2) = +1$

$$(3) (-9) \div (+3) = -3$$

$$(4)$$
 $(-2) \div (-3) = +6$

P Propriété

Si le nombre de signe "-" est pair le produit ou le quotient est positif. Si le nombre de signe "-" est impair le produit ou le quotient est négatif.

Effectuer les opérations suivantes :

$$\boxed{1 \quad (-2)\times (+4) =}$$

$$\boxed{2} \hspace{0.1in} (-2) \times 5 \times (-2) =$$

$$\boxed{3} (-1) \times (-3) =$$

$$\boxed{5} \quad -1\times (+3)\times (-2) =$$

$$\boxed{6} \quad (-1) \div (-1) =$$

$$7 (-5) \times (-9) =$$

$$\boxed{9 \quad (-2)\times 10 =}$$

$$\boxed{10 \quad (-2)\times (-1)\times (-1) =}$$

11
$$36 \div (-3) =$$

12
$$(-108) \times 0 =$$

N₃ **♠** Avec des fractions

P Propriétés

②
$$\frac{+6}{+5} = \frac{6}{5}$$

$$3 - \frac{12}{-6} = \frac{12}{6} = 2$$
 $4 - \frac{13}{6} = -\frac{13}{6}$

$$4 \frac{-13}{6} = -\frac{13}{6}$$

Simplifier les expressions suivantes :

$$\boxed{1} \quad \frac{2}{-3} =$$

$$\frac{12}{4} =$$

$$\boxed{3} - \frac{1}{-5} =$$

$$\frac{-70}{-10} =$$

$$-\frac{-6}{-18} =$$

$$\frac{-20}{5} =$$

N₄ Priorités opératoires

P Propriétés

Dans un calcul, on commence en priorité par :

- 1 Les parenthèses (des plus intérieures au plus extérieures)
- 2 Les divisions et les multiplications (de gauche à droite)
- ③ Les additions et les soustractions (de gauche à droite)

Calculer les expressions suivantes :

$$\boxed{ 1 \quad A = (-1) \times \Big[(2-7) + (-3+1) \Big] - 5 \times (-2) - 8 \div 2 = \Big] }$$

$$B=9\div (-13+2 imes 5)-\left(2-(5-7)\div (-2)+6
ight)-5=$$

N_5 Simplifier une fraction

E Exemple

$$\frac{24}{66} = \frac{\cancel{2} \times 12}{\cancel{2} \times 33} = \frac{12}{33} = \frac{\cancel{3} \times 4}{\cancel{3} \times 11} = \frac{4}{11}$$

Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{1}{154}$$

$$\frac{48}{16}$$

$$\frac{75}{30}$$

$$\frac{120}{150}$$

$$\frac{654}{122}$$

$$\frac{66}{18}$$

$$\frac{7}{40}$$

$$\frac{104}{18}$$

$\overline{N_6}$ Additionner ou soustraire des fractions

E Exemples

$$\frac{7}{6} + \frac{5}{9} = \frac{7 \times 3}{6 \times 3} + \frac{5 \times 2}{9 \times 2} = \frac{21}{18} + \frac{10}{18} = \frac{31}{18}$$

$$\boxed{\frac{7}{3} - 2 = \frac{7}{3} - \frac{2}{1} = \frac{7 \times \mathbf{1}}{3 \times \mathbf{1}} - \frac{2 \times \mathbf{3}}{1 \times \mathbf{3}} = \frac{7}{3} - \frac{6}{3} = \frac{1}{3}}$$

Pour soustraire ou additionner des fractions, il faut les mettre au même dénominateur.

Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$$\frac{3}{21} + \frac{2}{14}$$

$$\frac{4}{18} + \frac{5}{27}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{11}{3} + \frac{1}{7} - \frac{8}{21}$$

$$\boxed{5} \ 1 - \frac{5}{4}$$

$$\boxed{6} \ \frac{11}{8} + \frac{7}{3} - \frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{15} - \frac{1}{3}$$

$$82 - \frac{1}{9}$$

$$9 \quad \frac{5}{9} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$$

N₇ Multiplier des fractions

M

E Exemple

$$E = rac{9}{7} imes rac{14}{15} = rac{\cancel{3} imes 3}{\cancel{7}} imes rac{2 imes \cancel{7}}{\cancel{3} imes 5} = rac{6}{5}$$

Calculer les expressions suivantes :

$$A = \frac{-2}{-21} \times \frac{-14}{3}$$

$$B = \frac{2}{6} \times \frac{-21}{7}$$

$$C = \frac{-3}{-10} \times \frac{11}{3}$$

$$\boxed{4} \ D = \frac{8}{15} \times \frac{35}{24}$$

$$\boxed{5} E = \left(\frac{-1}{2}\right)^2$$

$$F = rac{16}{-63} imes rac{-35}{8}$$

N₈ Diviser des fractions

E Exemple

$$E = \frac{10}{3} \div \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{9}} = \frac{10}{3} \times \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}} = \frac{\cancel{3} \times 3}{\cancel{7}} \times \frac{2 \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 5} = \frac{6}{5}$$

$$E = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{3} - \frac{1 \times 7}{3} - \frac{7}{3}$$

$$F = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{8}{7}} = \frac{1}{3} \div \frac{8}{7} = \frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{1 \times 7}{3 \times 8} = \frac{7}{24}$$

Calculer les expressions suivantes :

$$A = \frac{-4}{13} \div \frac{-76}{9}$$

$$C = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{12}{15}}$$

$$D = \frac{-13}{6} \div \frac{-1}{32}$$

$$\boxed{5} E = 9 \div \frac{-1}{4}$$

$$F = \frac{\frac{-5}{12}}{2}$$

 $oxed{N_9}$ Priorités opératoires et fractions



Calculer les expressions suivantes :

$$A = \frac{\frac{1}{3} - 3}{\frac{5}{7} - \frac{2}{5}}$$

$$B = \frac{\frac{4}{7} - 2}{2 - \frac{11}{14}}$$

$$C = \frac{2 - \frac{1}{3}}{3 + \frac{1}{4}}$$

$$E = \frac{26}{7} - \frac{22}{7} \times \frac{10}{33}$$

$$F = \frac{(-1) - \frac{-1}{3}}{\frac{-2}{3} - (-1)}$$

N_{10} Fraction d'un nombre



Calculer les trois dixièmes de 34 revient à calculer :

$$\frac{3}{10} \times 34 = \frac{3}{10} \times \frac{34}{1} = \frac{3}{\cancel{2} \times 5} \times \frac{\cancel{2} \times 17}{1} = \frac{51}{5}$$

- Calculer les six septièmes de 49.
 - Calculer les deux tiers de six demi.
- Calculer les 25% de quatre neuvièmes.
- 6 Calculer les 11% de $\frac{27}{121}$

Calculer les $\frac{3}{4}$ de $\frac{12}{7}$.

Calculer les $\frac{5}{11}$ de 100.

N_{11} Proportionnalité et pourcentages

- Aux USA, les températures sont exprimées en degrés Fahrenheit (°F) : $77^{\circ}F$ équivaut à $25^{\circ}C$ et $86^{\circ}F$ équivaut à $30^{\circ}C$. Les mesures des températures en $^{\circ}F$ et en $^{\circ}C$ sont-elles proportionnelles ?
- Dans un établissement scolaire de 560 élèves, il y a 224 garçons. Quel est le pourcentage de garçons ?
- Jean obtient une réduction de 45% sur une vélo valant 158 €. Quel est le montant de la réduction obtenue par Jean?
- Un robinet d'eau fuit de telle sorte qu'il s'écoule 5 litres d'eau en 35 minutes et 7 litres d'eau en 49 minutes. S'agit-il d'une situation de proportionnalité?
- Aux USA, les distances routières sont exprimées en miles (mi): 250 mi équivaut à 402,336 km et $1250\ mi$ équivaut à $2011,68\ km$. Les distances en mi et en km sont-elles proportionnelles ?
- Patrick a obtenu une réduction de $65,25 \in$ sur une console de jeu qui valait $225 \in$. Quel pourcentage de réduction a-t-il obtenu ? Justifier.
- J'ai utilisé 50~kg de semences pour un terrain de $1600~m^2$. Quelle surface aurais-je pu ensemencer avec 90 kg de semences ?
- Saïd a obtenu une baisse de $45 \in$ sur un appareil photo, soit une baisse de 15% du prix initial. Quel était le prix initial de l'appareil photo ?
- En roulant à une vitesse moyenne de 72 km/h, quelle est la distance parcourue en 25 min?
- Un magasin réalise une **augmentation** de 25% sur des pantalons coûtant initialement 110 €. Quel est le nouveau prix des pantalons ?
- Au théâtre pour 4 places achetées, on paye $48 \in$. Pour 3 places, on paye $36 \in$ et pour 7 places on paye **80** €. Est-ce proportionnel ?
- Maurice a construit une maquette de la tour Eiffel au 1/600. Sachant que la tour Eiffel a une hauteur de 324 m, quelle est la hauteur de la maquette en cm?
- Lors des soldes, un magasin propose une **réduction** de 30% sur des blousons coûtant initialement 150€. Quel est le nouveau prix des blousons?
- En 2010 le prix du KWh d'électricité (mesure de consommation électrique) était de 0,1423 €. En 2011 il était de 0,1494 €. Quel était le taux d'évolution (augmentation ou diminution) du prix du KWhentre 2010 et 2011 ?
- En 2012 une voiture d'occasion était évalué (côte: prix de revente) à 6 000 €. En 2013 sa côte a baissé de 11%. Déterminer le prix de revente de cette voiture en 2013.
- En 2012 la production de déchets municipaux, par an et par habitant, était de 522 kg. En 2013 cette production était de $518\ kg$. Quel était le taux d'évolution (augmentation ou diminution) de la production de déchets entre 2012 et 2013?
- A paris, en 2015 le prix du m^3 d'eau potable était de 3,28 \in . En 2016 ce prix a augmenté de 1,52%. Déterminer le prix du m^3 d'eau potable en 2016.

N₁₂ Racines carrées

D Définition et propriétés

On considère deux nombres entiers naturels a et b.

$$\bullet \sqrt{a^2} = a$$

$$\bullet \sqrt{a}^2 = a$$

$$ullet \sqrt{a imes b} = \sqrt{a} imes \sqrt{b} \qquad ullet \sqrt{a^2 imes b} = a\sqrt{b}$$

$$\bullet \ \sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$$

$$\bullet \sqrt{0} = 0$$

$$\bullet \sqrt{1} = 1$$

$$\bullet \sqrt{9}=3$$

$$\bullet \sqrt{16} = 4$$

$$\bullet \sqrt{36}=6$$

$$\bullet \sqrt{49} = 7$$

$$\bullet \sqrt{64} = 8$$

$$\bullet \sqrt{81} = 9$$

•
$$\sqrt{121} = 11$$

$$\bullet \sqrt{144} = 12$$

Simplifier les racines carrées suivantes :

$$1 \sqrt{50} =$$

$$2\sqrt{20} =$$

$$\sqrt{48} =$$

$$\boxed{4}$$
 $\sqrt{45} =$

$$\sqrt{176} =$$

$$\sqrt{80} =$$

$$7\sqrt{243} =$$

$$\sqrt{99} =$$

$$9 \sqrt{108} =$$

N₁₃ **♦** Puissances

D Définition et propriétés

Soient \boldsymbol{x} un nombre réel et \boldsymbol{n} un nombre entier relatif.

$$ullet x^n = \underbrace{x imes x imes \cdots x}_{n ext{ facteurs}} ext{ pour } n > 0$$

$$ullet \ m{x}^0 = 1$$

$$ullet x^{-n} = rac{1}{\underbrace{x imes x imes \cdots x}}$$
 pour $n > 0$

Soit a et b deux nombres entiers :

$$ullet \ x^a imes x^b = x^{a+b}$$

$$ullet \ x^a \div x^b = x^{a-b}$$

$$ullet rac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$ullet (x^a)^b = x^{a imes b}$$

Simplifier les expressions suivantes :

$$\boxed{1} \ \ 2^3 \times 2^{-4} \div 2^3 =$$

$$\boxed{3} \ 49 imes 7^{-8} \div (7^5)^2 = \boxed{}$$

$$\boxed{4 \ 10^3 \times 10^{-5} \div 10^6 =}$$

$$\frac{(6^2)^{-1} \times (36^5)^{-1}}{6^{-7} \div 36^{-7} \times 6^{-6}}$$

$$\boxed{ 6 \quad \frac{5^3 \times 25^{-4}}{(5^2)^{-8} \times 5^4} = }$$

N₁₄ **♦** Arrondir

Arrondir à l'unité les nombres suivants :

$$\frac{-1}{3} \approx$$

$$\frac{5}{7} \approx$$

$$3$$
 3,56 \approx

Arrondir au dixième les nombres suivants :

$$\frac{2}{3} \approx \boxed{}$$

$$\frac{-6}{11} \approx$$

$$7 \sqrt{2} pprox$$

$$\boxed{8 \quad -5,673 \approx}$$

Arrondir au centième les nombres suivants :

$$10$$
 $rac{-\pi}{2} pprox$

11
$$\sqrt{3} \approx$$

$$\boxed{12} \ 0,7653 \approx$$

Arrondir au millième les nombres suivants :

$$14$$
 $\frac{11}{7} \approx$

15
$$\sqrt{\pi} pprox \left[$$

$$16 \frac{10}{7} \approx$$

N_{15} Ensemble de nombres



- L'ensemble des **nombres entiers naturels** est $\{0;1;2;3;\cdots;1023;\cdots\}$. Il se note \mathbb{N} .
- L'ensemble des nombres entiers relatifs est $\{\cdots; -76; \cdots; -2; -1; 0; 1; 2; \cdots; 13; \cdots\}$. Il se note \mathbb{Z} .
- L'ensemble des nombres entiers relatifs positifs se note $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$.
- L'ensemble des nombres entiers relatifs négatifs est $\{\cdots; -15; \cdots; -2; -1; 0\}$. Il se note \mathbb{Z}^- .
- L'ensemble des **nombres décimaux** se note **D**.
- L'ensemble des **nombres rationnels** se note Q.
- L'ensemble des **nombres réels** se note \mathbb{R} .
- L'ensemble des **nombres réels positifs** se note \mathbb{R}^+ .
- L'ensemble des **nombres réels négatifs** se note \mathbb{R}^- .

On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Donner le plus petit ensemble auquel les nombres suivants appartiennent :

 $\sqrt{16}$

N_{16} | Intervalle



Un intervalle est un ensemble contigu de nombres c'est à dire qu'il n'y pas de "trou" dans un intervalle. Par exemple l'ensemble N n'est pas un intervalle car c'est un ensemble discret.

Un intervalle possède une borne inférieure et une borne suppérieur :

- L'ensemble des réels x tels que $a \le x \le b$ est représenté par l'intervalle [a;b]
- ullet L'ensemble des réels x tels que $a < x \leqslant b$ est représenté par l'intervalle]a;b]
- L'ensemble des réels x tels que $a \leqslant x < b$ est représenté par l'intervalle [a;b]
- L'ensemble des réels x tels que a < x < b est représenté par l'intervalle a;b
- L'ensemble des réels x tels que $x \ge b$ est représenté par l'intervalle $]-\infty;b]$
- L'ensemble des réels x tels que x < b est représenté par l'intervalle $]-\infty;b[$
- L'ensemble des réels x tels que $a \leq x$ est représenté par l'intervalle $[a; +\infty[$
- L'ensemble des réels x tels que a < x est représenté par l'intervalle $a; +\infty$

E Exemples

- L'ensemble des réels \mathbb{R} est l'intervalle $]-\infty;+\infty[$
- L'ensemble des réels \mathbb{R}^+ est l'intervalle $[0; +\infty[$
- L'ensemble des réels \mathbb{R}^- est l'intervalle $]-\infty;0]$
- L'ensemble des réels \mathbb{R}^{+*} est l'intervalle $]0;+\infty[$
- L'ensemble des réels \mathbb{R}^{-*} est l'intervalle] $-\infty;0$

Des ensembles de nombres peuvent être représenté par des réunions d'intervalles disjoints (des "sommes" d'intervalles qui n'ont pas de nombre en commun) :

- L'ensemble $\mathbb{R}\setminus\{a\}$ correspond à $]-\infty;a[\cup]a;+\infty[$
- L'ensemble $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ correspond à $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$
- L'ensemble des réels \mathbb{R}^+ est l'intervalle $[0; +\infty[$
- L'ensemble des réels \mathbb{R}^- est l'intervalle $]-\infty;0]$

Donner sous forme d'intervalles l'ensemble des nombres réels $m{x}$ suivants :

 $1 \mid -2 \leqslant x \leqslant 4$

 $2 \mid 3 < x \leqslant 5$

- $|x| \ge 7$
- $x \in R^{+*} ackslash \{3\}$