## $N_1$ *Définitions et propriétés*

**D** *Fonction affine*

Une fonction **affine** $f$ est définie par $f(x) = a \times x + b = ax + b$ où $a$ et $b$ sont deux nombres réels.
$a$ est le **coefficient directeur** de la fonction $f$ et $b$ est l'**ordonnée à l'origine**.
Quand $b = 0$ alors la fonction $f(x) = a \times x = ax$ est appelée fonction **linéaire**.

**P** *Tableau de variation*

On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$. Si $a = 0$ cette fonction affine est **constante** et vaut $f(x) = b$. L'ensemble de définition de $f$ est $\mathcal{D}_f = ]-\infty; +\infty[ = \mathbb{R}$.

si $a > 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f$ | | $\nearrow$ | |

si $a < 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f$ | | $\searrow$ | |

Pour chaque fonction affine, donner le coefficient directeur, l'ordonnée à l'origine puis dresser le tableau de variation :

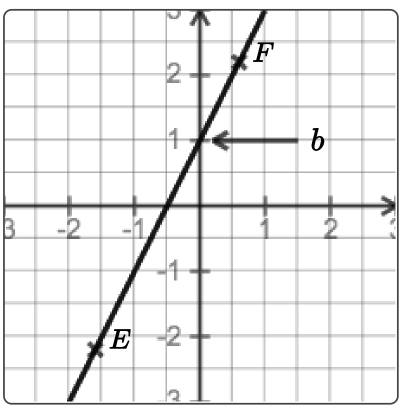
1. $f_1(x) = 4x - 6$
2. $f_2(x) = -3x + 9$
3. $f_3(x) = -3x$
4. $f_4(x) = -9$
5. $f_5(x) = 6 - 2x$
6. $f_6(x) = 2 + 8x$
7. $f_7(x) = 6x$
8. $f_8(x) = 2(5 - 2x)$
9. $f_9(x) = -3(2x + 1)$

## $N_2$ *Représentation graphique d'une fonction affine*

**P** *Représentation graphique*

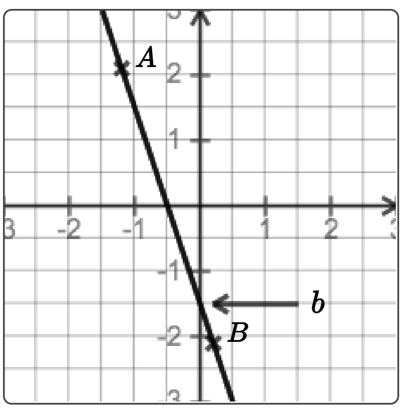
On considère une fonction affine $f(x) = ax + b$. La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de $f$ est une **droite non-verticale**. Pour la tracer il suffit de placer $2$ points. Cette droite a pour équation $y = f(x) = ax + b$.

si $a > 0$



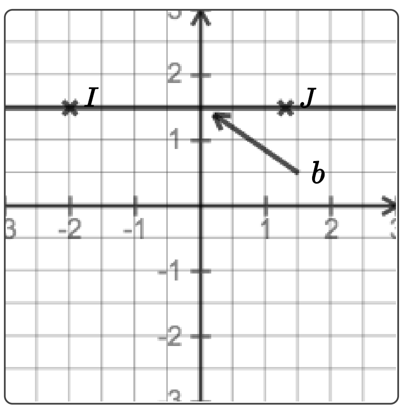

$\mathcal{C}_f$ est la droite $(EF)$

si $a < 0$




$\mathcal{C}_f$ est la droite $(AB)$

si $a = 0$




$\mathcal{C}_f$ est la droite $(IJ)$

Pour chaque fonction affine, tracer sa représentation graphique :

1. $f_1(x) = 2x - 1$
2. $f_2(x) = -2x + 8$
3. $f_3(x) = -2x$
4. $f_4(x) = 7$
5. $f_5(x) = 2 - x$
6. $f_6(x) = \frac{x}{3} - 1$

Tracer les courbes d'équation :

7. $y = 5x - 1$
8. $y = -2x$
9. $y = 1 - x$
10. $y = 2(1 - 2x)$
11. $y = \frac{1}{3}(2x - 5)$
12. $y = \sqrt{2}x + 1$

## $N_3$ Signe d'une fonction affine

*Signe d'une fonction affine*

On considère une fonction affine $f(x)=ax+b$. Si $a=0$ alors $f(x)$ est du signe de $b$ sinon :

si $a>0$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

si $a<0$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-b}{a}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

Construire un tableau de signes des fonctions affines suivantes :

1. $f_1(x)=7x-8$
2. $f_2(x)=-2x+1$
3. $f_3(x)=-4x$
4. $f_4(x)=2$
5. $f_5(x)=1-x$
6. $f_6(x)=2+\frac{1}{3}x$
7. $f_7(x)=\frac{x}{5}+\frac{5}{3}$
8. $f_8(x)=\frac{1}{5}(5-2x)$
9. $f_9(x)=\frac{\sqrt{2}x}{2}-\frac{1}{3}$

Construire un tableau de signes des produits suivants de fonctions affines :

10. $(5x-1)(2x-8)$
11. $(x-1)(x+2)$
12. $(\frac{x}{3}-\frac{1}{5})(5-2x)$
13. $(\frac{1}{3}-\sqrt{2}x)(\frac{x}{5}-\frac{1}{2})$
14. $(-3-2x)(9-x)(7x-8)$
15. $(-1-x)(2x-3)(3x+2)$

Construire un tableau de signes des quotients suivants de fonctions affines :

16. $\dfrac{2x-7}{5-3x}$
17. $\dfrac{4-2x}{-2x-8}$
18. $\dfrac{(x+1)(6x-1)}{2-3x}$
19. $\dfrac{(x-2)(x+1)}{(-2x-3)(8-4x)}$

## $N_4$ Intersection de deux droites affines

*Intersection*

On considère deux fonctions affines $f_1(x)=a_1x+b_1$ et $f_2(x)=a_2x+b_2$ de représentation graphique $\mathcal{C}_{f_1}$ et $\mathcal{C}_{f_2}$ d'équation respective $y=a_1x+b_1$ et $y=a_2x+b_2$.

- Le point d'intersection (s'il existe) $M(x_m;y_m)$ des courbes (droites) $\mathcal{C}_{f_1}$ et $\mathcal{C}_{f_2}$ est tel que son abscisse $x_m$ est la solution de l'équation : $a_1x+b_1=a_2x+b_2$ et son ordonnée vaut : $y_m=a_1x_m+b_1=a_2x_m+b_2$

- $\mathcal{C}_{f_1}$ est **au dessus** de $\mathcal{C}_{f_2}$ quand $x$ est solution de l'inéquation $a_1x+b_1\geqslant a_2x+b_2$
- $\mathcal{C}_{f_1}$ est **en dessous** de $\mathcal{C}_{f_2}$ quand $x$ est solution de l'inéquation $a_1x+b_1\leqslant a_2x+b_2$

Déterminer graphiquement et par le calcul, la solution (si elle existe) des équations suivantes :

1. $3x-1=2x-9$
2. $7x-1=6x+3$
3. $\frac{x}{3}+1=\frac{-2x}{3}+2$
4. $\dfrac{2x-1}{5x-2}=1$
5. $\dfrac{3-2x}{x+3}=2$
6. $\dfrac{2-2x}{3x-1}=-3$

Déterminer graphiquement et par le calcul, les solutions (si elles existent) des inéquations suivantes :

7. $3x-2\leqslant 2x-4$
8. $5x-2\geqslant 2x+6$
9. $\frac{x}{5}+1\leqslant\frac{-2x}{5}+2$
10. $\dfrac{3x-1}{5x-1}\leqslant 1$
11. $\dfrac{4-x}{3x+2}\geqslant 2$
12. $\dfrac{1-2x}{2x-2}\leqslant -3$

## $n°1$ *Au théâtre*

Un théâtre propose deux prix de places :
• Plein tarif : $20$ €. ($h_1$)
• Tarif adhérent : réduction de $30\%$ du plein tarif. ($h_2$)
Pour avoir le droit à la réduction de $30\%$ pour chaque entrée, l'adhérent doit acheter en début de saison une carte d'abonnement de $50$ €.

On désigne par $x$ le nombre d'entrées et on note :
• $h_1$ la dépense totale d'un spectateur qui n'est pas adhérent.
• $h_2$ la dépense totale d'un adhérent.

1. Démontrer que le prix d'une entrée au tarif adhérent est de $14$ €.
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

| Nombre d'entrées : $x$ | $0$ | $1$ | $10$ | $15$ |
|---|---|---|---|---|
| Prix total $h_1$ en € | | | | |
| Prix total $h_2$ en € | | | | |

3. Donner les expressions des fonctions $h_1$ et $h_2$.
4. Quelle est l'image de $5$ par la fonction $h_1$ ? Quel est l'antécédent de $330$ par la fonction $h_2$ ?
5. Quelle est l'image de $2$ par la fonction $h_2$ ? Quel est l'antécédent de $300$ par la fonction $h_1$ ?
6. Représenter graphiquement dans un même repère les fonctions $h_1$ et $h_2$.
7. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre d'entrées pour lequel les deux tarifs sont identiques.
8. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre d'entrées pour lequel l'abonnement est avantageux.

## $n°2$ *Parc d'attraction*

Un parc d'attraction pratique les tarifs suivants :
• Tarif $1$ : par jour de présence dans le parc, la prix à payer est de $12$ € pour un enfant et de $18$ € pour un adulte.
• Tarif $2$ : quel que soit le nombre de jours de présence dans le parc et le nombre de membres de la famille, le prix pour la famille est constitué d'un forfait de $100$ € auquel s'ajoute une participation de $10$ € par jour.

**Dans toute la suite du problème, on considère une famille constituée d'un adulte et d'un enfant.**
On désigne par $x$ le nombre de jours passés dans le parc et on note :
• $p_1$ le prix payé par la famille avec le tarif $1$ pour $x$ jours passés dans le parc.
• $p_2$ le prix payé par la famille avec le tarif $2$ pour $x$ jours passés dans le parc.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

| Nombre de jours : $x$ | $1$ | $4$ | $6$ | $10$ | $14$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Prix total $p_1$ en € | | | | | |
| Prix total $p_2$ en € | | | | | |

2. Donner les expressions des fonctions $p_1$ et $p_2$.
3. Quelle est l'image de $3$ par la fonction $p_1$ ? Quel est l'antécédent de $170$ par la fonction $p_2$ ?
4. Quelle est l'image de $2$ par la fonction $p_2$ ? Quel est l'antécédent de $150$ par la fonction $p_1$ ?
5. Représenter graphiquement dans un même repère les fonctions $p_1$ et $p_2$.
6. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre de jours pour lequel les deux tarifs sont égaux.
7. Déterminer par le calcul et graphiquement le nombre de jours pour lequel la tarif $2$ est avantageux.