N_1 Définitions et propriétés

D Fonction inverse

Une fonction **inverse** f est définie par $f(x) = \dfrac{1}{ax+b}$ où a et b sont deux nombres réels tels que $a \neq 0$. (c'est l'inverse d'une fonction affine).

P Ensemble de définition

Soit f une fonction inverse telle que $f(x) = \dfrac{1}{ax+b}$ alors son ensemble de définition est :
$\mathcal{D}_f = \mathbb{R}\backslash\{\frac{-b}{a}\} =]-\infty; \frac{-b}{a}[\cup] \frac{-b}{a}; +\infty[$
En effet comme on ne peut pas "diviser" par 0, il faut donc que $ax+b \neq 0$

P Tableau de variation

On considère une fonction inverse $f(x) = \dfrac{1}{ax+b}$ avec $a \neq 0$. Si $a = 0$ cette fonction inverse est **constante** et vaut $f(x) = \frac{1}{b}$.

si $a > 0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
f		$\searrow$	‖	$\searrow$	

si $a < 0$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
f		$\nearrow$	‖	$\nearrow$	

Pour chaque fonction inverse suivante, dresser le tableau de variation :

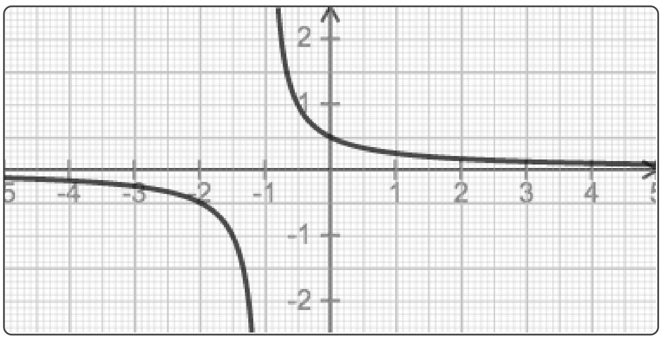
1. $f_1 = \dfrac{1}{2x-4}$
2. $f_2 = \dfrac{1}{12-6x}$
3. $f_3 = \dfrac{1}{-x-2}$
4. $f_4 = \dfrac{1}{x}$
5. $f_5 = \dfrac{1}{\frac{x}{3}+1}$
6. $f_6 = \dfrac{1}{2-\sqrt{2}x}$

N_2 Représentation graphique d'une fonction inverse

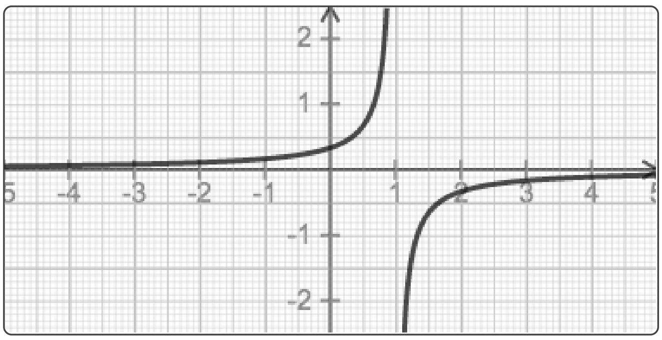
P Représentation graphique

On considère une fonction inverse $f(x) = \dfrac{1}{ax+b}$. La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de f est une **hyperbole**.

si $a > 0$



si $a < 0$



Pour chaque fonction inverse suivante, tracer la représentation graphique :

1. $f_1 = \dfrac{1}{3x-9}$
2. $f_2 = \dfrac{1}{2-4x}$
3. $f_3 = \dfrac{1}{-x-1}$
4. $f_4 = \dfrac{1}{x}$
5. $f_5 = \dfrac{1}{\frac{x}{2}-1}$
6. $f_6 = \dfrac{1}{1-\sqrt{2}x}$

N_3 Signe d'une fonction inverse

P *Signe d'une fonction inverse*

On considère une fonction affine $f(x) = \dfrac{1}{ax+b}$:

si $a > 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	‖	$+$

si $a < 0$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	‖	$-$

Déterminer le tableau de signe de chaque fonction suivante :

1. $f_1 = \dfrac{-7}{x-4}$
2. $f_2 = \dfrac{8}{6-3x}$
3. $f_3 = \dfrac{-9}{-2x-2}$
4. $f_4 = \dfrac{3}{x}$
5. $f_5 = \dfrac{-1}{\frac{x}{3}+1}$
6. $f_6 = \dfrac{3}{1-\sqrt{3}x}$

N_4 Fonction $\frac{1}{u}$

Soit u une fonction définie sur D_u telle pour tout $x \in D_u$; $u(x) \neq 0$.

D *Définition*

La fonction $\frac{1}{u}$ est définie sur D_u et par : $(\frac{1}{u})(x) = \frac{1}{u(x)}$

P *Propriété : variations*

Si u est monotone sur un intervalle I et si pour tout $x \in I$, $u(x) \neq 0$ alors la fonction $\dfrac{1}{u}$ a le sens de variation contraire à celui de u sur I.

Construire un tableau de variation des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

1. $f_1 = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
2. $f_2 = \dfrac{1}{x^2}$
3. $f_3 = \dfrac{1}{x^2+1}$

N_5 Fonction homographique

D *Fonction homographique*

Une fonction **homographique** f est définie par $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ où a, b, c et d sont quatre nombres réels tels que $c \neq 0$. (c'est le quotient de deux fonctions affines).

P *Ensemble de définition*

Soit f une fonction homographique telle que $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ alors son ensemble de définition est :

$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \backslash \{\frac{-d}{c}\} =]-\infty; \frac{-d}{c}[\cup] \frac{-d}{c}; +\infty[$

En effet comme on ne peut pas "diviser" par 0, il faut donc que $cx + d \neq 0$

Pour chaque fonction homographique suivante, donner l'ensemble de définition :

1. $f_1 = \dfrac{1}{2x-4}$
2. $f_2 = \dfrac{1}{12-6x}$
3. $f_3 = \dfrac{1}{-x-2}$
4. $f_4 = \dfrac{1}{x}$
5. $f_5 = \dfrac{1}{\frac{x}{3}+1}$
6. $f_6 = \dfrac{1}{2-\sqrt{2}x}$

N_5 Signe d'une fonction homographique

Signe

Soit f une fonction homographique telle que $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ avec $a \neq 0$ et $c \neq 0$:

Dans le cas où $\dfrac{-b}{a} \leqslant \dfrac{-d}{c}$

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$\frac{-d}{c}$		$+\infty$
$(ax+b)$		$-$	0	$+$		$+$	
$(cx+d)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

Dans le cas où $\dfrac{-b}{a} \geqslant \dfrac{-d}{c}$

x	$-\infty$		$\frac{-d}{c}$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$(ax+b)$		$-$	0	$-$		$+$	
$(cx+d)$		$-$		$+$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Pour chaque fonction homographique suivante, dresser un tableau de signes :

1. $f_1 = \dfrac{1}{2x-4}$
2. $f_2 = \dfrac{1}{12-6x}$
3. $f_3 = \dfrac{1}{-x-2}$
4. $f_4 = \dfrac{1}{x}$
5. $f_5 = \dfrac{1}{\frac{x}{3}+1}$
6. $f_6 = \dfrac{1}{2-\sqrt{2}x}$

$n°1$ Fonction f

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$

1. Donner l'ensemble de définition de f
2. Dresser le tableau de signes de f
3. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$									

4. Tracer la représentation graphique de f