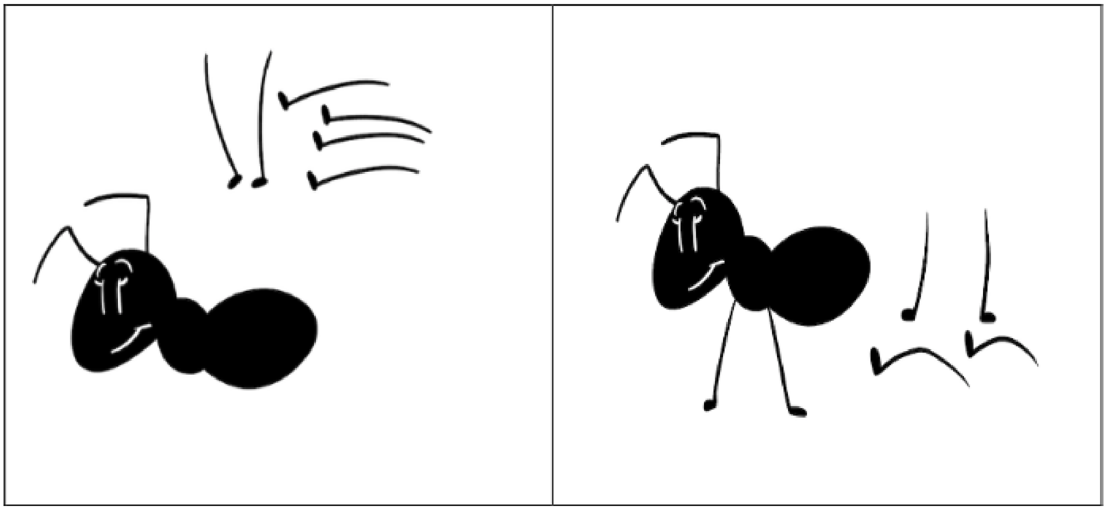
## EXERCICE 1

Un enseignant de grande section propose à ses élèves un jeu pour travailler la décomposition et la recomposition de nombres. Le jeu se compose de deux dés cubiques équilibrés et de corps de fourmis à compléter avec des pattes comme sur le dessin ci-dessous.



Sur les six faces du premier dé sont inscrits les nombres suivants : $1; 1; 2; 3; 4$ et $5$.
Sur les six faces du deuxième dé sont inscrits les nombres suivants : $1; 2; 3; 4; 5$ et $5$.
On donne à chaque élève un corps de fourmi et 6 pattes à fixer sur le corps.

Au début de la partie, chaque élève choisit un nombre compris entre 2 et 10 . Ce nombre reste le même durant toute la partie. À tour de rôle, chaque élève joue. II lance les deux dés :

— si la somme des nombres inscrits sur les faces supérieures des deux dés est égale au nombre choisi par cet élève, alors celui-ci fixe une patte à sa fourmi et relance les dés.

— sinon, c'est au joueur suivant de lancer les dés.

Il donne ensuite les dés au joueur suivant.
La partie se termine lorsqu'un élève a gagné, en fixant les six pattes de sa fourmi.

**1.** Un élève choisit un nombre et lance les dés.

**a.** Quelles sont les différentes sommes qu'il peut obtenir ?

**b.** Montrer que la probabilité qu'il obtienne 8 est égale à $\dfrac{4}{36}$.

**2.** Un autre élève choisit le nombre 6 et lance les dés.

**a.** Quelle est la probabilité qu'il gagne une patte pour sa fourmi dès son premier lancer ?

**b.** Quelle est la probabilité qu'il gagne deux pattes pour sa fourmi en 2 lancers ?

**3.** Eden et Axelle commencent une partie. Eden choisit le nombre 6 et Axelle choisit un autre nombre.

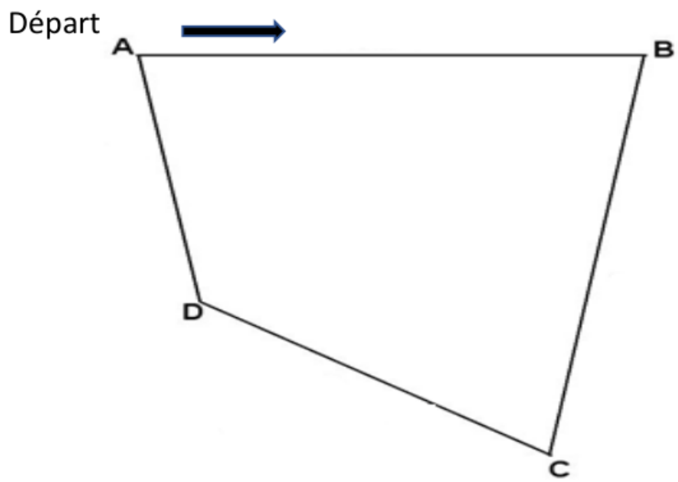
**a.** Qui a le plus de chance de gagner la partie ? Justifier.

**b.** Eden est-il sûr de gagner la partie ? Justifier.

# EXERCICE 2

Dans le cadre d'une liaison écoles-collège, une professeure d'EPS et une professeure des écoles organisent une course à vélo dont le parcours est composé de quatre tronçons en ligne droite.
La figure ci-dessous représente le parcours et n'est pas à l'échelle. Les élèves partent du point $A$ et tournent dans le sens des aiguilles d'une montre. Les dimensions sont les suivantes :

$$AB = 960 \text{ m}, BC = 1,05 \text{ km}, CD = 780 \text{ m et } AD = 660 \text{ m}.$$




**1.** Montrer que le parcours a pour longueur 3 450 m.

**2.** Durant l'épreuve, Léo a réalisé, en 48 minutes, 2 tours complets et un tiers de tour du parcours.

**a.** Déterminer la distance parcourue par Léo.

**b.** Donner la vitesse moyenne de Léo en km/h.

**c.** En gardant la même vitesse moyenne, Léo aura-t-il parcouru 15 km en moins d'une heure et demie ?Justifier.

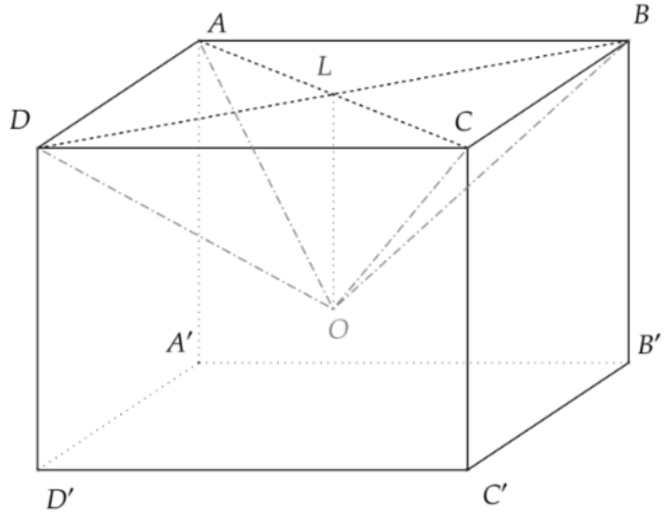
**3.** Une épreuve en relais est ensuite proposée. Tara parcourt les distances $AB$ et $BC$ à une vitesse moyenne de 10 km/h et Kevin parcourt les distances $CD$ et $DA$ à une vitesse moyenne de 6 km/h.
Quelle est la vitesse moyenne de ce binôme sur l'ensemble du parcours ? Justifier.

**4.** **a.** La diagonale [BD] mesure 1,05 km. Représenter le parcours à l'échelle $\dfrac{1}{20\ 000}$.

**b.** Amina a roulé à vélo pendant 25 minutes à une vitesse moyenne de $11,5$ km/h.
Placer sur la figure tracée à la question **4.a.** le point $S$ à l'endroit où se trouve Amina au bout de sa course. Justifier.

# EXERCICE 3

On considère un pavé droit $ABCDA'B'C'D'$ avec $DD' = 5$ cm ; $DC = 6$ cm et $DA = 7$ cm.
On note L le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.
On souhaite creuser ce pavé, en retirant une pyramide $OABCD$ de hauteur $[OL]$.




## Partie A

Dans cette partie, on suppose que $OL = 4$ cm.

**1.** Montrer que $AL \approx 4,6$ cm.

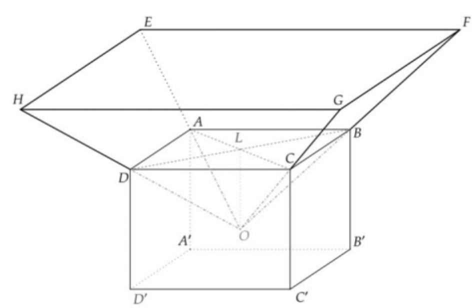
**2.** Construire le triangle $ALO$ en vraie grandeur.

**3.** **a.** Calculer le volume de la pyramide $OABCD$.
*On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.*

**b.** Calculer le volume du pavé creusé.

## Partie B

Dans cette partie, on pose $OL = x$, où $x$ est un nombre compris entre 0 et 5. Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée. Sur ce socle, on pose une pyramide en verre $OEFGH$ qui est un agrandissement de la pyramide $OABCD$ de rapport 2.




**1.** Exprimer le volume de la pyramide $OABCD$ en fonction de $x$.

**2.** Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.

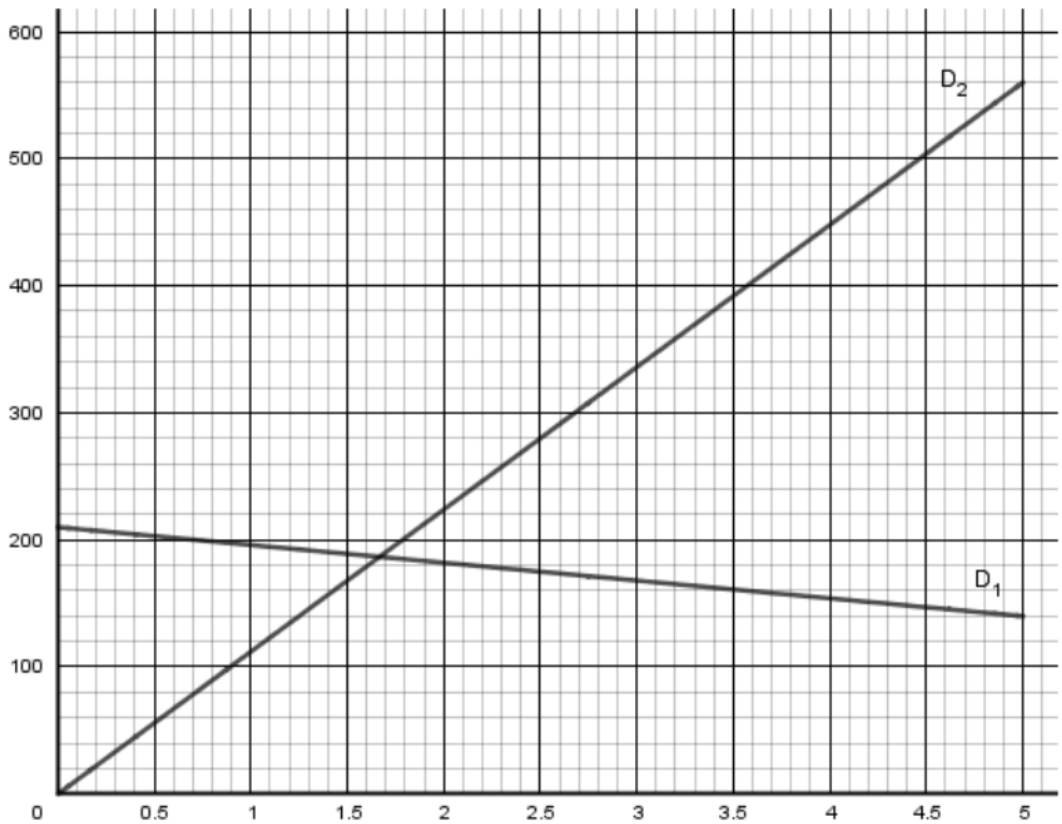
**3.** Montrer que le volume de la pyramide en verre $OEFGH$ est $112x$.

**4.** Quelle valeur choisir pour $x$, pour que le volume de la pyramide en verre soit égal au double du volume du socle en bois ?

**5.** On considère les fonctions $f$ et $g$ définies pour tout $x$ compris entre 0 et 5 par :

$$f(x) = 210\breve{}14x \text{ et } g(x) = 112x$$

On a représenté dans un repère orthogonal ces deux fonctions.




**a.** Déterminer quelle fonction ($f$ ou $g$) est représentée par chacune des droites $D_1$ et $D_2$ ? Justifier.

**b.** Déterminer avec la précision permise par le graphique les valeurs de $x$ pour lesquelles le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre.

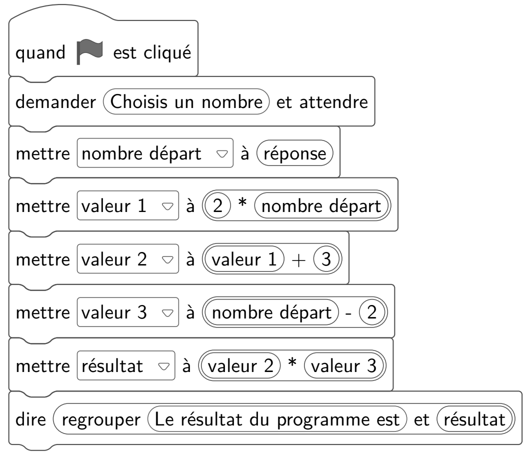
**c.** Retrouver le résultat précédent en posant puis en résolvant une inéquation.

## EXERCICE 4

1. Adam a réalisé le programme ci-contre à l'aide du logiciel Scratch.
   **a.** Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat est égal à 9.

   **b.** Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est 2,4 ?

   **c.** Soit $x$ le nombre de départ. Montrer que le programme d'Adam retourne le nombre $2x^2 - x - 6$.




3. Pauline propose le programme de calcul suivant.

| |
|---|
| Choisis un nombre<br>Élève-le au carré<br>Soustrais 3.<br>Multiplie par 2.<br>Soustrais le nombre de départ. |

   **a.** Montrer que si le nombre de départ est 3, le résultat obtenu est égal à 9.

   **b.** Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est $\dfrac{7}{3}$ ?

4. Montrer que, pour un même nombre de départ, les programmes de calcul d'Adam et Pauline donnent le même résultat.

5. Déterminer le ou les nombres de départ possibles pour que les résultats des programmes de calcul soient nuls. Justifier.

6. Adam souhaite automatiser les calculs de son programme pour les entiers naturels. Il utilise un tableur dont la copie d'écran est donnée ci-dessous. Quelle formule doit-il saisir dans la case B2 pour qu'il puisse l'étirer vers le bas sur l'ensemble de la colonne ?

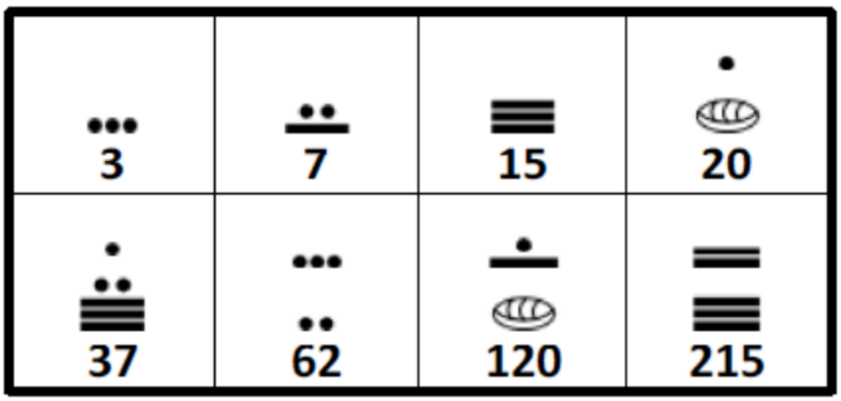
| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | **Nombre de départ** | **Résultat du programme** |
| 2 | 1 | -5 |
| 3 | 2 | 0 |
| 4 | 3 | 9 |
| 5 | 4 | 22 |
| 6 | 5 | 39 |

# EXERCICE 5

En Amérique centrale, les Mayas utilisaient un système de numération comprenant trois signes.

| | |
|---|---|
| **Le point** | • |
| **Le trait** | — |
| **La coquille** |  |

**Le signe « coquille » indique l'absence de quantité.**
Quelques correspondances entre écriture Maya et écriture décimale sont données dans le tableau ci-dessous :

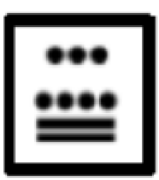



**1.** Donner la valeur du signe « point » et celle du signe « trait » dans l'écriture de 7 ?

**2.** Le système maya est un système vigésimal (système qui a pour base 20). Donner l'écriture maya du nombre 21.

**3.** Justifier l'écriture maya du nombre 37.

**4.** Donner l'écriture des deux nombres suivants dans notre système de numération.

**a.**  **b.** 

**5.** **a.** Donner l'écriture maya du nombre 25.

**b.** Donner l'écriture maya du nombre 101.

**c.** Le système de numération maya est qualifié, tout comme le système de numération que nous utilisons, de système positionnel. Expliquer pourquoi.