

EXERCICE 1

Partie 1

1. a. Un élève effectue 4 tours de 250 m soit : $4 \times 250 \text{ m} = 1\,000 \text{ m}$.
Il effectue 1 000 m en 10 min. Sa vitesse moyenne en mètre par minute est donc : $v = \frac{1\,000 \text{ m}}{10 \text{ min}} = 100 \text{ m/min}$.
- b. Un deuxième élève effectue les 4 tours à une vitesse moyenne de 150 m/min. En 1 heure, il parcourt donc $150 \text{ m/min} \times 60 \text{ min} = 9\,000 \text{ m}$.
 $9\,000 \text{ m} = 9 \text{ km}$ donc sa vitesse moyenne est de 9 km/h.
2. — **Pour l'élève de CM1** : la distance parcourue est de $4 \times 400 \text{ m} = 1\,600 \text{ m}$; la durée du parcours est de 9,5 min. La vitesse moyenne est donc de : $v = \frac{1\,600 \text{ m}}{9,5 \text{ min}} \approx 168 \text{ m/min}$ (à l'unité près).
- **Pour l'élève de CM2** : la distance parcourue est de $4 \times 500 \text{ m} = 2\,000 \text{ m}$; la durée du parcours est de 11 min 8 s = $11 \text{ min} + \frac{8}{60} \text{ min} = \frac{668}{60} \text{ min}$. La vitesse moyenne est donc de :
$$v = \frac{2\,000 \text{ m}}{\frac{668}{60} \text{ min}} \approx 180 \text{ m/min}$$
 (à l'unité près).

Partie 2

1. a. La longueur du tour de pénalité est un cercle de rayon R de 20 m de longueur on en déduit :
 $2\pi R = 20 \text{ m}$ soit $R = \frac{20 \text{ m}}{2\pi} \approx 3,18 \text{ m}$ (au cm près).
- b. — **Pour le premier tour** : L'élève court à la vitesse de 150 m/min et doit effectuer 250 m soit un temps de course de : $t = \frac{250 \text{ m}}{150 \text{ m/min}} = \frac{5}{3} \text{ min} = 1 \text{ min } 40 \text{ s}$.
Donc la durée totale pour le premier tour est $t_1 = 1 \text{ min } 40 \text{ s} + 30 \text{ s} = 2 \text{ min } 10 \text{ s}$.
- **Pour le deuxième tour** : La durée de course est toujours égale à 1 min 40 s sur le grand tour.
Pour le tour de pénalité, il court à une vitesse moyenne de 150 m/min et doit effectuer 20 m soit un temps additionnel égal à : $t = \frac{20 \text{ m}}{150 \text{ m/min}} = \frac{2}{15} \text{ min} = \frac{2}{15} \times 60 \text{ s} = 8 \text{ s}$.
Donc la durée totale pour le deuxième tour est $t_2 = 1 \text{ min } 40 \text{ s} + 8 \text{ s} + 30 \text{ s} = 2 \text{ min } 18 \text{ s}$.
- **Pour le troisième tour** : $t_3 = 1 \text{ min } 40 \text{ s} + 2 \times 8 \text{ s} + 30 \text{ s} = 2 \text{ min } 26 \text{ s}$.
- **Pour le quatrième tour** : $t_4 = 1 \text{ min } 40 \text{ s}$.
- La durée totale du parcours est de : $t = 2 \text{ min } 10 \text{ s} + 2 \text{ min } 18 \text{ s} + 2 \text{ min } 26 \text{ s} + 1 \text{ min } 40 \text{ s} = 7 \text{ min } 94 \text{ s} = 8 \text{ min } 34 \text{ s}$.
2. a. C3+E3+G3 nous donne le nombre de tirs manqués sur les tours et donc par conséquent le nombre de pénalités (nombre de petits tours à parcourir). Ce nombre est multiplié par 20 qui est la longueur d'un petit tour. Donc (C3+E3+G3)*20 est la longueur en mètres à parcourir en pénalité.
- b. Dans la colonne J, on calcule la vitesse moyenne en m/min. La formule à entrer est : $v = \frac{d \text{ (en m)}}{t \text{ (en min)}}$ donc J3=H3/(I3/60).
- c. K3=(I3+B3+D3+F3)/60
- d. Entre l'essai 2 et l'essai 3, l'élève a gagné du temps sur les tirs. Il a manqué davantage de tirs et a eu plus de pénalités.
- e. La stratégie à adopter est donc de s'appliquer sur les tirs pour en rater le moins possible et avoir le moins de pénalités possible.

EXERCICE 2

On peut résumer la situation avec le tableau suivant :

Dé 2 \ Dé 1	0	0	1	1	2	2
0	0,0	0,0	1,0	1,0	2,0	2,0
0	0,0	0,0	1,0	1,0	2,0	2,0
1	0,1	0,1	1,1	1,1	2,1	2,1
1	0,1	0,1	1,1	1,1	2,1	2,1
2	0,2	0,2	1,2	1,2	2,2	2,2
2	0,2	0,2	1,2	1,2	2,2	2,2

1. a. Les nombres qu'on peut obtenir sont : 0,0 ; 1,2 ; 1,0 ; 1,1 ; 1,2 ; 2,0 ; 2,1 ; 2,2.
- b. Toutes les issues présentes dans le tableau ont la même probabilité d'être obtenue.
La probabilité de l'évènement A « obtenir 1,2 » est $P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.
- c. Soit l'évènement B « obtenir un nombre strictement inférieur à 1 ».

Dé 2 \ Dé 1	0	0	1	1	2	2
0	0,0	0,0	1,0	1,0	2,0	2,0
0	0,0	0,0	1,0	1,0	2,0	2,0
1	0,1	0,1	1,1	1,1	2,1	2,1
1	0,1	0,1	1,1	1,1	2,1	2,1
2	0,2	0,2	1,2	1,2	2,2	2,2
2	0,2	0,2	1,2	1,2	2,2	2,2

On dénombre dans le tableau 12 issues favorables donc $P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

- d. Soit C l'évènement « obtenir un nombre entier » :

Dé 2 \ Dé 1	0	0	1	1	2	2
0	0,0	0,0	1,0	1,0	2,0	2,0
0	0,0	0,0	1,0	1,0	2,0	2,0
1	0,1	0,1	1,1	1,1	2,1	2,1
1	0,1	0,1	1,1	1,1	2,1	2,1
2	0,2	0,2	1,2	1,2	2,2	2,2
2	0,2	0,2	1,2	1,2	2,2	2,2

On dénombre dans le tableau 12 issues favorables donc $P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

- e. Soit D l'évènement « obtenir un nombre décimal ». D est un évènement certain (car les nombres entiers sont aussi des nombres décimaux) donc $P(D) = 1$.


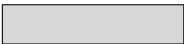
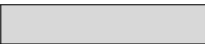
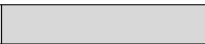
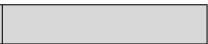

2. a. Soit E l'évènement « le dé tombe sur la zone Z_2 . ». $P(E) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

- b. Soit F l'évènement « obtenir 1 avec le dé ». $P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ donc $P(\neg F \text{ et } E) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.


- c. Soit G l'évènement « obtenir un nombre pair avec le dé ». $P(G) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ donc $P(\neg G \text{ et } E) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.


EXERCICE 3

1.

Vertes		} 51 billes
Rouges	   	
Bleues	 3	

$51 + 3 = 54$

6  = 54

 = 9

$9 \times 4 = 36$ et $9 - 3 = 6$

Il y a 9 billes vertes, 36 billes rouges et 6 billes bleues.

2. a. Soit r le nombre de billes rouges et b le nombre de billes bleues.
On peut noter : $r = 4 \times v$ et $b = v - 3$.

- b. On obtient l'équation suivante :

$$v + 4 \times v + v - 3 = 51$$

$$6v - 3 = 51 \text{ (on ajoute 3 aux deux membres)}$$

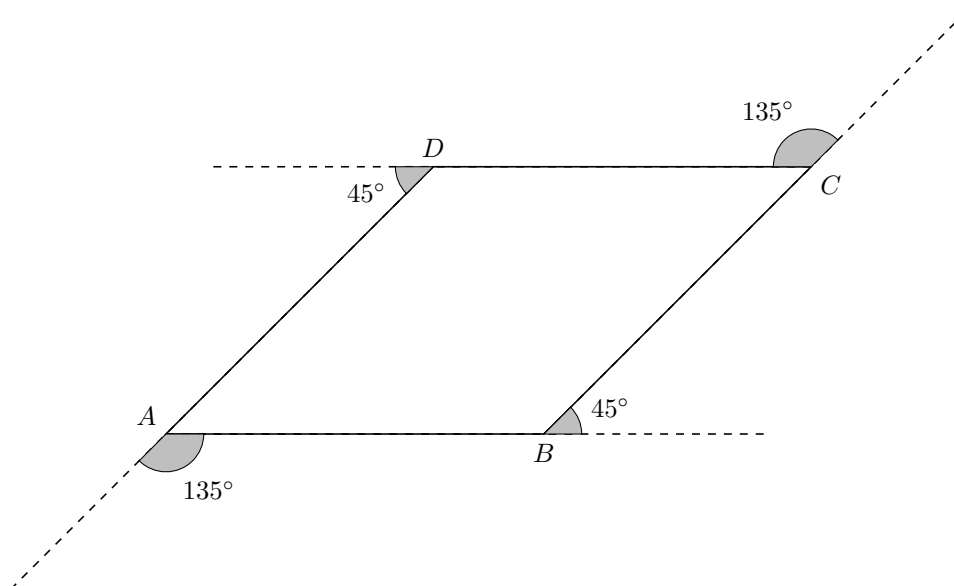
$$6v = 54 \text{ (on divise par 6 les deux membres)}$$

$$v = 9$$

$$\text{Donc : } r = 4 \times 9 = 36 \text{ et } b = v - 3 = 9 - 3 = 6.$$

EXERCICE 4

1. On obtient la figure suivante :



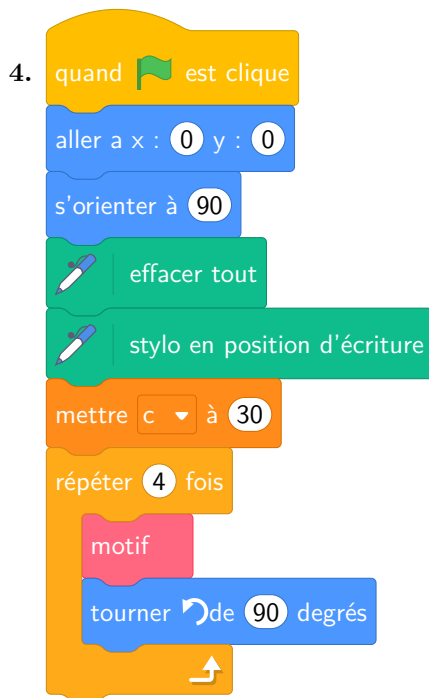
2. La figure obtenue est un losange.

Justification :

Le lutin trace 4 segments et tourne au total de $2 \times 45^\circ + 2 \times 135^\circ = 360^\circ$, on peut donc supposer qu'il trace un quadrilatère fermé.

Les 4 côtés du quadrilatère ont la même longueur donc c'est un losange (on pouvait aussi le justifier car ses angles opposés sont de même longueur et il possède deux côtés consécutifs de même longueur).

3. a. On peut observer qu'il y a 4 losanges donc $N = 4$ et $A = 45^\circ$.
- b. La valeur de C est : $C = 30 + 4 \times 30 = 150$. Attention la valeur de C demandée n'est pas celle pour la réalisation du dernier losange mais celle à la fin de l'exécution du programme.



EXERCICE 5

1. a. Volume du cône : $V_c = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 30^2 \times 90 = 27\,000 \pi \text{ cm}^3$.
- Volume de la demi-boule : $V_b = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 30^3 = 18\,000 \pi \text{ cm}^3$.
- Volume total : $V_t = V_c + V_b = 27\,000 \pi \text{ cm}^3 + 18\,000 \pi \text{ cm}^3 = 45\,000 \pi \text{ cm}^3$
- b. $45\,000 \pi \text{ cm}^3 = 45 \pi \text{ dm}^3 = 45 \pi \text{ L} \approx 141 \text{ L}$ (à l'entier près).
2. On sait que le triangle SON est un triangle rectangle en O . Donc d'après le théorème de Pythagore :
- $$SN^2 = SO^2 + ON^2$$
- $$SN^2 = 30^2 + 90^2 = 9\,000 \text{ donc } SN = \sqrt{9\,000} \text{ cm.}$$
3. L'aire totale est la somme de l'aire de la demi-sphère et celle de la surface latérale du cône de révolution.
- $$A_{\text{totale}} = \pi \times 30 \times \sqrt{9\,000} + \frac{1}{2} \times 4 \times \pi \times 30^2 \approx 14\,596 \text{ cm}^2 \text{ (à l'unité près).}$$
- Soit une aire d'environ $1,5 \text{ m}^2$ (au dixième près).

4. a. Les longueurs sont multipliées par 1,25.

b. Dans un agrandissement de coefficient 1,25, les aires sont multipliées par $1,25^2$.

L'aire du ballon sonde à 4500 m d'altitude est donc : $1,5 \text{ m}^2 \times 1,25^2 \approx 2,3 \text{ m}^2$.

c. Dans un agrandissement de coefficient 1,25, les volumes sont multipliés par $1,25^3$.

$45 \pi \text{ L} \times 1,25^3 \approx 276 \text{ L}$ (au litre près).

5. On cherche les nombres a et b tels que : $t(x) = ax + b$.

On sait que $t(0) = b = 15$ et que $t(4\,500) = 4\,500a + 15 = -12$ donc $4\,500a = -27$ d'où $a = \frac{-27}{4\,500} = -0,006$.

Finalement $t(x) = -0,006x + 15$.

6. On cherche x tel que :

$-0,006x + 15 \leq 0$ (on soustrait 15 aux deux membres)

$-0,006x \leq -15$ (on divise les deux membres par $-0,006$ qui est négatif, on change le sens de l'inégalité)

$$x \geq \frac{-15}{-0,006}$$

$$x \geq 2\,500$$

À partir de 2 500 m la température devient négative.

7. Le ballon se trouve à une altitude de 5 000 m lorsque la température a baissé de 30°C et atteint -15°C .