EXERCICE 1

On considère que pour l'ensemble de l'exercice, on est dans une situation d'équiprobabilité. Chaque carte a la même probabilité d'être tirée.

1. **a.** La probabilité que Déborah tire une carte bleue est donnée par le quotient :

   $$\frac{\text{nombre de cartes bleues}}{\text{nombre de cartes au total}} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$

   b. La probabilité que Déborah tire une carte portant le numéro 2 est donnée par le quotient :

   $$\frac{\text{nombre de cartes portant le numéro 2}}{\text{nombre de cartes au total}} = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$$

   c. La probabilité que Déborah tire une carte bleue portant le numéro 2 est : $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$

   d. On cherche la probabilité que Déborah tire une carte bleue ou portant le numéro 2. On sait qu'il y a 20 cartes bleues. Il faut ajouter le nombre de cartes portant le numéro 2 et non bleues, il y en a 6. On a donc 26 cartes bleues ou portant le numéro 2. La probabilité que Déborah tire une carte bleue ou portant le numéro 2 est : $\frac{26}{80} = \frac{13}{40}$

2. On cherche le nombre de cartes Joker à ajouter tel que la probabilité de piocher une carte Joker soit de $\frac{1}{6}$. Appelons n le nombre de cartes Joker, on cherche n tel que :
   $\frac{n}{n+80} = \frac{1}{6}$ soit $n \times 6 = (n+80) \times 1$; $6n = n + 80$; $5n = 80$; $n = \frac{80}{5} = 16$.
   Il faut ajouter 16 cartes Joker.

EXERCICE 2

PARTIE A

1. **a.** Entre 2009 et 2010, le nombre de marques de la famille « Confitures, gelées ou marmelades allégées » a augmenté de $58,6$ %.Il faut donc multiplier la valeur de 2009 par 1,586 pour obtenir la valeur de 2010. On obtient : $58 \times 1,586 \approx 92$

   b. Entre 2010 et 2017, le nombre de marques de la famille « Confitures, gelées ou marmelades » a augmenté de $52,7$ %. Pour calculer, la valeur en 2017 à partir de celle de 2010, il faut multiplier par 1,527. Donc pour calculer la valeur de 2010 à partir de celle de 2017, il faut diviser par 1,527. On obtient ainsi :

   $\dfrac{452}{1,527} \approx 296$

2. L'augmentation en pourcentage est donnée par le quotient suivant :

   $\dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} = \dfrac{32-11}{11} \approx 1,909$ soit environ $190,9$ %

3. La valeur d'angle en degré correspondant au nombre total de marques est 360° pour 337 marques. « Confitures, gelées ou marmelades » représentent 227 marques. La mesure d'angle correspondante est donc :

   $\dfrac{227 \times 360}{337} \approx 242°$

PARTIE B

1. On calcule la proportion en pourcentage de sucre ajouté pour chaque préparation.

   Préparation 1 : $\dfrac{240}{1240} \approx 0,1935$ soit environ $19,35$ %

   Préparation 2 : $\dfrac{1}{4} = 25$ %

   Préparation 3 : $\dfrac{330}{1500} = 0,22 = 22$ %

   Il peut choisir les préparations 2 et 3.

2. **a.** La masse de sucre ajoutée est trois fois plus petit que la masse de fruits. Donc la masse de sucre à ajouter pour 1 kg de fruits est : $\dfrac{1\ kg}{3} \approx 0,333\ kg$ soit environ 333 g au gramme près.

   b. On sait que 100g de préparation donneront 83 g de produit fini. On veut 100 g de produit fini.

   La quantité de préparation est donc égale à : $\dfrac{100 \times 100}{83}$ g.

   La quantité de fruits est : $\dfrac{3}{4} \times \dfrac{100 \times 100}{83}$ g ≈ 90 g.

   c. On peut effectuer le calcul de deux façons.
   Méthode 1 : en utilisant les quantités précédentes. Pour 90 g de fruits, il faut ajouter 30 g de sucre. 90 g de fruits contient $\dfrac{10}{100} \times 90$ g $= 9$ g de sucre. Soit 39 g de sucre pour $\dfrac{100 \times 100}{83}$ g ≈ 120 g de préparation. La proportion de sucre totale est donc de : $\dfrac{39}{120} = 0,325 = 32,5$ %

   Méthode 2 : en raisonnant sur les proportions.

$\dfrac{1}{4} + \dfrac{10}{100} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{40} = \dfrac{10+3}{40} = \dfrac{13}{40} = 0,325 = 32,5\ \%$

PARTIE C

1. **a.** La représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère, elle est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

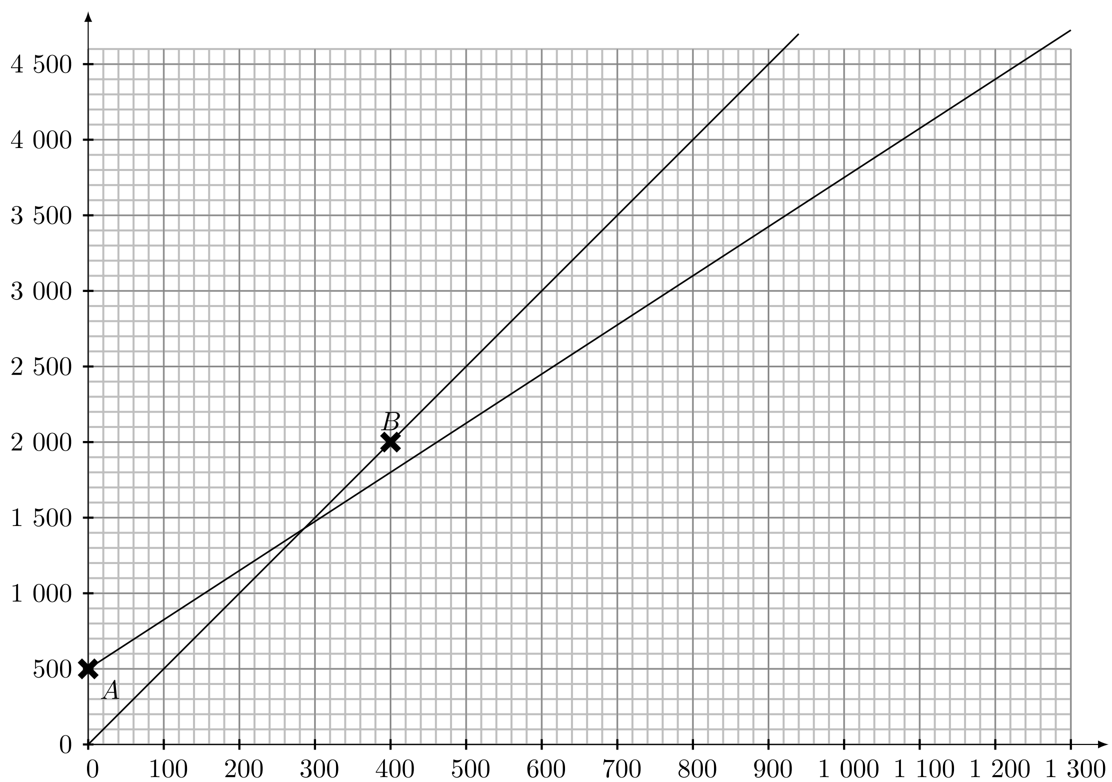
b. Graphiquement, on peut lire que pour 200 pots vendus la recette est de 1000 euros. Chaque pot est vendu au même prix car une fonction linéaire modélise une situation de proportionnalité. Le prix d'un pot est donc $\dfrac{1000}{200} = 5$, chaque pot est vendu 5 €.

2. **a.** $F(x) = 3,25x + 500$

b. La fonction F est une fonction affine sa représentation graphique est une droite. Pour la tracer il faut connaître les coordonnées de deux points appartenant à cette droite.

Pour $x = 0$, $F(0) = 3,25 \times 0 + 500 = 500$. La droite passe par le point A de coordonnées $(0;500)$.

Pour $x = 400$, $F(400) = 3,25 \times 400 + 500 = 1\ 800$. La droite passe par le point B de coordonnées $(400;1800)$. On obtient le graphique suivant :



c. Le micro-entrepreneur dégage un bénéfice lorsque la recette est supérieure au coût de production. Graphiquement, on peut estimer que cela se produit à partir d'environ 285 pots vendus.

d. On cherche x tel que $R(x) \geq F(x)$; $5x \geq 3,25x + 500$; $1,75x \geq 500$; $x \geq \dfrac{500}{1,75}$. Or, $\dfrac{500}{1,75} \approx 285,71$.

Donc à partir de 286 pots vendus le micro-entrepreneur réalise un bénéfice.

PARTIE D

1. **a.** On calcule le volume du pot n°1 :
$V_1 = B \times h = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 3,5^2 \times 8 = 98\pi \approx 308$ cm^3 à l'unité près.

b. Les pots sont remplis au maximum à 90% de leur volume. Le pot n°1 peut donc contenir au maximum :
$V_1' = \dfrac{90}{100} \times 98\pi = 88,2\pi \approx 277$ cm^3

2. **a.** L'hexagone $ABCDEF$ est composé de 6 triangles équilatéraux dont la longueur d'un côté mesure 4 cm. En utilisant la formule donnée dans l'énoncé, l'aire de l'hexagone est :
$6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2$ cm$^3 = 24\sqrt{3}$ cm^3.

b. On calcule le volume du pot n°2 :
$V_2 = B \times h = 24\sqrt{3} \times 8$ cm$^3 = 192\sqrt{3}$ cm$^3 \approx 333$ cm^3 à l'unité près.

c. Les pots sont remplis au maximum à 90 % de leur volume. Le pot n°2 peut donc contenir au maximum :
$V_2' = \dfrac{90}{100} \times 192\sqrt{3}$ cm$^3 = 172,8\sqrt{3}$ cm$^3 \approx 299$ cm^3 à l'unité près.
(Si pour ce calcul la valeur utilisée est la valeur arrondie 333 cm^3, le résultat final arrondi à l'unité est 300 cm^3)

EXERCICE 3

1. **a.** La dépense totale de Vincent est de $48,75$ €, en utilisant le tableau, cela correspond à 9 cartes à $1,25$ € et 15 cartes à $2,50$ €.(ligne 9 du tableau)

b.

Nombres de cartes à 1,25 €	Coût des cartes à 1,25 €	Nombres de cartes à 2,50 €	Coût des cartes à 2,50 €	Somme totale dépensée (€)
13	16,25	11	27,50	43,75

c. Les formules sont les suivantes :
$B3 = 1,25 * A3$
$C3 = 24 - A3$
$D3 = 2,5 * C3$
$E3 = B3 + D3$

2. Explication du raisonnement de l'élève :

- $24 \times 2,50$ € $= 60$ € : l'élève calcule le prix des 24 cartes au prix de $2,50$ €.

- 60 € $- 48,75$ € $= 11,25$ €. L'élève calcule la différence entre ce qu'il aurait dû payer si Vincent n'avait acheté que des cartes à $2,50$ € et ce qu'il a effectivement payé.

- 1 carte à $2,50$ € $=$ 2 cartes à $1,25$ € : l'élève reformule l'énoncé.

- $1125 \div 125 = 9$: l'élève souhaite calculer le quotient de 11,25 par 1,25. Il applique pour cela la propriété qui dit qu'on ne change pas la valeur d'un quotient en multipliant le dividende et le diviseur par un même nombre non nul. Le quotient est le nombre de cartes à $1,25$ €.

- $24 - 9 = 15$: l'élève calcule le nombre de cartes à $2,50$ €.

- La dernière ligne est la phrase de conclusion.

3. On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ 1{,}25x + 2{,}5y = 48{,}75 \end{cases}$$

On peut résoudre ce système de plusieurs façons. Voici deux exemples de résolution :

Méthode 1 : on multiplie la première équation par 5 et la deuxième par 4 (pour ne travailler qu'avec des coefficients entiers pour x et y. On obtient alors le système suivant :

$$\begin{cases} 5x + 5y = 120 \\ 5x + 10y = 195 \end{cases}$$

On soustrait membre à membre les deux équations, on obtient alors : $5y = 75$ donc $y = \dfrac{75}{5} = 15$.
On remplace y par 15 dans la première équation du premier système : $x + 15 = 24$ donc $x = 24 - 15 = 9$.
Soit 9 cartes à $1,25$ € et 15 cartes à $2,50$ €.

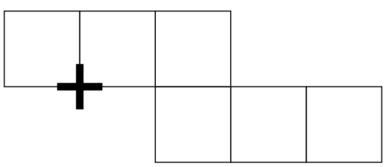
Méthode 2 : on exprime x en fonction de y dans l'équation 1.
$x = 24 - y$ et on remplace dans l'équation 2.
$1,25 \times (24 - y) + 2,5y = 48,75$
$30 - 1,25y + 2,5y = 48,75$ d'où $1,25y = 18,75$ donc $y = \dfrac{18,75}{1,25} = 15$.
Puis $x = 24 - y = 24 - 15 = 9$.

EXERCICE 4

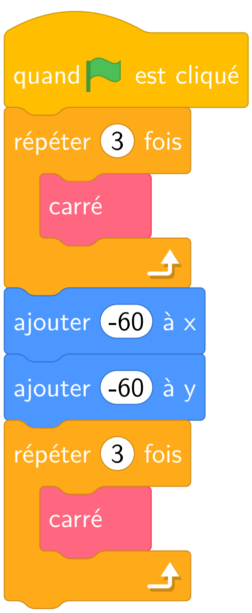
1. **a.** La longueur des arêtes est de 3 cm. On sait qu'un pas de lutin mesure $0,05$ cm.

Donc le lutin devra avancer de : $\dfrac{3}{0,05} = 60$ pas.

b.



c.



2. On obtient le patron suivant :