

► **Note 1.** *Nombre premier*

Un entier naturel p est dit **nombre premier** s'il admet **exactement** _____ diviseurs : _____ et _____.

Exemple et contre-exemple.

- 2 est premier car 2 a exactement deux diviseurs 1 et lui-même.
- 1 n'est pas premier car 1 a un seul diviseur : lui-même.

► **Note 2.** *Décomposition en produit de facteurs premiers*

Tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 s'écrit soit comme une puissance d'un nombre premier soit comme produit de puissances de nombres premiers. Cette écriture est unique, à l'ordre des facteurs près.

Exemple que vous avez eu au brevet : décomposons 126 en produit de facteurs premiers :

$$\begin{aligned} 126 &= 2 \times 63 \\ &= 2 \times 3 \times 21 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 7 \\ &= 2 \times 3^2 \times 7 \end{aligned}$$

On peut également représenter cette décomposition en colonnes :

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

donc $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.

Exercice 4.

Dresser la liste des dix premiers nombres premiers.

Exercice 5.

- Parmi les cinq nombres suivants, lesquels ne sont pas premiers ? Justifier pourquoi.

19 27 67 87 121

- Écrire le nombre 60 en produit de facteurs premiers.

Exercice 6.

Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition 1 $2^2 \times 9 \times 7$	Proposition 2 $2 \times 2 \times 3 \times 21$	Proposition 3 $2^2 \times 3^2 \times 7$
--	--	--

Exercice 7.

- Décomposer 170 et 425 en produit de facteurs premiers.
- Rendre irréductible la fraction $\frac{425}{170}$.

► **Note 3.** *Nombres premiers entre eux*

Deux entiers naturels sont premiers entre eux lorsque leur *plus grand diviseur commun* est 1.

Exercice 8.

- Décomposer en produit de facteurs premiers 56 et 45.
- 56 et 45 sont-ils premiers entre eux ?
- Dresser la liste des diviseurs de 45 puis de 56.

Exercice 9.

- Décomposer en produit de facteurs premiers 28.
- Dresser la liste des diviseurs de 28 en utilisant un arbre.

Exercice 10.

- Décomposer en produit de facteurs premiers 25×72 et 54×12 .
- En déduire le PGCD de $(25 \times 72 ; 54 \times 12)$.

Exercice 11.

- Décomposer en produit de facteurs premiers 484.
- En déduire que 484 est un carré parfait et préciser de quel carré il s'agit.

Exercice 12.

- Décomposer en produit de facteurs premiers 175.
- Justifier que 175 n'est pas un carré parfait.
- Par quel plus petit entier doit-on multiplier 175 pour obtenir un carré parfait ? Préciser alors de quel carré il s'agit