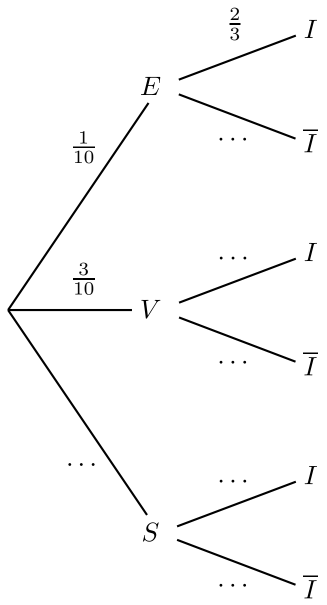
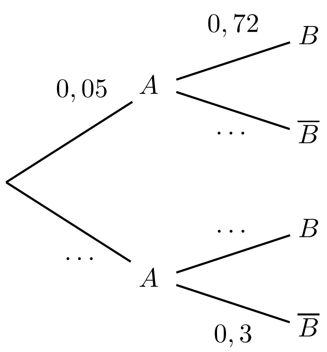
42 Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous, les deux expériences étant indépendantes :

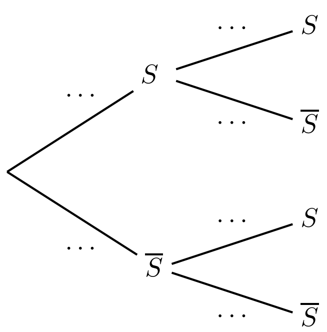


43 Soit l'arbre de probabilité ci-dessous :



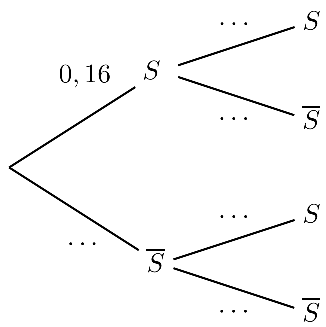
1. Compléter cet arbre.
2. Les expériences sont-elles indépendantes ? Justifier.
3. Calculer $\mathbf{P}(B)$.

44 Compléter l'arbre ci-dessous afin qu'il représente un schéma de Bernoulli de paramètre $0,34$:



45 On tire successivement et avec remise deux pièces mécaniques sur la chaîne de production d'une usine. On estime que 16% des pièces fabriquées dans cette usine possèdent un défaut de fabrication.
On note S : « la pièce a un défaut ».

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. Calculer la probabilité de tirer deux pièces ayant un défaut.
3. Calculer la probabilité de tirer au moins une pièce avec un défaut.

46 Une agence de voyage estime que 85 % de ses clients reviennent satisfaits de leur voyage.

On interroge au hasard et de façon indépendante trois clients de l'agence.

On modélise l'expérience aléatoire ainsi réalisée par la répétition de 3 épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes.

1. Représenter cette expérience par un arbre de probabilités.
   On pourra, pour chacune des épreuves, noter S l'évènement « le client interrogé est satisfait » et $\overline{S}$ l'évènement contraire.
2. Calculer la probabilité qu'exactement deux des clients interrogés soient satisfaits de leur voyage. Arrondir au centième.

47 Dans une population, une personne sur 250 est porteuse d'un gène qui entraîne, à l'âge adulte, une maladie handicapante.

On choisit trois personnes au hasard dans cette population, qui est suffisamment grande pour que ce choix puisse être assimilé à trois tirages successifs avec remise.

1. Justifier qu'il s'agit de la répétition de trois épreuves aléatoires et indépendantes de Bernoulli dont on donnera le paramètre.
2. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
3. En déduire la probabilité qu'au moins une personne parmi les trois soit porteuse du gène.

48 Une urne contient 2 jetons jaunes et 5 jetons rouges.

Vincent tire au hasard trois jetons à la suite et regarde sa couleur. Entre chaque tirage, Vincent remet le jeton tiré dans l'urne de telle sorte que les répétitions soient identiques et indépendantes.

1. Représenter l'arbre de probabilité associé à cette répétition d'épreuves aléatoires.
2. Déterminer la probabilité que Vincent tire 3 fois un jeton jaune.
3. Déterminer la probabilité que Vincent obtienne lors de ce tirage de trois jetons, 1 jeton jaune et 2 jetons rouges

49 Dans une maternité, on estime qu'à la naissance, la probabilité qu'un enfant soit une fille est égale à 0,51.

On choisit de manière indépendante trois enfants nés dans cette maternité.

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de filles parmi ces trois enfants.

1. Représenter l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité qu'exactement deux enfants soient des filles.
3. Décrire l'évènement $\{X = 0\}$ puis calculer sa probabilité.
4. Compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

x	0	1	2	3
$P(X = x)$				

5. Calculer l'espérance de cette variable aléatoire. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice

50 Dans une ville, pour se rendre à l'aéroport en utilisant les transports en commun, deux moyens différents sont proposés aux usagers : le bus (B) ou le tramway (T).

Trois personnes choisissent chacune au hasard et de façon indépendante un moyen pour se rendre à l'aéroport en utilisant les transports en commun.

On suppose que la probabilité de prendre le bus, pour chaque personne, est égale à $0,4$ et celle de prendre le tramway à $0,6$.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité que les trois personnes prennent chacune le bus.
3. On note X la variable aléatoire associée au nombre de personnes qui prennent le bus.
   On donne ci-dessous la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

a	0	1	2	3
$p(X = a)$	$0,216$	$0,432$	$0,288$	$0,064$

   (a) Interpréter dans le cadre de l'exercice l'évènement $\{X \leq 2\}$. Aucun calcul de probabilité n'est demandé dans cette question.
   (b) Calculer la probabilité $p\,(X \leq 2)$.
   (c) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X .

51 Une urne contient trois boules blanches et une boule rouge.

On tire au hasard une boule, on note sa couleur et on la remet dans l'urne. On recommence une deuxième fois, puis une troisième fois.

On considère que les trois tirages sont indépendants.

On étudie l'expérience aléatoire constituée par ces trois tirages au hasard successifs.

1. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre de probabilités.
   Chaque issue de l'expérience peut être notée au bout de la dernière branche sous la forme d'un triplet du type (B, B, R) par exemple, B désignant le tirage d'une boule blanche et R celui d'une boule rouge.

On appelle X la variable aléatoire qui associe à chaque issue de l'expérience le nombre de boules rouges tirées.

2. (a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?
   (b) Traduire par une phrase l'évènement noté $\{X = 3\}$.
3. Donner la loi de probabilité de X sous la forme d'un tableau.
4. Calculer l'espérance de X puis interpréter le résultat.

52 Une association propose chaque jour un spectacle au prix de 20 €.

Pour le promouvoir l'association annonce qu'à l'entrée du spectacle, chaque client lancera un dé cubique non truqué, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

— Si le résultat est 6, l'entrée sera gratuite.
— Si le résultat est 1, l'entrée sera à demi-tarif.
— Si le résultat est 5, le client aura une remise de 20 %.
— Dans les autres cas, le client paiera plein tarif.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque résultat du lancer de dé, associe le prix que paiera le client.

1. Montrer que la variable aléatoire X prend les valeurs 0 ; 10 ; 16 et 20.
2. Déterminer la loi de probabilité de X (les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles).
3. Calculer la probabilité de l'événement $\{X \leq 10\}$.
4. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.
5. Que peut-on en déduire pour l'association si la salle composée de 900 places est pleine ?

53 Pour fidéliser ses touristes, l'office de tourisme d'une ville propose gratuitement un jeu en deux étapes.

— La première étape consiste à gratter une carte pour gagner un porte-clés de la ville.
— La deuxième étape consiste à gratter une autre carte pour gagner une entrée à la piscine municipale.

Ces deux étapes du jeu sont indépendantes.
Le touriste a :

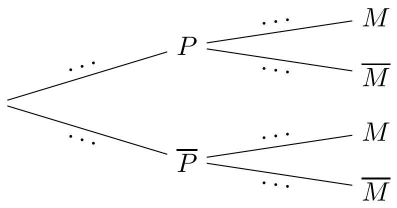
— sept chances sur dix de gagner un porte-clefs de la ville ;
— quatre chances sur dix de gagner une entrée gratuite à la piscine municipale.

On définit les évènements suivants :

— P : « le touriste gagne un porte-clefs de la ville »

— M :« le touriste gagne une entrée gratuite à la piscine municipale »

1. (a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



   (b) Calculer la probabilité que le touriste ne gagne aucun lot.

   (c) Calculer la probabilité que le touriste remporte au moins un lot.

2. Un porte-clefs coûte 0,80 euro à la municipalité et une entrée à la piscine 5,50 euros.
   On note X la variable aléatoire qui à chaque touriste participant associe le coût, en euro, de ses éventuels lots pour la municipalité.

   (a) Justifier que $P(X = 0,80) = 0,42$.

   (b) Le tableau suivant donne la loi de probabilité de X . Le recopier et le compléter.

k	0	$0,80$	$5,50$	$6,30$
$P(X = k)$	$0,18$	$0,42$	$0,12$	$\ldots$

54 On constate que de plus en plus d'éléphants mâles naissent sans défense. Actuellement, 4% des éléphants sont porteurs du gène de l'absence de défenses.

Pour un groupe de 10 éléphants choisis au hasard, le nombre d'éléphants porteurs du gène de l'absence de défenses est une variable aléatoire notée X.

1. Quelles sont les valeurs que peut prendre X ?

2. Une équipe de chercheurs a édité le tableau de valeurs suivantes :

k	$p(X = k)$	$p(X \leq k)$
0	0,028 247 52	0,282 475 2
1	0,121 060 82	0,149 308 35
2	0,233 474 44	0,382 782 79
3	0,266 827 93	0,649 610 72
4	0,200 120 95	0,849 731 67
5	0,102 919 35	0,952 651 01
6	0,036 756 91	0,989 407 92
7	0,009 001 69	0,998 409 61
8	0,001 446 7	0,999 856 31
9	0,000 137 78	0,999 994 1
10	0,000 005 9	1

   (a) Donner la probabilité qu'aucun éléphant ne porte ce gène.

   (b) Donner et interpréter la probabilité $p(X \leq 5)$.

   (c) Calculer $p(X > 5)$.

   (d) Calculer la probabilité qu'au moins trois éléphants soient porteurs du gène.