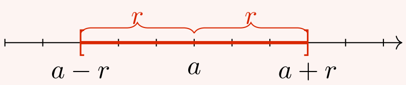
► **Notel 1.**
Soient a et b deux nombres réels.
La **distance** entre a et b est la distance entre les deux points A et B ayant pour abscisses respectives a et b sur la droite des réels.
Si $a > b$ elle vaut $a - b$, sinon elle vaut $b - a$.
On note cette **distance** $|a - b|$ ou encore $\mathbf{d}(a\,;\,b)$.

Exercice 26.

Exprimer sans $|.|$ les expressions suivantes :

1. $|-5|$
2. $|7|$
3. $|4 - \pi|$
4. $|\pi - 2|$
5. $|\sqrt{3} - 2|$
6. $|-4 - 5|$

► **Notel 2.**
Soient a et r deux réels avec $r > 0$.
L'intervalle $[a-r\,;\,a+r]$ est l'ensemble des nombres x tels que $|x - a| \leqslant r$: autrement dit, c'est l'ensemble des nombres dont la distance à a est inférieure à r.
Voici une représentation de cet intervalle :



On remarque que a est au milieu ou au « centre » de l'intervalle $[a - r\,;\,a + r]$:
Le nombre r peut alors être vu comme le « rayon » de l'intervalle.
Tous les nombres x de l'intervalle sont à une distance du milieu a inférieure au rayon r.

Exercice 27.

Soit $x \in [-1\,;\,7]$.

1. Déterminer le centre a et le rayon r de cet intervalle.
2. Traduire $x \in [-1\,;\,7]$ en utilisant la notion de valeur absolue.
3. Reprendre les questions précédentes avec : $y \in [-4\,;\,2]$ et $z \in]-5\,;\,5[$.

Exercice 28.

On donne $|x - 1| \leqslant 4$.

1. Traduire cette inégalité par la notion de distance.
2. En déduire un encadrement de x.
3. Reprendre les questions précédentes avec : $|y - 1| < 6$ et $|z + 5| \leqslant 9$.

Exercice 29.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ en utilisant la notion de distance :

1. $|x - 4| = 2$
2. $|x + 5| = 7$
3. $|x - 4| = -1$
4. $|x - 4| \leqslant 5$
5. $|x + 5| < 6$
6. $|x| \leqslant 4$

Exercice 30.

Soit $x \in]-\infty\,;\,4] \cup [8\,;\,+\infty[$.

1. Déterminer le centre a et le rayon r de cet intervalle.
2. Traduire $x \in]-\infty\,;\,4] \cup [8\,;\,+\infty[$ en utilisant la notion de valeur absolue.
3. Reprendre les questions précédentes avec : $x \in]-\infty\,;\,-1[\cup]9\,;\,+\infty[$.

Exercice 31.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ en utilisant la notion de distance :

1. $|x - 4| > 6$
2. $|x + 5| \geqslant 8$
3. $|x - 1| < 2$
4. $|x| \geqslant 7$
5. $|x - 7| > \dfrac{1}{3}$
6. $|x| \leqslant 9$

Exercice 32.

Soit $x \in]-\infty\,;\,4] \cup [8\,;\,+\infty[$.

1. Déterminer le centre a et le rayon r de cet intervalle.
2. Traduire $x \in]-\infty\,;\,4] \cup [8\,;\,+\infty[$ en utilisant la notion de valeur absolue.
3. Reprendre les questions précédentes avec : $x \in]-\infty\,;\,-1[\cup]9\,;\,+\infty[$.

Exercice 33.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ en utilisant la notion de distance :

1. $|x - 2| > 5$
2. $|x + 5| \geqslant 9$
3. $|x - 1| < 2$
4. $|x| \geqslant 7$
5. $|x - 7| > \dfrac{1}{3}$
6. $|x| \leqslant 9$