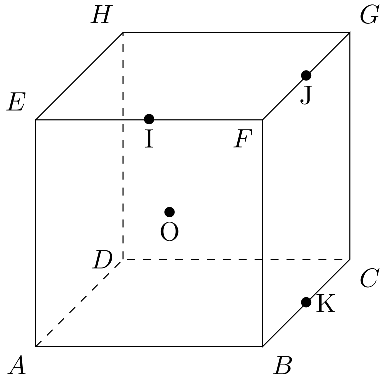
●○○ **Exercice 68.**
Dans le cube $ABCDEFGH$ ci-dessous, I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes $[AF]$, $[FG]$ et $[BC]$. On nomme O le centre de ce cube.



1. Citer, sans justifier, deux vecteurs égaux à :

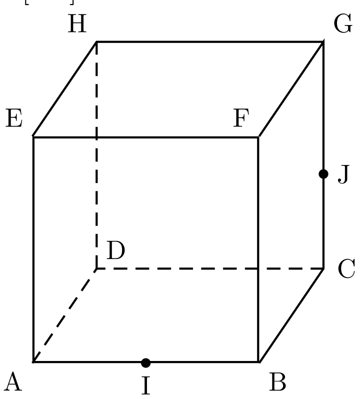
(a) $\overrightarrow{DC}$
(b) $\overrightarrow{GJ}$
(c) $\overrightarrow{JK}$
(d) $\overrightarrow{OB}$

2. Compléter avec un point de la figure :
   (a) $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{\cdots J} = \overrightarrow{HJ}$
   (b) $\overrightarrow{H\cdots} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{HB}$
   (c) $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{\cdots J} = \overrightarrow{AK}$

●○○ **Exercice 69.**
On reprend la figure de l'exercice précédent. Les triplets de vecteurs suivants sont-ils des triplets de vecteurs coplanaires ?

1. $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{CB}$.
2. $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{KC}$ et $\overrightarrow{IJ}$.
3. $\overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{FB}$ et $\overrightarrow{EH}$.
4. $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OG}$.

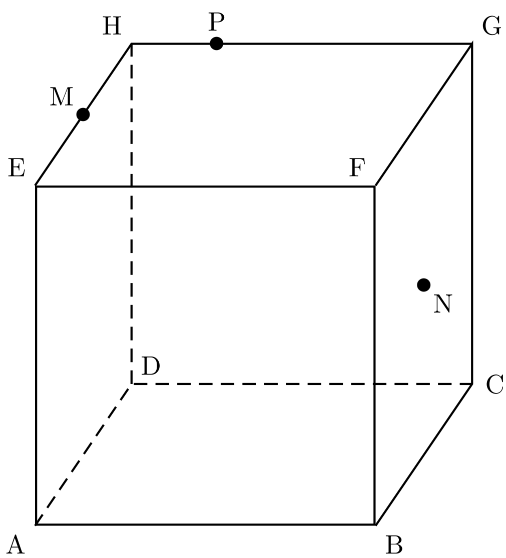
●○○ **Exercice 70.**
ABCDEFGH est un cube, I est le milieu de [AB] et J celui de [CG] :



1. Quelle est la position relative des droites :
   (a) (AD) et (FG) ?
   (b) (AD) et (BG) ?
   (c) (EC) et (BH) ?
   (d) (EJ) et (AC) ?
2. Quelle est l'intersection des plans :
   (a) (DBF) et (AEB) ?
   (b) (ABG) et (CDH) ?
   (c) (ABJ) et (CDH) ?
   (d) (DFB) et (EAD) ?

●●○ **Exercice 71.**
On considère un cube ABCDEFGH donné ci-dessous. On note M le milieu du segment [EH], N celui de [FC] et P le point tel que
$\overrightarrow{\mathrm{HP}} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{HG}}$.

1. Justifier que les droites (MP) et (FG) sont sécantes en un point L.
   Construire le point L
2. On admet que les droites (LN) et (CG) sont sécantes et on note T leur point d'intersection.
   On admet que les droites (LN) et (BF) sont sécantes et on note Q leur point d'intersection.
   (a) Construire les points T et Q en laissant apparents les traits de construction.
   (b) Construire l'intersection des plans (MNP) et (ABF).
3. En déduire une construction de la section du cube par le plan (MNP).

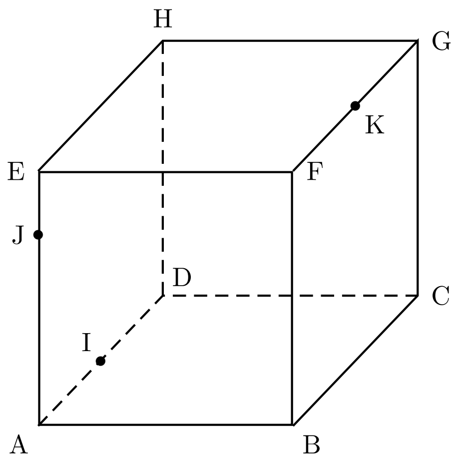


●●○ **Exercice 72.**
La figure ci-contre représente un cube ABCDEFGH.

Les trois points I, J, K sont définis par les conditions suivantes :

— I est le milieu du segment [AD] ;
— J est tel que $\overrightarrow{\mathrm{AJ}} = \frac{3}{4}\overrightarrow{\mathrm{AE}}$;
— K est le milieu du segment [FG].

1. Sur la figure donnée ci-après, construire sans justifier le point d'intersection P du plan (IJK) et de la droite (EH). On laissera les traits de construction sur la figure.
2. En déduire, en justifiant, l'intersection du plan (IJK) et du plan (EFG).



●○○ **Exercice 73.**
Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$, on considère les points $A(2\,;1\,;-3)$ et $B(0\,;2\,;4)$.

1. Calculer les coordonnées du point M milieu du segment $[AB]$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Soit le point $C(1\,;-2\,;-1)$. Calculer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

●○○ **Exercice 74.**
Tracer un repère $\left(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$ et placer les points suivants :
$A(2\,;1\,;0)$, $B(0\,;2\,;10)$, $C(1\,;1\,;-3)$ et $D(-1\,;2\,;3)$.

●●○ **Exercice 75.**
Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$, on considère les points $A(1\,;0,5\,;2)$, $B(0\,;2\,;0,5)$, $C(3\,;2,5\,;7)$ et $D(3\,;-2,5\,;1)$.

1. (a) Les points A, B et C sont-ils alignés ?
   (b) Le point A appartient-il à la droite (BD) ?
2. On considère les points $E(1\,;0,5\,;4)$ et $F(-3\,;-2\,;1)$.
   (a) Les points A, B, D et E sont-ils coplanaires ?
   (b) Le point F appartient-il au plan (ABD) ?

●●○ **Exercice 76.**
Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}2\\5\\-3\end{pmatrix}$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} + 3\vec{v} - 2\vec{w}$.
2. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont-ils coplanaires ?

●○○ **Exercice 77.**
Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}\right)$, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\-6\\3\end{pmatrix}$.

1. Justifier que le vecteur $\vec{w}$ n'est pas colinéaire au vecteur $\vec{v} - \vec{u}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $3\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w}$.
3. Que peut-on en déduire pour les trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$?
4. Donner les coordonnées d'un vecteur $\vec{t}$ non colinéaire à $\vec{v}$ et coplanaire à $\vec{u}$ et $\vec{w}$.
5. Déterminer les coordonnées d'un vecteur $\vec{h}$ de cote nulle et coplanaire à $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

●●○ **Exercice 78.**
Soient A, B et C trois points de l'espace non alignés. On considère les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{AB}$.

1. Faire une conjecture. Quelle conjecture peut-on émettre pour les points M, N et C ?
2. Démontrer cette conjecture.

●●○ **Exercice 79.**
$ABCDEFGH$ est un cube. Soit U et V les points tels que $\overrightarrow{UF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{GF}$ et $\overrightarrow{BV} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$.
Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{FB}$, $\overrightarrow{UV}$ et $\overrightarrow{GA}$ sont coplanaires.