1. Rappels

▶ Notel 1.

Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb R$ par :

$$f(x) = mx + p \text{ avec } m \neq 0$$

- 1. On appelle racine de f le réel x_0 tel que $f(x_0) = 0$.
- 2. Le point de coordonnées $(x_0; 0)$ est le point d'intersection de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses.

▶ Notel 2.

Soit $f: x \mapsto mx + p$ une fonction affine avec $m \neq 0$ admettant pour racine x_0 . Le signe de f(x) selon les valeurs de x est donné par le tableau suivant :

 \square Si m>0

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
signe de $f(x)$		0	

 \square Si m < 0

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
signe de $f(x)$		0	

2. Signe d'un produit : un exemple détaillé

Vous avez appris à faire le tableau de signes d'une fonction affine. Désormais, nous allons faire le tableau de signes du produit de deux fonctions affines. Pour cela, nous calculerons les racines de notre produit que nous placerons dans un unique tableau. Par exemple, dressons le tableau de signes de :

$$f(x) = (2x - 6)(-4x + 20).$$

Complétons alors le tableau de signes de notre produit :

x	$-\infty$	•••	 $+\infty$
signe de $2x - 6$			
signe de $-4x + 20$			
signe de $f(x)$			

3. Applications

Exercice 34.

En vous inspirant de la méthode précédente, faire le tableau de signes des expressions suivantes :

1.
$$f(x) = (4x - 20)(-6x + 18)$$

2.
$$g(x) = 6x(x-8)$$

3.
$$h(x) = -2x(-4x+5)$$

4.
$$i(x) = (-1 - 2x)(3x - 4)$$

4. Deux exercices complets

Exercice 35.

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 9x^2 - 1 + (3x+1)(4x-5)$$

- 1. Factoriser $9x^2 1$ puis en déduire une factorisation de f(x).
- 2. Faire le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 36.

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 4x^2 + 4x + 1 - (2x+1)(-5x+9)$$

- 1. Factoriser $4x^2 + 4x + 1$ puis en déduire une factorisation de f(x).
- 2. Faire le tableau de signes de la fonction f.