

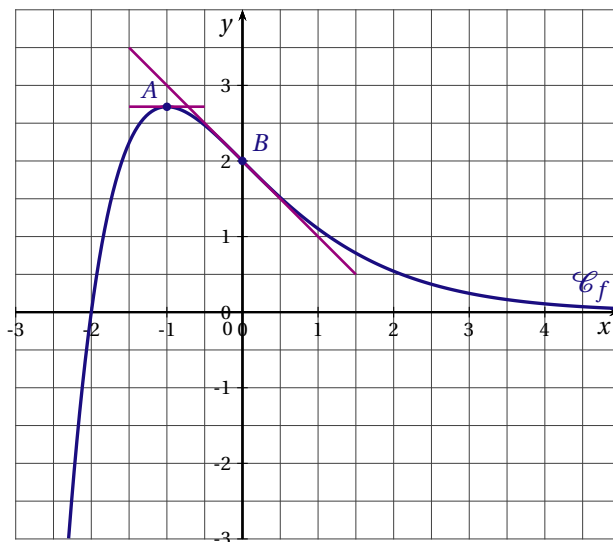
☆☆☆☆ Exercice 1

/3

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative \mathcal{C}_f d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} . On sait que :

- La tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point A d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses.
- Le point $B(0;2)$ est le seul point d'inflexion de la courbe \mathcal{C}_f .
- La tangente au point B à la courbe \mathcal{C}_f passe par le point de coordonnées $(1;1)$.

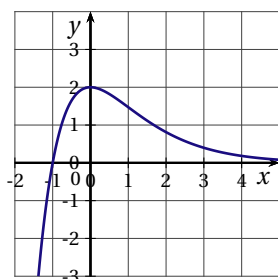
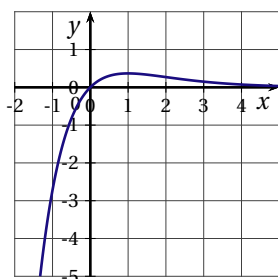
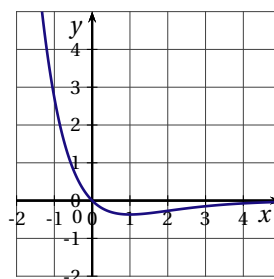
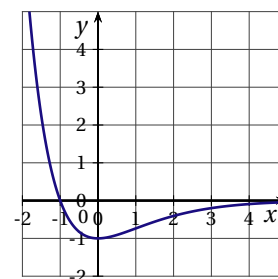
On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f .



À partir du graphique et des renseignements fournis :

1. Déterminer $f'(-1)$ et $f'(0)$.
2. Donner le tableau de variation de la fonction dérivée f' .
3. Une des quatre courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' et l'autre celle de f'' .

Déterminer la courbe qui représente la dérivée f' et celle qui représente la dérivée seconde f'' .

Courbe C_1 Courbe C_2 Courbe C_3 Courbe C_4

Partie A

Soit p la fonction définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$ par :

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$$

1. Déterminer les variations de la fonction p sur l'intervalle $[-3 ; 4]$.
2. Justifier que l'équation $p(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[-3 ; 4]$ une unique solution qui sera notée α .
3. Déterminer une valeur approchée du réel α au dixième près.
4. Donner le tableau de signes de la fonction p sur l'intervalle $[-3 ; 4]$.

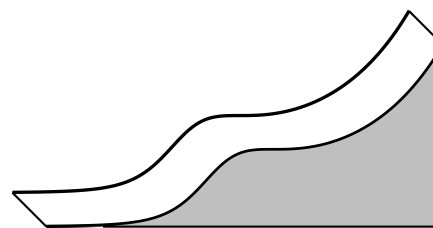
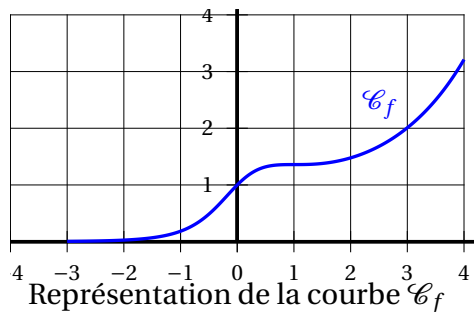
Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3 ; 4]$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. (a) Déterminer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-3 ; 4]$.
(b) Justifier que la courbe \mathcal{C}_f admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.
2. Les concepteurs d'un toboggan utilisent la courbe \mathcal{C}_f comme profil d'un toboggan. Ils estiment que le toboggan assure de bonnes sensations si le profil possède au moins deux points d'inflexion.



Vue de profil du toboggan

- (a) D'après le graphique ci-dessus, le toboggan semble-t-il assurer de bonnes sensations? Argumenter.
- (b) On admet que la fonction f'' , dérivée seconde de la fonction f , a pour expression pour tout réel x de l'intervalle $[-3 ; 4]$:

$$f''(x) = \frac{p(x)(x-1)e^x}{(1+x^2)^3}$$

où p est la fonction définie dans la partie A.

En utilisant l'expression précédente de f'' , répondre à la question : « le toboggan assure-t-il de bonnes sensations? ». Justifier.