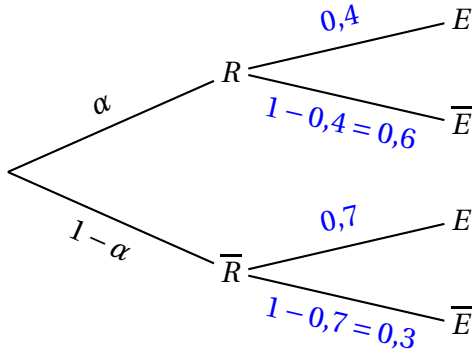


# ∞ Corrigé du devoir surveillé n°6 ∞ 7 mars septembre 2023

## Exercice 1.

1. On complète l'arbre proposé :



2. a.  $R$  et  $\bar{R}$  forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{P}(E) &= p(R \cap E) + p(\bar{R} \cap E) \\
 &= \alpha \times 0,4 + (1 - \alpha) \times 0,7 \\
 &= 0,4\alpha + 0,7 - 0,7\alpha \\
 &= 0,7 - 0,3\alpha
 \end{aligned}$$

b. La probabilité que le client loue un vélo électrique est  $p(E) = 0,58$ .

Or  $\mathbb{P}(E) = 0,7 - 0,3\alpha$ . Donc  $0,7 - 0,3\alpha = 0,58$  ce qui équivaut à  $0,7 - 0,58 = 0,3\alpha$  ou encore  $0,12 = 0,3\alpha$  soit  $\alpha = 0,4$ .

3. On sait que le client a loué un vélo électrique.

La probabilité qu'il ait loué un vélo tout terrain est :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{P}_E(\bar{R}) &= \frac{\mathbb{P}(\bar{R} \cap E)}{\mathbb{P}(E)} \\
 &= \frac{(1 - 0,4) \times 0,7}{0,58} \\
 &= \frac{0,42}{0,58} \\
 &\approx 0,72
 \end{aligned}$$

4. La probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique est :  $\mathbb{P}(\bar{R} \cap E) = 0,42$ .

5. Le prix de la location à la journée d'un vélo de route non électrique est de 25 euros, celui d'un vélo tout terrain non électrique de 35 euros. Pour chaque type de vélo, le choix de la version électrique augmente le prix de location à la journée de 15 euros.

On appelle  $X$  la variable aléatoire modélisant le prix de location d'un vélo à la journée.

a. On a quatre possibilités.

- La location d'un vélo de route non électrique coûte 25 €. Cela correspond à l'évènement  $R \cap \overline{E}$  de probabilité  $0,4 \times 0,6 = 0,24$ .
- La location d'un vélo de route électrique coûte 25 + 15 soit 40 €. Cela correspond à l'évènement  $R \cap E$  de probabilité  $0,4 \times 0,4 = 0,16$ .
- La location d'un vélo tout terrain non électrique coûte 35 €. Cela correspond à l'évènement  $\overline{R} \cap \overline{E}$  de probabilité  $0,6 \times 0,3 = 0,18$ .
- La location d'un vélo tout terrain électrique coûte 35 + 15 soit 50 €. Cela correspond à l'évènement  $\overline{R} \cap E$  de probabilité  $0,6 \times 0,7 = 0,42$ .

On établit la loi de probabilité de  $X$  :

$x_i$	25	35	40	50
$p_i = p(X = x_i)$	0,24	0,18	0,16	0,42

b. L'espérance mathématique de  $X$  est :

$$E(X) = \sum x_i \times p_i = 25 \times 0,24 + 35 \times 0,18 + 40 \times 0,16 + 50 \times 0,42 = 39,7.$$

Le coût moyen d'une location est donc de 39,70 euros.

c. Pour 100 personnes, Hugo peut envisager un bénéfice moyen de 3970 euros.

## Exercice 2.

1. On a  $f(-2) = -2$  et  $f(2) = 2$ .

2.  $f'(-1)$  désigne le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse  $-2$  :  $f'(-2) = \frac{1}{1} = 1$ .

De même  $f'(-2) = \frac{3}{-1} = -3$ .

3.  $(T_{-2})$  :  $y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$  donc  $y = 1(x+2) - 2$  soit  $(T_{-2})$  :  $y = x$ .

4.  $(T_2)$  :  $y = f'(2)(x-2) + f(2)$  donc  $y = -3(x-2) + 2$  soit  $(T_2)$  :  $y = -3x + 8$ .

5. Le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 est 2 et  $f(0) = 2$  donc :

$$(T_0) : y = 2x + 2$$