Chapitre

8

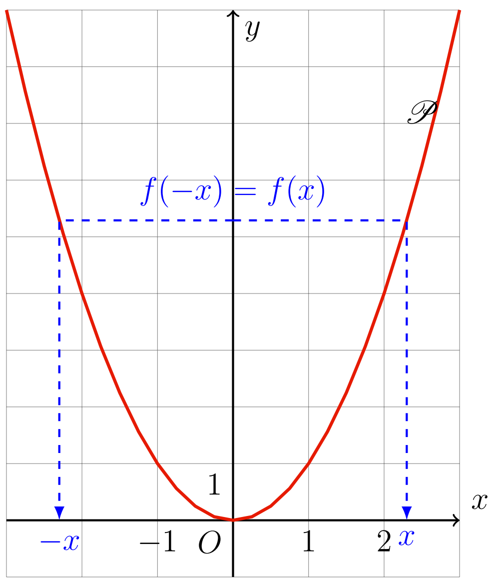
Fonction carrée, fonction racine carrée

1. La fonction carrée

1.1 Définition et premières propriétés

Définition 1.8

La **fonction carrée** est la fonction f qui à tout réel x associe son carré soit $f(x) =$ ______ et on appelle **parabole** $\mathscr{P}$ la courbe représentative de cette fonction carrée.



Propriété 1.8.

1. **Un carré** est toujours positif ou nul dans $\mathbb{R}$.
   Pour tout réel x, on a $x^2 \geqslant 0$: la parabole $\mathscr{P}$ est toujours située **au dessus de l'axe des abscisses**.

2. **Un nombre et son opposé** ont le **même** carré.
   Pour tout réel x, on a $x^2 = (-x)^2$: la parabole $\mathscr{P}$ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées : on dit que la fonction carré est **paire.**

1.2 Sens de variation de la fonction carrée

Propriété 2.8. La fonction carrée est :

1. **strictement décroissante** sur $]-\infty\,;\,0]$; autrement dit, la fonction carrée **ne conserve pas l'ordre des réels négatifs** : si $u < v \leqslant 0$ alors _________________.
2. **strictement croissante** sur $[0\,;\,+\infty[$; autrement dit, la fonction carrée **conserve l'ordre des réels positifs** : si $0 \leqslant u < v$ alors _________________.

On résume ces variations dans un tableau :

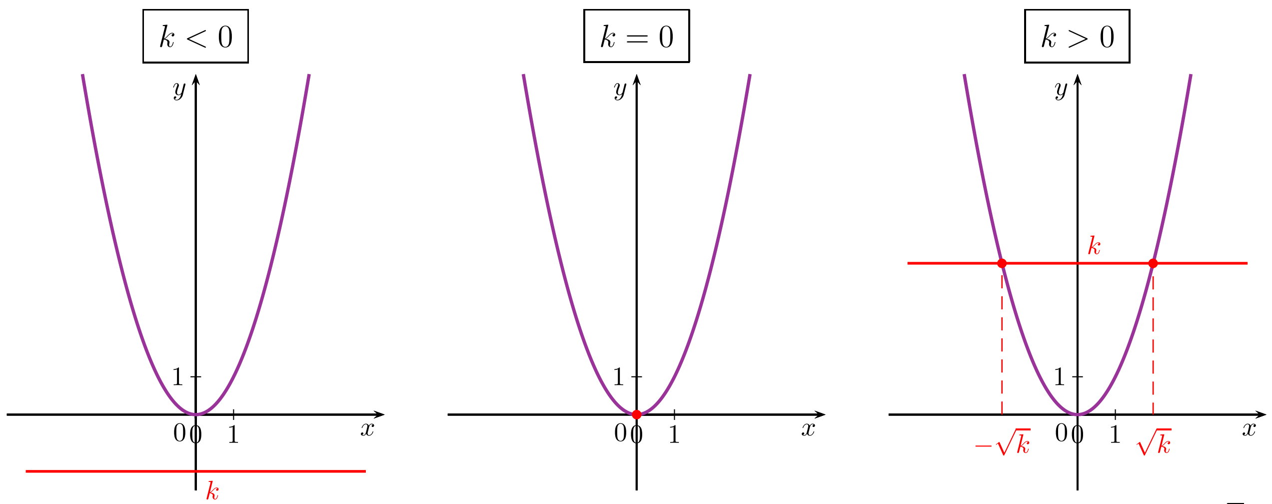
x	$-\infty$		0		$+\infty$
Variation de x^2		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Application 1.8. Sans calcul, comparer les carrés de :

1. π et $3,15$
2. $-0,96$ et $-0,8$
3. $0,2$ et $-0,3$

Propriété 3.8.

1. Si $k < 0$, comme un carré est positif, l'équation $x^2 = k$ n'a pas de solution.
2. Si $k = 0$, l'équation $x^2 = 0$ a pour unique solution $x = 0$.
3. Si $k > 0$, $x^2 = k \Leftrightarrow x^2 - k = 0 \Leftrightarrow \left(x + \sqrt{k}\right)\left(x - \sqrt{k}\right) = 0$.
   On obtient les deux solutions $x = -\sqrt{k}$ ou $x = \sqrt{k}$.



$x^2 = k$ n'a pas de solution — $x^2 = 0$ a pour unique solution 0 — $x^2 = k$ a deux solutions $-\sqrt{k}$ ou $\sqrt{k}$

Application 2.8. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

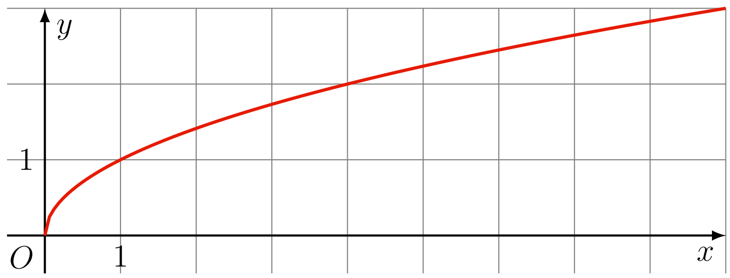
1. $x^2 = 16$
2. $x^2 = -2$
3. $x^2 = 0$

2. La fonction racine carrée

2.1 Définition et courbe représentative

Définition 2.8

La fonction **racine carré** est la fonction qui à tout réel x positif ou nul associe sa racine carré : $x \longmapsto \sqrt{x}$.



2.2 Sens de variation

Propriété 4.8. La fonction racine carrée **conserve** l'ordre dans les réels positifs.
Autrement dit, si $0 \leqslant u < v$ alors $\sqrt{u} < \sqrt{v}$, elle est donc **strictement croissante** sur $[0\,;\,+\infty[$.

x	0	$+\infty$
Variation de $\sqrt{x}$	0	$\nearrow$

Application 3.8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $\sqrt{x} < 2$
2. $\sqrt{x} - 3 \geqslant 0$

Propriété 5.8. Pour tous nombres réels a et b positifs :

1. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
2. Si $b \neq 0$, $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
3. Si a et b sont non nuls, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Application 4.8.

1. Écrire $\sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{3}$.
2. Simplifier $\sqrt{\dfrac{9}{25}}$.
3. Démontrer que $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$ est un entier.