○○○ **Exercice 131.**
Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \displaystyle\int_1^4 \frac{3}{x}\, dx$
2. $J = \displaystyle\int_0^2 -3t^2 + 1\, dt$
3. $K = \displaystyle\int_0^1 (s+1)^2\, ds$
4. $L = \displaystyle\int_0^{\frac{1}{4}} \mathrm{e}^{2y}\, dy$

●○○ **Exercice 132.**
Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \displaystyle\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{t}}\, dt$
2. $J = \displaystyle\int_0^5 \frac{1}{u+3}\, du$
3. $K = \displaystyle\int_1^2 -\frac{2}{x^3}\, dx$
4. $L = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\, dx$

●○○ **Exercice 133.**
Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \displaystyle\int_0^2 -2t^3 + 4t^2 - 5t\, dt$
2. $J = \displaystyle\int_{10}^{12} \frac{2u}{u^2-8}\, du$
3. $K = \displaystyle\int_1^2 6x(x^2+4)^3\, dx$
4. $L = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\sin\left(3y + \frac{\pi}{2}\right)\, dy$

●○○ **Exercice 134.**
Sans chercher à la calculer, donner le signe de chaque intégrale suivante :

1. $I = \displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{-x^3}\, dx$
2. $J = \displaystyle\int_1^3 (\ln(t))^4\, dt$
3. $K = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(t)\, dt$
4. $L = \displaystyle\int_1^4 (1-y)\sqrt{1+y}\, dy$

●○○ **Exercice 135.**
On note I l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{3x+4}{x+1}\, dx$.

1. Démontrer que pour tout réel x,
$$\frac{3x+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1}.$$
2. En déduire la valeur exacte de I puis une valeur approchée au dixième.
3. À l'aide d'un raisonnement analogue, calculer :
$$J = \int_0^1 \frac{2x-5}{x+1}\, dx.$$

●○○ **Exercice 136.**
Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \displaystyle\int_0^1 -3\mathrm{e}^{-3x}\, dx$
2. $J = \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \pi\cos(\pi x)\, dx$
3. $K = \displaystyle\int_{-1}^1 15t^4(t^5+2)^3\, dt$
4. $L = \displaystyle\int_0^1 -\frac{1}{(y+1)^2}\, dy$
5. $M = \displaystyle\int_1^3 \frac{2x^3 - x^2 + 4}{x}\, dx.$

●●○ **Exercice 137.**
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ et la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$.

1. Démontrer que $I_1 = \displaystyle\int_0^1 f(x)\, dx = \frac{1}{2}\ln(2)$.
2. Soit $I_2 = \displaystyle\int_0^1 g(x)\, dx$.
   (a) Calculer $I_2 + I_1$.
   (b) En déduire la valeur de I_2.

●○○ **Exercice 138.**
Soit f une fonction dont le tableau de variation est donné ci-après :

x	-6		1		3		7
Variation de f			7				-1
	4	$\nearrow$		$\searrow$	-3	$\nearrow$	

1. Donner le signe de $\displaystyle\int_{-6}^1 f(t)\, dt$.
2. Donner le signe de $\displaystyle\int_3^5 f(t)\, dt$.
3. Donner un encadrement de $\displaystyle\int_{-6}^1 f(t)\, dt$.
4. Donner un encadrement de $\displaystyle\int_3^5 f(t)\, dt$.
5. Peut-on connaître le signe de $\displaystyle\int_1^3 f(t)\, dt$? Justifier.

○○○ **Exercice 139.**

1. Démontrer que la fonction G définie sur $]0\,;+\infty[$ par $G(x) = (x^2+x)\ln(x)$ est une primitive de la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = x+1+(2x+1)\ln(x)$ sur $[1\,;\,2]$.
2. En déduire la valeur de $I = \displaystyle\int_1^2 g(x)\,dx$.

●●○ **Exercice 140.**

En utilisant une intégration par parties, calculer :

1. $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin(x)\,dx$.
2. $\displaystyle\int_0^1 x\mathrm{e}^x\,dx$.
3. $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} x\ln(x)\,dx$.

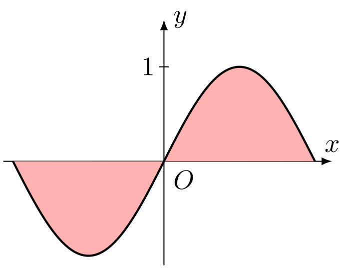
●●○ **Exercice 141.**

En utilisant une intégration par parties, calculer :

1. $\displaystyle\int_0^{\pi} x\mathrm{e}^{-2x}\,dx$.
2. $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \ln(x)\,dx$.

●○○ **Exercice 142.**

On considère la surface colorée ci-dessous construite dans un repère orthonormé avec la courbe de la fonction f définie sur $[-\pi\,;\,\pi]$ par $f(x) = \sin(x)$.



Calculer son aire en unité d'aire du repère.

●●● **Exercice 143.**

Pour tout entier naturel n, on pose :

$$u_n = \int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{nt}}{1+\mathrm{e}^t}\,dt.$$

1. Calculer u_1.
2. Simplifier $u_1 + u_0$ puis en déduire u_0.
3. Démontrer que pour tout entier naturel n ;
$$u_{n+1} + u_n = \frac{\mathrm{e}^n - 1}{n}.$$
4. Démontrer que pour tout entier naturel n,
$$u_{n+1} - u_n = \int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{nt}(\mathrm{e}^t-1)}{1+\mathrm{e}^t}\,dt.$$
En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

●●● **Exercice 144.**

Pour tout entier naturel n non nul, on considère la suite (I_n) définie par :

$$I_n = \int_0^1 x^n\mathrm{e}^{x^2}\,dx.$$

1. Démontrer que la suite (I_n) est minorée par 0.
2. Montrer que la suite (I_n) est décroissante. Qu'en déduire pour la suite (I_n) ?
3. Montrer que pour tout entier naturel non nul,
$$\frac{1}{n+1} \leqslant I_n \leqslant \frac{\mathrm{e}}{n+1}.$$
4. En déduire la limite de la suite (I_n).

●●● **Exercice 145.**

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \int_0^1 (1-t)^n\mathrm{e}^t\,\mathrm{d}t$$

1. Vérifier que $u_0 = \mathrm{e} - 1$.
2. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que, pour tout entier naturel n,
$$u_{n+1} = (n+1)u_n - 1$$
3. En déduire la valeur de u_1 et de u_2.
4. Soient f_2 et f_1 les fonctions définies sur $[0\,;\,1]$ respectivement par $f_1(x) = (1-x)\mathrm{e}^x$ et $f_2(x) = (1-x)^2\mathrm{e}^x$.
   (a) Étudier sur $[0\,;\,1]$ la position relative des courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ associées respectivement aux fonctions f_1 et f_2.
   (b) En déduire l'aire de la surface délimitée par les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.