CHAPITRE

5

Résolution graphique d'équations, d'inéquations

5.1 Résolution graphique d'équations

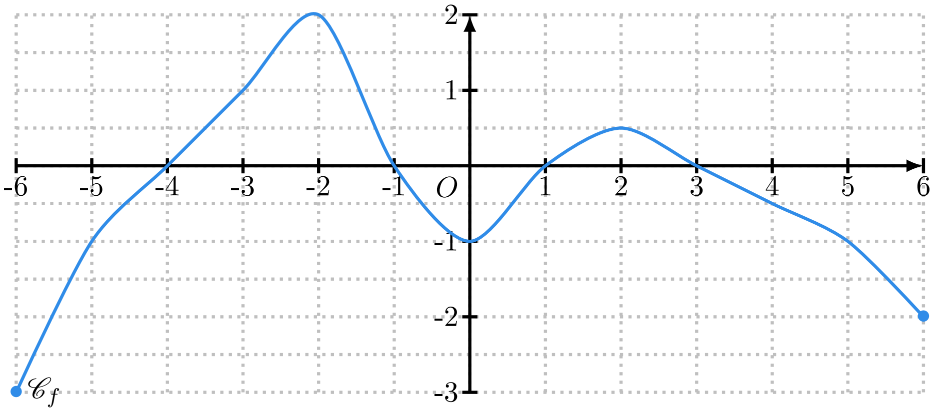
5.1.1 Équations du type $f(x) = k$

Ce genre d'équations a déjà été traité dans le chapitre précédent :

Méthode

1. On trace, si besoin (si elle n'est pas donnée), $\mathscr{C}_f$ dans un repère (orthogonal) ;
2. on trace la droite d'équation $y = k$, c'est-à-dire la droite passant par le point de coordonnées $(0\,;\,k)$ et parallèle à l'axe des abscisses ;
3. on recherche les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de la droite d'équation $y = k$.

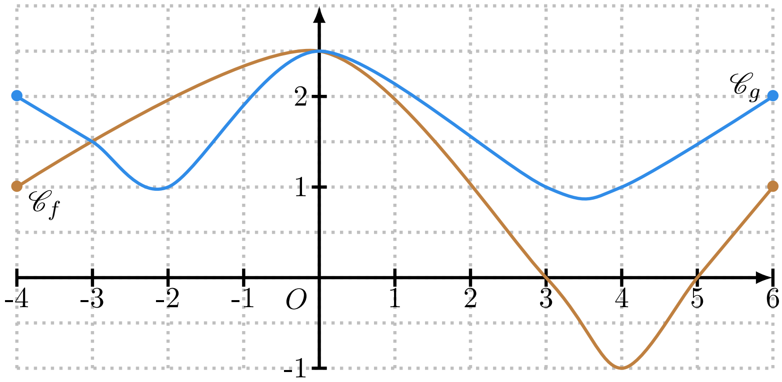
Exemple 1.5.
Résoudre sur l'intervalle $[-6\,;\,6]$ l'équation $f(x) = -1$:



5.1.2 Équation du type $f(x) = g(x)$

On cherche à résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. Cela revient à chercher graphiquement (pour le moment) les éléments de l'ensemble de départ qui ont *même image* par f et g dont les courbes sont notées respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$. Autrement dit, on cherche les *abscisses* des points d'intersection éventuels entre $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exemple 2.5.
Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$:



5.2 Résolution graphique d'inéquations

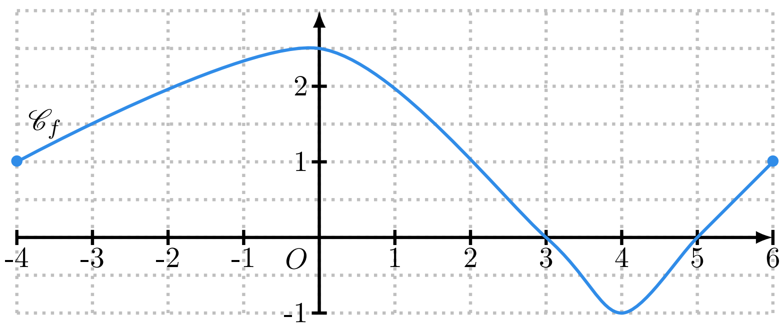
5.2.1 Premier type

On souhaite résoudre graphiquement les inéquations de la forme $f(x) \leqslant k$.

Méthode

1. On trace $\mathscr{C}_f$ dans un repère (orthogonal) ;
2. on trace la droite d'équation $y = k$, c'est-à-dire la droite passant par le point de coordonnées $(0\,;\,k)$ et parallèle à l'axe des abscisses ;
3. on recherche les points de la courbe situés *sous* la droite ;
4. l'ensemble des solutions est constitué des abscisses de ces points.

Exemple 3.5.
Résoudre graphiquement l'équation $f(x) \leqslant 1$:



▶ **Note 1.5.**

1. On résout de la même façon les inéquations du type $f(x) \geqslant k$.
   On retient alors les abscisses des points situés *au-dessus* de la droite d'équation $y = k$.
   Dans l'exemple précédent,
   $$f(x) \geqslant 1 \iff x \in \underline{\hspace{3cm}}$$

2. De même pour les inéquations strictes $f(x) < k$ ou $f(x) > k$ on *exclura* alors les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite. Dans l'exemple précédent,
   $$f(x) < 2 \iff \underline{\hspace{3cm}}$$

5.2.2 Deuxième type

On souhaite résoudre les inéquations de la forme $f(x) \leqslant g(x)$.

Méthode

1. On commence par tracer soigneusement les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un repère orthogonal ;
2. l'ensemble des solutions est constitué des abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ situés en dessous de $\mathscr{C}_g$.

Exemple 4.5.
Reprenons l'exemple 2.5 et résolvons l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

▶ **Note 2.5.**

1. On résout de la même manière les inéquations du type $f(x) \geqslant g(x)$.
   On retient alors les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés au dessus de $\mathscr{C}_g$.

   Dans l'exemple 2.5 $f(x) \geqslant g(x) \iff \underline{\hspace{6cm}}$.

2. De même pour les inégalités strictes $f(x) > g(x)$ ou $f(x) < g(x)$, on exclura alors les abscisses des points d'intersection des deux courbes.

   Dans l'exemple 2.5,
   $$f(x) < g(x) \iff \underline{\hspace{6cm}}.$$

