09/11/2022 Maths expertes

Devoir surveillé n°3

Exercice 1.

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1.
$$3iz - 1 = 5z - 1$$

2.
$$(4-\overline{z})(\overline{z}-5+i)=0$$
 3. $3z-2\overline{z}=-5+i$

3.
$$3z - 2\overline{z} = -5 + i$$

Exercice 2.

Résoudre dans $\mathbb C$ les équations suivantes :

1.
$$z^2 - 6z + 13 = 0$$

2.
$$iz = \sqrt{3}z^2$$

3.
$$9z^2 + 49 = 0$$

Exercice 3.

On considère le polynôme $P(z) = z^3 - (16 - i)z^2 + (89 - 16i)z + 89i$.

- 1. Démontrer que -i est une racine de P.
- 2. Déterminer les trois réels a, b et c tels que : $P(z) = (z + i)(az^2 + bz + c)$.
- 3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation P(z) = 0.

Exercice 4.

On considère le polynôme P défini sur \mathbb{C} par $P(z)=z^4+\mathrm{i} z^3-125z-125\mathrm{i}$ où z est un complexe.

- 1. Démontrer que pour tout complexe z, $P(z) = (z + i)(z^3 125)$.
- 2. Factoriser au maximum P(z).

Exercice 5.

On considère l'équation d'inconnue z complexe : (E) : $iz^2 + (4i - 3)z + i - 5 = 0$.

- 1. Calculer $(1-2i)^2$.
- 2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E).