1. Relation de récurrence

○○○ **Exercice 48.**
On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = 3$.

1. Écrire la relation de récurrence de la suite (u_n).
2. Calculer u_1 et u_2.

○○○ **Exercice 49.**
On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 10$ et de raison $q = 1,3$.

1. Écrire la relation de récurrence de la suite (u_n).
2. Calculer u_1 et u_2.

●○○ **Exercice 50.**
On considère la suite géométrique (u_n) telle que $u_0 = 3$ et $u_1 = 12$.

1. Calculer la raison q de cette suite géométrique.
2. Écrire la relation de récurrence de la suite (u_n).

●○○ **Exercice 51.**
On considère la suite géométrique (u_n) telle que $u_0 = 4$ et $u_3 = 32$.

1. Calculer la raison q de cette suite géométrique.
2. Écrire la relation de récurrence de la suite (u_n).

2. Utiliser la forme explicite

●○○ **Exercice 52.**
On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 4$.

1. Écrire la formule explicite de cette suite géométrique.
2. Calculer u_1 et u_2.

●○○ **Exercice 53.**
On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 50$ et de raison $q = 0,8$.

1. Écrire la formule explicite de cette suite géométrique.
2. Calculer u_1 et u_2.

●○○ **Exercice 54.**
Les suites ci-dessous sont définies pour tout entier naturel n et sont des suites géométriques.
Déterminer leur premier terme et leur raison.

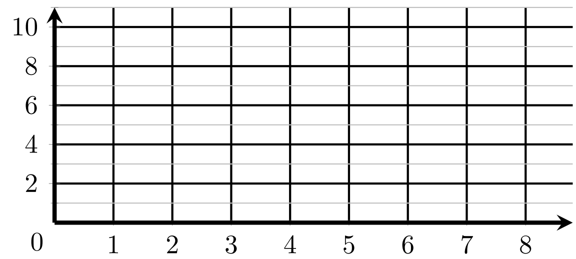
1. $u_n = 3 \times 0,8^n$
2. $v_n = 5,2 \times 7^n$
3. $w_n = 4 \times 1,2^n$

●○○ **Exercice 55.**
On considère la suite géométrique vérifiant $u_2 = 6$ et de raison $q = 2$

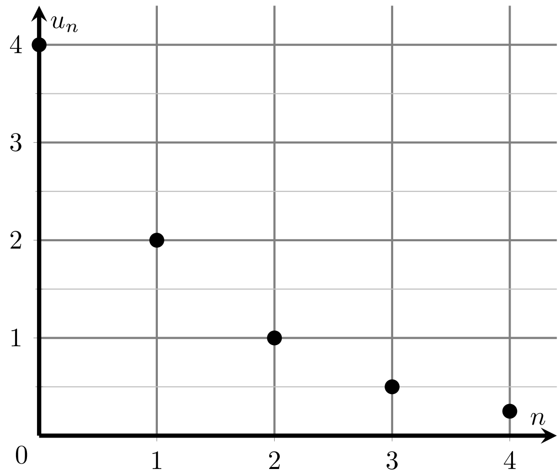
1. Écrire la formule explicite de la suite (u_n).
2. Calculer u_3 et u_6.

3. Représentation graphique

●○○ **Exercice 56.**
Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = 2$:



●●○ **Exercice 57.**
On a tracé ci-dessous les premiers termes d'une suite géométrique :



1. Lire graphiquement la valeur de u_0 et de u_1.
2. Déterminer la raison de la suite géométrique.
3. Déterminer l'expression explicite de cette suite géométrique.

5. Problèmes

●●○ **Exercice 58.**
En 2022, le taux d'inflation en France était de $5,6\%$.
On suppose que le taux d'inflation reste constant chaque années suivante.
En 2022, un produit coûtait 150 €.
On note P_n le prix du produit de l'année $2022+n$, on a donc $P_0 = 150$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n on a $P_n = 150 \times 1,056^n$.

2. Quel sera le prix de ce produit en 2028 si le taux d'inflation reste inchangé ? *Arrondir au centime d'euro.*

●●○ Exercice 59.
Un biologiste étudie une population de bactéries dans un milieu fermé. À l'instant initial, il y a 10 000 bactéries et la population augmente de 15 % par heure.

On modélise la situation par une suite (u_n) pour laquelle, pour tout entier naturel n, u_n représente une estimation du nombre de bactéries au bout de n heures. On a donc $u_0 = 10000$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n on a $u_n = 10\,000 \times 1,15^n$.
2. Quel sera le nombre de bactéries au bout de 10 heures ?
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la première heure à partir de laquelle la population de bactéries aura décuplé.

●●● Exercice 60.
Durant l'été, une piscine extérieure perd chaque semaine 4 % de son volume d'eau par évaporation. On étudie ici un bassin qui contient 80 m^3 après son remplissage.

1. Montrer par un calcul que ce bassin contient $76,8$ m^3 d'eau une semaine après son remplissage.
2. On ne rajoute pas d'eau dans le bassinet l'eau continue à s'évaporer. On modélise le volume d'eau contenue dans la piscine par une suite (V_n) : pour tout entier naturel n, on note V_n la quantité d'eau en m^3 contenue dans la piscine n semaines après son remplissage. Ainsi $V_0 = 80$.
   (a) Justifier que pour tout entier naturel n, $V_{n+1} = 0,96V_n$ et préciser la nature de la suite (V_n) ainsi définie.
   (b) Donner une expression de V_n en fonction de n.
   (c) Quelle quantité d'eau contient le bassin au bout de 7 semaines ?

6. Calculer avec une fonction exponentielle

○○○ Exercice 61.
Soit la fonction f définie pour tout réel x positif par $f(x) = 4^x$.

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
2. Donner une valeur approchée au centième de :
   $f(0,2)$ et $f(1,7)$.
3. Comparer $f(0,5)$ et $\sqrt{4}$.

●○○ Exercice 62.
Dans chaque cas, écrire le résultat sous la forme $1,3^x$ où x est un nombre réel :

1. $1,3^3 \times 1,3^{2,4}$
2. $\dfrac{1,3^{1,7}}{1,3^{-2,4}}$
3. $\left(1,3^{5,1}\right)^6$

●○○ Exercice 63.
Dans chaque cas, écrire le résultat sous la forme $0,69^x$ où x est un nombre réel :

1. $0,69^{2,4} \times 0,69^{2,5}$
2. $\dfrac{0,69^{1,5}}{0,69^{2,8}}$
3. $\left(0,69^{1,1}\right)^{1,1}$

●○○ Exercice 64.
On considère la fonction exponentielle de base $a = 2,6$.

1. Donner l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
2. Donner l'expression de $f(1,3)f(2,4)$ sous la forme $2,6^x$.

●○○ Exercice 65.
On considère la fonction exponentielle de base $a = 0,35$.

1. Donner l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
2. Donner l'expression de $\dfrac{f(3,5)}{f(1,5)}$ sous la forme $0,35^x$.

●●○ Exercice 66.
Résoudre dans $[0\,;+\infty[$ les équations suivantes. Donner la valeur exacte des solutions puis en donner une valeur approchée au dixième près si besoin :

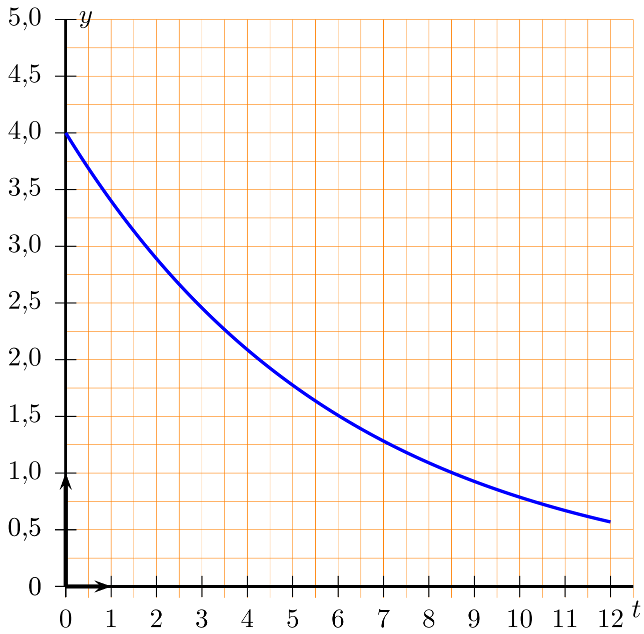
1. $x^6 = 21$
2. $x^3 = 8$
3. $x^4 = 32$
4. $x^7 = 160$

●●● Exercice 67.
Le taux d'insuline d'une personne pendant les deux premières heures suivant le repas, taux exprimé en μU.mL^{-1}) est donné en fonction du temps t (en heures) par la fonction f définie sur $[0\,;2]$ par $f(t) = 0,4 \times 10^t + 90$.

1. Quel est le taux d'insuline au départ, soit à l'instant $t = 0$.
2. Calculer le taux d'insuline au bout d'une heure et quart.
3. Calculer ce taux deux heures après la fin du repas.

●●● Exercice 68.
Un médicament est administré en intraveineuse. Un laboratoire étudie le processus d'absorption de ce médicament par l'organisme pendant les 12 heures qui suivent l'injection.

La quantité de produit présent dans le sang est exprimée en cm^3. Le temps t est exprimé en heures. La quantité de produit présent dans le sang, en fonction du temps t, est donnée par $f(t) = 4 \times 0,85^t$ où t désigne un nombre réel appartenant à l'intervalle $[0\,;12]$. On a représenté ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. Calculer la quantité de produit à l'instant initial $t = 0$.
2. Déterminer graphiquement la quantité de produit présent dans le sang au bout de 7 heures.
3. Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la quantité de produit présent dans le sang aura diminué de 25 %.
4. Le laboratoire indique que le médicament n'est plus efficace lorsque la quantité de produit présent dans le sang est inférieure à 1 cm^3. Déterminer graphiquement la durée d'efficacité de ce médicament.