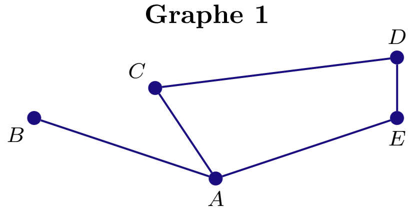
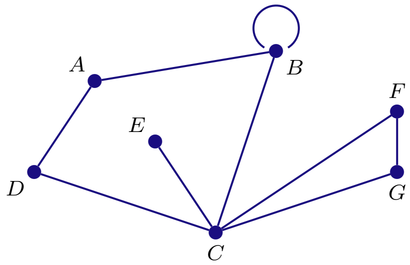
●○○ Exercice 113.
Pour chacun des graphes suivants, répondre aux questions suivantes :

1. Quel est l'ordre du graphe ?
2. Quel est le degré de chacun des sommets ?
3. Quel est le nombre d'arêtes ?

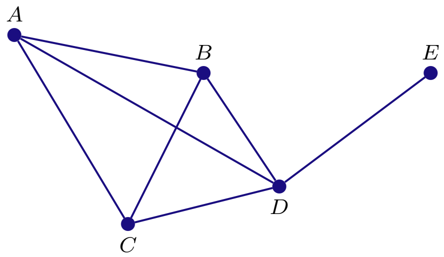
Graphe 1



Graphe 2



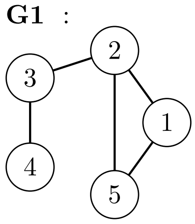
●○○ Exercice 114.
On considère le graphe ci-dessous :



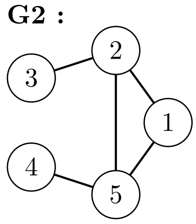
1. Quel est l'ordre du graphe ?
2. Le graphe est-il complet ?
3. Déterminer un sous-graphe complet :
   (a) d'ordre 2 ;
   (b) d'ordre 3 ;
   (c) d'ordre 4.

●○○ Exercice 115.
Dire si le graphe indiqué admet au moins une chaîne eulérienne et dans l'affirmative indiquez-en une :

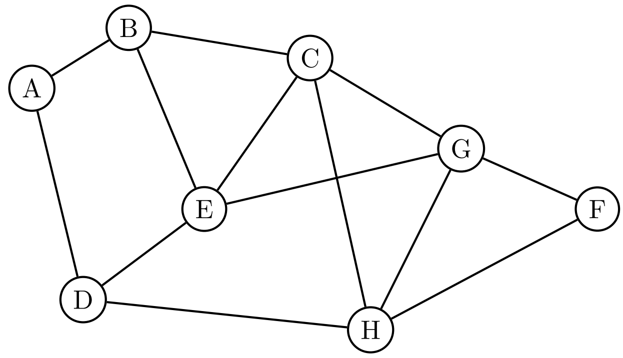
1. **G1** :



2. **G2 :**



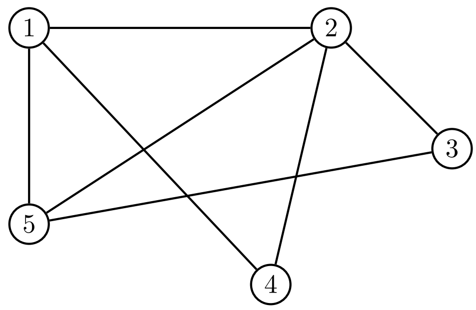
●●○ Exercice 116.
Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête) :



1. Déterminer, en justifiant, si le graphe $\mathcal{G}$ est :
   (a) complet ;
   (b) connexe ;
   (c) simple.
2. (a) Justifier qu'il est possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute.
   (b) Citer un trajet de ce type.

●●○ Exercice 117.
Un parc de loisirs propose à ses visiteurs des parcours d'accrobranches.

Les différents parcours sont modélisés par le graphe Γ ci-dessous où les sommets correspondent aux cinq arbres marquant leurs extrémités. Chaque parcours est représenté par une arête du graphe et peut être réalisé dans les deux sens.



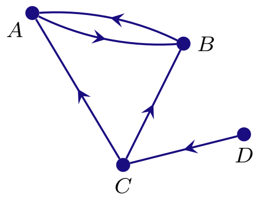
1. Déterminer, en justifiant, si le graphe Γ est :
   (a) complet ;
   (b) connexe.
2. L'organisateur du parc de loisirs souhaite que les visiteurs puissent, s'ils le souhaitent, réaliser un itinéraire complet d'accrobranches, c'est-à-dire un itinéraire empruntant une fois et une seule chaque par-

cours et en commençant cet itinéraire par l'arbre numéro 1.

Justifier que ce souhait est réalisable et proposer un tel itinéraire.

●○○ Exercice 118.

On considère le graphe orienté ci-dessous :

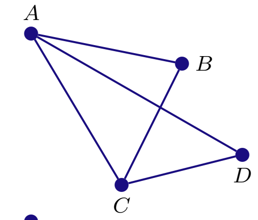


1. Quel est son ordre ?
2. Quel est le degré entrant du sommet A ?
3. Quel est le degré sortant du sommet B ?
4. Déterminer une chaîne de longueur 3 reliant les sommets D et A.

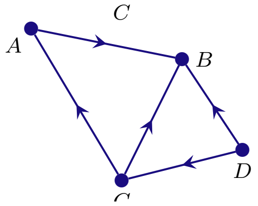
●○○ Exercice 119.

Déterminer la matrice d'adjacence des graphes suivants :

1. Graphe 1 :



2. Graphe 2 :



●○○ Exercice 120.

On considère la matrice d'adjacence d'un graphe G :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Quel est l'ordre du graphe G ?
2. Le graphe G est-il non orienté ? Justifier.
3. Dessiner un graphe possible.

●●○ Exercice 121.

La matrice d'un graphe non orienté $\mathcal{G}$ de sommets A, B, C, D, E est la matrice M suivante :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Sans dessiner le graphe, répondre aux questions suivantes en justifiant la réponse à l'aide de la matrice M suivante :

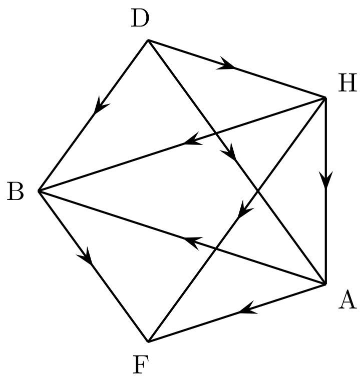
1. Quel est l'ordre du graphe ?
2. Quel est le nombre d'arêtes du graphe G ?
3. Le graphe G est-il complet ?
4. Le graphe G est-il simple ?
5. Donner le degré de chacun des sommets du graphe.
6. Le graphe admet-il une chaîne eulérienne ?
7. Le graphe admet-il un cycle eulérien ?

●●○ Exercice 122.

Un parcours sportif est composé d'un banc pour abdominaux, de haies et d'anneaux. Le graphe orienté ci-contre indique les différents parcours conseillés partant de D et terminant à F.

Les sommets sont : D (départ), B (banc pour abdominaux), H (haies), A (anneaux) et F (fin du parcours).

Les arêtes représentent les différents sentiers reliant les sommets.



1. Quel est l'ordre du graphe ?
2. On note M la matrice d'adjacence de ce graphe où les sommets sont rangés dans l'ordre alphabétique.

   (a) Déterminer M.

   (b) On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

   Assia souhaite aller de D à F en faisant un parcours constitué de 3 arêtes.

   Est-ce possible ? Si oui, combien de parcours différents pourra-t-elle emprunter ?

   Préciser ces trajets.