1. Dérivée d'une fonction

●○○ **Exercice 72.**

1. Soient f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
   — $f(x) = 6 + x$
   — $g(x) = x^2 + 4$
   — $h(x) = x^3 + x$
   Calculer $f'(x)$, $g'(x)$ et $h'(x)$.
2. Soient u, v et w trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
   — $u(x) = 3x$
   — $v(x) = -6x^2$
   — $w(x) = -5x^3$
   Calculer $u'(x)$, $v'(x)$ et $w'(x)$.

●●○ **Exercice 73.**

1. Soient f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
   — $f(x) = x - 7$
   — $g(x) = x^2 + x$
   — $h(x) = x^3 + x^2 - 8$
   Calculer $f'(x)$, $g'(x)$ et $h'(x)$.
2. Soient u, v et w trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
   — $u(x) = -4x$
   — $v(x) = -\dfrac{3}{7}x^2$
   — $w(x) = \dfrac{8}{3}x^3$
   Calculer $u'(x)$, $v'(x)$ et $w'(x)$.

●○○ **Exercice 74.**

Soient f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
— $f(x) = x^2 - 3x + 6$
— $g(x) = x^3 - 5x^2 + 2x$
— $h(x) = 3x^3 + 3x^2 - 5x + 11$
Calculer $f'(x)$, $g'(x)$ et $h'(x)$.

●●○ **Exercice 75.**

Soient f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
— $f(x) = \dfrac{4}{21}x^3 - \dfrac{1}{4}x^2 + x - 18$
— $g(x) = \dfrac{1}{7}x^3 - \dfrac{3}{4}x^2 - x + 5$
— $h(x) = f(x) + g(x)$
Calculer $f'(x)$, $g'(x)$ et $h'(x)$.

2. Signe de la dérivée et sens de variation

○○○ **Exercice 76.**

Soit f une fonction définie sur $[2\,;\,8]$ donc on donne ci-dessous le tableau de signes de la dérivée.
Compléter le tableau de variations de f.

x	2		3		8
Signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f					

●○○ **Exercice 77.**

Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 5x^2 - 1$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier que $f'(x) \geqslant 0$ pour tout x de $[0\,;\,+\infty[$.
3. En déduire le sens de variation de f sur $[0\,;\,+\infty[$.

●○○ **Exercice 78.**

La fonction p est définie sur $\mathbb{R}$ par :
$p(x) = x^3 + \dfrac{3}{2}x^2 - 6x + 1$ dont la dérivée s'écrit $p'(x) = (3x - 3)(x + 2)$.

1. Dresser le tableau de signes de $p'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
2. Donner un intervalle sur lequel p est croissante.

●●○ **Exercice 79.**

La fonction p est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$m(x) = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x + 7$$

1. Calculer la dérivée $m'(x)$.
2. Vérifier que cette dérivée s'écrit :
$$m'(x) = (3x - 1)(x + 2)$$
3. Dresser le tableau de signes de $m'(x)$.
4. Donner un intervalle sur lequel m est croissante.

3. Problèmes

●●○ Exercice 80.
Un projectile est éjecté d'un canon. La hauteur (en mètre) atteinte par le projectile en fonction du nombre t de secondes à partir de l'éjection du projectile est modélisée par la fonction h définie sur $[0\,;\,80]$ par :

$$h(t) = -0,03t^2 + 2,4t + 0,5$$

1. À quelle hauteur se situe le projectile au moment où il est éjecté ?
2. Justifier que $h'(t) = -0,06t + 2,4$.
3. Résoudre sur $[0\,;\,80]$, l'inéquation $h'(t) \geqslant 0$.
4. Compléter le tableau de variation donné ci-dessous :

t	0	40	80
Signe de $h'(t)$		0	
Variations de h			

5. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le projectile ?

●●○ Exercice 81.
On s'intéresse à une modélisation de la propagation de l'épidémie de la grippe en France durant l'hiver 2022 - 2023.

Les relevés statistiques, fournis par le réseau Sentinelle, du nombre de cas pour 100 000 habitants sur la période du 29 décembre 2014 au 1er mars 2015 ont permis de mettre en évidence une courbe de tendance, à l'aide d'un tableur.

Soit f la fonction définie, pour tout $x \in [2\,;\,10]$, par

$$f(x) = -30x^2 + 360x - 360.$$

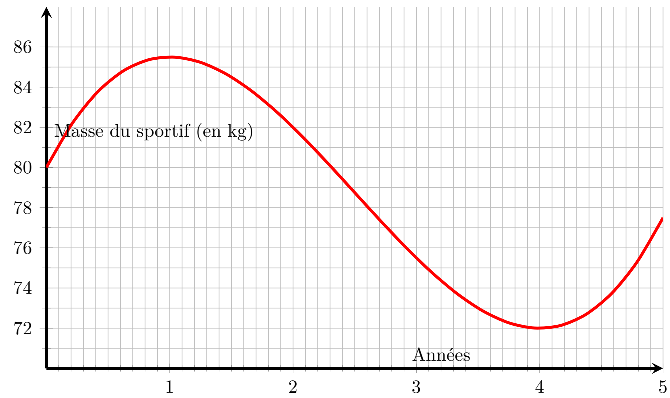
On admet que $f(x)$ modélise le nombre de malades déclarés pour 100 000 habitants au bout de x semaines écoulées depuis le début de l'épidémie.

1. Vérifier que $f'(x) = -60x + 360$.
2. Résoudre sur $[2\,;\,10]$ l'inéquation $f'(x) \leqslant 0$.
3. Compléter le tableau de variation donné ci-dessous :

x	0	6	10
Signe de $f'(x)$		0	
Variations de f			

4. Quel est le nombre maximal de malades ? Au bout de combien de semaines ce nombre est maximal ?

●●○ Exercice 82.
La courbe C tracée ci-dessous représente la masse, en kilogramme, d'un sportif en fonction du temps, exprimé en nombre d'années, sur une période de 5 ans.



1. Déterminer, sur la période étudiée, le nombre de mois pendant lesquels le sportif pèse plus de 85 kilogrammes. On répondra avec la précision permise par le graphique.

On admet que la courbe C est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 5]$ par :

$$f(x) = x^3 - 7,5x^2 + 12x + 80$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

2. Déterminer $f'(x)$.
3. Montrer que $f'(x) = (x - 1)(3x - 12)$.
4. (a) Établir le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 5]$.
   (b) En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 5]$.
   (c) Déterminer la masse minimale et la masse maximale du sportif sur la période étudiée.