

○○○ **Exercice 131.**

Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \int_1^4 \frac{3}{x} dx$
2. $J = \int_0^2 -3t^2 + 1 dt$
3. $K = \int_0^1 (s+1)^2 ds$
4. $L = \int_0^{\frac{1}{4}} e^{2y} dy$

●○○ **Exercice 132.**

Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{t}} dt$
2. $J = \int_0^5 \frac{1}{u+3} du$
3. $K = \int_1^2 -\frac{2}{x^3} dx$
4. $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$

●○○ **Exercice 133.**

Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \int_0^2 -2t^3 + 4t^2 - 5t dt$
2. $J = \int_{10}^{12} \frac{2u}{u^2 - 8} du$
3. $K = \int_1^2 6x(x^2 + 4)^3 dx$
4. $L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \sin\left(3y + \frac{\pi}{2}\right) dy$

●○○ **Exercice 134.**

Sans chercher à la calculer, donner le signe de chaque intégrale suivante :

1. $I = \int_0^1 e^{-x^3} dx$
2. $J = \int_1^3 (\ln(t))^4 dt$
3. $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(t) dt$
4. $L = \int_1^4 (1-y)\sqrt{1+y} dy$

●○○ **Exercice 135.**

On note I l'intégrale $\int_0^1 \frac{3x+4}{x+1} dx$.

1. Démontrer que pour tout réel x ,

$$\frac{3x+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1}.$$
2. En déduire la valeur exacte de I puis une valeur approchée au dixième.
3. À l'aide d'un raisonnement analogue, calculer :

$$J = \int_0^1 \frac{2x-5}{x+1} dx.$$

●○○ **Exercice 136.**

Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \int_0^1 -3e^{-3x} dx$
2. $J = \int_0^{\frac{1}{2}} \pi \cos(\pi x) dx$
3. $K = \int_{-1}^1 15t^4(t^5 + 2)^3 dt$
4. $L = \int_0^1 -\frac{1}{(y+1)^2} dy$
5. $M = \int_1^3 \frac{2x^3 - x^2 + 4}{x} dx.$

●○○ **Exercice 137.**

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ et la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$.

1. Démontrer que $I_1 = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \ln(2)$.
2. Soit $I_2 = \int_0^1 g(x) dx$.
 (a) Calculer $I_2 + I_1$.
 (b) En déduire la valeur de I_2 .

●○○ **Exercice 138.**

Soit f une fonction dont le tableau de variation est donné ci-après :

x	-6	1	3	7
Variation de f	4	↗ 7 ↘	-3	↗ -1

1. Donner le signe de $\int_{-6}^1 f(t) dt$.
2. Donner le signe de $\int_3^5 f(t) dt$.
3. Donner un encadrement de $\int_{-6}^1 f(t) dt$.
4. Donner un encadrement de $\int_3^5 f(t) dt$.
5. Peut-on connaître le signe de $\int_1^3 f(t) dt$? Justifier.

○○ Exercice 139.

1. Démontrer que la fonction G définie sur $]0; +\infty[$ par $G(x) = (x^2 + x) \ln(x)$ est une primitive de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x + 1 + (2x + 1) \ln(x)$ sur $[1; 2]$.
2. En déduire la valeur de $I = \int_1^2 g(x) dx$.

●● Exercice 140.

En utilisant une intégration par parties, calculer :

1. $\int_0^\pi x \sin(x) dx$.
2. $\int_0^1 x e^x dx$.
3. $\int_1^e x \ln(x) dx$.

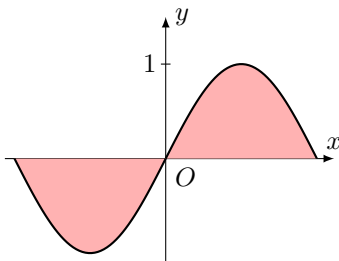
●● Exercice 141.

En utilisant une intégration par parties, calculer :

1. $\int_0^\pi x e^{-2x} dx$.
2. $\int_1^e \ln(x) dx$.

○○ Exercice 142.

On considère la surface colorée ci-dessous construite dans un repère orthonormé avec la courbe de la fonction f définie sur $[-\pi; \pi]$ par $f(x) = \sin(x)$.



Calculer son aire en unité d'aire du repère.

●● Exercice 143.

Pour tout entier naturel n , on pose :

$$u_n = \int_0^1 \frac{e^{nt}}{1 + e^t} dt.$$

1. Calculer u_0 .
2. Simplifier $u_1 + u_0$ puis en déduire u_1 .
3. Démontrer que pour tout entier naturel n ;

$$u_{n+1} + u_n = \frac{e^n - 1}{n}.$$

4. Démontrer que pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} - u_n = \int_0^1 \frac{e^{nt}(e^t - 1)}{1 + e^t} dt.$$

En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .

●● Exercice 144.

Pour tout entier naturel n non nul, on considère la suite (I_n) définie par :

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{x^2} dx.$$

1. Démontrer que la suite (I_n) est minorée par 0.
2. Montrer que la suite (I_n) est décroissante. Qu'en déduire pour la suite (I_n) ?
3. Montrer que pour tout entier naturel non nul,

$$\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}.$$

4. En déduire la limite de la suite (I_n) .

●● Exercice 145.

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \int_0^1 (1-t)^n e^t dt$$

1. Vérifier que $u_0 = e - 1$.
2. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = (n+1)u_n - 1$$

3. En déduire la valeur de u_1 et de u_2 .
4. Soient f_2 et f_1 les fonctions définies sur $[0; 1]$ respectivement par $f_1(x) = (1-x)e^x$ et $f_2(x) = (1-x)^2 e^x$.
 - (a) Étudier sur $[0; 1]$ la position relative des courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 associées respectivement aux fonctions f_1 et f_2 .
 - (b) En déduire l'aire de la surface délimitée par les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$.