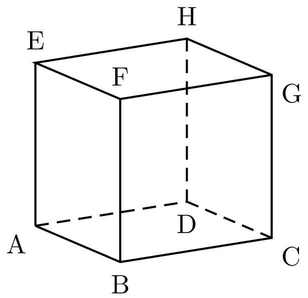
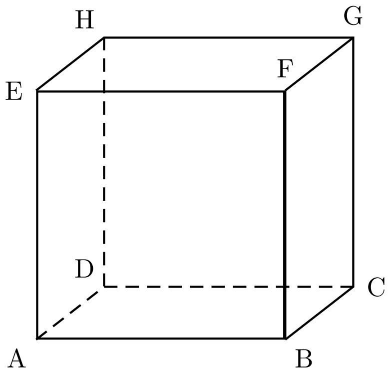
●○○ Exercice 80.
On considère un cube ABCDEFGH.



1. Simplifier le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\overrightarrow{\mathrm{AE}}$.
2. En déduire que $\overrightarrow{\mathrm{AG}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BD}}=0$.
3. On admet que $\overrightarrow{\mathrm{AG}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BE}}=0$.
4. Démontrer que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE).

●●○ Exercice 81.
On considère un cube ABCDEFGH de côté a.
Les points I, J, K, L et O sont les milieux respectifs de [BF], [FG], [CD], [BC] et [AG].



1. Déterminer, en fonction de a, les produits scalaires :

   - $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AB}$
   - $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AE}$
   - $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AF}$
   - $\overrightarrow{KC}\cdot\overrightarrow{KB}$
   - $\overrightarrow{DK}\cdot\overrightarrow{BL}$
   - $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{DG}$
   - $\overrightarrow{FG}\cdot\overrightarrow{EG}$
   - $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HB}$

2. (a) En écrivant $\overrightarrow{BJ}$ sous la forme $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FJ}$, calculer $\overrightarrow{BK}\cdot\overrightarrow{BJ}$.
   (b) Exprimer en fonction de a, les longueurs BK et BJ.
   (c) En déduire une mesure approchée de l'angle $\widehat{\mathrm{KBJ}}$.

●○○ Exercice 82.
Soient les points A(6 ; 8 ; 2), B(4 ; 9 ; 1) et C(5 ; 7 ; 3).

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2. Calculer son aire.
3. Déterminer une mesure, au degré près, de l'angle $\widehat{\mathrm{BCA}}$.

●○○ Exercice 83.
Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(3\,;-6\,;3)$ et $B(-5\,;6\,;-1)$ et $(\mathcal{D})$ de représentation paramétrique :

$$(\mathcal{D})\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1-2t\\ y &=& 5-t\\ z &=& -2+t\end{array}\right. \quad (t\in\mathbb{R}).$$

1. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
2. Les droites (AB) et $(\mathcal{D})$ sont-elles orthogonales ? Perpendiculaires ?

●○○ Exercice 84.
Déterminer, dans chaque cas, une équation cartésienne du plan (P) passant par le point A et de vecteur normal $\overrightarrow{n}$:

1. A(2 ; 0 ; 1) et $\overrightarrow{n}(1\,;\,-1\,;\,3)$
2. A($\sqrt{2}$; 1 ; 3) et $\overrightarrow{n}(2\,;\,-3\,;\,1)$

●○○ Exercice 85.
Déterminer, dans chaque cas, une équation cartésienne du plan (P) perpendiculaire en A à (AB) :

1. A(2 ; 0 ; −1) et B(0 ; 1 ; 3)
2. A(−2 ; −1 ; 3) et B(−1 ;3 ; 2)

●●○ Exercice 86.
On considère le plan (P) d'équation cartésienne $x-3y+2z-5=0$ et le point A(2 ; 3 ; −1).
Est-il vrai que le point H(3 ; 0 ; 1) est le projeté orthogonal de A sur le plan (P) ?

●○○ Exercice 87.
Soient les points A(1 ; −1 ; 3), B(0 ; 3 ; 1), C(2 ; 1 ; 3), D(4 ; −6 ; 2) et E(6 ; −7 ; −1)

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan (P) de l'espace de vecteur normal $\overrightarrow{DE}$.
2. En déduire une équation cartésienne de (P).

●●○ Exercice 88.
Le plan (P) a pour équation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1+t-s\\ y &=& -2-t+s,\\ z &=& 2t-s\end{array}\right. \qquad (t,s)\in\mathbb{R}^2$$

1. Déterminer les coordonnées d'un point situé dans le plan (P) et préciser les coordonnées de deux vecteurs directeurs du plan (P).
2. Déterminer une équation cartésienne de (P).