

4

Variables aléatoires

Définition 1

On parle d'expériences aléatoires identiques et indépendantes si :

- la *même* expérience est répétée plusieurs fois ;
- l'issue d'une expérience ne dépend pas des précédentes.

Exemple. Les cas suivants correspondent-ils à des répétitions d'expériences identiques et indépendantes ?

1. On lance trois fois le même dé truqué, et on regarde la face obtenue.

2. On lance trois pièces équilibrées, et on regarde la face obtenue.

3. On pioche trois boules dans une urne, avec remise.

4. On pioche trois boules dans une urne, sans remise.

5. On lance trois dés à 4, 6 et 8 faces, et on regarde la face obtenue.

Définition 2

Dans le cas d'une répétition d'expériences aléatoires identiques et indépendantes, une issue est une liste de résultats et la probabilité de cette issue est le produit des probabilités de chacun des résultats de la liste.

Exemple. On pioche avec remise trois boules dans une urne contenant une boule blanche (B), deux boules rouges (R) et trois boules vertes (V) et on regarde leur couleur.

- L'évènement RVR signifie :
- $P(RVB) =$

Propriété 1

On peut modéliser la répétition d'expériences identiques et indépendantes par un arbre de probabilités (ou arbre pondéré) respectant les règles suivantes :

- la **somme** des probabilités des branches issues d'un nœud est égale à 1.
- La probabilité d'une issue d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées sur le chemin.
- La probabilité d'un évènement est égale à la somme des probabilités des issues qui le composent.

Exemple. Une pièce truquée a une probabilité $\frac{1}{3}$ de tomber sur pile. On la lance deux fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois pile ?

Définition 3

Une *épreuve de Bernoulli* de paramètre p est une expérience aléatoire qui ne comporte que deux issues contraires. L'une est appelée le *succès* (noté S), de probabilité p , et l'autre *échec* (noté \bar{S}), de probabilité $1 - p$.

Exemple. Quel est le paramètre des épreuves de Bernoulli suivantes ?

1. On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes, et on observe si c'est un as.

2. On lance un dé équilibré à 6 faces, et on observe si la face obtenue est 6.
