

Exercice 1.

1. On a observé que 78 copies ont obtenu une note supérieure ou égale à 10, donc la proportion de copies de l'échantillon ayant obtenu une note supérieure ou égale à 10 est : $p = \frac{78}{160} = 0,4875$.

2. On a $I = \left[0,4875 - \frac{1}{\sqrt{160}} ; 0,4875 + \frac{1}{\sqrt{160}} \right]$ donc $I = [0,4084 ; 0,5666]$

3. L'amplitude de l'intervalle I est : $p + \frac{1}{\sqrt{n}} - \left(p - \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = \frac{2}{\sqrt{n}}$.

Pour que cette amplitude soit inférieure à 0,04 il faut déterminer n tel que $\frac{2}{\sqrt{n}} < 0,06$.

On résout cette inéquation :

$$\frac{2}{\sqrt{n}} < 0,06 \iff \frac{2}{0,06} < \sqrt{n} \iff \left(\frac{2}{0,06} \right)^2 < n \iff 1112 < n$$

Il faut donc que l'échantillon ait une taille supérieure à 1 112 pour que l'intervalle de confiance au seuil 95 % ait une amplitude inférieure à 0,06.

Exercice 2.

D'après l'énoncé, on a $M = 1\,600$, $n = 2\,000$ et $m = 500$.

1. La proportion d'animaux marqués lors de la recapture est $p = \frac{m}{n} = \frac{500}{2\,000} = 0,25$.

2. D'après la méthode CMR, on a :

$$N = M \times \frac{n}{m} = 1\,600 \times 4 = 6\,400$$

3. (a) Un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 % d'animaux marqués est : $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$
 $= \left[0,25 - \frac{1}{\sqrt{2\,000}} ; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{2\,000}} \right] = [0,227 ; 0,273]$.

(b) La proportion d'animaux marqués est comprise, avec un niveau de confiance 95 %, entre 0,218 et 0,282 donc l'abondance est comprise (avec le même niveau de confiance), entre $\frac{1\,600}{0,227} \simeq 7\,048$ et

$$\frac{1\,600}{0,282} \simeq 5\,674.$$

On en déduit $5\,674 \leq N \leq 7\,048$

Exercice 3.

1. On a $N = M \times \frac{R}{C}$, on complète alors la dernière ligne du tableau :

Marais Tartuguien Lansargus				
Année	2015	2016	2017	2018
M	42	76	69	100
C	17	27	28	39
R	8	15	14	25
N	89	137	138	156

2. L'abondance moyenne à partir des quatre résultats de la question 1 est :

$$\overline{N} = \frac{89 + 137 + 138 + 156}{4} = \frac{520}{4} = 130.$$

3. L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'obtenir un résultat plus fiable ; les individus sont davantage mélangés, les recaptures sont faites à des moments différents.

Exercice 1.

1. La proportion de clients satisfaits est :

$$f = \frac{204}{300} = \frac{68}{100} = \boxed{0,68}.$$

2. Un intervalle de confiance au niveau de 95 % est :

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,68 - \frac{1}{\sqrt{300}} ; 0,68 + \frac{1}{\sqrt{300}} \right] = \boxed{[0,62 ; 0,74]}.$$

3. Le directeur souhaite cependant avoir une estimation plus précise et donc veut un intervalle de confiance au niveau de 95 % d'amplitude 0,07.

L'amplitude de l'intervalle de confiance est $\frac{2}{\sqrt{n}}$ si n est la taille de l'échantillon.

On doit avoir : $\frac{2}{\sqrt{n}} = 0,07$ donc $\sqrt{n} = \frac{2}{0,07}$ d'où $n = \left(\frac{2}{0,07} \right)^2$ donc $n \simeq 816$.

Il faut interroger environ **816** personnes pour avoir un intervalle de confiance d'amplitude 0,07.

Exercice 2.

D'après l'énoncé, on a $M = 1\,200$, $n = 1\,500$ et $m = 375$.

1. La proportion d'animaux marqués lors de la recapture est $p = \frac{375}{1500} = \boxed{0,25}$.

2. Pour estimer l'abondance de l'espèce étudiée, on va utiliser la méthode CMR. D'après cette méthode, on a :

$$N = M \times \frac{n}{m} = 1\,200 \times 4 = \boxed{4\,800}$$

3. (a) Un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 % de la proportion d'animaux marqués.

$$I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,25 - \frac{1}{\sqrt{1500}} ; 0,25 + \frac{1}{\sqrt{1500}} \right] = \boxed{[0,224 ; 0,276]}.$$

- (b) La proportion d'animaux marqués est comprise, avec un niveau de confiance 95 %, entre 0,224 et 0,276 donc l'abondance est comprise (avec le même niveau de confiance), entre $\frac{1\,200}{0,224} \simeq 5\,358$ et

$$\frac{1\,200}{0,276} \simeq 4348.$$

On en déduit $\boxed{4\,348 \leq N \leq 5\,358}$

Exercice 3.

1. On note N le nombre total de Cistudes, on a $N = M \times \frac{R}{C}$. On obtient :

Marais du Grès St Nazaire					
Année	2014	2015	2016	2017	2018
M	84	66	64	48	62
C	27	19	23	15	21
R	23	13	10	6	12
N	99	96	147	120	109

2. L'abondance moyenne à partir des quatre résultats de la question 1 est :

$$\bar{N} = \frac{99 + 96 + 147 + 120 + 109}{5} = \frac{571}{5} \simeq \boxed{114}.$$

3. L'intérêt de réaliser plusieurs recaptures est d'obtenir un résultat plus fiable ; les individus sont davantage mélangés, les recaptures sont faites à des moments différents.