63 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $(z - \mathrm{i})(2z - 6) = 0$.
2. $(\mathrm{i}z + 1)(3z + \mathrm{i}) = 0$.
3. $(z + 2\mathrm{i})(2 + 3\mathrm{i} - 2\mathrm{i}z) = 0$.

64 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $-z^2 + 2z - 3 = 0$.
2. $z^2 + 4 = 0$.
3. $4z^2 - 12z + 9 = 0$.
4. $-3z^2 + 3z - 1 = 0$.
5. $2z^2 + 2z + 5 = 0$.

65

1. Démontrer que $-2 - \mathrm{i}$ est solution de l'équation $z^2 + 4z + 5 = 0$.
2. En déduire l'ensemble des solutions de cette équation.

66 Résoudre dans $\mathbb{C}^*$ l'équation $z + \dfrac{1}{z} = 1$.

67 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $z^2 + 2\mathrm{i}z = 0$.
2. $(-2z + 1)(z - 1) = 1$.
3. $\mathrm{i}\sqrt{3}z^2 - 6z = 0$.
4. $(\overline{z} - 3\mathrm{i} - 5)(iz - 3) = 0$.

68 Dans le plan complexe, à tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = z^2 - z + 5$.

1. Si le point M' a pour affixe 4, quelle est l'affixe du point M ?
2. Démontrer qu'il existe des points M tels que le point M' associé à M soit M lui-même.

69 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $\dfrac{1}{z} + 2z = 0$.
2. $\dfrac{z}{3} = \dfrac{-5}{1+z}$.
3. $\dfrac{z+1}{z-2} = \mathrm{i}$.
4. $\dfrac{z}{z-1} = \dfrac{1}{z}$.

70 Soit le polynôme P défini par $P(z) = z^3 + z^2 + 4$.

1. Démontrer que -2 est racine de P.
2. Déterminer les trois réels a, b et c tels que :

$$P(z) = (z + 2)(az^2 + bz + c).$$

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

71

1. Déterminer un entier naturel n solution de l'équation (E) :
$$z^3 + z^2 - 2 = 0$$
2. Déterminer les réels a, b et c tels que
$$z^3 + z^2 - 2 = (z - n)(az^2 + bz + c).$$
3. En déduire les solutions de l'équation (E).

72 Soit $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z - 12$ avec $z \in \mathbb{C}$.

1. Montrer que pour tout complexe z,
$$\overline{P(z)} = P(\overline{z}).$$
2. (a) Vérifier que $-2\mathrm{i}$ est une racine de P.
   (b) En déduire sans aucun calcul que $2\mathrm{i}$ est aussi solution de cette équation.
   (c) Déduire des questions précédentes une factorisation de P.

73 On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par $P(z) = z^4 - \mathrm{i}z^3 + z - \mathrm{i}$ où z est un complexe.

1. Démontrer que pour tout complexe z,
$$P(z) = (z - \mathrm{i})(z^3 + 1).$$
2. Factoriser au maximum $P(z)$.

74 On considère l'équation d'inconnue z complexe : (E) : $z^2 - 5z + 4 + 10\mathrm{i} = 0$.

1. Développer $(5 - 4\mathrm{i})^2$.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).