

- 19** On donne la relation $n = \frac{m}{M}$.
1. Exprimer m en fonction de n et M .
 2. Exprimer M en fonction de n et m .
- 20** On donne la relation $PV = nRT$.
1. Exprimer P en fonction de V , n , R et T .
 2. Exprimer R en fonction de P , V , n et T .
 3. Exprimer T en fonction de P , V , n et R .
- 21** Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :
1. $x + 3 = 2$
 3. $3x = 2$
 2. $x - 6 = -8$
 4. $-5x = 4$
- 22** Existe-t-il trois nombres entiers consécutifs dont la somme vaut 2022 ? Justifier.
- 23** Soient x et y deux nombres réels vérifiant :
- $$2x + 3y = 7$$
1. Exprimer y en fonction de x .
 2. Exprimer x en fonction de y .
- 24** Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :
1. $2x + 3 = 5x - 2$
 2. $(3x - 1)(x + 1) = 0$
 3. $(5x - 1)^2$
 4. $9x^2 - 6x = 0$
 5. $11x^2 = x$
- 25** Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :
1. $(x - 3)(2x + 4) = 0$
 2. $(5x - 1)(-3x + 7) = 0$
 3. $5x(-4x + 1)$
 4. $3x(2x - 1)^2 = 0$
- 26** Pour tout réel x , on pose $f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$.
1. Calculer l'image de 2 par la fonction f .
 2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
- 27** Pour tout réel x , on pose $f(x) = -5x + 4$.
1. Déterminer l'image de $\frac{1}{5}$ par f .
 2. Démontrer que -26 est un antécédent de 6 par f .
 3. Déterminer les antécédents éventuels de 0 par la fonction f .
- 28** Soit x un nombre réel. Développer les expressions suivantes :
1. $A = (x + 3)^2$
 2. $B = (x - 7)^2$

3. $C = (x - 2)(x + 3)$

4. $D = (x - 4)(x + 4)$

- 29** Soit y un nombre réel. Développer les expressions suivantes :

1. $A = (2y - 4)^2$

2. $B = (3y + 5)^2$

3. $C = (1 - 7y)(1 + 7y)$

- 30** Soit x un nombre réel. Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 9 - x^2$

2. $B = x^2 + 2x + 1$

3. $C = 4x^2 - 12x + 9$

4. $D = 5x^2 - 13x$

- 31** Soit x un nombre réel. Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 9(x + 3) + (x + 3)^2$

2. $B = (x - 6)^2 - 16$

3. $C = (2x - 7)^2 - 3(2x - 7)$

4. $D = (x + 4)^2 - x(x + 4)$

- 32** Montrer que pour tous nombres réels a et b on a :

$$a^2 + b^2 = \frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2}.$$

- 33** On considère un nombre réel x tel que :

$$-3 < x \leq 2$$

Encadrer les expressions suivantes :

1. $x + 4$

2. $5x$

3. $-4x$

4. $\frac{x}{2}$

5. $2x + 3$

6. $-x$

- 34** Soit x un nombre réel tel que $x \leq 2$ et y un nombre réel tel que $y \leq -6$. Que peut-on en déduire pour les expressions suivantes ?

1. $3x$

3. $2x + 3y$

2. $-4y$

4. $-x - 2y$

- 35** Pour chaque implication, dire si elle est vraie ou fausse :

1. $x > 6 \Rightarrow x > 5$

2. $x \leq 3 \Rightarrow x > 2$

3. $x > -1 \Rightarrow x \geq -1$

4. $2 \leq x \leq 5 \Rightarrow 0 \leq x \leq 7$.

- 36** Un rectangle $MNPQ$ est tel que :

$$MP > 8 \text{ et } MQ > 3$$

Que peut-on dire du périmètre de ce rectangle ?

- 37**
1. À l'aide de la calculatrice, donner l'encadrement décimal à 10^{-3} près de π .
 2. En déduire un encadrement de $-4\pi - 7$.
 3. L'encadrement obtenu est-il l'encadrement décimal à 10^{-3} près de $-4\pi - 7$? Argumenter.

- 38** Soit x un nombre réel vérifiant :

$$-5,678 < x < -5,677$$

Donner l'arrondi à 10^{-2} près de x .

- 39** Dans chaque cas, le nombre a est-il solution de l'inéquation proposée ?

1. $x + 4 > 5x - 7$ $a = -3$.
2. $x + 5 < 10x - 7$ $a = 8$.

- 40** Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $4x - 3 \geq 2x + 5$
2. $2 + x < 3 - x$
3. $3 - 4x \geq 5 + 6x$
4. $5 + x > x + 3$

- 41** Le périmètre d'un rectangle est inférieur à 24 cm et sa longueur vaut le double de sa largeur. Quelle largeur peut-il avoir ?

- 42** Un photographe propose deux formules pour tirer sur papier des photos numériques.

- Avec la formule f , on paie 0,15 € chaque tirage.
- Avec la formule g , on paie d'abord un forfait de 12 € et chaque tirage ne vaut que 0,99 €.

À partir de combien de tirages a-t-on intérêt à choisir la formule avec forfait ?

- 43** Démontrer l'identité de *Lagrange* :

« pour tous nombres réels a, b, c et d , on a :

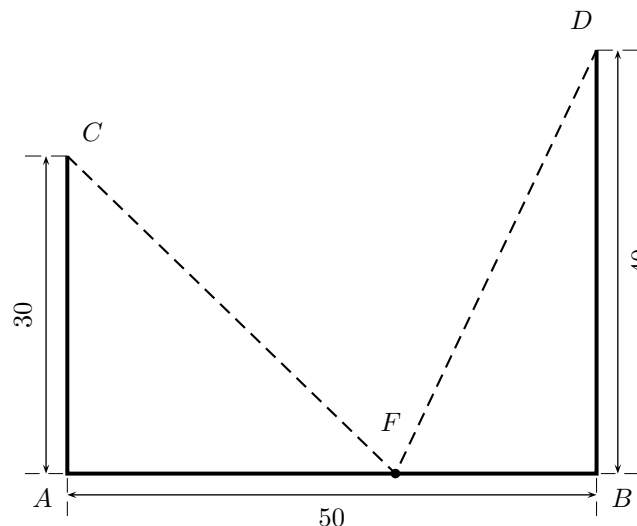
$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2. »$$

- 44** La somme d'un nombre réel et de son carré vaut 15,75. On cherche la ou les valeur(s) possible(s) de ce nombre.

1. Développer l'expression $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$.
2. Résoudre le problème posé.

- 45** Léonard de Pise connu sous le nom de Fibonacci (12e s.) raconte :

« Deux tours élevées l'une de 30 pas et l'autre de 40 pas sont distantes de 50 pas. Entre les deux se trouve une fontaine F vers le centre de laquelle deux oiseaux descendant des sommets des deux tours se dirigent du même vol et parviennent dans le même temps » :

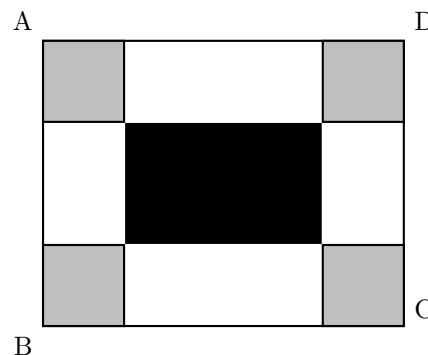


Quelles sont les distances horizontales, autrement dit les distances AF et BF des deux tours au centre de la fontaine ?

- 46** ABCD est un rectangle tel que :

$$AB = 30 \text{ cm et } BC = 24 \text{ cm.}$$

On colore aux quatre coins du rectangle quatre carrés identiques en gris. On délimite ainsi un rectangle central que l'on colore en noir. La longueur du côté des quatre carrés gris peut varier. Par conséquent, les dimensions du rectangle noir varient aussi. Est-il possible que l'aire du rectangle noir soit égale à la somme des aires des quatre carrés gris ?



- 47** Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone gris restant. Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?

