

## ☆☆☆ Exercice 1.

/4.5

La leucose féline est une maladie touchant les chats ; elle est provoquée par un virus.

Dans un grand centre vétérinaire, on estime à 40 % la proportion de chats porteurs de la maladie.

On réalise un test de dépistage de la maladie parmi les chats présents dans ce centre vétérinaire.

Ce test possède les caractéristiques suivantes.

- Lorsque le chat est porteur de la maladie, son test est positif dans 90 % des cas.
- Lorsque le chat n'est pas porteur de la maladie, son test est négatif dans 85 % des cas.

On choisit un chat au hasard dans le centre vétérinaire et on considère les événements suivants :

- $M$  : « Le chat est porteur de la maladie » ;
- $T$  : « Le test du chat est positif » ;
- $\overline{M}$  et  $\overline{T}$  désignent les événements contraires des événements  $M$  et  $T$  respectivement.

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le chat soit porteur de la maladie et que son test soit positif.
3. Montrer que la probabilité que le test du chat soit positif est égale à 0,45.
4. On choisit un chat parmi ceux dont le test est positif. Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie.
5. Les événements  $T$  et  $M$  sont-ils indépendants ? Justifier.

## ☆☆☆ Exercice 2.

/2

Soit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par :

$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = 2^{n+1} + 1$ .

## ★★☆ Exercice 3.

/2

Soit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n} \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{2}{2n+1}$ .

## ★★★ Exercice 4.

/1.5

Le quart d'une population a été vacciné contre une maladie. Au cours d'une épidémie, on constate qu'il y a, parmi les malades, un vacciné pour quatre non-vaccinés. On sait de plus qu'au cours de cette épidémie, il y a un malade sur douze parmi les personnes vaccinées. Quelle est la probabilité de tomber malade pour un individu non-vacciné ?