CHAPITRE

3

Modèles linéaires

3.1 Phénomènes continus

3.1.1 Retour sur les fonctions affines

Définition 1.3.
Les fonctions f, définies sur $\mathbb{R}$, dont l'expression peut se mettre sous la forme __________________,
où m et p sont des réels, sont appelées *fonctions affines*.

Exemple 1.3.

▶ Note 1.3.

1. *Si* $m = 0$ alors $f(x) = p$ est dite __________________.
2. *Si* $p = 0$ alors $f(x) = mx$ est dite __________________.

3.1.2 Représentation graphique

Le plan est muni d'un repère.

Propriété 1.3.
La représentation graphique d'une *fonction affine* est *une droite.*

▶ Note 2.3.

— Lorsque la fonction est *linéaire*, elle est représentée par une droite passant par *l'origine du repère.*

— Lorsque la fonction est *constante*, elle est représentée par une droite *parallèle à l'axe des abscisses.*

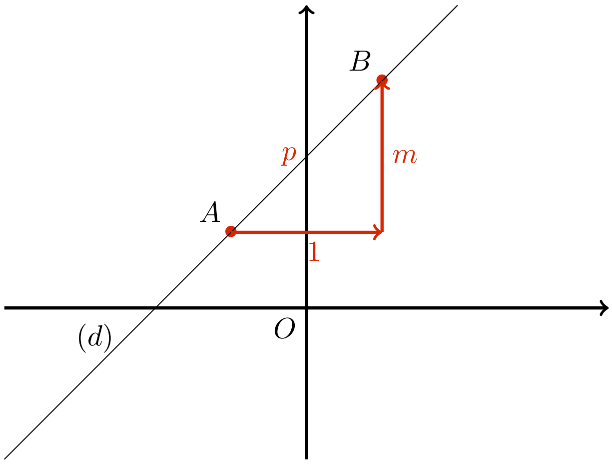
3.1.3 Coefficient directeur

Définition 2.3.
Si $f(x) = mx + p$ alors m est le ____ (appelé aussi pente) de la droite représentant f et p est *l'ordonnée à l'origine* (image de 0 par f).

Propriété 2.3.
Soient f une fonction affine définie par $f(x) = mx + p$ et (d) la droite qui la représente dans un repère.
Soient $\mathrm{A}(x_\mathrm{A} ; y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B} ; y_\mathrm{B})$ de (d) tels que $x_\mathrm{A} \neq x_\mathrm{B}$ alors :

$$\boxed{m = \frac{f(x_\mathrm{B}) - f(x_\mathrm{A})}{x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

Illustration.



Exemple 2.3.
f est une fonction affine telle que $f(1) = 4$ et $f(-3) = -8$.
Déterminer l'expression de $f(x)$.

3.2 Phénomènes discrets

3.2.1 Notion de suite numérique

Définitions.

— On appelle *suite numérique* toute fonction $u : n \longmapsto u(n)$ définie pour n entier naturel.

— Les images $u(n)$ sont les *termes de la suite* et se nomment également u_n (« u indice n »).

— Les entiers naturels n sont appelés les *rangs* (ou les *indices*) des termes.
Comme ils sont **entiers**, on dit qu'une suite modélise des **phénomènes discrets**.

► **Note 3.3.**
Une suite u se note également $(u(n))$ ou encore (u_n), notation que l'on privilégiera.

3.2.2 Suite arithmétique

Définition 3.3.
Soit (u_n) une suite numérique.
On dit que la suite (u_n) est *arithmétique* s'il existe un nombre réel r tel que pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Cette relation est appelée *relation de récurrence de la suite arithmétique* et le nombre r est appelé la *raison* de la suite arithmétique.

Exemple 3.3.
Soit (u_n) une suite arithmétique.

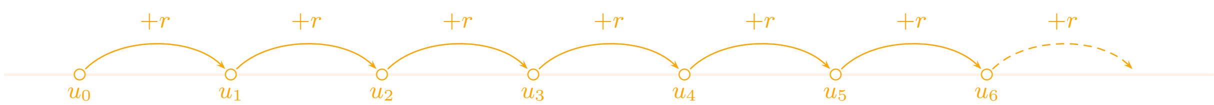
1. $u_0 = 5$
2. $u_1 = 9$
3. $u_2 = \ldots$
4. $u_3 = \ldots$
5. $u_4 = \ldots$

Propriété 3.3.
(u_n) est une *suite arithmétique* de raison r et de premier terme u_0 **si et seulement si** pour tout entier naturel n on a :

$$u_n = u_0 + nr$$

Cette expression est appelée **forme explicite de la suite arithmétique**.
On dit alors que l'on a exprimé *le terme général* u_n en fonction de n.

Illustration.



Exemple 4.3.
L'activité d'une entreprise étant florissante, en moyenne 7 nouveaux employés ont été embauchés chaque année. En 2021, elle comptait 38 employés, et on suppose que cette progression va se poursuivre dans les années à venir.

On appelle u_n le nombre d'employés l'année $2021 + n$.

1. Donner les cinq premiers termes de la suite.

2. Combien y aura-t-il d'employés en 2035 ?

3.2.3 Représentation graphique

Définition 4.3.
La représentation graphique d'une suite u est le nuage de points de coordonnées $(n\,;\,u_n)$.
Dans le cas d'une *suite arithmétique*, les points de coordonnées $(n\,;\,u(n))$ sont *alignés* et sont situés sur la droite d'équation $y = u(0) + rx$.

Exemple 5.3.
Représenter graphiquement les quatre premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 2$: