○○○ **Exercice 55.**
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $(z-\mathrm{i})(2z-6)=0$.
2. $(\mathrm{i}z+1)(3z+\mathrm{i})=0$.
3. $(z+2\mathrm{i})(2+3\mathrm{i}-2\mathrm{i}z)=0$.

●○○ **Exercice 56.**
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $-z^2+2z-3=0$.
2. $z^2+4=0$.
3. $4z^2-12z+9=0$.
4. $-3z^2+3z-1=0$.
5. $2z^2+2z+5=0$.

●○○ **Exercice 57.**
Résoudre dans $\mathbb{C}^*$ l'équation $z+\dfrac{1}{z}=1$.

●○○ **Exercice 58.**
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $z^2+2\mathrm{i}z=0$.
2. $(-2z+1)(z-1)=1$.
3. $\mathrm{i}\sqrt{3}z^2-6z=0$.
4. $(\overline{z}-3\mathrm{i}-5)(\mathrm{i}z-3)=0$.

●●○ **Exercice 59.**
Dans le plan complexe, à tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z'=z^2-z+5$$

1. Si le point M' a pour affixe 4, quelle est l'affixe du point M ?
2. Démontrer qu'il existe des points M tels que le point M' associé à M soit M lui-même.

●●○ **Exercice 60.**
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $\dfrac{1}{z}+2z=0$.
2. $\dfrac{z}{3}=\dfrac{-5}{1+z}$.
3. $\dfrac{z+1}{z-2}=\mathrm{i}$.
4. $\dfrac{z}{z-1}=\dfrac{1}{z}$.

●●○ **Exercice 61.**
Soit le polynôme P défini par $P(z)=z^3+z^2+4$.

1. Démontrer que -2 est racine de P.
2. Déterminer les trois réels a, b et c tels que :
$$P(z)=(z+2)(az^2+bz+c).$$
Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$.

●●○ **Exercice 62.**

1. Déterminer un entier naturel n solution de l'équation (E) :
$$z^3+z^2-2=0$$
2. Déterminer les réels a, b et c tels que
$$z^3+z^2-2=(z-n)(az^2+bz+c).$$
3. En déduire les solutions de l'équation (E).

●●○ **Exercice 63.**
Soit $P(z)=z^3-3z^2+4z-12$ avec $z\in\mathbb{C}$.

1. Montrer que pour tout complexe z,
$$\overline{P(z)}=P(\overline{z}).$$
2. (a) Vérifier que $-2\mathrm{i}$ est une racine de P.
   (b) En déduire sans aucun calcul que $2\mathrm{i}$ est aussi solution de cette équation.
   (c) Déduire des questions précédentes une factorisation de P.

●●○ **Exercice 64.**
On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par $P(z)=z^4-\mathrm{i}z^3+z-\mathrm{i}$ où z est un complexe.

1. Démontrer que pour tout complexe z,
$$P(z)=(z-\mathrm{i})(z^3+1).$$
2. Factoriser au maximum $P(z)$.

●●● **Exercice 65.**
On considère l'équation d'inconnue z complexe :

$$(E)\ : z^2-5z+4+10\mathrm{i}=0$$

1. Développer $(5-4\mathrm{i})^2$.
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).