1. Sens de variation dune suite géométrique

●○○ **Exercice 69.**
Déterminer le sens de variation des suites géométriques suivantes :

1. (u_n) est définie par $u_0 = 4,2$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = 0,9u_n$.
2. (u_n) est définie pour tout entier naturel n, par $u_n = 3 \times 0,2^n$
3. (u_n) est définie, pour tout entier naturel $n \geqslant 4$, par $u_n = u_4 \times 7,6^{n-4}$ avec $u_4 > 0$.

●●○ **Exercice 70.**
Déterminer le sens de variation des suites géométriques suivantes :

1. (u_n) est définie par $u_0 = 1,1$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{4}$.
2. (u_n) est définie pour tout entier naturel n, par $u_n = 5 \times \left(\dfrac{1}{0,3}\right)^n$

●○○ **Exercice 71.**
On considère la suite géométrique (v_n) telle que $v_0 = 5$ et $v_1 = 12$.

1. Déterminer la valeur de la raison q de la suite (v_n).
2. Justifier, sans calcul, que $v_7 \geqslant v_5$.

●●○ **Exercice 72.**
On considère la suite géométrique (v_n) telle que $v_0 = \dfrac{1}{2}$ et $v_1 = \dfrac{1}{6}$.

1. Déterminer la valeur de la raison q de la suite (v_n).
2. Justifier, sans calcul, que $v_7 \leqslant v_5$.

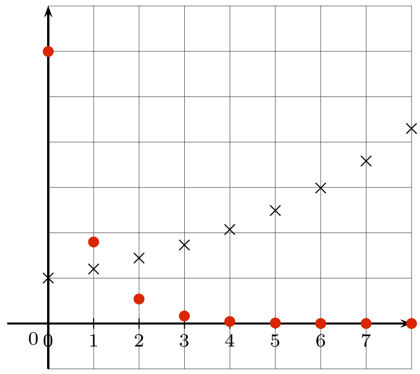
●○○ **Exercice 73.**
On considère la suite géométrique (u_n) de raison $q > 0$ telle que $u_0 = 6$ et $u_1 = 24$.

1. Déterminer la valeur de la raison q de la suite (u_n).
2. Justifier, sans calcul, que $u_7 > u_3$.

●●○ **Exercice 74.**
On considère la suite géométrique (u_n) de raison q telle que $u_1 = 2$ et $u_4 = 54$.

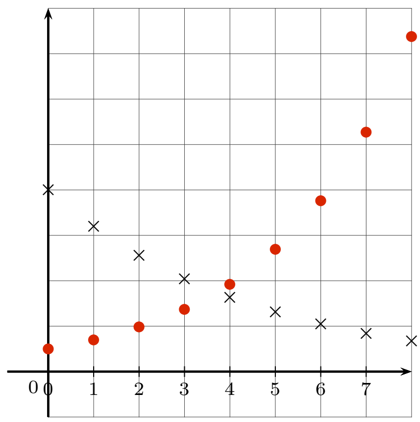
1. Déterminer la valeur de la raison q de la suite (u_n).
2. Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?
3. Calculer u_0 puis en déduire l'expression explicite de la suite (u_n).

●○○ **Exercice 75.**
On donne ci-dessous les représentations graphiques deux suites géométriques : l'une (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 1,2^n$ et l'autre (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 6 \times 0,3^n$:



Associer chaque nuage de points à la suite qu'il représente.

●○○ **Exercice 76.**
On donne ci-dessous les représentations graphiques deux suites géométriques : l'une (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 4 \times 0,8^n$ et l'autre (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 0.5 \times 1,4^n$:



Associer chaque nuage de points à la suite qu'il représente.

●●○ **Exercice 77.**
On considère la suite géométrique (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 5\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$.

1. Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?
2. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant 5$.

2. Sens d'une fonction exponentielle

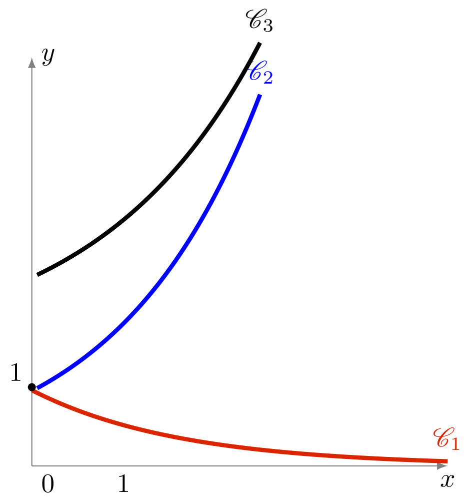
●○○ **Exercice 78.**
Déterminer le sens de variation des fonctions exponentielles définies pour tout réel x positif ci-dessous :

1. $f(x) = 2,27^x$
2. $g(x) = -2 \times 1,5^x$
3. $h(x) = 2 \times 0,4^x$
4. $i(x) = -0,4 \times 0,99^x$

●●○ **Exercice 79.**
Déterminer le sens de variation des fonctions exponentielles définies pour tout réel x positif ci-dessous :

1. $f(x) = -1,3^x$
2. $g(x) = -2 \times 0,1^x$
3. $h(x) = \dfrac{1,5^x}{3^x}$

●○○ **Exercice 80.**
On considère la fonction f définie pour tout réel x positif par $f(x) = 1,7^x$.
Parmi les courbes ci-dessous, déterminer la courbe représentative de la fonction f :



●●● **Exercice 81.**
Soit f la fonction exponentielle de base $2,9$.

1. Donner l'expression de $f(x)$ pour tout réel x positif.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction f.
3. Soit n un entier naturel.
   Sans calcul, comparer $f(n+1)$ et $f(n)$.
4. Démontrer que le nombre $\dfrac{f(n+1)}{f(n)}$ est constant quelque soit la valeur de l'entier naturel n.

3. Évolutions successives

●○○ **Exercice 82.**
Le salaire de Mathieu augmente cette année de 2%. L'an prochain, il augmentera de 3%.
Mathieu gagne actuellement 1 800 € par mois.
Quel sera son salaire après les deux augmentations ?

●○○ **Exercice 83.**
Le prix du repas de cantine d'un lycée coûte $4,50e$ en 2023.
Il augmente chaque année de $1,3\%$. Quel sera le prix du repas de la cantine, arrondi au centime d'euro, en 2027 ?

●●○ **Exercice 84.**
Le nombre de chômeurs d'un pays est de $3,4$ millions. Pendant trois mois, il augmente chaque mois de $2,5\%$ puis de $1,2\%$ chaque mois durant les quatre mois qui suivent.
Combien y aura-t-il de chômeurs au bout de sept mois ?

4. Taux moyen

●○○ **Exercice 85.**
Le chiffre d'affaires annuel de l'entreprise de Lilian était de 60 000 € au 31 décembre 2022.
Au 31 décembre 2023, il sera estimé à 62 400 €.

1. Calculer le pourcentage d'augmentation entre mes deux chiffres d'affaires.
2. Calculer le taux mensuel moyen d'augmentation du chiffre d'affaires de Lilian.
   Donner le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi au centième.

●○○ **Exercice 86.**
Le nombre d'habitants d'une ville est passé de 20 000 habitants en 2018 à 14 000 en 2023.
Calculer le taux moyen annuel de diminution du nombre d'habitants de la ville.
Donner le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi au centième.

5. Problèmes

●●● **Exercice 87.**
La scintigraphie cardiaque est une technique d'imagerie qui permet d'examiner la qualité de l'irrigation du cœur par les artères coronaires.

Lors de cet examen, on injecte au patient un échantillon d'un isotope de Thallium d'activité radioactive 60 MBq (Méga Becquerel).

On appelle demi-vie le temps mis par une substance radioactive pour perdre la moitié de son activité.

Ainsi, après une demi-vie, l'activité radioactive de cet échantillon de Thallium est de 30 MBq et après deux demi-vies, l'activité radioactive de cet échantillon est de 15 MBq.

On note u_0 l'activité radioactive de cet échantillon (en MBq) à l'injection et u_n l'activité radioactive de cet échantillon (en MBq) après n demi-vies avec n entier naturel.

1. Donner les valeurs de u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).
3. (a) Exprimer u_n en fonction de n.
   (b) Déterminer l'activité radioactive de cet échantillon après 5 demi-vies.
4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le plus petit entier n à partir duquel $u_n < 0,25$.
5. Sachant que la demi-vie de cet isotope de Thallium est d'environ 3 jours, déterminer le nombre de jours au bout desquels on est certain que l'activité radioactive de cet échantillon est strictement inférieure à $0,25$ MBq.

●●● Exercice 88.
Lors d'une culture *in vitro* de bactéries *Escherichia coli* on s'intéresse à la phase de croissance exponentielle lors de laquelle, dans les conditions optimales de température à 37°C, le nombre de bactéries double toutes les 20 minutes.

Lors de la phase exponentielle, le temps nécessaire pour que le nombre de bactéries double, ici 20 minutes, est appelé temps de génération.

On estime qu'au début de la phase exponentielle, le nombre de bactéries *Eschericha coli* par mL s'élève à 50 millions. Soit u_0 le nombre de bactéries exprimé en millions au début de la phase exponentielle et u_n le nombre de bactéries après n temps de génération, c'est-à-dire après n fois 20 minutes.

On a ainsi $u_0 = 50$.

1. (a) Calculer u_1 et u_2.
   (b) Montrer que $u_3 = 400$ et interpréter la valeur de u_3.
2. (a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
   (b) Exprimer u_n en fonction de n.
   (c) Calculer le nombre de bactéries par mL au bout de 2 heures de phase exponentielle.
3. (a) Déterminer la plus petite valeur entière n telle que $50 \times 2^n \geqslant 200\ 000$.
   (b) Est-il vrai qu'après 4 heures de phase exponentielle le nombre de bactéries par mL sera supérieur à 200 milliards ?

●●● Exercice 89.
La température $f(t)$ degrés Celsius (°C) du lubrifiant d'un moteur varie en fonction du temps t de fonctionnement exprimé en heures. La fonction f est définie pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;30[$ par $f(t) = 20 \times 1,01^t$.

1. Déterminer la température du lubrifiant à l'arrêt.
2. Déterminer la température du lubrifiant au bout de 5 heures et demie de fonctionnement.
3. Quel est le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;30[$?
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Déterminer avec une calculatrice, le temps de fonctionnement nécessaire pour que le lubrifiant atteigne une température supérieure ou égale à 25°C.
   Donner un résultat approché à la minute près