●○○ **Exercice 134.**

1. Vérifier que : $\dfrac{5\pi}{12} = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{6}$.
2. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.

●○○ **Exercice 135.**

1. Calculer $\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{6}$.
2. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

●○○ **Exercice 136.**
a désigne un réel. Simplifier l'expression suivantes :

$$A = \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}a} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}a}\right)^2 + \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}a} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}a}\right)^2.$$

●○○ **Exercice 137.**

1. Exprimer, pour tout réel a, le nombre $\cos^2(a)$ en fonction de $\cos(2a)$.
2. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$.

●●○ **Exercice 138.**

1. Exprimer, pour tout réel a, le nombre $\sin^2(a)$ en fonction de $\cos(2a)$.
2. En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$.
3. À l'aide de la question **1.**, déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\dfrac{11\pi}{8}\right)$.

●○○ **Exercice 139.**
Écrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

1. $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi}$
2. $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$
3. $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$

●○○ **Exercice 140.**
Démontrer que les nombres suivants peuvent s'écrire sous la forme $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$:

1. $a = \mathrm{i}$
2. $b = -1$
3. $c = \dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
4. $d = \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{\mathrm{i}}{\sqrt{2}}$

●●○ **Exercice 141.**
Soit x un nombre réel.

1. Écrire sous forme algébrique $z = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}$.
2. En écrivant $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}$ comme un produit d'exponentielles complexes, trouver une autre expression du nombre z.
3. En déduire les solutions sur $\mathbb{R}$ de :
   (a) $\cos(x) - \sqrt{3}\sin(x) = \sqrt{2}$.
   (b) $\sqrt{3}\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2}$.

●○○ **Exercice 142.**
Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

1. $a = -\dfrac{2}{7}\mathrm{i}$
2. $b = -10$
3. $c = 4\mathrm{i}$
4. $d = 1 + \mathrm{i}$

●○○ **Exercice 143.**
Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

1. $a = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$
2. $b = -\dfrac{5}{2} + \dfrac{5\mathrm{i}}{2}$
3. $c = 2 - 2\mathrm{i}$
4. $d = -\sqrt{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}$

●○○ **Exercice 144.**
Écrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

1. $a = 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$
2. $b = 5\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$
3. $c = 6\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$
4. $d = 7\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$

●○○ **Exercice 145.**
Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

1. $a = 3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \times \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}}$
2. $b = \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\right)^5$
3. $c = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{5}}}$
4. $d = -\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$

●○○ **Exercice 146.**
Placer l'image des nombres complexes suivants dans le plan complexe muni d'un repère :

1. $a = 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$
2. $b = \sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$
3. $c = 4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$
4. $d = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$

●○○ **Exercice 147.**
Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

1. $a = \dfrac{8\mathrm{i}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}}$
2. $b = -5\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$
3. $c = 2\dfrac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{7}}}$
4. $d = \dfrac{\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}\right)^5}{\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\right)^2}$

●○○ **Exercice 148.**
Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

1. $a = \sqrt{3} - \mathrm{i}$
2. $b = \dfrac{2-2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$
3. $c = \left(\dfrac{\mathrm{i}}{2}\right)^{18}$
4. $d = (1+\mathrm{i})^{13}$

●●○ **Exercice 149.**
Soit $z = 3 - \mathrm{i}\sqrt{3}$.

1. Déterminer la forme exponentielle de z.
2. En déduire la forme exponentielle des nombres complexes suivants :
   (a) $4z$
   (b) $3\mathrm{i}z$
   (c) $\overline{\mathrm{i}z}$
   (d) $-5z$

●●○ **Exercice 150.**
Soit α un nombre réel. Déterminer la forme exponentielle des nombres suivants :

1. $\cos(\alpha) + \mathrm{i}\sin(\alpha)$
2. $\cos(\alpha) - \mathrm{i}\sin(\alpha)$
3. $-\cos(\alpha) + \mathrm{i}\sin(\alpha)$
4. $-\cos(\alpha) - \mathrm{i}\sin(\alpha)$

●●○ **Exercice 151.**
Soit le nombre complexe $z = -1 + \mathrm{i}$.

1. Écrire z sous forme exponentielle.
2. En déduire la forme algébrique de z^{10}.

●●○ **Exercice 152.**
On considère les nombres complexes z_1 et z_2 définis par :

$$z_1 = 2\sqrt{3} - 2\mathrm{i} \text{ et } z_2 = 1 - \mathrm{i}.$$

1. Écrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
2. En déduire celles de :
   (a) $z_1 z_2$
   (b) $\dfrac{z_1}{z_2}$
   (c) $\dfrac{z_1^3}{z_2^2}$

●●○ **Exercice 153.**
Soit x un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0\,;\,\pi[$.

1. En factorisant par $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{x}{2}}$, déterminer le module et un argument de $a = 1 + \mathrm{e}^{\mathrm{i}x}$ et de $b = 1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}x}$.
2. Montrer que $\dfrac{a}{b}$ est un nombre imaginaire pur.

●●● **Exercice 154.**
Soit x un nombre réel.
On pose $z = \cos(x) + \mathrm{i}\sin(x)$.

1. Démontrer que pour tout entier naturel n,
$$z^n - \frac{1}{z^n} = 2\mathrm{i}\sin(nx).$$
2. Trouver une expression analogue pour $z^n + \dfrac{1}{z^n}$.

●●○ **Exercice 155.**
Soit x un nombre réel. Écrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

1. $a = \mathrm{e}^{\mathrm{i}x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}x}$
2. $b = \mathrm{e}^{\mathrm{i}x} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}x}$
3. $c = \mathrm{e}^{4\mathrm{i}x} + \mathrm{e}^{-4\mathrm{i}x}$
4. $d = \mathrm{e}^{-5\mathrm{i}x} - \mathrm{e}^{5\mathrm{i}x}$

●●● **Exercice 156.**

1. Développer $(a+b)^4$.
2. En utilisant une formule d'Euler, prouver que :
$$\sin^4(x) = \frac{1}{8}\left(\cos(4x) - 4\cos(2x) + 3\right).$$

●●● **Exercice 157.**

1. À l'aide des formules d'Euler, démontrer que $\cos^3 x = \dfrac{3\cos x + \cos(3x)}{4}$.
2. En déduire $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx$.

●●○ **Exercice 158.**
On donne les complexes $z_1 = \dfrac{\sqrt{6} - \mathrm{i}\sqrt{2}}{2}$ et $z_2 = 1 - \mathrm{i}$.

1. Écrire sous forme exponentielle z_1 et z_2 puis $\dfrac{z_1}{z_2}$.
2. Écrire $\dfrac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique.
3. En déduire que $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.