CHAPITRE

4

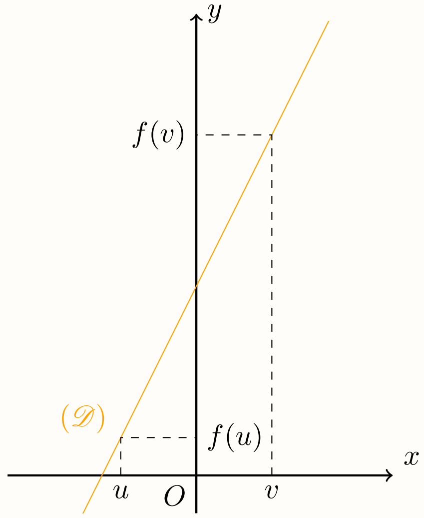
Évolution des modèles linéaires

4.1 Sens de variation des fonctions affines

Théorème.
Soit $f : x \longmapsto mx + p$ une fonction affine.

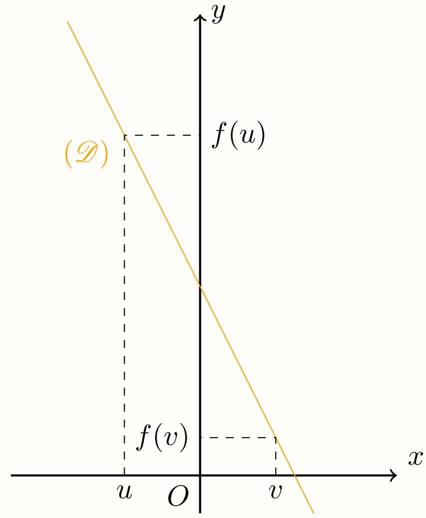
$m > 0$

Pour deux réels u et v :
si $u < v$ alors $f(u) < f(v)$.
On dit que f **conserve l'ordre** dans $\mathbb{R}$ ou encore que f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$:



$m < 0$

Pour deux réels u et v :
si $u < v$ alors $f(u) > f(v)$.
On dit que f **ne conserve pas l'ordre** dans $\mathbb{R}$ ou encore que f est **strictement décroissante sur** $\mathbb{R}$:



▶ **Note.**
Si $m = 0$ la fonction est alors *constante* sur $\mathbb{R}$.

Exemple 1.4.
Dresser le tableau de variation des fonctions affines suivantes :

$$f(x) = 5x - 14 \text{ et } g(x) = -8x + 1$$

4.2 Sens de variation des suites arithmétiques

4.2.1 Sens de variation d'une suite

Définitions.

Soit $u : n \longmapsto u_n$ une suite définie pour tout entier naturel n.

— Quand les valeurs de n *augmentent*, si les valeurs de u_n *augmentent* aussi, on dit que la suite (u_n) est *croissante* : $u_{n+1} \geqslant u_n$.

— Quand les valeurs de n *augmentent*, si les valeurs de u_n *diminuent*, on dit que la suite (u_n) est *décroissante* : $u_{n+1} \leqslant u_n$.

4.2.2 Variation des suites arithmétiques

Propriété.

Soit (u_n) la *suite arithmétique* de premier terme u_0 et de raison r.
On a alors $u_{n+1} = u_n + r$.

— Si $r > 0$ alors (u_n) est *croissante.*

— Si $r < 0$ alors (u_n) est *décroissante.*

— Si $r = 0$ alors (u_n) est *constante.*

Exemple 2.4.

Soient les suites arithmétiques (u_n) et (v_n) telles que $u_n = 3n - 2$ et $v_n = -6n + 1$.

1. Quel est le sens de variation des suites (u_n) et (v_n) ?

2. Soit la suite (w_n) définie par $w_n = u_n + v_n$.

   (a) Déterminer la forme explicite de la suite (w_n).

   (b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n).