1. Intervalle centré en 0.

Définition. Un intervalle I de $\mathbb{R}$ est centré en 0 si : $\forall x \in I,\ -x \in I$.

Exemples : ____

Contre-exemples : ____

2. Fonction paire.

2.1 Qu'est-ce qu'une fonction paire ?

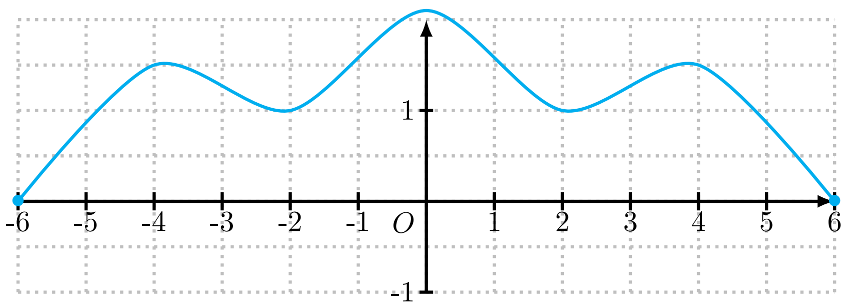
Définition. Soit f une fonction définie sur **un intervalle centré** en 0.
On dit que la fonction f est *paire* si et seulement si : $f(-x) = f(x)$.

Exercice 38.
Soit la fonction f définie sur $[-5\,;\,5]$ par $f(x) = 4x^2 - 9$.
Démontrer que la fonction f est paire.

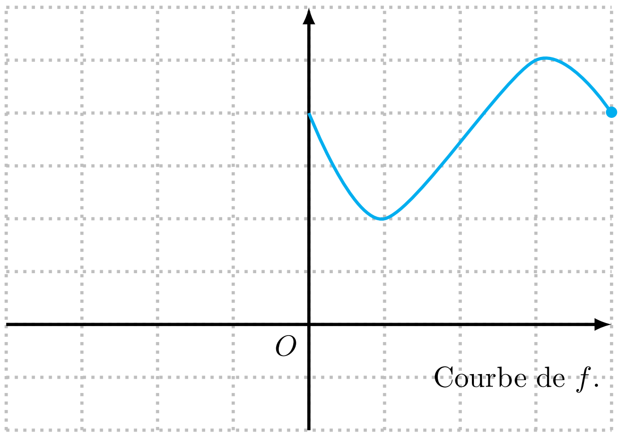
2.2 Conséquence graphique.

Propriété. Dans un repère, la courbe représentative d'une fonction **paire** est symétrique **par rapport à l'axe des ordonnées**.

Exemple. La fonction f définie sur $[-6\,;\,6]$ et dont on donne la courbe représentative ci-dessous est une fonction ***paire*** :



Exercice 39.
On donne la courbe représentative incomplète d'une fonction *paire* f.
Compléter cette partie incomplète.



Exercice 40.
Soit f une fonction *paire* dont voici un tableau de valeurs.

x	-3	-2	0	1
$f(x)$	-10	0	2	3

Calculer $f(2)$, $f(3)$ et $f(-1)$.

3. Fonction impaire.

3.1 Qu'est-ce qu'une fonction impaire ?

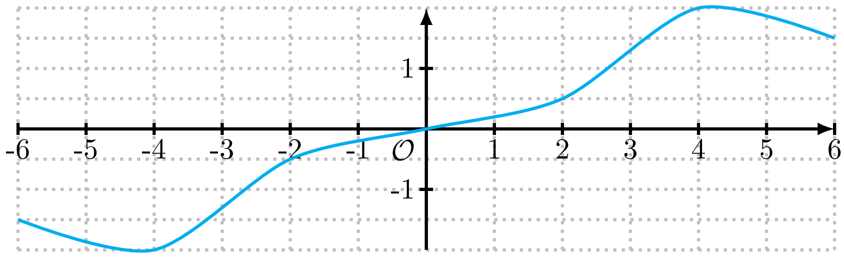
Définition. Soit f une fonction définie sur **un intervalle centré** en 0.
On dit que la fonction f est *impaire* si et seulement si : $f(-x) = -f(x)$.

Exercice 41.
Soit la fonction f définie sur $[-2\,;\,2]$ par $f(x) = x^3 + 5x$.
Démontrer que la fonction f est impaire.

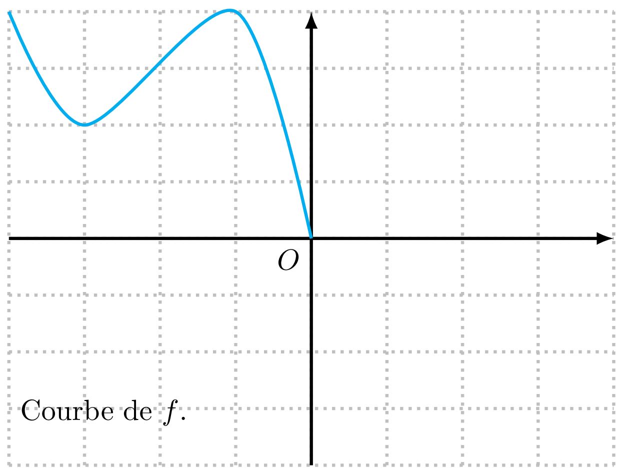
3.2 Conséquence graphique.

Propriété. Dans un repère, la courbe représentative d'une fonction *impaire* est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Exemple. La fonction f définie sur $[-6\,;\,6]$ et dont on donne la courbe représentative ci-dessous est une fonction *impaire* :



Exercice 42.
On donne la courbe représentative incomplète d'une fonction *impaire* f.
Compléter cette partie incomplète.



Exercice 43.
Soit f une fonction *impaire* dont voici un tableau de valeurs.

x	-3	0	1	2
$f(x)$	-9	0	3	4

Calculer $f(-1)$, $f(-2)$ et $f(3)$.

4. Fonction ni paire ni impaire.

4.1 Qu'est-ce qu'une fonction ni paire ni impaire ?

Définition. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
On dit que la fonction f est ni *paire* ni *impaire* si :

- $f(-x) \neq f(x)$: f non *paire*.
- $f(-x) \neq -f(x)$: f non *impaire*.
- I *non centré* en 0.

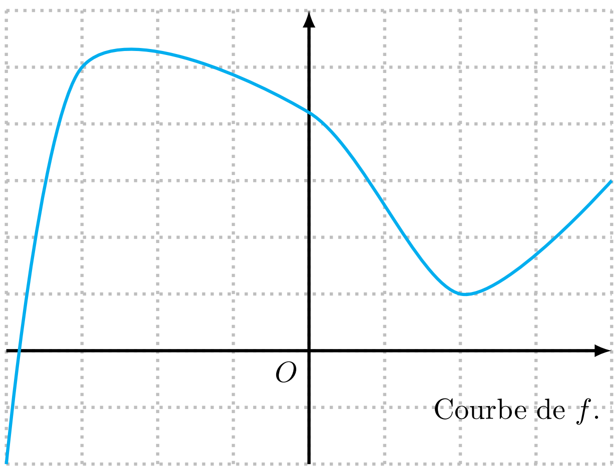
Exemple. Soit la fonction f définie sur $[-4\,;\,5]$ par $f(x) = 4x^2 - 9$.
I n'est pas centré en 0 donc f est ni *paire* ni *impaire*.

Exercice 44.
Démontrer que la fonction f définie sur $[-3\,;\,3]$ par $f(x) = x^2 + x$ est ni paire ni impaire.

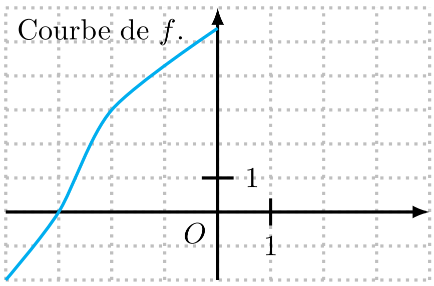
4.2 Conséquence graphique ?

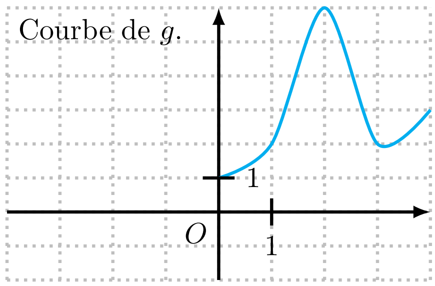
Propriété. Dans un repère, la courbe représentative d'une fonction ni *paire* ni *impaire* n'admet pas de symétrie apparente.

Exemple. La fonction f définie sur $[-4\,;\,4]$ et dont on donne la courbe représentative ci-dessous est une fonction ni *paire* ni *impaire* :



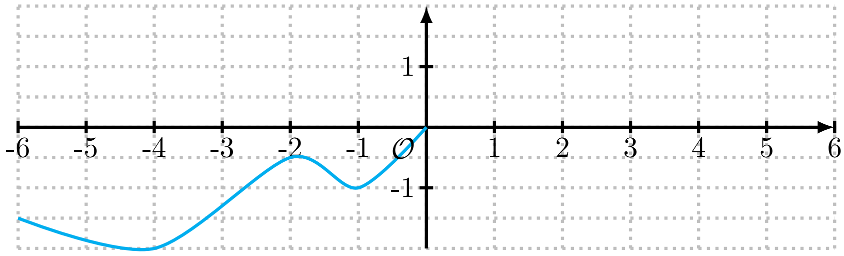
Exercice 45.
On considère deux fonctions f et g paires dont on donne une ébauche de courbe :





Compléter les parties de courbes manquantes.

Exercice 46.
On considère une fonction f impaire dont on donne une ébauche de courbe :



Compléter la partie manquante.

Exercice 47.
Soit f une fonction *impaire* dont voici un tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-10			3	

Compléter les valeurs manquantes du tableau en justifiant la réponse.

Exercice 48.
Soit f une fonction *paire* dont voici un tableau de valeurs :

x	-4	-1	0	1	4
$f(x)$	-2	5	2		

Compléter les valeurs manquantes du tableau en justifiant la réponse.

Exercice 49.
Soient les fonctions f, g et h définies sur $[-3\,;\,3]$ par :

$$f(x) = x^3 + 5x \qquad g(x) = \frac{x^2+1}{5} \qquad h(x) = 5x + 3.$$

1. Démontrer que f est impaire.
2. Démontrer que g est paire.
3. Démontrer que h est ni paire ni impaire.