

► Notel 1.

Soient a et b deux nombres réels.

La **distance** entre a et b est la distance entre les deux points A et B ayant pour abscisses respectives a et b sur la droite des réels.

Si $a > b$ elle vaut $a - b$, sinon elle vaut $b - a$.

On note cette **distance** $|a - b|$ ou encore $d(a; b)$.

Exercice 27.

Exprimer sans $|\cdot|$ les expressions suivantes :

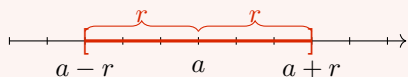
1. $|-5|$
2. $|7|$
3. $|4 - \pi|$
4. $|\pi - 2|$
5. $|\sqrt{3} - 2|$
6. $|-4 - 5|$

► Notel 2.

Soient a et r deux réels avec $r > 0$.

L'intervalle $[a - r; a + r]$ est l'ensemble des nombres x tels que $|x - a| \leq r$: autrement dit, c'est l'ensemble des nombres dont la distance à a est inférieure à r .

Voici une représentation de cet intervalle :



On remarque que a est au milieu ou au « centre » de l'intervalle $[a - r; a + r]$:

Le nombre r peut alors être vu comme le « rayon » de l'intervalle.

Tous les nombres x de l'intervalle sont à une distance du milieu a inférieure au rayon r .

Exercice 28.

Soit $x \in [-1; 7]$.

1. Déterminer le centre a et le rayon r de cet intervalle.
2. Traduire $x \in [-1; 7]$ en utilisant la notion de valeur absolue.
3. Reprendre les questions précédentes avec : $y \in [-4; 2]$ et $z \in [-5; 5]$.

Exercice 29.

On donne $|x - 1| \leq 4$.

1. Traduire cette inégalité par la notion de distance.
2. En déduire un encadrement de x .
3. Reprendre les questions précédentes avec : $|y - 1| < 6$ et $|z + 5| \leq 9$.

Exercice 30.

Résoudre dans \mathbb{R} en utilisant la notion de distance :

- | | |
|-------------------|---------------------|
| 1. $ x - 4 = 2$ | 4. $ x - 4 \leq 5$ |
| 2. $ x + 5 = 7$ | 5. $ x + 5 < 6$ |
| 3. $ x - 4 = -1$ | 6. $ x \leq 4$ |

Exercice 31.

Soit $x \in]-\infty; 4] \cup [8; +\infty[$.

1. Déterminer le centre a et le rayon r de cet intervalle.
2. Traduire $x \in]-\infty; 4] \cup [8; +\infty[$ en utilisant la notion de valeur absolue.
3. Reprendre les questions précédentes avec : $x \in]-\infty; -1] \cup [9; +\infty[$.

Exercice 32.

Résoudre dans \mathbb{R} en utilisant la notion de distance :

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| 1. $ x - 4 > 6$ | 4. $ x \geq 7$ |
| 2. $ x + 5 \geq 8$ | 5. $ x - 7 > \frac{1}{3}$ |
| 3. $ x - 1 < 2$ | 6. $ x \leq 9$ |

Exercice 33.

Soit $x \in]-\infty; 4] \cup [8; +\infty[$.

1. Déterminer le centre a et le rayon r de cet intervalle.
2. Traduire $x \in]-\infty; 4] \cup [8; +\infty[$ en utilisant la notion de valeur absolue.
3. Reprendre les questions précédentes avec : $x \in]-\infty; -1] \cup [9; +\infty[$.

Exercice 34.

Résoudre dans \mathbb{R} en utilisant la notion de distance :

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| 1. $ x - 2 > 5$ | 4. $ x \geq 7$ |
| 2. $ x + 5 \geq 9$ | 5. $ x - 7 > \frac{1}{3}$ |
| 3. $ x - 1 < 2$ | 6. $ x \leq 9$ |