★☆☆☆☆ Exercice 1 **/6**

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations :

1. $-z^2 + 4z - 29 = 0$
2. $\mathrm{i}z^2 = 4z$
3. $z^2 - (1+2\mathrm{i})z + \mathrm{i} - 1 = 0$

C'est cadeau !

☆☆☆☆☆ Exercice 2 **/4**

Soit $z \in \mathbb{C}$. On donne $P(z) = 2z^3 - \mathrm{i}z^2 + 32z - 16\mathrm{i}$.

1. Démontrer que $P(z) = (z^2 + 16)(2z - \mathrm{i})$.
2. Factoriser $P(z)$ puis en déduire les racines de P.

★☆☆☆☆ Exercice 3 **/6**

On considère le polynôme $P(z) = z^3 + (2+\mathrm{i})z^2 + (10+2\mathrm{i})z + 10\mathrm{i}$.

1. Démontrer que $-\mathrm{i}$ est une racine de P.
2. Déterminer les trois réels a, b et c tels que : $P(z) = (z+\mathrm{i})(az^2 + bz + c)$.
   Vous préciserez la méthode employée.
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $P(z) = 0$.

★★☆☆☆ Exercice 4 **/4**

1. Soient deux complexes $z_1 = x_1 + \mathrm{i}y_1$ et $z_2 = x_2 + \mathrm{i}y_2$ où x_1, y_1, x_2 et y_2 sont quatre réels.
   Démontrer que $z_1z_2 = x_1x_2 - y_1y_2 + \mathrm{i}(x_1y_2 + x_2y_1)$.

2. Soient a et b deux réels.
   Donner une condition nécessaire et suffisante portant sur a et b pour que le complexe défini par $[(2a-b) - \mathrm{i}(a+b)]\,[-a - \mathrm{i}(a+b)]$ soit un réel.