CHAPITRE

2

Phénomènes aléatoires

2.1 Fréquences conditionnelles et marginales

D'après sujet évaluation 2023 : une association récupère des vélos jetés à la déchetterie d'Urrugne pour éventuellement les remettre en état. Ces vélos sont de deux types : adulte ou enfant. Leur état est classé en trois catégories : bon état (prêts à rouler) ; réparable (peuvent être remis en état en moins de deux heures) ; non réparable (trop de réparation à faire). Voici le nombre de vélos traités en un mois.

	Bon état	Réparable	Non réparable	Total
Adulte	7	26	12	
Enfant		18	5	26
Total				

2.1.1 Fréquences conditionnelles

Définition 1.2. *Fréquence conditionnelle*

On appelle *fréquence conditionnelle* de B parmi A, notée $f_A(B)$ (se lit f de B parmi A), la fréquence du caractère B dans *la sous-population* A.

$$f_A\left(B\right) = \frac{\text{card}\left(A \cap B\right)}{\text{card}\left(A\right)}$$

Exemple 1.2.

Calculer la fréquence conditionnelle des vélos non réparables parmi les vélos adultes.

2.1.2 Fréquences marginales

Définition 2.2. *Fréquence marginale*

On appelle *fréquence marginale*, le quotient de la somme des effectifs d'une ligne (ou d'une colonne) par l'effectif total.

Exemple 2.2.
Calculer la fréquence marginale des vélos en bon état.

2.2 Probabilités conditionnelles

Dans ce paragraphe, on considère une seule expérience aléatoire d'univers $\mathbb{U}$.

2.2.1 Lien fréquence-probabilité

Propriété 1.2. *Loi des grands nombres*
Quand on répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'une issue se stabilise autour d'une valeur. On prend alors cette valeur comme probabilité de l'issue.

2.2.2 Probabilités conditionnelles

Définition 3.2.
Soient A et B deux événements d'un même univers $\mathbb{U}$, tels que $\text{card}\,(B) \neq 0$.
La *probabilité que A soit réalisé sachant que B est réalisé* est le nombre noté $\mathbf{P}_B\,(A)$ et défini par :

$$\boxed{\mathbf{P}_B\,(A) = \frac{\text{card}\,(A \cap B)}{\text{card}\,(B)}}$$

Propriété 2.2. *Conséquence*
Soient A et B deux événements d'un même univers $\mathbb{U}$, tels que $\mathbf{P}\,(B) \neq 0$.

$$\boxed{\mathbf{P}_B\,(A) = \frac{\mathbf{P}\,(A \cap B)}{\mathbf{P}\,(B)}}$$

2.3 Un exercice classique

Une usine produit et vend de l'eau minérale en bouteilles d'un litre. L'eau provient de deux sources A et B.

Un laboratoire indépendant effectue des tests sur un stock journalier de 400 bouteilles produites par l'usine et détermine si l'eau est calcaire ou non :

— 250 bouteilles provenant de la source A ont été testées, parmi lesquelles 12 contenaient de l'eau calcaire.

— 85 % des bouteilles testées ne contenaient pas d'eau calcaire.

1. Compléter le tableau suivant :

	Source A	Source B	Total
Eau calcaire			
Eau non calcaire			
Total			400

2. On choisit au hasard une bouteille parmi le stock des 400 bouteilles testées. Toutes les bouteilles du stock ont la même probabilité d'être choisies.
   On considère les évènements :
   - A : « la bouteille provient de la source A » ;
   - B : « la bouteille provient de la source B » ;
   - C : « l'eau contenue dans la bouteille est calcaire ».

   (a) Calculer $\mathbf{P}(A)$: ____________________

   (b) Justifier que $\mathbf{P}(C) = 0,15$.

   (c) Traduire par une phrase l'évènement $B \cap C$ puis calculer sa probabilité.

   (d) Calculer la probabilité que l'eau contenue dans la bouteille provienne de la source B sachant qu'elle est calcaire.