Exercice 1

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

Exercice 1

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

1. $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ donc

Exercice 1

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

1. $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ donc $z = \dfrac{(4+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{1^2+1^2}$ soit

Exercice 1

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

1. $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ donc $z = \dfrac{(4+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{1^2+1^2}$ soit $z = \dfrac{4-4\mathrm{i}+\mathrm{i}+1}{2}$
   c'est-à-dire :

Exercice 1

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

1. $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ donc $z = \dfrac{(4+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{1^2+1^2}$ soit $z = \dfrac{4-4\mathrm{i}+\mathrm{i}+1}{2}$
c'est-à-dire :

$$z = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\mathrm{i}.$$

Exercice 1

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

1. $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ donc $z = \dfrac{(4+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{1^2+1^2}$ soit $z = \dfrac{4-4\mathrm{i}+\mathrm{i}+1}{2}$ c'est-à-dire :
$$z = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\mathrm{i}.$$
2. $\dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} - \dfrac{4-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}} =$

Exercice 1

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

1. $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ donc $z = \dfrac{(4+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{1^2+1^2}$ soit $z = \dfrac{4-4\mathrm{i}+\mathrm{i}+1}{2}$
   c'est-à-dire :
   $$z = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\mathrm{i}.$$
2. $\dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} - \dfrac{4-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}} = z - \overline{z}$ donc

On donne le nombre complexe $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$.

1. $z = \dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ donc $z = \dfrac{(4+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{1^2+1^2}$ soit $z = \dfrac{4-4\mathrm{i}+\mathrm{i}+1}{2}$ c'est-à-dire :
$$z = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}\mathrm{i}.$$
2. $\dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} - \dfrac{4-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}} = z - \overline{z}$ donc $\dfrac{4+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} - \dfrac{4-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}} = 2\mathrm{i}\,\mathrm{Im}(z)$ soit $-3\mathrm{i}$.

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i} - 1)z = 2 - \mathrm{i} \iff (-1 + 2\mathrm{i})z = 2 - 2\mathrm{i}$

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i} - 1)z = 2 - \mathrm{i} \iff (-1 + 2\mathrm{i})z = 2 - 2\mathrm{i}$

   $\iff z = \dfrac{2 - 2\mathrm{i}}{-1 + 2\mathrm{i}} =$

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i} - 1)z = 2 - \mathrm{i} \Longleftrightarrow (-1 + 2\mathrm{i})z = 2 - 2\mathrm{i}$
   $$\Longleftrightarrow z = \frac{2 - 2\mathrm{i}}{-1 + 2\mathrm{i}} = z = \frac{(2 - 2\mathrm{i})(-1 - 2\mathrm{i})}{(-1)^2 + 2^2} \Longleftrightarrow$$

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i} - 1)z = 2 - \mathrm{i} \iff (-1 + 2\mathrm{i})z = 2 - 2\mathrm{i}$
$\iff z = \dfrac{2 - 2\mathrm{i}}{-1 + 2\mathrm{i}} = z = \dfrac{(2 - 2\mathrm{i})(-1 - 2\mathrm{i})}{(-1)^2 + 2^2} \iff z = -\dfrac{6}{5} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \left\{-\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i} - 1)z = 2 - \mathrm{i} \iff (-1 + 2\mathrm{i})z = 2 - 2\mathrm{i}$
   $\iff z = \dfrac{2 - 2\mathrm{i}}{-1 + 2\mathrm{i}} = z = \dfrac{(2 - 2\mathrm{i})(-1 - 2\mathrm{i})}{(-1)^2 + 2^2} \iff z = -\dfrac{6}{5} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
   $$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \left\{-\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z} + 1 - 5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z + 4 - \mathrm{i}) = 0$

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i} - 1)z = 2 - \mathrm{i} \iff (-1 + 2\mathrm{i})z = 2 - 2\mathrm{i}$
$\iff z = \dfrac{2 - 2\mathrm{i}}{-1 + 2\mathrm{i}} = z = \dfrac{(2 - 2\mathrm{i})(-1 - 2\mathrm{i})}{(-1)^2 + 2^2} \iff z = -\dfrac{6}{5} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \left\{-\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z} + 1 - 5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z + 4 - \mathrm{i}) = 0 \iff \overline{z} + 1 - 5\mathrm{i} = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z + 4 - \mathrm{i} = 0$

Exercice 2

1. $\mathrm{i}+(2\mathrm{i}-1)z=2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z=2-2\mathrm{i}$
$\iff z=\dfrac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}}=z=\dfrac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\left\{-\frac{6}{5}-\frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i})=0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i}=0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}=0$
$\iff \overline{z}=-1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=\dfrac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i}-1)z = 2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z = 2-2\mathrm{i}$
$$\iff z = \frac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}} = z = \frac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z = -\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i} \text{ donc :}$$
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \left\{-\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}) = 0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i} = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i} = 0$
$$\iff \overline{z} = -1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = \frac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$$
$$\iff z = -1-5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = 1+2\mathrm{i} \text{ donc}$$

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i}-1)z = 2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z = 2-2\mathrm{i}$
$\iff z = \dfrac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}} = z = \dfrac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z = -\dfrac{6}{5} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \left\{-\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}) = 0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i} = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i} = 0$
$\iff \overline{z} = -1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = \dfrac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$
$\iff z = -1-5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = 1+2\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \{-1+5\mathrm{i}\,;\,1+2\mathrm{i}\}.$$

Exercice 2

1. $\mathrm{i}+(2\mathrm{i}-1)z=2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z=2-2\mathrm{i}$
$\iff z=\dfrac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}}=z=\dfrac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\left\{-\frac{6}{5}-\frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i})=0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i}=0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}=0$
$\iff \overline{z}=-1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=\dfrac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$
$\iff z=-1-5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=1+2\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\{-1+5\mathrm{i}\,;\,1+2\mathrm{i}\}.$$
3. Posons $z=x+\mathrm{i}y$ avec x et y réels.

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i}-1)z = 2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z = 2-2\mathrm{i}$
$\iff z = \dfrac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}} = z = \dfrac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z = -\dfrac{6}{5} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \left\{-\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}) = 0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i} = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i} = 0$
$\iff \overline{z} = -1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = \dfrac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$
$\iff z = -1-5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = 1+2\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \{-1+5\mathrm{i}\,;\,1+2\mathrm{i}\}.$$
3. Posons $z = x+\mathrm{i}y$ avec x et y réels.
$z - 2\overline{z} + \mathrm{i} = 1-\mathrm{i} \iff x+\mathrm{i}y-2(x-\mathrm{i}y) = 1-2\mathrm{i}.$
$\iff -x+3\mathrm{i}y = 1-2\mathrm{i}.$

Exercice 2

1. $\mathrm{i}+(2\mathrm{i}-1)z=2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z=2-2\mathrm{i}$
   $\iff z=\dfrac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}}=z=\dfrac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
   $$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\left\{-\frac{6}{5}-\frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i})=0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i}=0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}=0$
   $\iff \overline{z}=-1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=\dfrac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$
   $\iff z=-1-5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=1+2\mathrm{i}$ donc :
   $$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\{-1+5\mathrm{i}\,;\,1+2\mathrm{i}\}.$$
3. Posons $z=x+\mathrm{i}y$ avec x et y réels.
   $z-2\overline{z}+\mathrm{i}=1-\mathrm{i} \iff x+\mathrm{i}y-2(x-\mathrm{i}y)=1-2\mathrm{i}$.
   $\iff -x+3\mathrm{i}y=1-2\mathrm{i}$.
   En identifiant parties réelles et imaginaires, il vient :

Exercice 2

1. $\mathrm{i}+(2\mathrm{i}-1)z=2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z=2-2\mathrm{i}$
$\iff z=\dfrac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}}=z=\dfrac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\left\{-\frac{6}{5}-\frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i})=0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i}=0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}=0$
$\iff \overline{z}=-1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=\dfrac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$
$\iff z=-1-5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=1+2\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\{-1+5\mathrm{i}\,;\,1+2\mathrm{i}\}.$$
3. Posons $z=x+\mathrm{i}y$ avec x et y réels.
$z-2\overline{z}+\mathrm{i}=1-\mathrm{i} \iff x+\mathrm{i}y-2(x-\mathrm{i}y)=1-2\mathrm{i}.$
$\iff -x+3\mathrm{i}y=1-2\mathrm{i}.$
En identifiant parties réelles et imaginaires, il vient : $-x=1$ et $3y=-2$ donc

Exercice 2

1. $\mathrm{i} + (2\mathrm{i} - 1)z = 2 - \mathrm{i} \Longleftrightarrow (-1 + 2\mathrm{i})z = 2 - 2\mathrm{i}$
   $\Longleftrightarrow z = \dfrac{2 - 2\mathrm{i}}{-1 + 2\mathrm{i}} = z = \dfrac{(2 - 2\mathrm{i})(-1 - 2\mathrm{i})}{(-1)^2 + 2^2} \Longleftrightarrow z = -\dfrac{6}{5} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
   $$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \left\{-\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z} + 1 - 5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z + 4 - \mathrm{i}) = 0 \Longleftrightarrow \overline{z} + 1 - 5\mathrm{i} = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z + 4 - \mathrm{i} = 0$
   $\Longleftrightarrow \overline{z} = -1 + 5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = \dfrac{-4 + 2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$
   $\Longleftrightarrow z = -1 - 5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z = 1 + 2\mathrm{i}$ donc :
   $$\mathscr{S}_{\mathbb{C}} = \{-1 + 5\mathrm{i}\,;\ 1 + 2\mathrm{i}\}.$$
3. Posons $z = x + \mathrm{i}y$ avec x et y réels.
   $z - 2\overline{z} + \mathrm{i} = 1 - \mathrm{i} \Longleftrightarrow x + \mathrm{i}y - 2(x - \mathrm{i}y) = 1 - 2\mathrm{i}.$
   $\Longleftrightarrow -x + 3\mathrm{i}y = 1 - 2\mathrm{i}.$
   En identifiant parties réelles et imaginaires, il vient : $-x = 1$ et $3y = -2$ donc $x = -1$ et $y = -\dfrac{2}{3}$ d'où

Exercice 2

1. $\mathrm{i}+(2\mathrm{i}-1)z=2-\mathrm{i} \iff (-1+2\mathrm{i})z=2-2\mathrm{i}$
$\iff z=\dfrac{2-2\mathrm{i}}{-1+2\mathrm{i}}=z=\dfrac{(2-2\mathrm{i})(-1-2\mathrm{i})}{(-1)^2+2^2} \iff z=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{2}{5}\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\left\{-\frac{6}{5}-\frac{2}{5}\mathrm{i}\right\}.$$
2. $(\overline{z}+1-5\mathrm{i})(2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i})=0 \iff \overline{z}+1-5\mathrm{i}=0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{i}z+4-\mathrm{i}=0$
$\iff \overline{z}=-1+5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=\dfrac{-4+2\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}$
$\iff z=-1-5\mathrm{i} \quad \text{ou} \quad z=1+2\mathrm{i}$ donc :
$$\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\{-1+5\mathrm{i}\,;\,1+2\mathrm{i}\}.$$
3. Posons $z=x+\mathrm{i}y$ avec x et y réels.
$z-2\overline{z}+\mathrm{i}=1-\mathrm{i} \iff x+\mathrm{i}y-2(x-\mathrm{i}y)=1-2\mathrm{i}.$
$\iff -x+3\mathrm{i}y=1-2\mathrm{i}.$
En identifiant parties réelles et imaginaires, il vient : $-x=1$ et $3y=-2$ donc $x=-1$ et $y=-\dfrac{2}{3}$ d'où $z=-1-\dfrac{2}{3}\mathrm{i}.$
Conclusion : $\mathscr{S}_{\mathbb{C}}=\left\{-1-\dfrac{2}{3}\mathrm{i}\right\}.$

Exercice 3

Soit $z \in \mathbb{C}$. Démontrons que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.

Exercice 3

Soit $z \in \mathbb{C}$. Démontrons que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.
Posons $Z = z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$.

Exercice 3

Soit $z \in \mathbb{C}$. Démontrons que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.
Posons $Z = z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$.
$\overline{Z} = \overline{z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)} =$

Exercice 3

Soit $z \in \mathbb{C}$. Démontrons que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.
Posons $Z = z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$.
$\overline{Z} = \overline{z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)} = \overline{z} - z(1 - \mathrm{i}\overline{z})$.

Exercice 3

Soit $z \in \mathbb{C}$. Démontrons que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.
Posons $Z = z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$.
$\overline{Z} = \overline{z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)} = \overline{z} - z(1 - \mathrm{i}\overline{z})$.
$\overline{Z} = \overline{z} - z + \mathrm{i}z\overline{z} =$

Exercice 3

Soit $z \in \mathbb{C}$. Démontrons que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.
Posons $Z = z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$.
$\overline{Z} = \overline{z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)} = \overline{z} - z(1 - \mathrm{i}\overline{z})$.
$\overline{Z} = \overline{z} - z + \mathrm{i}z\overline{z} = -\left[z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)\right]$.

Exercice 3

Soit $z \in \mathbb{C}$. Démontrons que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.
Posons $Z = z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$.
$\overline{Z} = \overline{z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)} = \overline{z} - z(1 - \mathrm{i}\overline{z})$.
$\overline{Z} = \overline{z} - z + \mathrm{i}z\overline{z} = -\left[z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)\right]$.
Ainsi $\overline{Z} = -Z$ ce qui prouve que $z - \overline{z}(\mathrm{i}z + 1)$ est un imaginaire pur.