

Jour 12 : probabilités et suites

Avant le début des travaux de construction d'une autoroute, une équipe d'archéologie préventive procède à des sondages successifs en des points régulièrement espacés sur le terrain.

Lorsque le n -ième sondage donne lieu à la découverte de vestiges, il est dit positif.

L'évènement : « le n -ième sondage est positif » est noté V_n , on note p_n la probabilité de l'évènement V_n .

L'expérience acquise au cours de ce type d'investigation permet de prévoir que :

- si un sondage est positif, le suivant a une probabilité égale à 0,6 d'être aussi positif;
- si un sondage est négatif, le suivant a une probabilité égale à 0,9 d'être aussi négatif.

On suppose que le premier sondage est positif, c'est-à-dire : $p_1 = 1$.

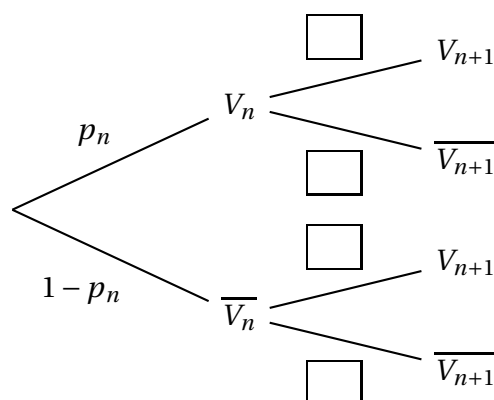
1. Calculer les probabilités des évènements suivants :

- A : « les 2^e et 3^e sondages sont positifs »;
- B : « les 2^e et 3^e sondages sont négatifs ».

2. Calculer la probabilité p_3 pour que le 3^e sondage soit positif.

3. n désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2.

Compléter l'arbre ci-dessous en fonction des données de l'énoncé :



4. Pour tout entier naturel n non nul, établir que : $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,1$.

5. a. Démontrer que la suite (p_n) est minorée par 0,2.

b. Démontrer que la suite (p_n) est décroissante.

c. Démontrer que la suite (p_n) est convergente et calculer sa limite ℓ .

6. On note u la suite définie, pour tout entier naturel n non nul par : $u_n = p_n - 0,2$.

a. Démontrer que u est une suite géométrique, en préciser le premier terme et la raison.

b. Exprimer p_n en fonction de n .

c. Calculer la limite, quand n tend vers $+\infty$, de la probabilité p_n et retrouver le résultat de la question 5.c.