☞ Interrogation sur la divisibilité du 22/10/2021 ∾

Questions de cours. /2

- 1. Soient a et b deux entiers avec a non nul. Rappeler la définition de « a divise b ».
- **2.** Montrer que, pour tous entiers a, b et c, si a et b (a et b non nuls) divisent c alors ab divise c^2 .

Exercice 1. /3

Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que n+5 divise 3n+2.

Exercice 2. /5

Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = 4^n + 15n - 1$.

- 1. Calculer u_0 , u_1 et u_2 et montrer que ces trois entiers sont tous divisibles par 9.
- **2.** Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 4u_n 45n + 18$.
- **3.** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, u_n est divisible par 9.

Questions de cours. /2

- **1.** Soient a et b deux entiers avec a non nul. Rappeler la définition de « a divise b ».
- **2.** Montrer que, pour tous entiers a, b et c, si a et b (a et b non nuls) divisent c alors ab divise c^2 .

Exercice 1. /3

Déterminer l'ensemble des entiers relatifs n tels que n+2 divise 3n-1.

Exercice 2. /5

Soit a un entier naturel non nul et on considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$u_n = (a+1)^n - an - 1.$$

- 1. Vérifier que les trois premiers termes de cette suite sont divisibles par a^2
- **2.** Calculer, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} (a+1)u_n = na^2$.
- **3.** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, u_n est divisible par a^2 .