Exercice 1. **/4**

1. Écrire la matrice A carrée d'ordre 2 telle que pour tous entiers naturels $1 \leqslant i \leqslant 2$ et $1 \leqslant j \leqslant 2$:

$$a_{ij} = \begin{cases} i & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{si } i < j, \\ 2 & \text{si } i > j \end{cases}$$

2. Calculer les sommes suivantes :

(a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{2} a_{i2}$ (b) $\displaystyle\prod_{i=1}^{2} a_{ii}$

Exercice 2 **/4**

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 5 & z & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ -3 & y \\ -14 & -1 \end{pmatrix}$

1. Déterminer les réels x, y et z pour que le produit des deux matrices $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Peut-on dire, dans ce cas, que B est l'inverse de A ? Justifiez la réponse.

Exercice 3. **/6**

1. Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \dfrac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
   (a) Calculer $A \times B$.
   (b) On admettra que $A \times B = B \times A$. Qu'en déduire pour les matrices A et B ?

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système : $\begin{cases} x + y + z & = & 3 \\ -x - y + z & = & -9 \\ -x + 2y - z & = & 12 \end{cases}$

Exercice 4 **/6**

Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ et $T = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Vérifier que $A = -3I_2 + T$.
2. Calculer T^2 et en déduire l'expression de A^2 en fonction de I_2 et T.

3. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $A^n = (-3)^n I_2 + n(-3)^{n-1}T$.