Exercice 1.

1. Soit a, b et c trois nombres entiers relatifs avec c non nul; démontrer que si c divise a et c divise b, alors c divise toute combinaison linéaire à cœfficients entiers de a et de b, c'est-à-dire c divise $ua + vb$ où u et v sont deux entiers relatifs.
2. Soit $n \in \mathbb{Z}$. Démontrer que la fraction $\dfrac{9n+11}{5n+6}$ est irréductible.

Exercice 2. Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(x\,;\,y)$ tels que $x^2 = 2xy + 15$.

Exercice 3.

La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = n4^{n+1} - (n+1)4^n + 1$.

1. Vérifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = 9(n+1)4^n$.
2. En déduire, en utilisant une démonstration par récurrence sur n, que, pour tout entier naturel n, u_n est un multiple de 9.

Exercice 1.

1. Soit a, b et c trois nombres entiers relatifs avec c non nul; démontrer que si c divise a et c divise b, alors c divise toute combinaison linéaire à cœfficients entiers de a et de b, c'est-à-dire c divise $ua + vb$ où u et v sont deux entiers relatifs.
2. Soit $n \in \mathbb{Z}$. Démontrer que la fraction $\dfrac{9n+11}{5n+6}$ est irréductible.

Exercice 2. Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(x\,;\,y)$ tels que $x^2 = 2xy + 15$.

Exercice 3.

La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = n4^{n+1} - (n+1)4^n + 1$.

1. Vérifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = 9(n+1)4^n$.
2. En déduire, en utilisant une démonstration par récurrence sur n, que, pour tout entier naturel n, u_n est un multiple de 9.

Exercice 1.

1. Soit a, b et c trois nombres entiers relatifs avec c non nul; démontrer que si c divise a et c divise b, alors c divise toute combinaison linéaire à cœfficients entiers de a et de b, c'est-à-dire c divise $ua + vb$ où u et v sont deux entiers relatifs.
2. Soit $n \in \mathbb{Z}$. Démontrer que la fraction $\dfrac{9n+11}{5n+6}$ est irréductible.

Exercice 2. Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(x\,;\,y)$ tels que $x^2 = 2xy + 15$.

Exercice 3.

La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = n4^{n+1} - (n+1)4^n + 1$.

1. Vérifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = 9(n+1)4^n$.
2. En déduire, en utilisant une démonstration par récurrence sur n, que, pour tout entier naturel n, u_n est un multiple de 9.