

Exercice 1.**/2**

Démontrer que pour tout entier relatif n , les entiers $7n + 4$ et $5n + 3$ sont premiers entre eux.

Exercice 2.**/5**

Déterminer l'ensemble des couples d'entiers naturels $(a; b)$ tels que :

$$ab = 432 \text{ et } \text{PGCD}(a; b) = 6.$$

Exercice 3.**/4**

1. Démontrer que 38 et 45 sont premiers entre eux.
2. À l'aide de l'algorithme d'Euclide, déterminer un couple d'entiers relatifs $(x; y)$ tel que :

$$38x + 45y = 1$$

.

Exercice 4.**/5**

1. On considère l'équation

$$(\mathcal{E}) : 17x - 24y = 9,$$

où (x, y) est un couple d'entiers relatifs.

(a) Vérifier que le couple $(9; 6)$ est solution de l'équation (\mathcal{E}) .

(b) Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation (\mathcal{E}) .

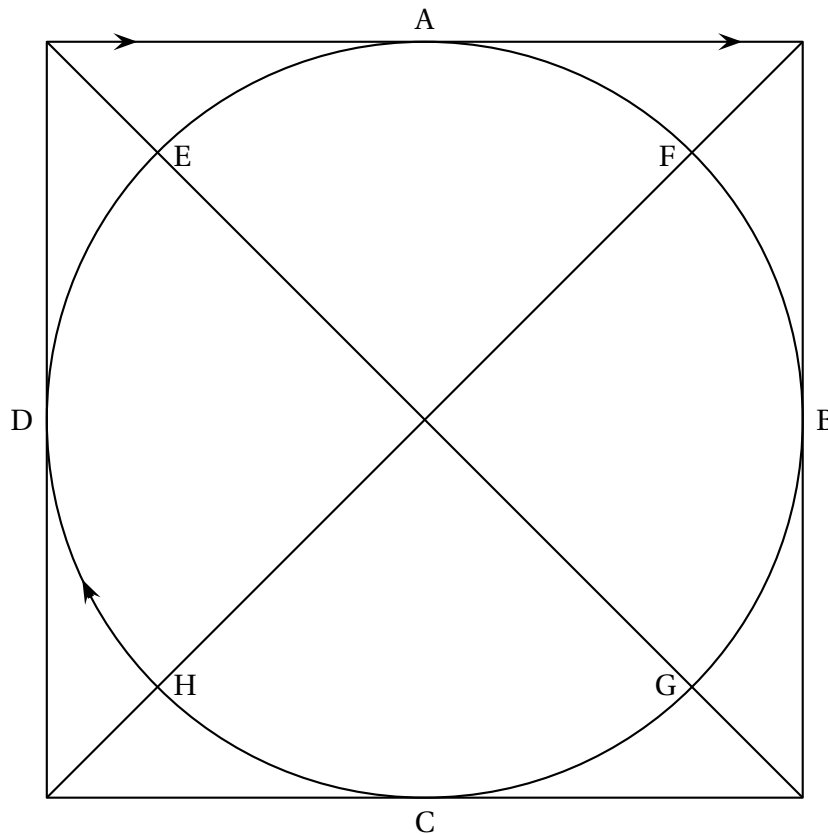
2. Lors des fêtes de Biriadou, Mattin, élève de Maths expertes, s'installe dans un manège circulaire (ahahahah) représenté par le schéma en page 2. Il peut s'installer sur l'un des huit points indiqués sur le cercle.

Le manège comporte un jeu qui consiste à attraper un pompon qui, se déplace sur un câble formant un carré dans lequel est inscrit le cercle. Le manège tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, à vitesse constante. Il fait un tour à vitesse constante. Il fait un tour en 24 secondes. Le pompon se déplace dans le même sens à vitesse constante. Il fait un tour en 17 secondes.

Pour gagner, Mattin doit attraper le pompon, et il ne peut le faire qu'aux points de contact qui sont notés A, B, C et D sur le dessin.

À l'instant $t = 0$, Mattin part du point H en même temps que le pompon part du point A.

- (a) On suppose qu'à un certain instant t Mattin attrape le pompon en A. Mattin a déjà pu passer un certain nombre de fois en A sans y trouver le pompon. À l'instant t , on note y le nombre de tours effectués depuis son premier passage en A et x le nombre de tours effectués par le pompon. Montrer que (x, y) est solution de l'équation (\mathcal{E}) de la question 1.
- (b) Mattin a payé pour 2 minutes; aura-t-il le temps d'attraper le pompon?



« La mathématique est une science dangereuse : elle dévoile les supercheries et les erreurs de calcul. »
GALILÉE