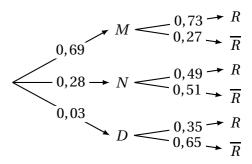
Correction exercice nº7

Partie A

1. Voici l'arbre modélisant la situation :



2. L'évènement « le déchet est dangereux et recyclable » est $D \cap R$.

$$P(D \cap R) = P(D) \times P_D(R)$$
 donc
 $P(D \cap R) = 0.03 \times 0.35 = 0.0105.$

- 3. De même $\mathbf{P}\left(M \cap \overline{R}\right) = \mathbf{P}(M) \times \mathbf{P}_{M}\left(\overline{R}\right)$ soit $\mathbf{P}\left(M \cap \overline{R}\right) = 0,69 \times 0,27 = 0,1863$. Dans le contexte de l'exercice, cela signifie que sur l'ensemble des déchets produits par l'entreprise, 18,63 % d'entre eux sont des déchets qui sont minéraux et non recyclables.
- 4. Les évènements M, N et D forment une partition de l'univers, donc, d'après la formule des probabilités totales, on en déduit :

$$\mathbf{P}(R) = \mathbf{P}(R \cap M) + \mathbf{P}(R \cap N) + \mathbf{P}(R \cap D)$$

$$= 0,69 \times 0,73 + 0,28 \times 0,49 + 0,03 \times 0,35$$

$$= 0,6514$$

5. La probabilité demandée est $\mathbf{P}_R(N)$. Or,

$$\mathbf{P}_{R}(N) = \frac{\mathbf{P}(R \cap N)}{\mathbf{P}(R)}$$

$$= \frac{0,28 \times 0,49}{0,6514}$$

$$= \frac{686}{3257}$$

$$\approx 0,2106 \text{ au dix-millième près.}$$

Partie B

- 1. (a) L'expérience est la répétition de 20 épreuves identiques et indépendantes où seuls deux cas sont possibles :
 - soit le déchet est recyclable avec la probabilité p = 0,6514 (probabilité du succès).
 - Soit il ne l'est pas avec la probabilité q = 1 p = 0,3486.

X désignant le nombre de succès, c'est-à-dire le nombre de déchets recyclables parmi les 20, X suit la la loi binomiale $\mathcal{B}(20; 0,6514)$.

(b) On cherche la probabilité de l'évènement (X = 14).

$$\mathbf{P}(X = 14) = \binom{20}{14} 0,6514^{14} \times 0,3486^6 \text{ soit } \mathbf{P}(X = 14) \approx 0,1723 \text{ au dix-millième près.}$$

2. Dans cette question, on prélève désormais *n* déchets, où *n* désigne un entier naturel strictement positif. On note X_n la variable aléatoire qui compte le nombre de déchets recyclables dans ce nouvel échantillon. X_n suit donc la loi binomiale de paramètres (n; 0.6514)

(a) On a
$$p_n = \mathbf{P}(X_n = 0)$$
 soit $p_n = \binom{n}{0} 0,6514^0 \times 0,3486^n = 0,3486^n$.

La probabilité qu'aucun déchet ne soit recyclable sur un échantillon de n déchet est donc $p_n = 0.3486^n$

(b) L'évènement « au moins un déchet du prélèvement est recyclable » est contraire de celui dont on a calculé la probabilité à la question précédente. On est donc amené à résoudre $P(X_n \ge 1) \ge 0,9999.$

Or $\mathbf{P}(X_n \ge 1) = 1 - \mathbf{P}(X_n = 0)$ donc on doit avoir $1 - 0.3486^n \ge 0.9999$. À la calculatrice $1 - 0.3486^8 < 0.9999$ et $1 - 0.3486^9 > 0.9999$ donc on retient n = 0: on en déduit que c'est à partir de 9 déchets dans l'échantillon que la probabilité qu'au moins un des déchets soit recyclable est supérieure ou égale à 0,9999.