

Exercice 1.

/2

1. Voici le début du triangle de Pascal :

$$\begin{array}{ccccccc} n = 0 & & & & & & 1 \\ n = 1 & & & & 1 & & 1 \\ n = 2 & & & 1 & 2 & 1 & \\ n = 3 & & 1 & 3 & 3 & 1 & \\ n = 4 & & & & & & \end{array}$$

Compléter la ligne des coefficients pour $n = 4$.

2. En utilisant le résultat précédent, démontrer que $(1 + 2i)^4 = -7 - 24i$.

Exercice 2.

/4.5

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1. $2z^2 + 2z + 5 = 0$

2. $iz = \sqrt{3}z^2$

3. $16z^2 + 25 = 0$

Exercice 3.

/6

On considère le polynôme défini sur \mathbb{C} par $P(z) = z^3 + 4z^2 + 2z - 28$.

1. Démontrer que 2 est une racine de P .

2. Déterminer les trois réels a , b et c tels que : $P(z) = (z - 2)(az^2 + bz + c)$.
Vous préciserez la méthode employée.

3. En déduire :

a. l'ensemble des solutions dans \mathbb{C} de l'équation $P(z) = 0$.

b. La forme factorisée de P .

Exercice 4.

/4

À tout nombre complexe z , on associe le nombre complexe $z' = \frac{2i - z^2}{z\bar{z} + 1}$.

1. Démontrer que z' est réel si et seulement si $(z - \bar{z})(z + \bar{z}) = 4i$.

2. En déduire l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que z' soit un réel.

Exercice 5.

/3.5

On considère l'équation d'inconnue z complexe : $(E) : z^2 - 4iz + 4 + 6i = 0$.

1. Écrire sous forme algébrique $(1 - 3i)^2$.

2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) .