

Một số tính năng của `ex_test` bản 2.4.3

Trần Anh Tuấn, Đại học Thương Mại

Ngày 15 tháng 6 năm 2018

1 Môi trường liệt kê chia cột

1.1 Lệnh `listEX`

1.1.1 Cấu trúc

```
\begin{listEX}[Số cột]%Bỏ trống tùy chọn số cột thì sẽ trở thành 1 cột
\item
\item
\end{listEX}
```

Câu 1. Giải các phương trình sau

- a) $x^2 - x + 1 = 0$; b) $x^2 + 1 = 0$; c) $x^2 - 1 = 0$;
d) $x^2 + x - 1 = 0$; e) $x^2 - 3x + 2 = 0$;

Câu 2. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

- a) Cho a, b là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Đường vuông góc chung của a và b nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.
- b) Không thể có một hình chóp tứ giác $S.ABCD$ nào có hai mặt bên (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với mặt đáy.
- c) Cho \vec{u}, \vec{v} là hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) và \vec{n} là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Điều kiện cần và đủ để $\Delta \perp (\alpha)$ là $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ và $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$.
- d) Hai đường thẳng a và b trong không gian có các véc-tơ chỉ phương lần lượt là \vec{u} và \vec{v} . Điều kiện cần và đủ để a và b chéo nhau là a và b không có điểm chung và hai véc-tơ \vec{u} và \vec{v} không cùng phương.

1.1.2 Thay bộ đếm môi trường list

`\def\listEXenumi{Nội dung thay đổi bộ đếm của enumi hoặc kí tự bất kì}`

<code>\def\listEXenumi{\alph{enumi}}}</code>	Kiểu chữ cái thường a), b),... (mặc định)
<code>\def\listEXenumi{\Alph{enumi}}}</code>	Chữ cái in hoa A), B),...
<code>\def\listEXenumi{\arabic{enumi}.}</code>	Dánh số 1., 2.,...
<code>\def\listEXenumi{\romain{enumi}}}</code>	Chữ số La Mã thường (i), (ii),...
<code>\def\listEXenumi{\Roman{enumi}}}</code>	Chữ số La Mã in hoa (I), (II),...
<code>\def\listEXenumi{\color{red}\$\square\$}</code>	Kí tự đặc biệt: ô vuông màu đỏ,...

Câu 3. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll}
 \text{(i)} \quad x^2 - x + 1 = 0; & \text{(ii)} \quad x^2 + 1 = 0; & \text{(iii)} \quad x^2 - 1 = 0; \\
 \text{(iv)} \quad x^2 - x - 1 = 0; & \text{(v)} \quad x^2 + x - 1 = 0; & \text{(vi)} \quad x^2 - 3x - 1 = 0;
 \end{array}$$

Câu 4. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll}
 \checkmark x^2 - x + 1 = 0; & \checkmark x^2 + 1 = 0; & \checkmark x^2 - 1 = 0; \\
 \checkmark x^2 - x - 1 = 0; & \checkmark x^2 + x - 1 = 0; & \checkmark x^2 - 3x - 1 = 0;
 \end{array}$$

Câu 5. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll}
 \square x^2 - x + 1 = 0; & \square x^2 + 1 = 0; & \square x^2 - 1 = 0; \\
 \square x^2 - x - 1 = 0; & \square x^2 + x - 1 = 0; & \square x^2 - 3x - 1 = 0;
 \end{array}$$

1.1.3 Thay đổi số thứ tự liệt đầu tiên

`\setcounter{enumi}{n-1}%n là số thứ tự liệt kê đầu tiên`

Chẳng hạn, muốn thứ tự liệt kê đầu tiên là d) (số thứ tự n=4 trong bảng chữ cái)

Câu 6. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll}
 \text{d)} \quad x^2 - x + 1 = 0; & \text{e)} \quad x^2 + 1 = 0; & \text{f)} \quad x^2 - 1 = 0; \\
 \text{g)} \quad x^2 - x - 1 = 0; & \text{h)} \quad x^2 + x - 1 = 0; & \text{i)} \quad x^2 - 3x - 1 = 0;
 \end{array}$$

1.2 Lệnh enumEX

1.2.1 Cấu trúc tổng quát

```

\begin{enumEX}[Kiểu liệt kê: a), (1), i.,...] {Số cột}
\item
\item
\end{enumEX}

```

Câu 7. Giải các phương trình sau

- (i) $x^2 - x + 1 = 0$; (ii) $x^2 + 1 = 0$; (iii) $x^2 - 1 = 0$;
 (iv) $x^2 + x - 1 = 0$; (v) $x^2 - 3x + 2 = 0$;

Câu 8. Giải các phương trình sau

- (a) $\frac{x^2 + 1}{x + 1} = 0$; (b) $x^2 - x + 1 = 0$; (c) $x^2 - 1 = 0$;
 (d) $x^2 + x - 1 = 0$; (e) $\frac{x^2 - x - 1}{x - 1} = 0$;

1.2.2 Cấu trúc rút gọn

Nếu tùy chọn kiểu liệt kê bỏ qua thì kiểu liệt kê mặc định là a)

```
\begin{enumEX}{Số cột}
\item
\item
\end{enumEX}
```

Câu 9. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

- a) **[Đ]** Cho a, b là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Đường vuông góc chung của a và b nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.
- b) **[S]** Không thể có một hình chóp tứ giác $S.ABCD$ nào có hai mặt bên (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với mặt đáy.
- c) **[S]** Cho \vec{u}, \vec{v} là hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) và \vec{n} là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Điều kiện cần và đủ để $\Delta \perp (\alpha)$ là $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ và $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$.
- d) **[S]** Hai đường thẳng a và b trong không gian có các véc-tơ chỉ phương lần lượt là \vec{u} và \vec{v} . Điều kiện cần và đủ để a và b chéo nhau là a và b không có điểm chung và hai véc-tơ \vec{u} và \vec{v} không cùng phương.

1.2.3 Thay đổi số thứ tự liệt đầu tiên

```
\begin{enumEX}[]{}\setcounter{enumi}{n-1}%n là số thứ tự liệt kê đầu tiên
```

Câu 10. Giải các phương trình sau

- d) $\frac{x^2 + 1}{x + 1} = 0$; e) $x^2 - x + 1 = 0$; f) $x^2 - 1 = 0$;
 g) $x^2 + x - 1 = 0$; h) $\frac{x^2 - x - 1}{x - 1} = 0$;

1.2.4 Vấn đề dẫn dòng khi số cột lớn hơn 1

enumEX bị hạn chế là dẫn dòng theo chiều cao của 2 \item đầu tiên của mỗi dòng, vì vậy trong một số trường hợp việc dẫn dòng không được như mong đợi, chẳng hạn

Câu 11. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \ x^2 - x + 1 = 0; & \text{b)} \ \frac{x^2 + 1}{x + 1} = 0; & \text{c)} \ x^2 - 1 = 0; \\ \text{d)} \ x^2 + x - 1 = 0; & \text{e)} \ \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} = 0. & \end{array}$$

Một số cách khắc phục tạm thời khi chờ các cập nhật sau

Cách 1: Chuyển sang dùng môi trường listEX

Câu 12. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \ x^2 - x + 1 = 0; & \text{b)} \ \frac{x^2 + 1}{x + 1} = 0; & \text{c)} \ x^2 - 1 = 0; \\ \text{d)} \ x^2 + x - 1 = 0; & \text{e)} \ \frac{x^2 - x - 1}{x - 1} = 0. & \end{array}$$

Cách 2: Thay đổi thứ tự các \item nếu có thể

Câu 13. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \ \frac{x^2 + 1}{x + 1} = 0; & \text{b)} \ x^2 - x + 1 = 0; & \text{c)} \ x^2 - 1 = 0; \\ \text{d)} \ x^2 + x - 1 = 0; & \text{e)} \ \frac{x^2 - x - 1}{x - 1} = 0; & \end{array}$$

Cách 3: Thêm khoảng lệnh khoảng cách giữa hai dòng (chẳng hạn \vspace{8pt})

Câu 14. Giải các phương trình sau

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \ x^2 - x + 1 = 0; & \text{b)} \ \frac{x^2 + 1}{x + 1} = 0; & \text{c)} \ x^2 - 1 = 0; \\ \text{d)} \ x^2 + x - 1 = 0; & \text{e)} \ \frac{x^2 - x - 1}{x - 1} = 0. & \end{array}$$

2 Ẩn hiện văn bản trong L^AT_EX

2.1 Tổng quát

\sh{NỘI DUNG}%\sh viết tắt của \showhide

Khi bật tùy chọn loigiai hoặc solcolor thì **NỘI DUNG** sẽ được hiển thị. Nếu bật tùy chọn dethi thì **NỘI DUNG** sẽ bị ẩn, thay vào đó sẽ là một đường kẻ ngang có độ dài bằng độ dài của **NỘI DUNG** và để thừa một hộp văn bản trống đúng bằng **NỘI DUNG**.

Câu 15. Thể tích khối chóp được tính bởi công thức $V = \frac{1}{3}S.h$, trong đó S là diện tích đáy và h là đường cao của khối chóp.

Câu 16. Cho tứ diện gần đều $ABCD$ với $AB = CD = a$, $AC = BD = b$, $AD = BC = c$ có thể tích được tính bởi $V = \frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}$.

Câu 17. Công thức thể tích tứ diện $S.ABC$ là $V = \frac{1}{12\sqrt{2}} \sqrt{\begin{vmatrix} 2a^2 & a^2 + b^2 - z^2 & a^2 + c^2 - y^2 \\ a^2 + b^2 - z^2 & 2b^2 & b^2 + c^2 - x^2 \\ a^2 + c^2 - y^2 & b^2 + c^2 - x^2 & 2c^2 \end{vmatrix}}$,

trong đó $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$, $BC = x$, $CA = y$, $AB = z$.

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A . Định lí Pytago phát biểu là $a^2 = b^2 + c^2$, trong đó $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$.

2.2 Lệnh boxEX

`\boxEX{NỘI DUNG}`

Hoặc để thay đổi kích thước hộp thì dùng lệnh

`\boxEX[kích thước]{NỘI DUNG}`

Khi bật tùy chọn loigiai hoặc solcolor thì sẽ hiển thị **NỘI DUNG**, chẳng hạn \in .

Nếu bật tùy chọn dethi thì **NỘI DUNG** sẽ bị ẩn, thay vào đó sẽ hiện một ô vuông trống \square

Câu 19. Điền kí hiệu \in , \notin , \subset thích hợp vào ô vuông:

a) $-3 \notin \mathbb{N}$;

b) $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$;

c) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

2.3 Lệnh TF

`\TF{NỘI DUNG}%\TF` viết tắt của TrueFalse

Khi bật tùy chọn loigiai hoặc solcolor thì sẽ hiển thị **NỘI DUNG**, chẳng hạn $\boxed{\text{Đ}}$.

Nếu bật tùy chọn dethi thì **NỘI DUNG** sẽ bị ẩn, thay vào đó sẽ hiện một ô vuông trống \square

Câu 20. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

1. $\boxed{\text{Đ}}$ $\sqrt{2}$ là số vô tỉ;

2. $\boxed{\text{S}}$ $3 > 5$;

3. ...

3 Đánh số phương trình trong một dòng bằng lệnh tagEX

Câu 21. Giải phương trình $x^2 - 3x - 2 = 0$. (1)

Lời giải.

Ta có $\Delta = (-3)^2 - 4.1.(-2)$ □

Câu 22. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). (2)

1. Giải phương trình khi $m = 1$;
2. Tìm m để phương trình có nghiệm.

Câu 23. Giải phương trình

$$x^2 - 3x + 1 = 0. \quad (3)$$

4 Thay đổi cách trình bày khi phương án motcot dài hơn một dòng

Câu 24. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Cho a, b là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Đường vuông góc chung của a và b nằm trong mặt phẳng chứa đường này và vuông góc với đường kia.
- B. Không thể có một hình chóp tứ giác $S.ABCD$ nào có hai mặt bên (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với mặt đáy.
- C. Cho \vec{u}, \vec{v} là hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) và \vec{n} là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Điều kiện cần và đủ để $\Delta \perp (\alpha)$ là $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ và $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$.
- D. Hai đường thẳng a và b trong không gian có các véc-tơ chỉ phương lần lượt là \vec{u} và \vec{v} . Điều kiện cần và đủ để a và b chéo nhau là a và b không có điểm chung và hai véc-tơ \vec{u} và \vec{v} không cùng phương.

Lời giải.

Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau có thể nằm trong một mặt phẳng chứa đường này và không vuông góc với đường kia. □

5 Lệnh ẩn hiện chữ "Chọn đáp án A B C D"

\hidetextchoice

5.1 $\hat{\mathbf{A}}_n$

A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -1. \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0		$+\infty$	
		-5		-32		

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có 7 cực trị.

5.2 Hiện (mặc định luôn hiện)

A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -1. \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$

Hàm số $y = |f(x) + m|$ có 7 cực trị khi và chỉ khi $y = f(x) + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Hay, đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt $y = -m$ tại 4 điểm phân biệt.

Điều này tương đương với $-5 < -m < 0$ hay $0 < m < 5$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có 7 cực trị.

Chọn đáp án 

□

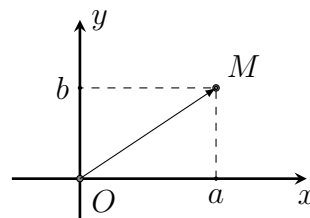
6 Lệnh immini

6.1 Mặc định

`\immini{text}{images}`

Định nghĩa 1.

Điểm $M(a; b)$ trong một hệ trục tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là **điểm biểu diễn số phức** $z = a + bi$. Giả sử số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng tọa độ.

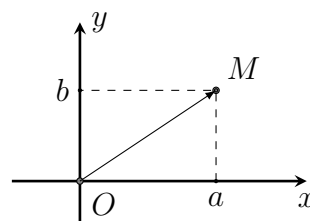


6.2 Thêm tham số khoảng cách giữa hình và text

`\immini[0.4]{text}{images}%0.4` là khoảng cách giữa text và hình chiếm 40% độ rộng khổ giấy

Định nghĩa 2.

Điểm $M(a; b)$ trong một hệ trục tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là **điểm biểu diễn số phức** $z = a + bi$. Giả sử số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng tọa độ.



6.3 Tương thích giữa lệnh immini với môi trường liệt kê

6.3.1 Cách 1: ý đầu và hình đặt ngang hàng với nhau

Câu 27 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bà Rịa - Vũng Tàu, 2016).

1. Vẽ parabol $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$.
2. Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$.

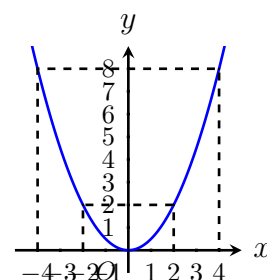
Lời giải.

1.

Bảng giá trị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị như hình bên



2. Vì đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$ nên ta có: $3 = 2.2 + m \Leftrightarrow m = -1$.
Vậy $m = -1$.

□

6.3.2 Cách 2: mọi ý đều đặt ngang hàng với hình

Câu 28 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bà Rịa - Vũng Tàu, 2016).

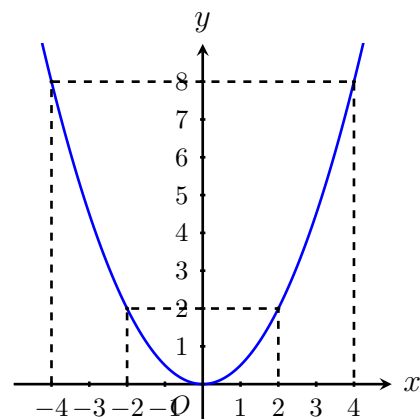
1. Vẽ parabol $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$.
2. Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$.

Lời giải.

1. Bảng giá trị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị như hình bên



2. Vì đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$ nên

ta có: $3 = 2.2 + m \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$.

□

6.3.3 Cách 3: 2 ý đầu đặt ngang hàng với hình, ý 3 đặt độc lập

Câu 29 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bà Rịa - Vũng Tàu, 2016).

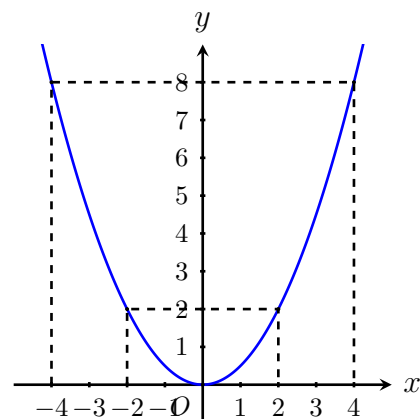
- Vẽ parabol $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$.
- Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$.
- Câu hỏi ý 3

Lời giải.

1. Bảng giá trị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị như hình bên



2. Vì đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$ nên

ta có: $3 = 2.2 + m \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$.

3. Lời giải ý 3 đặt riêng,... Lời giải ý 3 đặt riêng,... Lời giải ý 3 đặt riêng,... Lời giải ý 3 đặt riêng,... Lời giải ý 3 đặt riêng,... Lời giải ý 3 đặt riêng,...

□

7 Tự động break xuống dòng mới khi bắt đầu môi trường bài tập, ví dụ là các môi trường liệt kê

Mặc định chỉ áp dụng với môi trường `{ex}`, với các môi trường ví dụ (vd), bài tập (bt),... cần có khai báo

`\listenumerate{vd,bt}`

Câu 30 (Đề thi vào 10, Sở giáo dục Bà Rịa - Vũng Tàu, 2016).

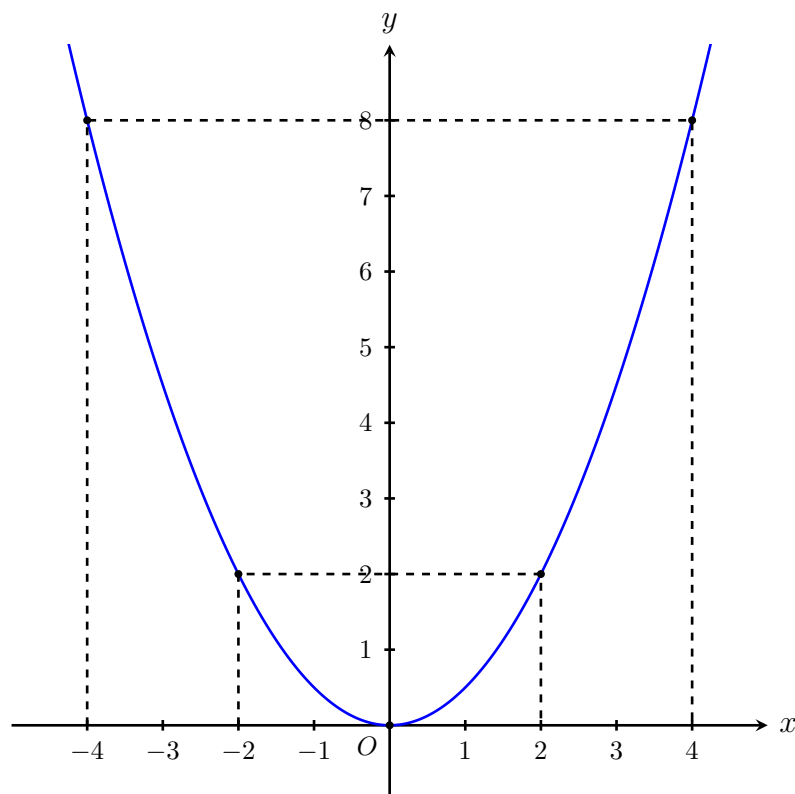
1. Vẽ parabol $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$.
2. Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$.

Lời giải.

1. Bảng giá trị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

Đồ thị:



2. Vì đường thẳng $(d) : y = 2x + m$ đi qua điểm $M(2; 3)$ nên ta có: $3 = 2.2 + m \Leftrightarrow m = -1$.
 Vậy $m = -1$.

□

8 Thêm tùy chọn solcolor

Tùy chọn **loigiai** chỉ in lời giải, không in đáp án chi tiết.

Tùy chọn **solcolor** vừa in lời giải vừa in đáp án chi tiết.

9 Định nghĩa lại dấu kết thúc lời giải

`\def\qedEX{Kí hiệu muốn đặt là dấu kết thúc môi trường loigiai}`

10 Hiện đáp số vắng tất bài tập tự luận

`\Opensolutionfile{ansshort}[ans/ansshort1]`

`\begin{ex}`

NỘI DUNG CÂU HỎI

`\loigiai`

{

NỘI DUNG LỜI GIẢI CHI TIẾT

}

`\shortsol`

{

NỘI DUNG ĐÁP SỐ VẮNG TẮT

}

`\end{ex}`

.

.

.

`\Closesolutionfile{ansshort}`

Câu 31. Một xưởng sản xuất gỗ cửa các khúc gỗ thành các tấm ván. Có hai loại ván: ván thành phẩm và ván sử dụng trong xây dựng. Giả sử, đối với:

Ván thành phẩm cần 1 giờ để cưa và 3 giờ để bào 10m ván.

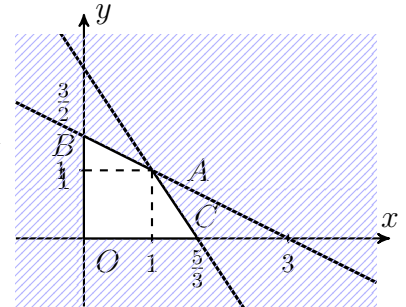
Ván xây dựng cần 2 giờ để cưa và 2 giờ để bào 10m ván.

Máy cưa làm việc tối đa 3 giờ trong ngày, và máy bào làm việc tối đa 5 giờ trong ngày. Nếu lợi nhuận của 10m ván thành phẩm là 100 (ngàn đồng) và lợi nhuận của 10m ván xây dựng là 80 (ngàn đồng). Trong ngày, xưởng sản xuất phải cưa bao nhiêu ván mỗi loại để lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là chiều dài ván thành phẩm và ván xây dựng hoàn thành trong một ngày. Đơn vị 10m. Do đó bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $T = 10x + 8y$ (ngàn đồng), biết x, y thỏa mãn hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} x + 2y \leq 3 \\ 3x + 2y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ là tứ giác $OBAC$, trong đó $A(1; 1)$, $B\left(0; \frac{3}{2}\right)$, $C\left(\frac{5}{3}; 0\right)$. Do đó, giá trị lớn nhất của T là 18 khi $x = y = 1$. □

Câu 32. Tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

Lời giải.

NỘI DUNG LỜI GIẢI CHI TIẾT □

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh $AB = 3$. Cạnh bên $SA = 4$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

Lời giải.

NỘI DUNG LỜI GIẢI CHI TIẾT □

Câu 34. Biết tập nghiệm của phương trình $\log_3(\sqrt{x^2 + x + 2} + 1) + 3\log_3(x^2 + x + 3) < 4$ là $(a; b)$. Tính tổng $2a + b$?

Lời giải.

NỘI DUNG LỜI GIẢI CHI TIẾT □

Câu 35. Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1 = -1 - 2i$, $z_2 = 2 - 5i$, $z_3 = -2 - 4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tìm z .

Lời giải.

NỘI DUNG LỜI GIẢI CHI TIẾT



Câu 36. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 8x + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

Lời giải.

NỘI DUNG LỜI GIẢI CHI TIẾT



ĐÁP SỐ CÂU HỎI TỰ LUẬN MẶC ĐỊNH

31. $\max T = 18.$

32. 6

33. $\frac{\sqrt{34}}{2}$

34. -3

35. $-5 - i$

36. $y = 8x + 2$

ĐÁP SỐ CÂU HỎI TỰ LUẬN HAI CỘT

31. $\max T = 18.$

32. 6

33. $\frac{\sqrt{34}}{2}$

34. -3

35. $-5 - i$

36. $y = 8x + 2$

11 Các ví dụ luôn ẩn lời giải

Cấu trúc lệnh

\hideansEX{vd}%luôn ẩn lời giải

Có thể thay môi trường vd bởi môi trường ex hoặc môi trường bt hoặc môi trường bất kì đã được định nghĩa sẵn

Ví dụ 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 8.

12 Các bài tập tự luyện luôn ẩn lời giải và hiện dòng kẻ

Cấu trúc lệnh

\dotlineans{5}{bt}%luôn ẩn lời giải và hiện 5 dòng kẻ

Bài 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

.....
.....
.....
.....
.....

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{2}$.

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$.

D. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z+\frac{5}{9}}{2}$.

.....
.....
.....
.....
.....

Bài 3. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$.

A. $\frac{7}{6}$.

B. $\frac{11}{12}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

.....
.....
.....
.....
.....

13 Các bài tập luôn hiện lời giải

Câu 37. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

- A. 247. B. 248. C. 229. D. 290.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow u_{10} = 2^9 u_1$.

Suy ra $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log(2^9 u_1)} = 2 \log(2^9 u_1)$

hay $\sqrt{2 - 18 \log 2 - \log u_1} = 18 \log 2 + \log u_1$ (điều kiện $\log u_1 > -18 \log 2$)

$$\Rightarrow (\log u_1)^2 + (36 \log 2 + 1) \cdot \log u_1 - 2 + 18 \log 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log u_1 \simeq -4,4 \text{ (nhận)} \\ \log u_1 \simeq -7,5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Mặt khác để $u_n > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-1} u_1 > 5^{100} \Leftrightarrow n > 100 \log_2 5 - \log u_1 \cdot \log_2 10 + 1$.

Do n là số nguyên nên giá trị nhỏ nhất của n là 248.

Chọn đáp án **B**

□

Cấu trúc lệnh

\showansEX{ex}%luôn hiện lời giải

Câu 38. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

- A. 247. B. 248. C. 229. D. 290.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow u_{10} = 2^9 u_1$.

Suy ra $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log(2^9 u_1)} = 2 \log(2^9 u_1)$

hay $\sqrt{2 - 18 \log 2 - \log u_1} = 18 \log 2 + \log u_1$ (điều kiện $\log u_1 > -18 \log 2$)

$$\Rightarrow (\log u_1)^2 + (36 \log 2 + 1) \cdot \log u_1 - 2 + 18 \log 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log u_1 \simeq -4,4 \text{ (nhận)} \\ \log u_1 \simeq -7,5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Mặt khác để $u_n > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-1} u_1 > 5^{100} \Leftrightarrow n > 100 \log_2 5 - \log u_1 \cdot \log_2 10 + 1$.

Do n là số nguyên nên giá trị nhỏ nhất của n là 248.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 39. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = 10$. B. $P = 4$. C. $P = 6$. D. $P = 8$.

Lời giải.

Ta có $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 8a + 6b - 20$.

Đặt $Q = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = \sqrt{(a + 1)^2 + (b - 3)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 1)^2}$.

$Q^2 \leq (1 + 1)[(a + 1)^2 + (b - 3)^2 + (a - 1)^2 + (b + 1)^2] = 2[2(a^2 + b^2) - 4b + 12] = 8(4a + 2b - 7) \quad (1)$.

Mặt khác, $4a + 2b - 7 = 4(a - 4) + 2(b - 3) + 15 \leq \sqrt{(4^2 + 2^2)[(a - 4)^2 + (b - 3)^2]} + 15 = 25 \quad (2)$

Từ (1), (2) ta nhận được $Q^2 \leq 200$.

Đấu bằng khi và chỉ khi $\begin{cases} 4a + 2b - 7 = 25 \\ \frac{a - 4}{4} = \frac{b - 3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases}$. Vậy $P = 10$.

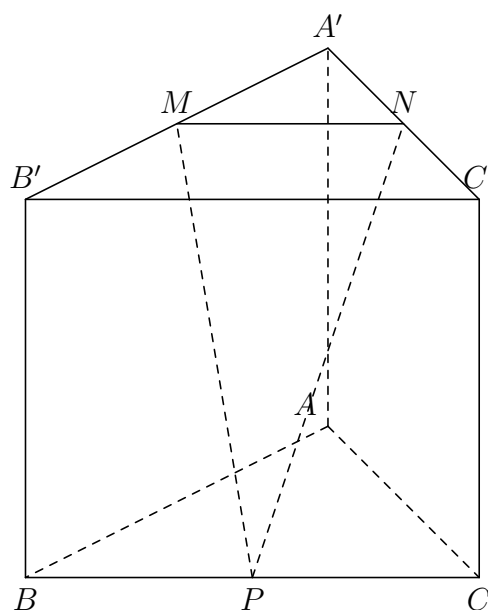
Chọn đáp án **A**

□

Câu 40.

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và mặt phẳng (MNP) bằng

- A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.
- B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$.
- C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.
- D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.

Gọi I, Q lần lượt là trung điểm của $MN, B'C'$. Gọi $O = PI \cap AQ$. Khi đó giao tuyến của $(AB'C')$ và (MNP) là đường thẳng d qua O và song song với $MN, B'C'$.

Tam giác $AB'C'$ cân tại A nên $AQ \perp B'C' \Rightarrow AQ \perp d$.

Tam giác PMN cân tại P nên $PI \perp MN \Rightarrow PI \perp d$.

Do đó góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) là góc giữa AQ và PI .

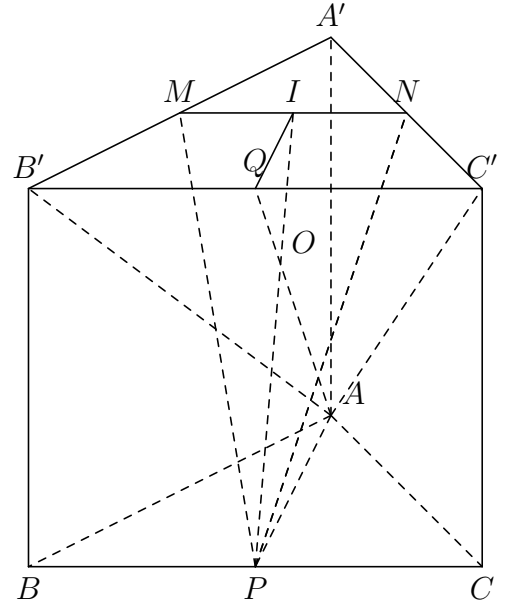
Ta có $AP = 3, AQ = \sqrt{13}, PI = \frac{5}{2}$.

Vì tam giác OAP đồng dạng với tam giác OQI và $\frac{AP}{IQ} = 2$

nên $OA = \frac{2}{3}AQ = \frac{2\sqrt{13}}{3}, OP = \frac{2}{3}IP = \frac{5}{3}$.

$$\cos((AB'C'), (MNP)) = \cos(AQ, PI) = \cos \widehat{AOQ} = \frac{OA^2 + OP^2 - AP^2}{2OA \cdot OP} = \frac{\sqrt{13}}{65}.$$

Chọn đáp án **(B)**



Câu 41. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 1)$ và $C(1; -1; -1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với các mặt cầu đã cho là $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 > 0$) Từ giả thiết đề bài ta có $d(A, (P)) = 2, d(B, (P)) = 1, d(C, (P)) = 1$.

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{|A + 2B + C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 2 \\ \frac{|3A - B + C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 1 \\ \frac{|-A - B + C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |A + 2B + C + D| = 2\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (1) \\ |3A - B + C + D| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (2) \\ |-A - B + C + D| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (3) \end{cases}.$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta nhận được } |3A - B + C + D| = |-A - B + C + D| \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ A - B + C + D = 0 \end{cases}.$$

Với $A = 0$, ta có:

$$\begin{cases} |2B + C + D| = 2\sqrt{B^2 + C^2} \\ |2B + C + D| = 2|-B + C + D| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2B + C + D| = 2\sqrt{B^2 + C^2} \\ 4B - C - D = 0 \\ C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = \pm 2\sqrt{2}B \\ C + D = 0 \\ B \neq 0 \\ 4B - C - D = 0 \end{cases}.$$

Do đó có ba mặt phẳng thỏa mãn.

Với $A - B + C + D = 0$, ta có:

$$\begin{cases} |3B| = 2\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \\ |2A| = 2\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3B| = 4A \\ |3B| = 2\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |B| = \frac{4}{3} \\ |C| = \frac{\sqrt{11}|A|}{3} \end{cases}$$

Do đó có bốn mặt phẳng thỏa mãn.

Vậy có bảy mặt phẳng.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 42. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$.

B. $\frac{1}{126}$.

C. $\frac{1}{105}$.

D. $\frac{1}{42}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố "Trong 10 học sinh không có 2 học sinh cùng trường ngồi cạnh nhau".

Xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí có $5!$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và 2 vị trí hai đầu để xếp 5 học sinh còn lại.

Trường hợp 1: Xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí không phải vị trí hai đầu, có A_4^3 cách.

Với mỗi cách xếp trên lấy 1 học sinh 12A xếp vào vị trí còn lại, có 2 cách. Do đó, học sinh còn lại có 8 cách xếp.

Số cách xếp trong trường hợp này là: $5!A_4^3 \cdot 2 \cdot 8$ cách.

Trường hợp 2: Xếp 2 học sinh lớp 12B vào giữa và học sinh còn lại vào hai vị trí đầu, có $C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2$ cách.

Với mỗi trường hợp trên còn 2 vị trí trống, xếp 2 học sinh 12A có 2 cách.

Số cách xếp trong trường hợp này là: $5!C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^3 \cdot 2$ cách.

Số cách xếp là $n(A) = 5!C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 + 5!C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^3 \cdot 2$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{630}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx =$

7 và $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{7}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3} x^3 f(x) \Big|_0^1 - \frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx \Leftrightarrow \int_0^1 x^3 f'(x) dx = -1$.

Mặt khác $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7 \Rightarrow \int_0^1 ([f'(x)]^2 + 14x^3 f'(x) + 49x^6) dx = 0$.

Hay: $\int_0^1 (f'(x) + 7x^3)^2 dx = 0$.

Suy ra: $f'(x) = -7x^3$.

Do đó: $f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + C$.

Theo đề bài $f(1) = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{7}{4}(1 - x^4)$.

Từ đó ta nhận được $I = \frac{7}{5}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 44. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

A. 247.

B. 248.

C. 229.

D. 290.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow u_{10} = 2^9 u_1$.

Suy ra $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log(2^9 u_1)} = 2 \log(2^9 u_1)$

hay $\sqrt{2 - 18 \log 2 - \log u_1} = 18 \log 2 + \log u_1$ (điều kiện $\log u_1 > -18 \log 2$)

$\Rightarrow (\log u_1)^2 + (36 \log 2 + 1) \cdot \log u_1 - 2 + 18 \log 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log u_1 \simeq -4,4 \text{ (nhận)} \\ \log u_1 \simeq -7,5 \text{ (loại)} \end{cases}$

Mặt khác để $u_n > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-1} u_1 > 5^{100} \Leftrightarrow n > 100 \log_2 5 - \log u_1 \cdot \log_2 10 + 1$.

Do n là số nguyên nên giá trị nhỏ nhất của n là 248.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Xét $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -1. \end{cases}$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$

Hàm số $y = |f(x) + m|$ có 7 cực trị khi và chỉ khi $y = f(x) + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Hay, đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt $y = -m$ tại 4 điểm phân biệt.

Điều này tương đương với $-5 < -m < 0$ hay $0 < m < 5$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có 7 cực trị.

Chọn đáp án **C**

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{2}$.

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$.

D. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z+\frac{5}{9}}{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (OAB) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 2)$ nên đường thẳng d cần tìm có VTCP $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

$$\text{Khi đó ta có } BO \cdot \vec{IA} + OA \cdot \vec{IB} + AB \cdot \vec{IO} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{BO \cdot x_A + OA \cdot x_B + AB \cdot x_O}{BO + OA + AB} \\ y_I = \frac{BO \cdot y_A + OA \cdot y_B + AB \cdot y_O}{BO + OA + AB} \\ z_I = \frac{BO \cdot z_A + OA \cdot z_B + AB \cdot z_O}{BO + OA + AB} \end{cases} \Rightarrow I(0; 1; 1).$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án **A**

Câu 47. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE . Tính thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$.

A. $\frac{7}{6}$.

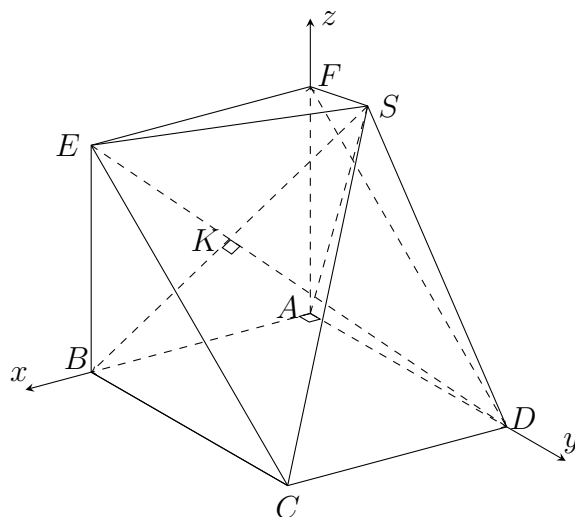
B. $\frac{11}{12}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho hình vuông $ABCD$ trên mp(Oxy), hình vuông $ABEF$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) và A trùng gốc tọa độ. Khi đó $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $F(0; 0; 1)$ suy ra $E(1; 0; 1)$.



Phương trình đường thẳng DE :

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t. \end{cases}$$

Mặt phẳng (P) qua B và vuông góc DE cắt DE tại K có phương trình $x - y + z - 1 = 0$.

$\Rightarrow K = DE \cap (P)$ có tọa độ là $K = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Do S là điểm đối xứng của B qua DE nên $S = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

- Cách 1: $V = V_{SABCD} + V_{SABEF} + V_{SADF} + V_{SBCE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$.

- Cách 2: Thể tích khối đa diện $ABCDSEF$ là $V_{ABCDSEF} = V_{SCDFE} + V_{ABCDEF}$.

Trong đó: $V_{SCDFE} = \frac{1}{3}d(S, (CDFE)) \cdot S_{CDFE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{3}$ và $V_{ABCDEF} = \frac{1}{2}$.

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

14 Các cách in đáp án trắc nghiệm

Cấu trúc lệnh

`\inputans{số cột}{đường dẫn lưu file ans}%theo hàng ngang`

`\inputansbox{số cột}{đường dẫn lưu file ans}%dạng hộp/bảng`

ĐÁP SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM (theo hàng ngang 10 cột)

24. A 25. C 26. C 37. B 38. B 39. A 40. B 41. B 42. A 43. A
44. B 45. C 46. A 47. D

ĐÁP SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM (theo hàng ngang 5 cột)

24. A	25. C	26. C	37. B	38. B
39. A	40. B	41. B	42. A	43. A
44. B	45. C	46. A	47. D	

ĐÁP SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM (dạng hộp/bảng 10 cột)

24. A	25. C	26. C	37. B	38. B	39. A	40. B	41. B	42. A	43. A
44. B	45. C	46. A	47. D						

ĐÁP SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM (dạng hộp/bảng 5 cột)

24. A	25. C	26. C	37. B	38. B
39. A	40. B	41. B	42. A	43. A
44. B	45. C	46. A	47. D	