

Ακολουθίες (Ερωτήσεις)

	Σωστό	Λάθος
1. Αν μια ακολουθία είναι φραγμένη, τότε συγκλίνει. Απ: η $a_n = (-1)^n$ είναι φραγμένη, όμως δεν συγκλίνει.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2. Αν μια ακολουθία δεν είναι φραγμένη, τότε δεν συγκλίνει. Απ: είναι το αντιθετοαντίστροφο του θεώρηματος: Αν μια ακολουθία συγκλίνει τότε είναι φραγμένη.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Αν μια υπακολουθία μιας ακολουθίας δεν συγκλίνει, τότε η ακολουθία δεν συγκλίνει. Απ: Θεώρημα: αν μια ακολουθία συγκλίνει τότε κάθε υπακολουθία της συγκλίνει στο ίδιο όριο.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Η ακολουθία $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$ έχει συγκλίνουσα υπακολουθία. Απ: Θεώρημα:(Bolzano-Weirstrass) Κάθε φραγμένη ακολουθία έχει συγκλίνουσα υπακολουθία.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Αν μια ακολουθία συγκλίνει, τότε είναι φραγμένη. Απ: Είναι θεώρημα.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Αν δυο υπακολουθίες μιας ακολουθίας συγκλίνουν στο ίδιο όριο, τότε η ακολουθία συγκλίνει. Απ: $(-1)^{2n}$, $(-1)^{4n}$, έχουν το ίδιο όριο, το 1, όμως η $(-1)^n$ δεν συγκλίνει.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
7. Αν μια ακολουθία συγκλίνει, τότε και κάθε υπακολουθία της συγκλίνει. Απ: Θεώρημα: αν μια ακολουθία συγκλίνει τότε κάθε υπακολουθία της συγκλίνει στο ίδιο όριο.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Αν μια ακολουθία δεν είναι μονότονη, αλλά είναι φραγμένη, τότε δεν συγκλίνει. Απ: Μπορεί να συγκλίνει (π.χ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n}$) ή να μη συγκλίνει (π.χ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
9. Αν μια ακολουθία είναι μονότονη και φραγμένη, τότε συγκλίνει. Απ: Είναι θεώρημα: Στο sup αν είναι αύξουσα και στο inf αν είναι φθίνουσα.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Αν $(a_n), (b_n)$ είναι συγκλίνουσες, τότε η $(a_n + b_n)$ είναι επίσης συγκλίνουσα. Απ: Είναι ιδιότητα των ορίων. Μάλιστα $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = a + b$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Αν (a_n) αποκλίνει και (b_n) συγκλίνει, τότε η $(a_n + b_n)$ αποκλίνει.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Αν $(a_n), (b_n)$ είναι αποκλίνουσες, τότε η $(a_n + b_n)$ αποκλίνει. Απ: Μπορεί να συγκλίνει π.χ. $a_n = n$ και $b_n = -n$ αποκλίνουν, όμως $(a_n + b_n) = 0$ (σταθ.) άρα συγκλίνει.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
13. Αν $(a_n + b_n)$ συγκλίνει, τότε (a_n) συγκλίνει και (b_n) συγκλίνει. Απ: π.χ. $a_n = n$ και $b_n = -n$ αποκλίνουν, όμως $(a_n + b_n) = 0$ (σταθ.) άρα συγκλίνει.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
14. Αν $(a_n \cdot b_n)$ συγκλίνει, τότε (a_n) συγκλίνει ή (b_n) συγκλίνει. Απ: π.χ. $a_n = b_n = (-1)^n$ αποκλίνουν, όμως $(a_n \cdot b_n) = 1$ (σταθ.) άρα συγκλίνει.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
15. Αν $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a $ και $a \neq 0$, τότε $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$. Απ: π.χ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n = 1 \neq 0$, όμως $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$ δεν υπάρχει.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
16. Αν $\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ συγκλίνει, τότε (a_n) συγκλίνει και (b_n) συγκλίνει. Απ: π.χ. $a_n = b_n = (-1)^n$ αποκλίνουν, όμως $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n}\right) = 1$ (σταθ.) άρα συγκλίνει.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>