

## 1.1 Ορισμός του Ορίου

1. Να δείξετε με τη βοήθεια του ορισμού τα παρακάτω όρια.

i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n-1} = \frac{1}{3}$

ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2} = 0$

iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n+1} = \frac{3}{2}$

iv)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n-4}{2-3n} = -\frac{5}{3}$

v)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+n}{n^2+3} = 1$

vi)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{n^3}{3}}{n^3} = 0$

vii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n + \cos 3n}{n^2} = 0$

viii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n}) = 0$

## 1.2 Άλγεβρα και θεωρήματα Ορίων

1. Να δείξετε ότι οι παρακάτω ακολουθίες δεν συγκλίνουν.

i)  $a_n = (-1)^n \frac{n}{n+1}$

ii)  $a_n = (-1)^n \frac{n+3}{2n}$

iii)  $a_n = \lambda n, \lambda > 0$

(υπόδειξη: Δείξτε ότι δεν είναι φραγμένη)

2. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια.

i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+3n}{n^2+2n+1}$

Απ: 1

ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{n^3+n}{n^3+2n}}$

Απ: 1

3. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια με τη βοήθεια του Κριτηρίου Παρεμβολής.

i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \sin^3 n + 3 \cos^2 n}{n^2}$

Απ: 0

ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n + 3 \sin 4n}{2\sqrt{n}-1}$

Απ: 0

iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2+n}$

Απ: 1

iv)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n^2}{3n^2+2}}$

Απ: 1

v)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n+4^n}$

Απ: 4

4. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια.

i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 2n}$  Απ: 0

ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$  Απ: 0

iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^3+4} - \sqrt{n^3+1})$  Απ: 0

iv)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 5^n + 7^n}$  Απ: 7

v)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{5}{6}\right)^n}$  Απ:  $\frac{5}{6}$

vi)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 \cdot 3^n - 7 \cdot 4^n + 8}{5^n + 3 \cdot 2^n + 1}$  Απ: 0

vii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+3}}{\sqrt{4^{4n-2}}}$  Απ: 0