Ασκ: 2) iv)

$$\Sigma:\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x+(1-\lambda)y=-1 \\ (1-\lambda)x+3y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1-\lambda \\ 1-\lambda & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ΛΥΣΗ

$$E=\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1-\lambda & -1 \\ 1-\lambda & 3 & 2 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ \Gamma_2=-2\Gamma_1+\Gamma_2 \\ \Gamma_3=-(1-\lambda)\Gamma_1+\Gamma_3 \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3-\lambda & -3 \\ 0 & 2\lambda+1 & \lambda+1 \end{array}\right)$$

α) A_v $-3-\lambda\neq 0 \Leftrightarrow \lambda\neq -3$ τότε: $\Gamma_2=\frac{\Gamma_2}{-3-\lambda}$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{3+\lambda} \\ 0 & 2\lambda+1 & \lambda+1 \end{array}\right)\sim\dots$$

β) A_v $-3-\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda=-3$ τότε αδύνατο

$\dots$ $\Gamma_3=-(2\lambda+1)\Gamma_2+\Gamma_3$ $\sim$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{3+\lambda} \\ 0 & 0 & \frac{\lambda(\lambda-2)}{\lambda+3} \end{array}\right)$$

κλιμακωτός

$\frac{\lambda(\lambda-2)}{\lambda+3}\neq 0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda-2)\neq 0 \Leftrightarrow \lambda\neq 0$ και $\lambda\neq 2$ αδύνατο

$\frac{\lambda(\lambda-2)}{\lambda+3}=0 \Leftrightarrow \lambda(\lambda-2)=0 \Leftrightarrow \lambda=0$ ή $\lambda=2$ τότε

$\operatorname{rank}(A)=\operatorname{rank}(E)=2$ → όσοι οι άγνωστοι

Άρα μοναδική λύση

Απάντηση:

- $\lambda\neq 0$ και $\lambda\neq 2$ → μοναδική λύση
- $\lambda=0$ ή $\lambda=2$ → αδύνατο