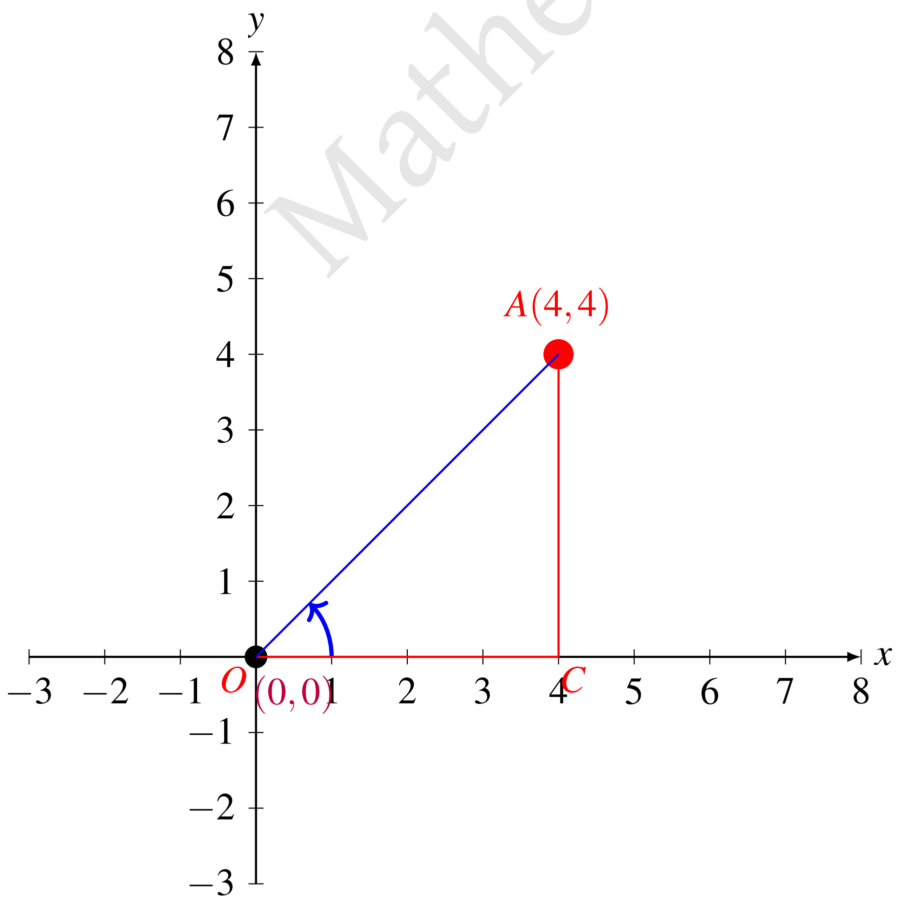
Welcome To

Mathema Shukur

যাদের জন্যে প্রযোজ্যঃ একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণীর শিক্ষার্থী
বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায়ঃ ৩-সরলরেখা
Subtopicঃ কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা

https://tutorial.math.lamar.edu/classes/calcii/polarcoordinates.aspx

https://www.emathhelp.net/calculators/calculus-2/polar-rectangular-coordinates-calculator
x=-1 y=7pi

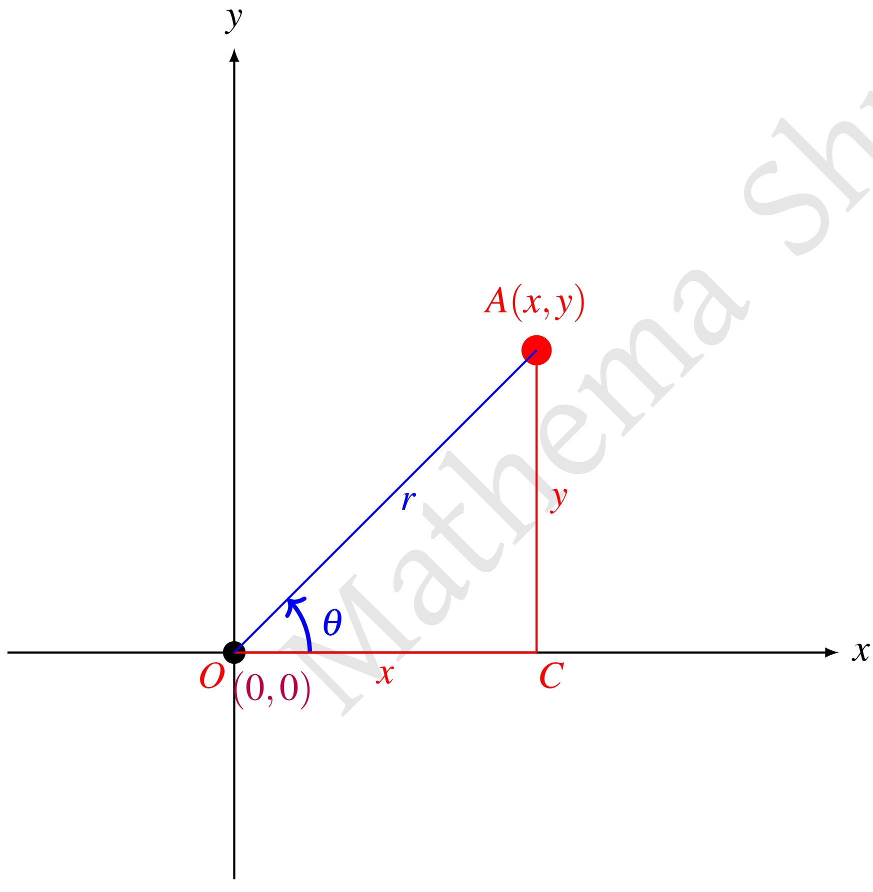


উপরের চিত্র অনুসারে কোনো একটি মটর সাইকেল O বিন্দু থেকে A বিন্দুতে যাওয়ার রাস্তা দুইটি

১ম রাস্তা (নীল)
O থেকে x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সহিত 45° কোণে কোনাকোনিভাবে $4\sqrt{2}$ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে A বিন্দুতে পৌঁছায়। মোট ভ্রমণ দূরত্ব $4\sqrt{2} = 5.7$ মিটার

২য় রাস্তা (লাল)
O থেকে অনুভূমিকভাবে 4 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে C তে পৌঁছায় তারপর উলম্বভাবে 4 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে A বিন্দুতে পৌঁছায়। মোট ভ্রমণ দূরত্ব $4+4=8$ মিটার

মন্তব্য
১ম রাস্তাটি পোলার স্থানাঙ্ক $(r,\theta) = (4\sqrt{2}, 45^\circ)$ নির্দেশ করে
২য় রাস্তাটি কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক বা আয়তাকার স্থানাঙ্ক $(x,y) = (4,4)$ নির্দেশ করে
ব্যবহারের দিক থেকে কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক এর চেয়ে পোলার স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা উত্তম



$$\cos\theta = \frac{OC}{OA}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$x = r\cos\theta$$

$$\boxed{x = r\cos\theta}$$

$$\sin\theta = \frac{AC}{OA}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$y = r\ \sin\theta$$
$$\boxed{y = r\ \sin\theta}$$

$$x^2 + y^2$$

$$= (r\ \cos\theta)^2 + (r\ \sin\theta)^2$$

$$= r^2\ \cos^2\theta + r^2\ \sin^2\theta$$

$$= r^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$= r^2$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$
$$\boxed{r = \sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{r\ \sin\theta}{r\ \cos\theta}$$

$$\frac{y}{x} = \tan\theta$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$
$$\boxed{\tan\theta = \frac{y}{x}}$$

১ম চতুর্ভাগে	$p(x,y)$ বিন্দুর জন্য	$\theta = \tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert$
২য় চতুর্ভাগে	$p(-x,y)$ বিন্দুর জন্য	$\theta = \pi - \tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert$
৩য় চতুর্ভাগে	$p(-x,-y)$ বিন্দুর জন্য	$\theta = \pi + \tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert$, OR $\theta = -\pi + \tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert$
৪র্থ চতুর্ভাগে	$p(x,-y)$ বিন্দুর জন্য	$\theta = 2\pi - \tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert$, OR $\theta = -\tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert$

(ঢাকা , চট্রগ্রাম, যশোর বোর্ড-২০২১)
$(-1, -\sqrt{3})$ বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর

$x = -1\ y = -\sqrt{3}$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

বিন্দুটি ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থিত

$$\theta = \pi + \tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert, \quad \text{OR} \quad \theta = -\pi + \tan^{-1}\lvert\frac{y}{x}\rvert$$

$$\theta = \pi + \tan^{-1}\lvert\frac{-\sqrt{3}}{-1}\rvert, \quad \text{OR} \quad \theta = -\pi + \tan^{-1}\lvert\frac{-\sqrt{3}}{-1}\rvert$$

$\theta = \pi + \tan^{-1}\sqrt{3}, \quad \text{OR} \quad \theta = -\pi + \tan^{-1}\sqrt{3}$

$\theta = \pi + \frac{\pi}{3}, \quad \text{OR} \quad \theta = -\pi + \frac{\pi}{3}$

$\theta = \frac{4\pi}{3}, \quad \text{OR} \quad \theta = \frac{-2\pi}{3}$

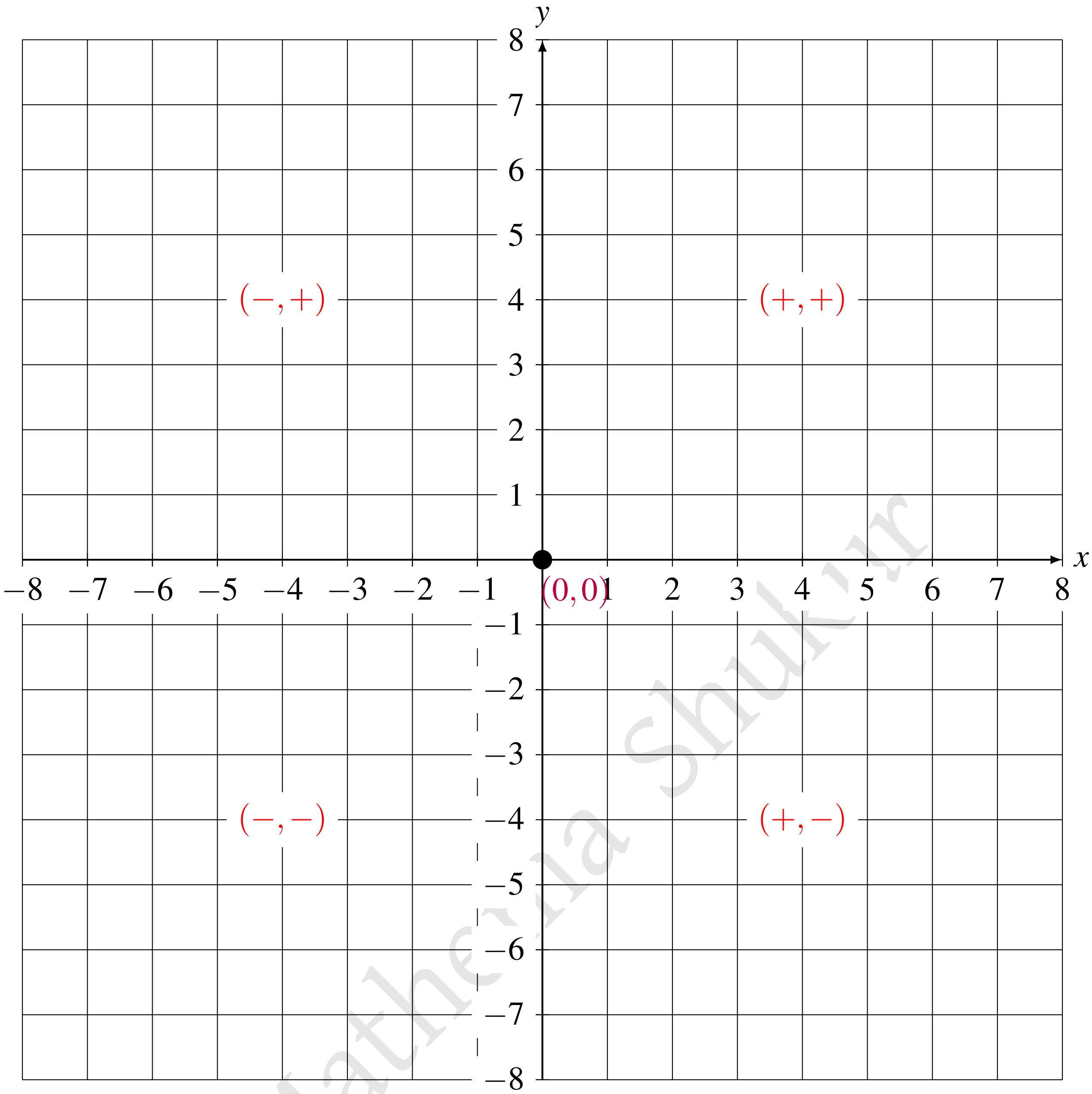
বিন্দুটির পোলার স্থানাঙ্ক
$(r, \theta) = (2, \frac{4\pi}{3}), \qquad \text{OR} \quad (2, -\frac{2\pi}{3})$

১ম চতুর্ভাগে (First quadrant) প্রতিটি বিন্দুর ভুজ ও কোটি ধনাত্মক

২য় চতুর্ভাগে (Second quadrant) প্রতিটি বিন্দুর ভুজ ঋণাত্মক, কোটি ধনাত্মক

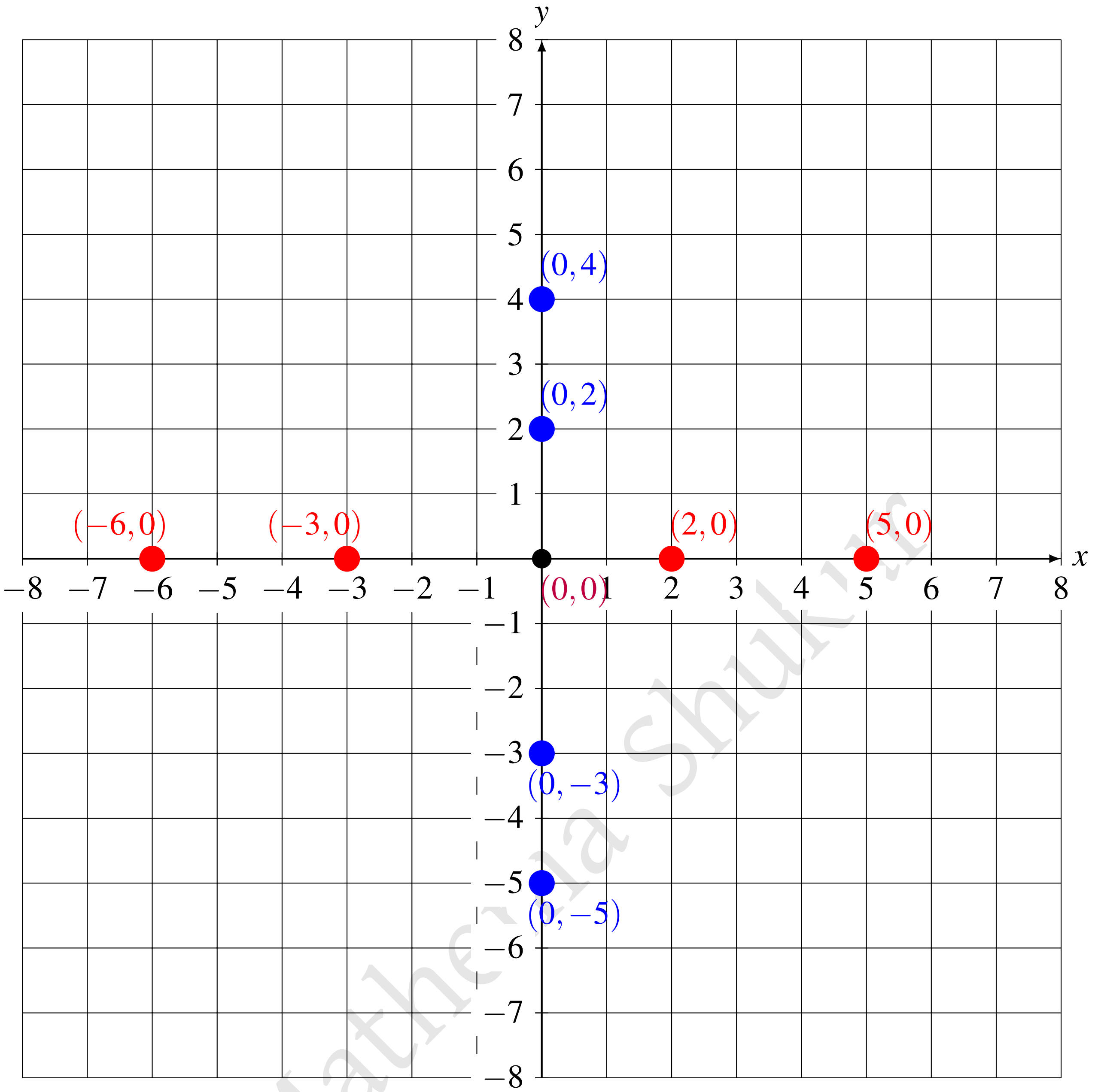
৩য় চতুর্ভাগে (Third quadrant) প্রতিটি বিন্দুর ভুজ ও কোটি ঋণাত্মক

৪র্থ চতুর্ভাগে (Fourth quadrant) প্রতিটি বিন্দুর ভুজ ধনাত্মক , কোটি ঋণাত্মক

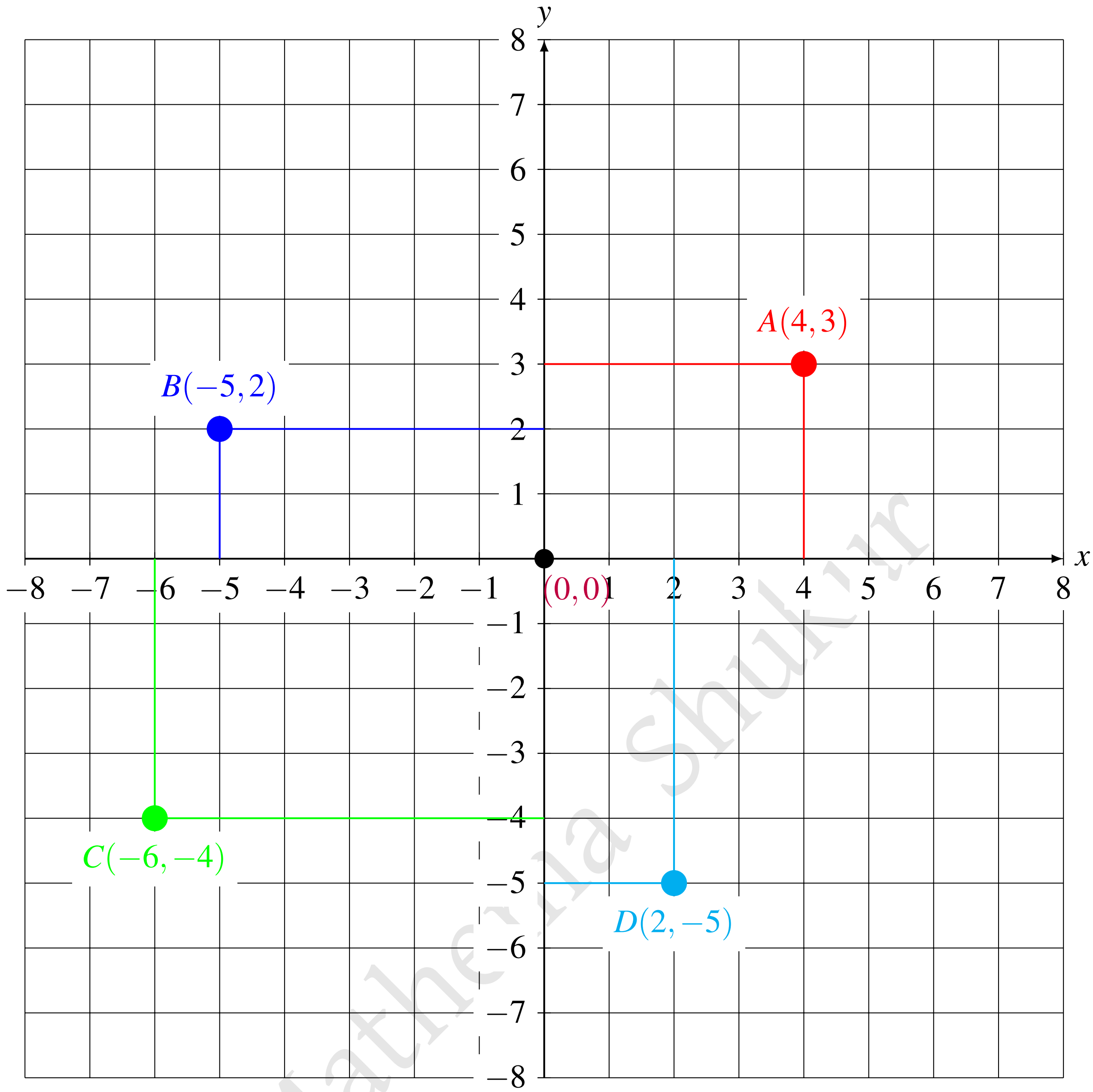


x অক্ষরেখার ওপর অবস্থিত প্রতিটি বিন্দুর কোটি শূন্য (0)। অর্থাৎ কোটি শূন্য হলে বিন্দুটি x অক্ষের উপর অবস্থিত ।

y অক্ষরেখার ওপর অবস্থিত প্রতিটি বিন্দুর ভুজ শূন্য (0) । অর্থাৎ ভুজ শূন্য হলে বিন্দুটি y অক্ষের উপর অবস্থিত।



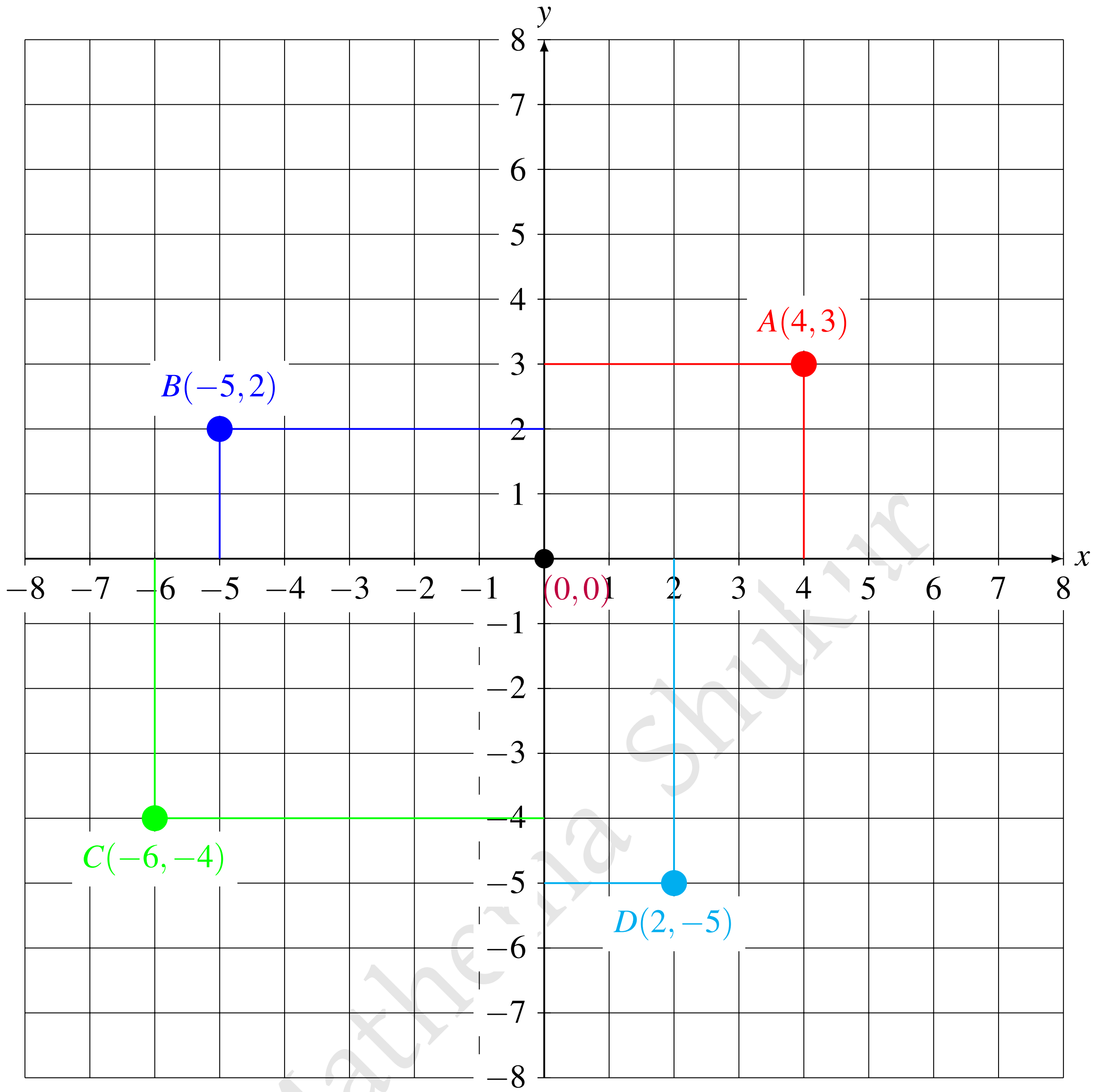
x অক্ষ হতে (x,y) বিন্দুর দূরত্ব =|বিন্দুটির কোটি|=|y| একক



x অক্ষ হতে $B(-5,2)$ বিন্দুর দূরত্ব =|2|=2একক

x অক্ষ হতে $C(-6,-4)$ বিন্দুর দূরত্ব =|-4|=4 একক

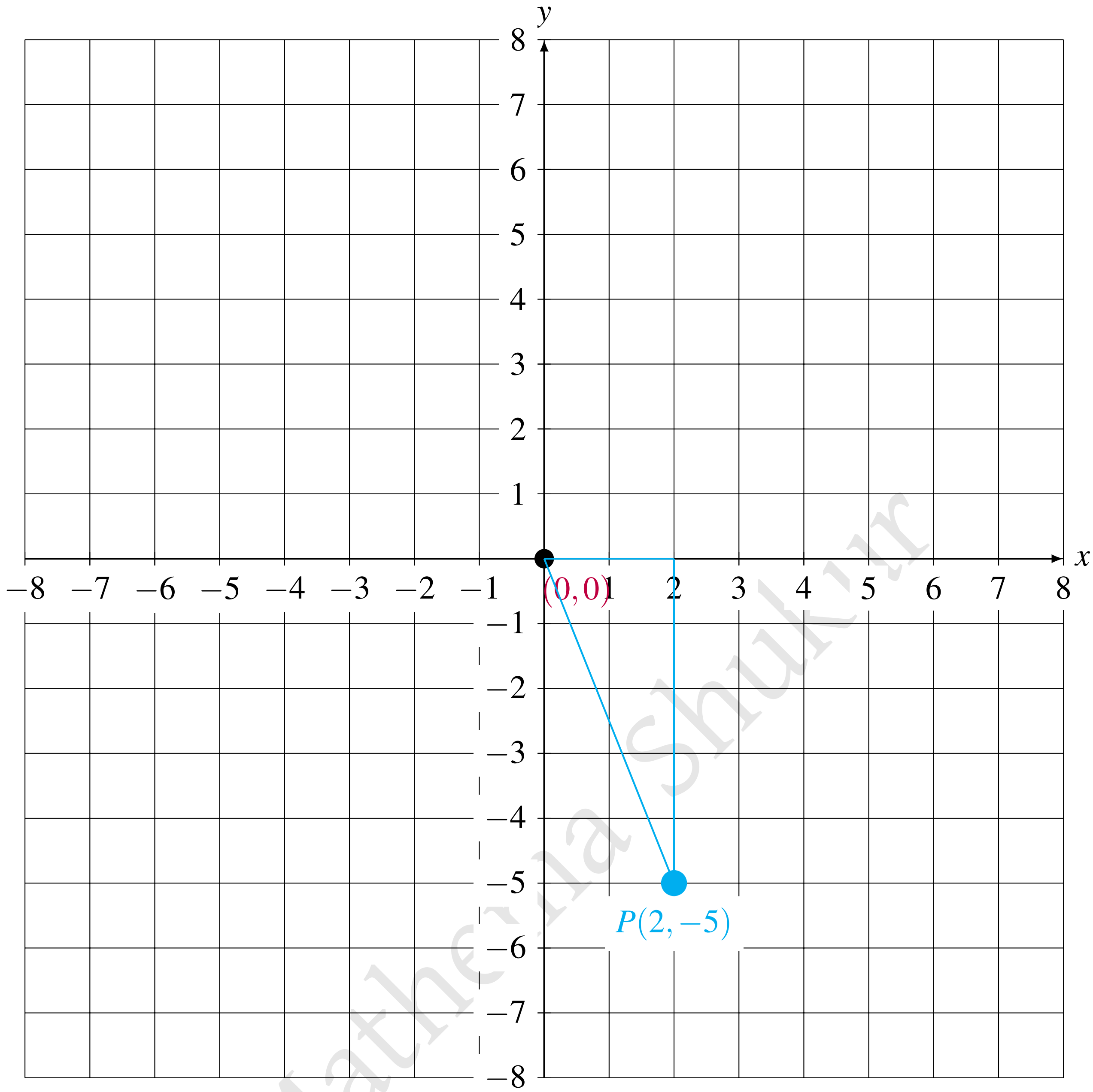
y অক্ষ হতে (x,y) বিন্দুর দূরত্ব =|বিন্দুটির ভুজ |=|x| একক



y অক্ষ হতে $D(2,-5)$ বিন্দুর দূরত্ব =|2 |=2 একক

y অক্ষ হতে $C(-6,-4)$ বিন্দুর দূরত্ব =|-6 |=6 একক

মূলবিন্দু $(0,0)$ হতে যে কোনো বিন্দু $p(x,y)$ এর দূরত্ব $d=\sqrt{x^2+y^2}$



মূলবিন্দু $(0,0)$ হতে যে কোনো বিন্দু $P(2,-5)$ এর দূরত্ব $d=\sqrt{(2)^2+(-5)^2}=\sqrt{29}$

(ঢাকা বোর্ড-২০২১) $2x-3y+6=0$ রেখাটি x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর

x অক্ষে যেকোনো বিন্দুর কোটি শূন্য অর্থাৎ $y=0$

$$2x-3y+6=0$$

$$2x-3(0)+6=0$$

$$x=-3$$

$2x-3y+6=0$ রেখাটি x অক্ষকে $(-3,0)$ বিন্দুতে ছেদ করে

(দিনাজপুর বোর্ড-২০২১) $3y-2x+6=0$ রেখাটি y অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর

y অক্ষে যেকোনো বিন্দুর ভুজ শূন্য অর্থাৎ $x=0$

$$3y-2x+6=0$$

$$3y-2(0)+6=0$$

$$y=-2$$

$3y-2x+6=0$ রেখাটি y অক্ষকে $(0,-2)$ বিন্দুতে ছেদ করে