

Welcome To

Mathema Shukur

যাদের জন্যে প্রযোজ্যঃ একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণীর শিক্ষার্থী
বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায়ঃ ৪-বৃত্ত

মূল বিন্দুতে (0,0) কেন্দ্র থাকলে বৃত্তের সমীকরণ কী?

কী শর্তে কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হতে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা হয়?

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

পোলার স্থানাঙ্কে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

ব্যাসের প্রান্ত বিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) হলে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

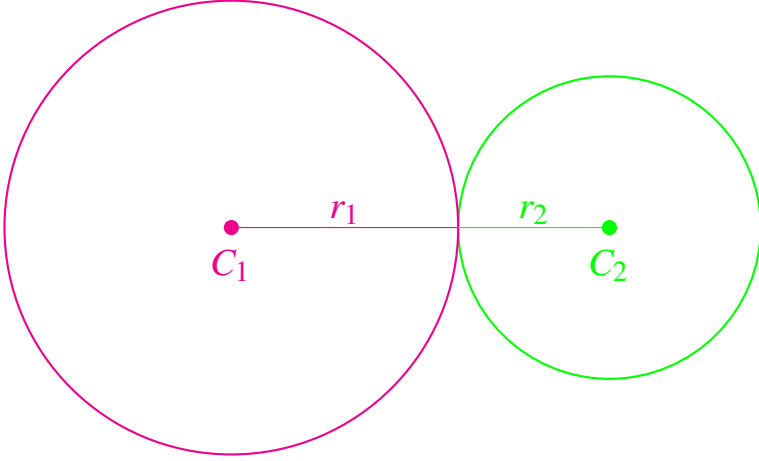
বৃত্ত ও সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ

দুইটি বৃত্তকে ছেদ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ

৩ টি বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

২ টি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করার শর্ত

দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব= ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল অর্থাৎ $C_1C_2 = r_1 + r_2$ হবে।



[ঢাকা বোর্ড-২০১৯]

দেখাও যে, $x^2 + y^2 = 36$ এবং $x^2 + y^2 + 20x + 84 = 0$ বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে।

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 6^2$$

১ম বৃত্তের কেন্দ্র $C_1(0,0)$ ও ব্যাসার্ধ $r_1 = 6$

$$x^2 + y^2 + 20x + 84 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(10)x + 2(0)y + 84 = 0$$

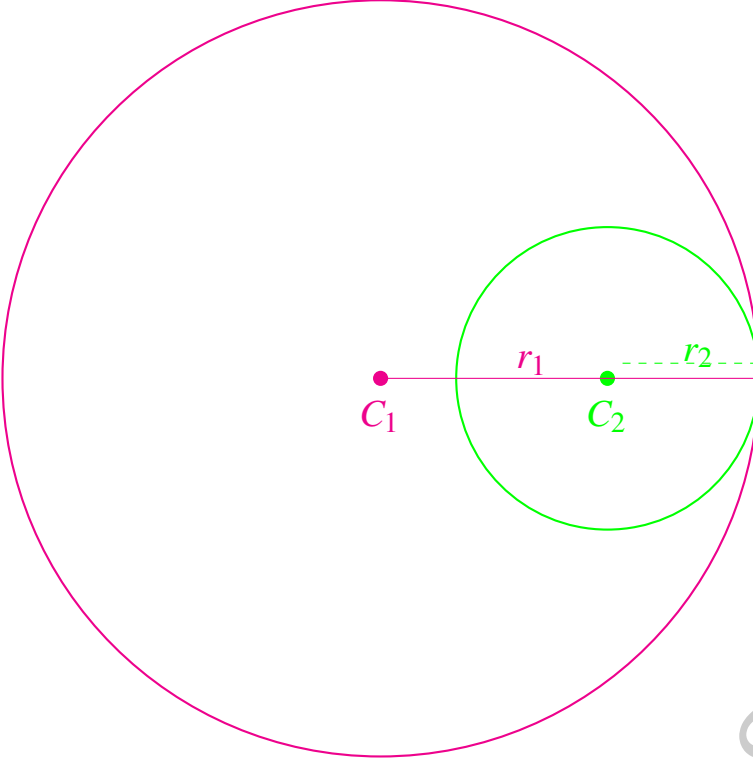
২য় বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f) = C_2(-10,0)$ ও ব্যাসার্ধ $\sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{(10)^2 + (0)^2 - 84} = 4 = r_2$

$$\text{কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব } C_1C_2 = \sqrt{(0+10)^2 + (0-0)^2} = 10$$

$$\text{ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল } r_1 + r_2 = 6 + 4 = 10$$

যেহেতু কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফলের সমান সেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে।

দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্থ ভাবে স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব= ব্যাসার্ধদ্বয়ের বিয়োগফলের পরম মান অর্থাৎ $C_1C_2 = |r_1 - r_2|$ হবে।



[বরিশাল বোর্ড-২০১১]

দেখাও যে, $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$ এবং $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 7 = 0$ বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে অন্তঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে।

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 31 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2(2)y + (-31) = 0$$

১ম বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f) = C_1(1, -2)$ ও ব্যাসার্ধ $\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 - (-31)} = 6 = r_1$

$$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 7 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(2)x + 2(-2)y + (7) = 0$$

২য় বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f) = C_2(-2, 2)$ ও ব্যাসার্ধ $\sqrt{(2)^2 + (-2)^2 - (7)} = 1 = r_2$

কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $C_1C_2 = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-2)^2} = 5$

ব্যাসার্ধদ্বয়ের বিয়োগফলের পরম মান $|r_1 - r_2| = |6 - 1| = 5$

যেহেতু কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব ব্যাসার্ধদ্বয়ের বিয়োগফলের পরম মান সমান সেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে অন্তঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে।

[রাজশাহী বোর্ড-২০১৭]

দেখাও যে, $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 21 = 0$ এবং $x^2 + y^2 = 9$ বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে $(-\frac{9}{5}, -\frac{12}{5})$ বিন্দুতে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে।

$$x^2 + y^2 + 6x + 8y + 21 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(3)x + 2(4)y + 21 = 0$$

১ম বৃত্তের কেন্দ্র $(-g, -f) = C_1(-3, -4)$ ও ব্যাসার্ধ $\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 - 21} = 2 = r_1$

$$x^2 + y^2 = 9$$

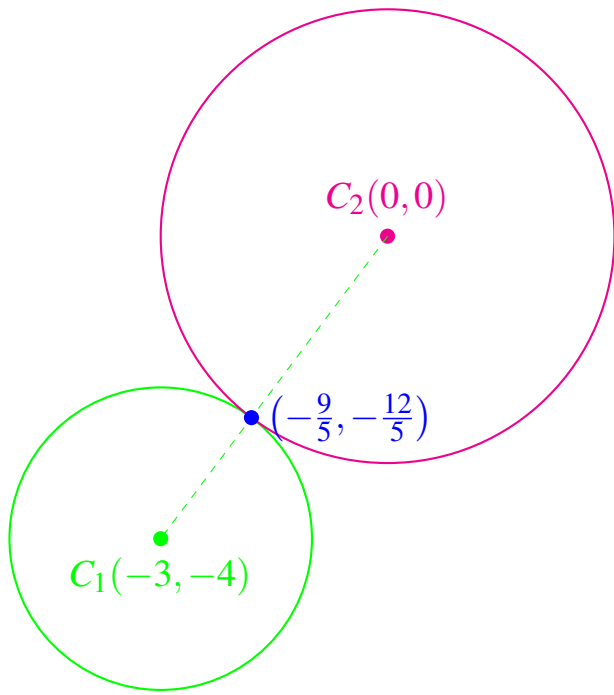
$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$

২য় বৃত্তের কেন্দ্র $C_2(0, 0)$ ও ব্যাসার্ধ $r_2 = 3$

কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $C_1C_2 = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-4 - 0)^2} = 5$

ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল $r_1 + r_2 = 2 + 3 = 5$

যেহেতু কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফলের সমান সেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে।



স্পর্শ বিন্দুর স্থানাংকঃ (অন্তর্বিভক্তকারী সেকশন ফর্মুলা ব্যবহার করি)

ধরি, $C_1(-3, -4)$ ও $C_2(0, 0)$ বিন্দুর সংযোজক সরলরেখার $2 : 3$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দু (x, y) হলো স্পর্শ বিন্দু ।

$$x_1 = -3, \quad x_2 = 0, \quad y_1 = -4, \quad y_2 = 0$$

$$r_1 = 2, \quad r_2 = 3$$

$$x = \frac{r_1 x_2 + r_2 x_1}{r_1 + r_2}$$

$$= \frac{(2)(0) + (3)(-3)}{2 + 3}$$

$$= -\frac{9}{5}$$

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{r_1 y_2 + r_2 y_1}{r_1 + r_2} \\
 &= \frac{(2)(0) + (3)(-4)}{2 + 3} \\
 &= -\frac{12}{5}
 \end{aligned}$$

স্পর্শ বিন্দুর স্থানাংক $(-\frac{9}{5}, -\frac{12}{5})$

একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(4, 3)$ এবং যা $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করে।

১ম বৃত্তের কেন্দ্র $C_1(4, 3)$ ও ব্যাসার্ধ r_1

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 2^2$$

২য় বৃত্তের কেন্দ্র $C_2(0, 0)$ ও ব্যাসার্ধ $r_2 = 2$

$$\text{কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব } C_1C_2 = \sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = 5$$

$$\text{ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল } r_1 + r_2 = r_1 + 2$$

দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থ ভাবে স্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল অর্থাৎ $C_1C_2 = r_1 + r_2$ হবে।

$$r_1 + r_2 = C_1C_2$$

$$r_1 + 2 = 5$$

$$r_1 = 5 - 2$$

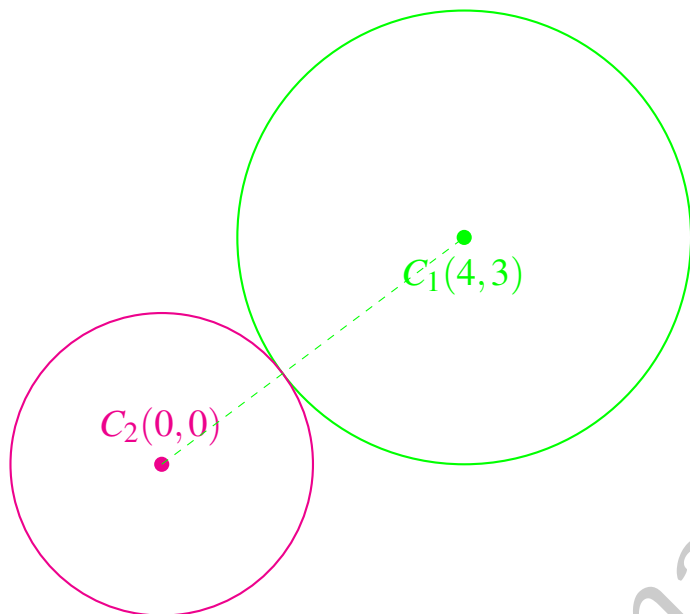
$$r_1 = 3$$

১ম বৃত্তের কেন্দ্র $C_1(4,3)$ ও ব্যাসার্ধ $r_1 = 3$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 3^2$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$$



Mathema Shukur