

Welcome To

Mathema Shukur

যাদের জন্যে প্রযোজ্যঃ একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণীর শিক্ষার্থী
বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায়ঃ ৪-বৃত্ত

মূল বিন্দুতে (0,0) কেন্দ্র থাকলে বৃত্তের সমীকরণ কী?

কী শর্তে কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হতে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা হয়?

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

পোলার স্থানাঙ্কে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

ব্যাসের প্রান্ত বিন্দু (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) হলে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

বৃত্ত ও সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ

দুইটি বৃত্তকে ছেদ করে এমন বৃত্তের সমীকরণ

৩ টি বিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

২ টি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করার শর্ত

একটি সরলরেখা বৃত্তের স্পর্শক হওয়ার শর্ত

বৃত্তের কেন্দ্র হতে রেখাটির লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হলে রেখাটি বৃত্তকে স্পর্শ করবে।

$3x + 2y + k = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে k এর মান নির্ণয় কর।

(1a) (x_1, y_1) বিন্দুতে $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ
 $xx_1 + yy_1 = a^2$

(1b) (x_1, y_1) বিন্দুতে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ
 $xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$

(2a) (x_1, y_1) বিন্দুতে $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তে অঙ্কিত অভিলম্বের সমীকরণ
 $x_1y - xy_1 = 0$

(2b) (x_1, y_1) বিন্দুতে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত অভিলম্বের সমীকরণ
 $(x_1 + g)y - (y_1 + f)x + fx_1 - gy_1 = 0$

[চট্রগ্রাম বোর্ড-২০১৪]

$(4, -11)$ বিন্দুতে $x^2 + y^2 - 3x + 10y = 15$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$x^2 + y^2 - 3x + 10y = 15$$

$$x^2 + y^2 + 2\left(-\frac{3}{2}\right)x + 2(5)y + (-15) = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0}$$

$$g = \left(-\frac{3}{2}\right), f = 5, c = -15$$

$$x_1 = 4, y_1 = -11$$

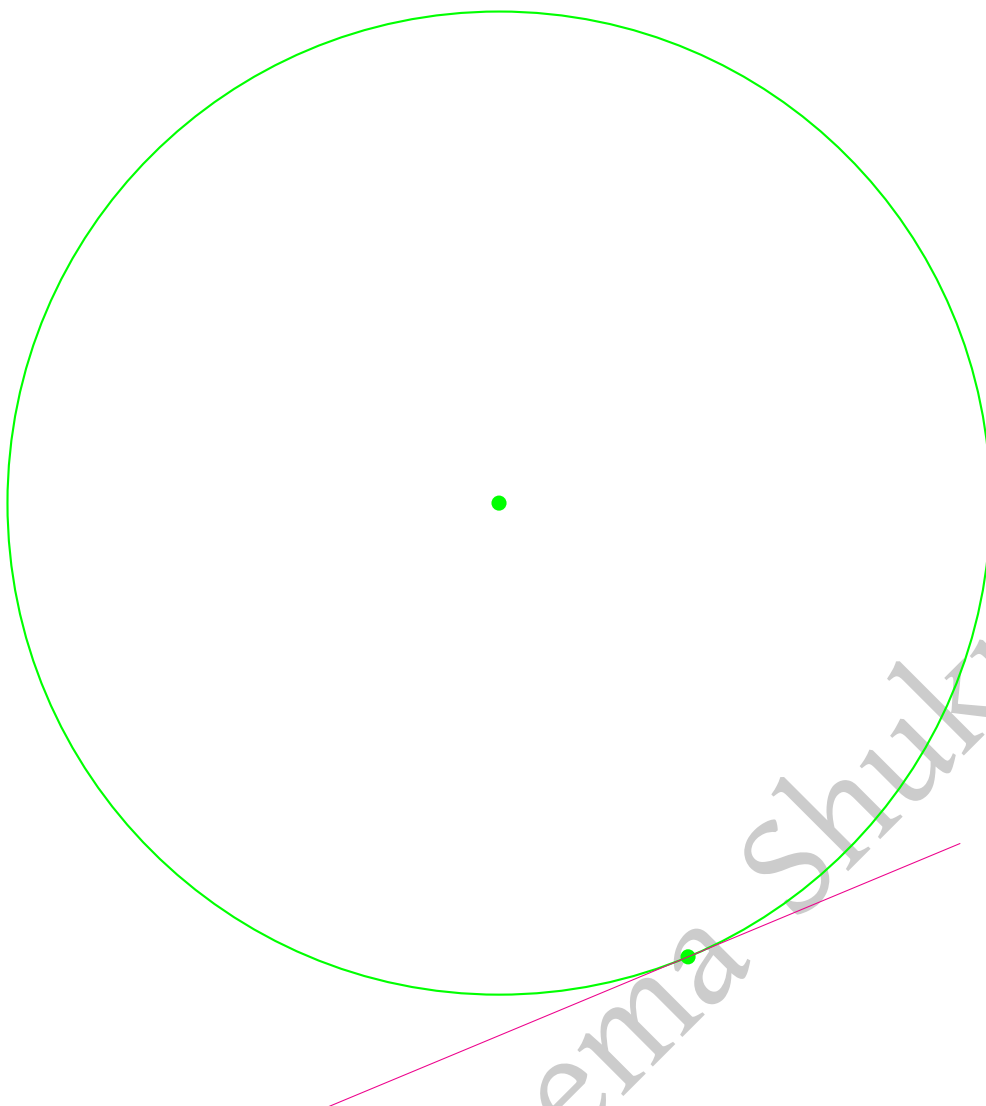
$$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

$$x(4) + y(-11) + \left(-\frac{3}{2}\right)(x + 4) + 5(y - 11) - 15 = 0$$

$$4x - 11y - \frac{3x}{2} - 6 + 5y - 55 - 15 = 0$$

$$8x - 22y - 3x - 12 + 10y - 110 - 30 = 0$$

$$5x - 12y - 152 = 0$$



[ময়মনসিংহ বোর্ড-২০২২]

$(-2, 1)$ বিন্দুতে $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$ বৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-2)x + 2(-3)y + (-7) = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$g = -2, f = -3, c = -7$$

$$x_1 = -2, y_1 = 1$$

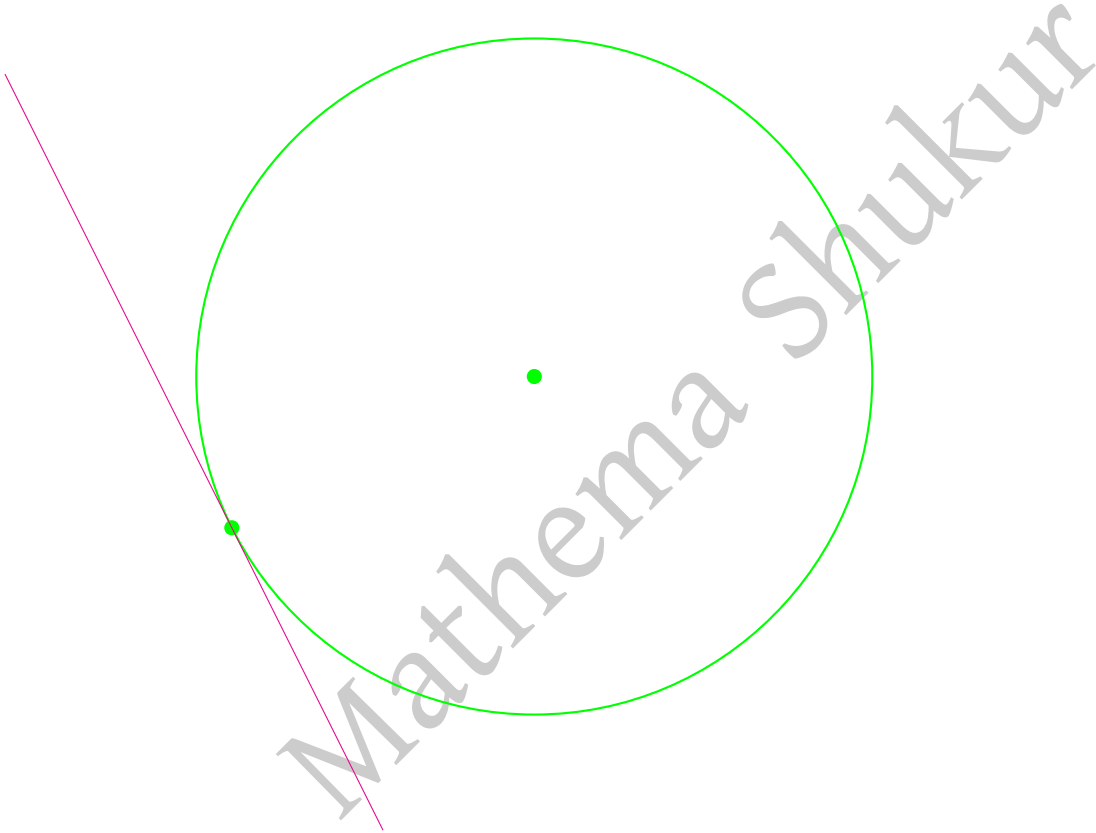
$$xx_1 + yy_1 + g(x + x_1) + f(y + y_1) + c = 0$$

$$x(-2) + y(1) + (-2)(x - 2) + (-3)(y + 1) - 7 = 0$$

$$-2x + y - 2x + 4 - 3y - 3 - 7 = 0$$

$$-4x - 2y - 6 = 0$$

$$2x + y + 3 = 0$$



[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ বৃত্তের একটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $3x + 4y - 1 = 0$ এর সমান্তরাল।

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-3)x + 2(1)y + (1) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (3, -1)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-3)^2 + (1)^2 - 1} = \sqrt{9 + 1 - 1} = 3$

ধরি, $3x + 4y - 1 = 0$ এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ $3x + 4y + k = 0$ যা বৃত্তের একটি স্পর্শক।

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(3, -1)$ হতে স্পর্শক $3x + 4y + k = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$\begin{aligned} d &= \frac{|3(3) + 4(-1) + k|}{\sqrt{3^2 + (4)^2}} \\ &= \frac{|9 - 4 + k|}{\sqrt{25}} \\ &= \frac{|5 + k|}{5} \end{aligned}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{|5 + k|}{5} = 3$$

$$\pm(5 + k) = 15$$

$$5 + k = \pm 15$$

$$k = \pm 15 - 5$$

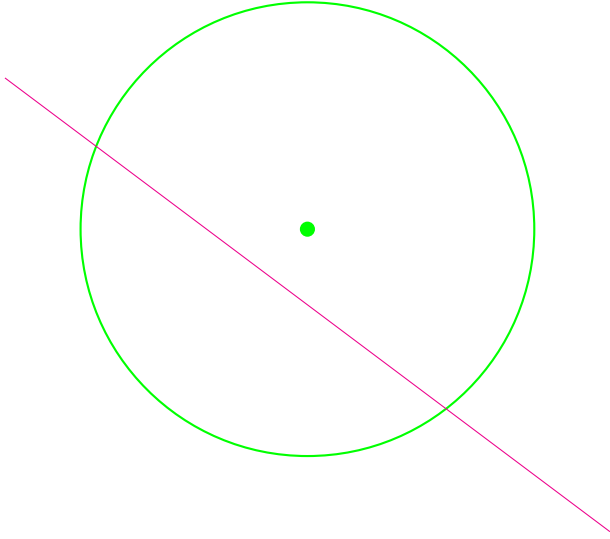
$$k = +15 - 5, -15 - 5$$

$$k = 10, -20$$

বৃত্তের স্পর্শক

$$3x + 4y + 10 = 0$$

$$3x + 4y - 20 = 0$$



[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

দেখাও যে, $3x - 4y - 5 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$ বৃত্তের একটি স্পর্শক।

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-3)x + 2(4)y + (9) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (3, -4)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-3)^2 + (4)^2 - 9} = \sqrt{9 + 16 - 9} = 4$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

কেন্দ্র $(3, -4)$ হতে $3x - 4y - 5 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|3(3) - 4(-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$$

$$= \frac{|9 + 16 - 5|}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{20}{5}$$

$$= 4$$

কেন্দ্র $(3, -4)$ হতে $3x - 4y - 5 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব $(4) =$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ (4)

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৬]

$x^2 + y^2 - 8x - 10y - 8 = 0$ বৃত্তের একটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $5x - 12y = 9$ এর সমান্তরাল।

[ঢাকা বোর্ড-২০১৯]

$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$ বৃত্তের এরূপ দুইটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যারা $3x + 4y = 2$ রেখার উপর লম্ব হবে।

$$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-5)x + 2(3)y + (9) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (5, -3)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-5)^2 + (3)^2 - 9} = \sqrt{25 + 9 - 9} = 5$

ধরি, $3x + 4y - 2 = 0$ এর লম্ব রেখার সমীকরণ $4x - 3y + k = 0$ যা বৃত্তের একটি স্পর্শক।

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(5, -3)$ হতে স্পর্শক $4x - 3y + k = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|4(5) - 3(-3) + k|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$$

$$= \frac{|20 + 9 + k|}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{|k + 29|}{5}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{|k+29|}{5} = 5$$

$$\pm(k+29) = 25$$

$$k+29 = \pm 25$$

$$k = \pm 25 - 29$$

$$k = +25 - 29, -25 - 29$$

$$k = -4, -54$$

বৃত্তের স্পর্শক

$$4x - 3y - 4 = 0$$

$$4x - 3y - 54 = 0$$

[ঢাকা বোর্ড-২০১৬]

$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ বৃত্তের স্পর্শক $3x - 4y + 5 = 0$ রেখার উপর লম্ব হলে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

[দিনাজপুর বোর্ড-২০১৪]

$x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ বৃত্তের স্পর্শক অক্ষদ্বয় হতে একই চিহ্ন বিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(2)x + 2(-4)y + (2) = 0$$

$$\text{কেন্দ্র } (-g, -f) = (-2, 4) \text{ ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{2^2 + (-4)^2 - 2} = \sqrt{4 + 16 - 2} = 3\sqrt{2}$$

দ্বি খণ্ডন আকার Two Intercept form

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

স্পর্শক অক্ষদ্বয় হতে একই চিহ্ন বিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে. $a = b$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$$

$$x + y = a$$

$$x + y - a = 0$$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(-2, 4)$ হতে স্পর্শক $x + y - a = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$\begin{aligned} d &= \frac{|(-2) + (4) - a|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \\ &= \frac{|2 - a|}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{|2 - a|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$|2 - a| = 3\sqrt{2} \sqrt{2}$$

$$2 - a = \pm 6$$

$$a = 2 \pm 6$$

$$a = 2 + 6, 2 - 6$$

$$a = 8, -4$$

বৃত্তের স্পর্শক

$$x + y + 8 = 0$$

$$x + y - 4 = 0$$

[RUET-09-10]

$x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ বৃত্তটির এমন স্পর্শকগুলির সমীকরণ নির্ণয় কর যারা অক্ষদ্বয়কে সমান ও বিপরীত চিহ্নে খন্ডিত করে।

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(2)x + 2(-4)y + (2) = 0$$

$$\text{কেন্দ্র } (-g, -f) = (-2, 4) \text{ ও ব্যাসার্ধ} = \sqrt{2^2 + (-4)^2 - 2} = \sqrt{4 + 16 - 2} = 3\sqrt{2}$$

দ্বি খণ্ডন আকার Two Intercept form

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

স্পর্শক অক্ষদ্বয়কে সমান এবং বিপরীত চিহ্নে খন্ডিত করে. $b = -a$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{-a} = 1$$

$$x - y = a$$

$$x - y - a = 0$$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(-2, 4)$ হতে স্পর্শক $x - y - a = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|(-2) - (4) - a|}{\sqrt{1^2 + 1^2}}$$

$$= \frac{|-6 - a|}{\sqrt{2}}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{|-6 - a|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

$$|a + 6| = 3\sqrt{2} \sqrt{2}$$

$$a + 6 = \pm 6$$

$$a = \pm 6 - 6$$

$$a = 6 - 6, -6 - 6$$

$$a = 0, -12$$

বৃত্তের স্পর্শক

$$x - y = 0$$

$$x - y + 12 = 0$$

[সিলেট বোর্ড-২০১৪]

k এর মান কত হলে $3x + 4y = k$ রেখাটি $x^2 + y^2 = 10x$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে।

$$x^2 + y^2 = 10x$$

$$x^2 + y^2 - 10x = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-5)x + 2(0)y + (0) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (5, 0)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-5)^2 + (0)^2 - 0} = \sqrt{25} = 5$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(5, 0)$ হতে স্পর্শক $3x + 4y - k = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|3(5) + 4(0) - k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}}$$

$$= \frac{|15 - k|}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{|15 - k|}{5}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{|15 - k|}{5} = 5$$

$$\pm(15 - k) = 25$$

$$15 - k = \pm 25$$

$$k = 15 \pm 25$$

$$k = 15 + 25, 15 - 25$$

$$k = 40, -10$$

[কুমিল্লা বোর্ড-২০১২]

$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তের একটি স্পর্শক $3x + by - 1 = 0$ হলে b এর মান নির্ণয় কর

$$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0}$$

$$x^2 + y^2 + 2(-4)x + 2(-1)y + (4) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (4, 1)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2 - 4} = \sqrt{16 + 1 - 4} = \sqrt{13}$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(4, 1)$ হতে স্পর্শক $3x + by - 1 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|3(4) + b(1) - 1|}{\sqrt{3^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|12 + b - 1|}{\sqrt{b^2 + 9}}$$

$$= \frac{|11 + b|}{\sqrt{b^2 + 9}}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{|11+b|}{\sqrt{b^2+9}} = \sqrt{13}$$

$$|b+11| = \sqrt{13} \sqrt{b^2+9}$$

$$(b+11)^2 = (13)(b^2+9)$$

$$b^2 + 22b + 121 = 13b^2 + 117$$

$$12b^2 - 22b - 4 = 0$$

$$6b^2 - 11b - 2 = 0$$

$$6b^2 - 12b + b - 2 = 0$$

$$6b(b-2) + 1(b-2) = 0$$

$$(b-2)(6b+1) = 0$$

$$b=2, -\frac{1}{6}$$

[চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৪]

দেখাও যে, $lx + my = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে যদি $a^2m^2 + 2al = 1$ হয়

$$x^2 + y^2 - 2ax = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-a)x + 2(0)y + (0) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (a, 0)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-a)^2 + (0)^2 - 0} = \sqrt{a^2} = a$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(a, 0)$ হতে স্পর্শক $lx + my - 1 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|l(a) + m(0) - 1|}{\sqrt{l^2 + m^2}}$$

$$= \frac{|al - 1|}{\sqrt{l^2 + m^2}}$$

$$= \frac{|al - 1|}{\sqrt{l^2 + m^2}}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{|al - 1|}{\sqrt{l^2 + m^2}} = a$$

$$|al - 1| = a \sqrt{l^2 + m^2}$$

$$(al - 1)^2 = a^2 (l^2 + m^2)$$

$$a^2 l^2 - 2al + 1 = a^2 l^2 + a^2 m^2$$

$$a^2 m^2 + 2al = 1$$

[যশোর বোর্ড-২০১২]

$px + qy = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করে। দেখাও যে, (p, q) বিন্দুটি একটি বৃত্তের উপর অবস্থিত।

$$x^2 + y^2 = a^2$$

কেন্দ্র $(0, 0)$ ও ব্যাসার্ধ = a

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$\left[d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

কেন্দ্র $(0,0)$ হতে স্পর্শক $px + qy - 1 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব

$$\begin{aligned}d &= \frac{|p(0) + q(0) - 1|}{\sqrt{p^2 + q^2}} \\&= \frac{|-1|}{\sqrt{p^2 + q^2}} \\&= \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2}}\end{aligned}$$

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র হতে স্পর্শকের লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান।

$$\frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2}} = a$$

$$\frac{1}{p^2 + q^2} = a^2$$

$$p^2 + q^2 = \frac{1}{a^2}$$

(p, q) বিন্দুটি $x^2 + y^2 = \frac{1}{a^2}$ সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত বৃত্তের উপর অবস্থিত।

$x^2 + y^2 = 13$ বৃত্তের $(3, 2)$ বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$(-5, 4)$ বিন্দু থেকে $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0}$$

$$x^2 + y^2 + 2(-1)x + 2(-2)y + (1) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (1, 2)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 - 1} = \sqrt{1 + 4 - 1} = 2$

$$(-5, 4)$$

$$y - 4 = m(x + 5)$$

$$y - 4 = mx + 5m$$

$$mx - y + 5m + 4 = 0$$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

কেন্দ্র $(1, 2)$ হতে $mx - y + 5m + 4 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব = $\frac{|m(1) - 2 + 5m + 4|}{\sqrt{(m)^2 + (-1)^2}}$

$$\frac{|m(1) - 2 + 5m + 4|}{\sqrt{(m)^2 + (-1)^2}} = 2$$

$$\frac{|m - 2 + 5m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\frac{|6m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\frac{6m + 2}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 2$$

$$\frac{3m + 1}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 1$$

$$(3m + 1)^2 = m^2 + 1$$

$$9m^2 + 6m + 1 = m^2 + 1$$

$$8m^2 + 6m = 0$$

$$2m(4m + 3) = 0$$

$$m = 0, m = -\frac{3}{4}$$

$$y - 4 = m(x + 5)$$

$$y - 4 = (0)(x + 5)$$

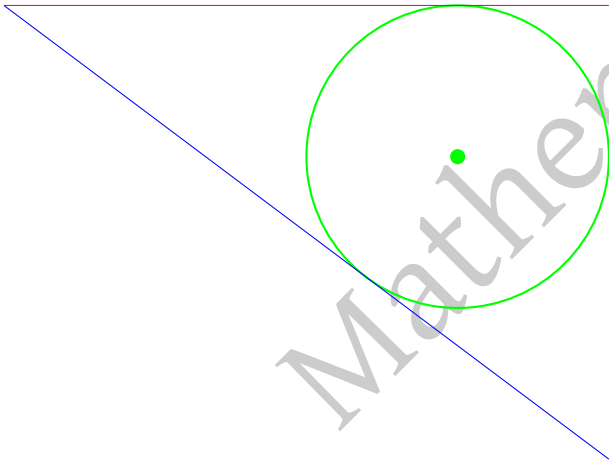
$$y - 4 = 0$$

$$y - 4 = m(x + 5)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x + 5)$$

$$4y - 16 = -3x - 15$$

$$3x + 4y - 1 = 0$$



$(3, -4)$ বিন্দু থেকে $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$ বৃত্তে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0}$$

$$x^2 + y^2 + 2(-3)x + 2(-4)y + (9) = 0$$

কেন্দ্র $(-g, -f) = (3, 4)$ ও ব্যাসার্ধ $= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 - 9} = \sqrt{9 + 16 - 9} = 4$

$$(3, -4)$$

$$y + 4 = m(x - 3)$$

$$y + 4 = mx - 3m$$

$$mx - y - 3m - 4 = 0$$

$P(x_1, y_1)$ বিন্দু হতে $ax + by + c = 0$ সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য বা লম্ব দূরত্ব

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

কেন্দ্র $(1, 2)$ হতে $mx - y - 3m - 4 = 0$ রেখার লম্ব দূরত্ব = $\frac{|m(1) - 2 + 5m + 4|}{\sqrt{(m)^2 + (-1)^2}}$

$$\frac{|m(1) - 2 + 5m + 4|}{\sqrt{(m)^2 + (-1)^2}} = 2$$

$$\frac{|m - 2 + 5m + 4|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\frac{|6m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$\frac{6m + 2}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 2$$

$$\frac{3m + 1}{\sqrt{m^2 + 1}} = \pm 1$$

$$(3m + 1)^2 = m^2 + 1$$

$$9m^2 + 6m + 1 = m^2 + 1$$

$$8m^2 + 6m = 0$$

$$2m(4m + 3) = 0$$

$$m = 0, m = -\frac{3}{4}$$

$$y - 4 = m(x + 5)$$

$$y - 4 = (0)(x + 5)$$

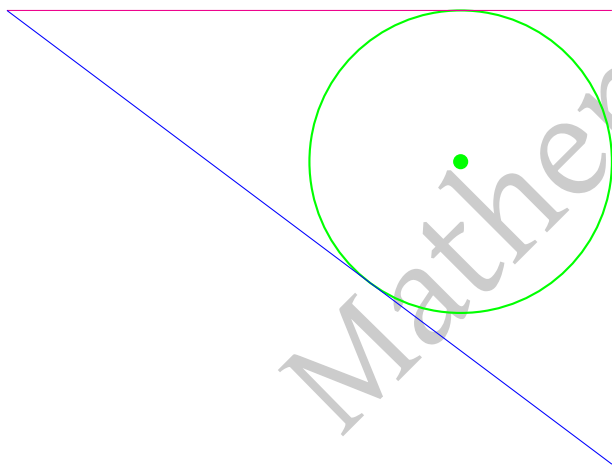
$$y - 4 = 0$$

$$y - 4 = m(x + 5)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x + 5)$$

$$4y - 16 = -3x - 15$$

$$3x + 4y - 1 = 0$$



$$d = r$$

$$\frac{|14+k|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$|14+k| = 13$$

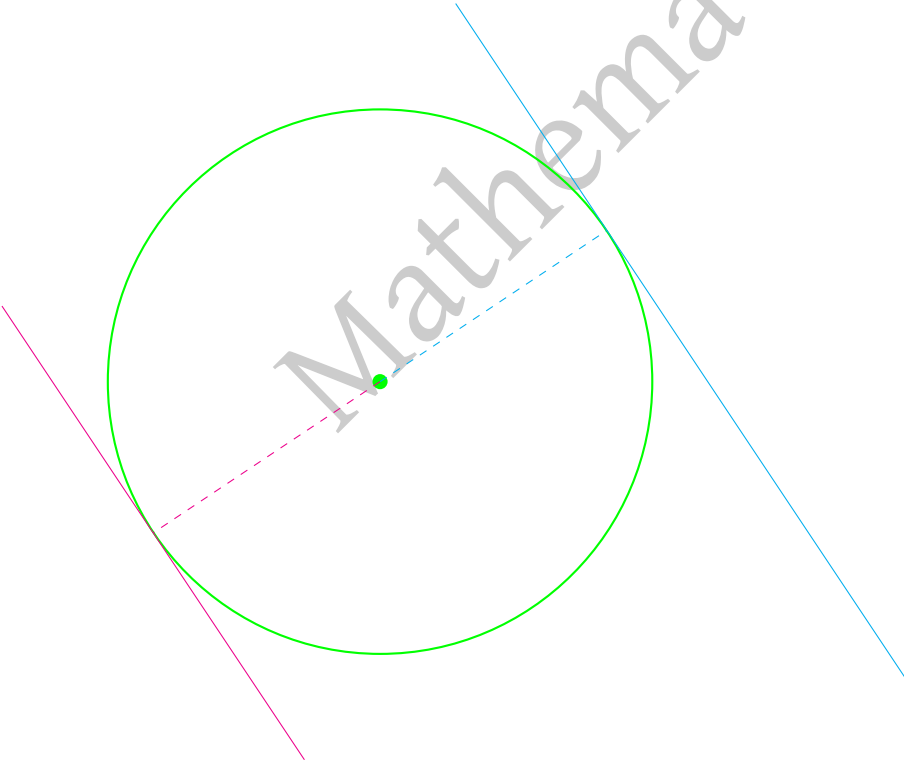
$$14+k = \pm 13$$

$$k = \pm 13 - 14$$

$$k = -1, -27$$

$k = -1$ হলে সরলরেখাটি হবে $3x + 2y - 1 = 0$

$k = -27$ হলে সরলরেখাটি হবে $3x + 2y - 27 = 0$



অনুশীলন-১ঃ $x + y = 1$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত নির্ণয় কর।

অনুশীলন-২ঃ $3x + ky - 1 = 0$ রেখাটি $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করলে k এর মান নির্ণয় কর।

$y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত নির্ণয় কর।

$y = mx + c$ এবং $x^2 + y^2 = a^2$ সমীকরণটি সমাধান করি

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$x^2 + (mx + c)^2 = a^2 \quad [y = mx + c]$$

$$x^2 + m^2 x^2 + 2 m x c + c^2 - a^2 = 0$$

$$(1 + m^2)x^2 + 2 m c x + (c^2 - a^2) = 0$$

রেখাটি বৃত্তের স্পর্শক হলে $(1 + m^2)x^2 + 2 m c x + (c^2 - a^2) = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের একটি মূল থাকবে অর্থাৎ মূলদ্বয় সমান হবে।

মূল দুইটি সমান হবার শর্ত, পৃথায়কের মান শূন্য হবে

$$[a_1 x^2 + b_1 x + c_1 = 0 \text{ দ্বিঘাত সমীকরণের পৃথায়ক } D = b_1^2 - 4 a_1 c_1]$$

$$a_1 = (1 + m^2), \quad b_1 = 2 m c, \quad c_1 = c^2 - a^2$$

$$D = b_1^2 - 4 a_1 c_1$$

$$= (2 m c)^2 - 4 (1 + m^2) (c^2 - a^2)$$

$$= 4 m^2 c^2 - 4 (1 + m^2) (c^2 - a^2)$$

$$= 4[m^2 c^2 - c^2 - m^2 c^2 + m^2 a^2 + a^2]$$

$$= 4[a^2(1 + m^2) - c^2]$$

মূল দুইটি সমান হবার শর্ত, পৃথায়কের মান শূন্য হবে

$$4[a^2(1+m^2) - c^2] = 0$$

$$a^2(1+m^2) - c^2 = 0$$

$$c^2 = a^2(1+m^2)$$

$$c = \pm \sqrt{a^2(1+m^2)}$$

$$c = \pm a\sqrt{1+m^2}$$

$y = mx + c$ রেখাটি $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করার শর্ত $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$

অনুশীলন-৩ঃ c এর মান কত হলে $y = 3x + c$ সরলরেখাটি $x^2 + y^2 = 10$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে।

অনুশীলন-৪ঃ c এর মান কত হলে $y = c$ সরলরেখাটি $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে।