

Welcome To

Mathema Shukur

যাদের জন্যে প্রযোজ্যঃ একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণীর শিক্ষার্থী
বিষয়ঃ উচ্চতর গণিত ১ম পত্র
অধ্যায়ঃ ৪-বৃত্ত

শিখন ফলঃ

- (১) কেন্দ্র মূল বিন্দু বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ শনাক্ত করতে পারবে।
- (২) কেন্দ্র মূল বিন্দু বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ অংকন ও অক্ষদ্বয়ের সাথে ছেদ বিন্দু নির্ধারণ করতে পারবে।
- (৩) নির্দিষ্ট কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে পারবে।
- (৪) পোলার স্থানাঙ্কে বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করতে পারবে।
- (৫) বৃত্তস্থ কোনো বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় করতে পারবে
- (৬) বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় করতে পারবে
- (৭) বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারবে
- (৮) দুইটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় করতে পারবে

কেন্দ্র (h, k) ও ব্যাসার্ধ r বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + (h^2 + k^2 - r^2) = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2(-h)x + 2(-k)y + (h^2 + k^2 - r^2) = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

ধরি,

$$-h = g, \Rightarrow h = -g$$

$$-k = f, \Rightarrow k = -f$$

$$\text{কেন্দ্র } (h, k) = (-g, -f)$$

ধরি,

$$c = h^2 + k^2 - r^2$$

$$c = g^2 + f^2 - r^2$$

$$r^2 = g^2 + f^2 - c$$

$$\text{ব্যাসার্ধ } r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

(i) এটি x, y যুক্ত একটি দ্বিঘাত বহুপদী সমীকরণ

(ii) x^2 এবং y^2 এর সহগ সমান

(iii) xy যুক্ত পদটি অনুপস্থিত।

$c = 0$ হলে বৃত্তটি মূলবিন্দু দিয়ে যাবে।

কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(-g, -f)$

$g = 0$ হলে কেন্দ্র y -অক্ষের উপর অবস্থিত

$f = 0$ হলে কেন্দ্র x - অক্ষের উপর অবস্থিত

ব্যাসার্ধ $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$

যদি $g^2 + f^2 - c = 0$ হয়, তাহলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ শূন্য হবে এবং এক্ষেত্রে বৃত্তটি $(-g, -f)$ বিন্দুতে পরিনত হবে। এরূপ বৃত্তকে বিন্দু বৃত্ত বলে।

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, ($g^2 > c$ $f^2 > c$) বৃত্তটি দ্বারা অক্ষ দুইটি থেকে ছেদিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর।

মনে করি, বৃত্তটি x - অক্ষকে $(x_1, 0)$ ও $(x_2, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণে $y = 0$ বসিয়ে পাই $x^2 + 2gx + c = 0$

x_1 ও x_2 উপরের সমীকরণটির মূল হবে।

মূলদ্বয়ের যোগফল $x_1 + x_2 = -2g$

মূলদ্বয়ের গুনফল $x_1 x_2 = c$

বৃত্তটি দ্বারা x - অক্ষের ছেদিত অংশের পরিমাণ

$$\begin{aligned} & |x_1 - x_2| \\ &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2} \\ &= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} \\ &= \sqrt{4g^2 - 4c} \\ &= 2\sqrt{g^2 - c} \end{aligned}$$

বৃত্তের সাধারণ সমীকরণে $x = 0$ বসিয়ে পাই $y^2 + 2fy + c = 0$

y_1 ও y_2 উপরের সমীকরণটির মূল হবে।

মূলদ্বয়ের যোগফল $y_1 + y_2 = -2f$

মূলদ্বয়ের গুনফল $y_1 y_2 = c$

বৃত্তটি দ্বারা y - অক্ষের ছেদিত অংশের পরিমাণ

$$\begin{aligned} & |y_1 - y_2| \\ &= \sqrt{(y_1 - y_2)^2} \\ &= \sqrt{(y_1 - y_2)^2 - 4y_1 y_2} \\ &= \sqrt{4f^2 - 4c} \\ &= 2\sqrt{f^2 - c} \end{aligned}$$

বৃত্ত দ্বারা x অক্ষের খন্ডিত অংশ $2\sqrt{g^2 - c}$

বৃত্ত যদি x - অক্ষকে স্পর্শ করে তবে x - অক্ষের ছেদিত অংশের মান শূন্য হবে

$$\begin{aligned} 2\sqrt{g^2 - c} &= 0 \\ g^2 &= c \end{aligned}$$

বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2 = c$

বৃত্ত দ্বারা y অক্ষের খন্ডিত অংশ $2\sqrt{f^2 - c}$

বৃত্ত যদি y - অক্ষকে স্পর্শ করে তবে y - অক্ষের ছেদিত অংশের মান শূন্য হবে

$$\begin{aligned} 2\sqrt{f^2 - c} &= 0 \\ f^2 &= c \end{aligned}$$

বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করলে $f^2 = c$

বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2 = f^2 = c$

[ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা -২০১৪-২০১৫]

$kx^2 + 2y^2 - 4x - 12y + 11 = 0$ সমীকরণটি বৃত্ত নির্দেশ করলে k এর মান কত ?

[KUET-2011-2012]

k এর কোন মানের জন্য $(x - y + 3)^2 + (kx + 2)(y - 1) = 0$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করে।

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

$ax^2 + by^2 = c$ সমীকরণটি একটি বৃত্ত নির্দেশ করলে a ও b এর মধ্যে সম্পর্ক কী হবে ?

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

$2x^2 + 2y^2 + 4x - 2y + 4 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় কর

[ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা -২০১৮-২০১৯]

$3x^2 + 3y^2 - 5x - 6y + 4 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় কর

[চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা -২০১৪-২০১৫]

$x^2 + y^2 - 24x + 10y = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর

[নোয়াখালী বিজ্ঞান ও প্রযুক্তি বিশ্ববিদ্যালয় ভর্তি পরীক্ষা -২০১৭-২০১৮]

$2x^2 + 2y^2 - 4x - 12y + 11 = 0$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

$3x^2 + 3y^2 - 6x + 4y - 1 = 0$ বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় কর

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

$x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$ বৃত্ত দ্বারা y - অক্ষের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর

[ঢাকা বোর্ড-২০২২]

$3x^2 + 3y^2 - 6x - 9y - 3 = 0$ বৃত্ত দ্বারা x - অক্ষের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর

[CUET-2010-2011]

k এর কোন মানের জন্য $x^2 + y^2 + kx + 2y + 25 = 0$ বৃত্তটি x - অক্ষকে স্পর্শ করে

[বরিশাল বোর্ড-২০২২]

যদি $x^2 + y^2 - 12x + 8y + c = 0$ বৃত্তটি x - অক্ষকে স্পর্শ করে তবে c এর মান নির্ণয় কর। স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[সিলেট বোর্ড-২০২২]

যদি $x^2 + y^2 - 4x - 6y + c = 0$ বৃত্তটি y - অক্ষকে স্পর্শ করে তবে c এর মান নির্ণয় কর। স্পর্শ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

[রাজশাহী বোর্ড-২০২২]

$x^2 + y^2 - 4x - 6y = 7$ বৃত্ত দ্বারা x - অক্ষের খন্ডিত অংশের পরিমাণ নির্ণয় কর

[যশোর বোর্ড-২০২২]

$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$ বৃত্ত দ্বারা x - অক্ষের খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর

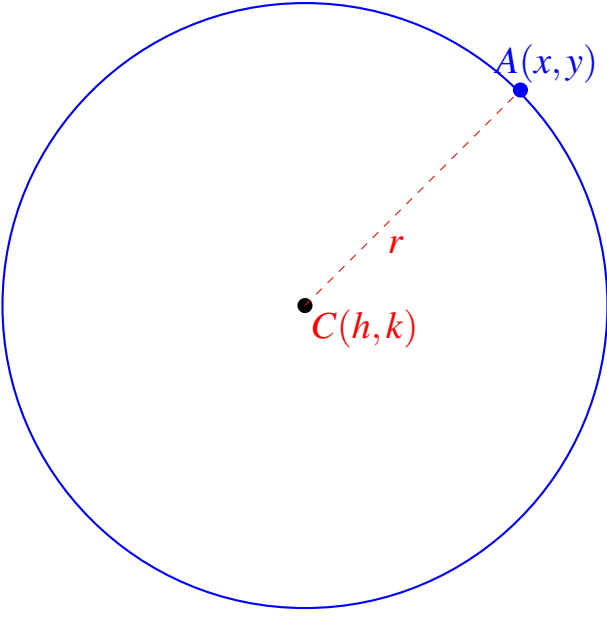
[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 1 = 0$ বৃত্ত দ্বারা y - অক্ষের খন্ডিত অংশের পরিমাণ কর

[কুমিল্লা বোর্ড-২০২২]

$x^2 + y^2 - 4x + 8y = 0$ বৃত্ত দ্বারা y - অক্ষের খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর

কেন্দ্র $C(h,k)$ বিন্দুতে এবং ব্যাসার্ধ r বিশিষ্ট বৃত্ত। কেন্দ্র থেকে পরিধির উপর অবস্থিত $A(x,y)$ বিন্দুর দূরত্ব হলো ব্যাসার্ধ।



$$AC = r$$

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r$$

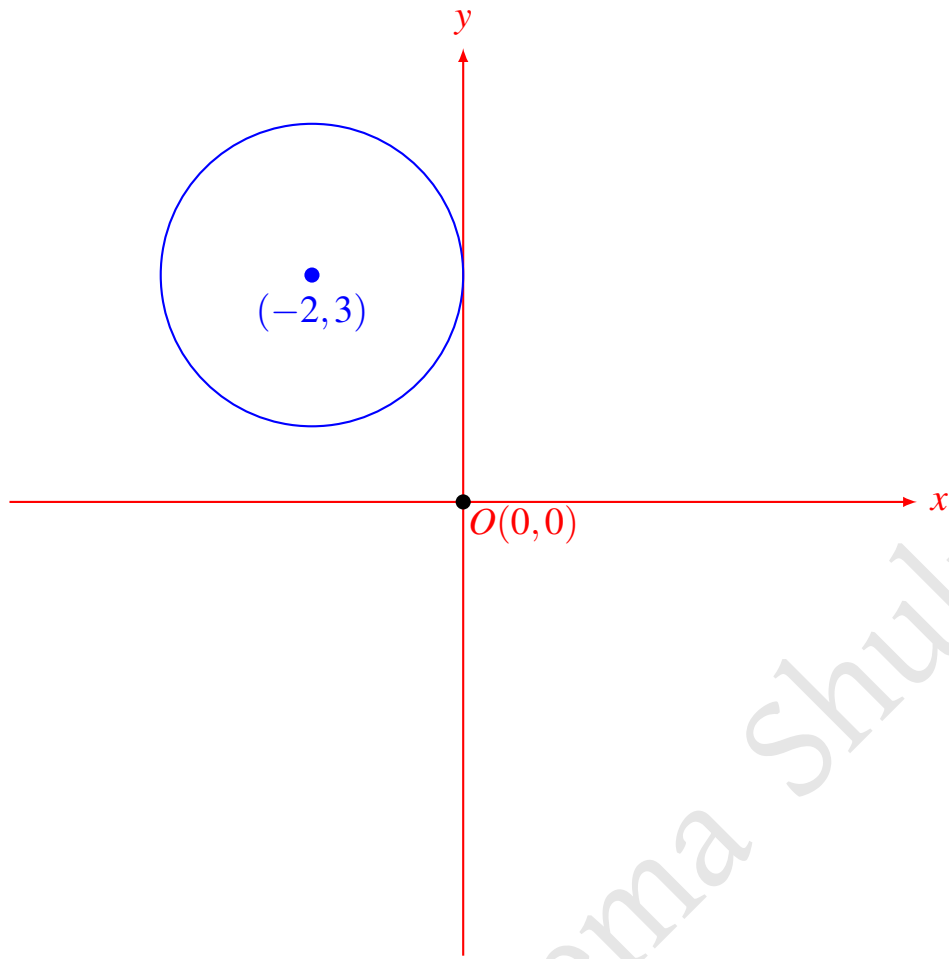
$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

(h,k) কেন্দ্র ও r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের সমীকরণ

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

$(-2, 3)$ বিন্দুতে কেন্দ্র এবং y - অক্ষকে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর



কেন্দ্র $(h, k) = (-2, 3)$ ও ব্যাসার্ধ $r = |-2| = 2$

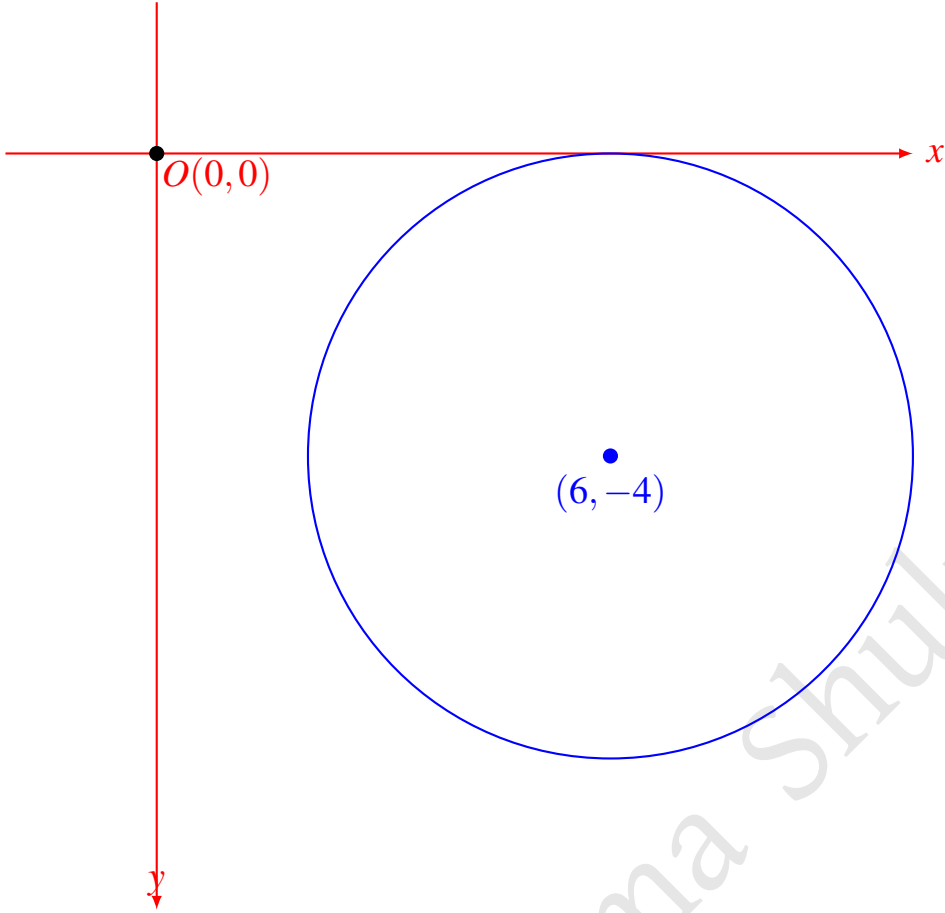
$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - (-2))^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

[দিনাজপুর বোর্ড-২০২২]

$(6, -4)$ বিন্দুতে কেন্দ্র এবং x - অক্ষকে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের ব্যাসের মান কত?

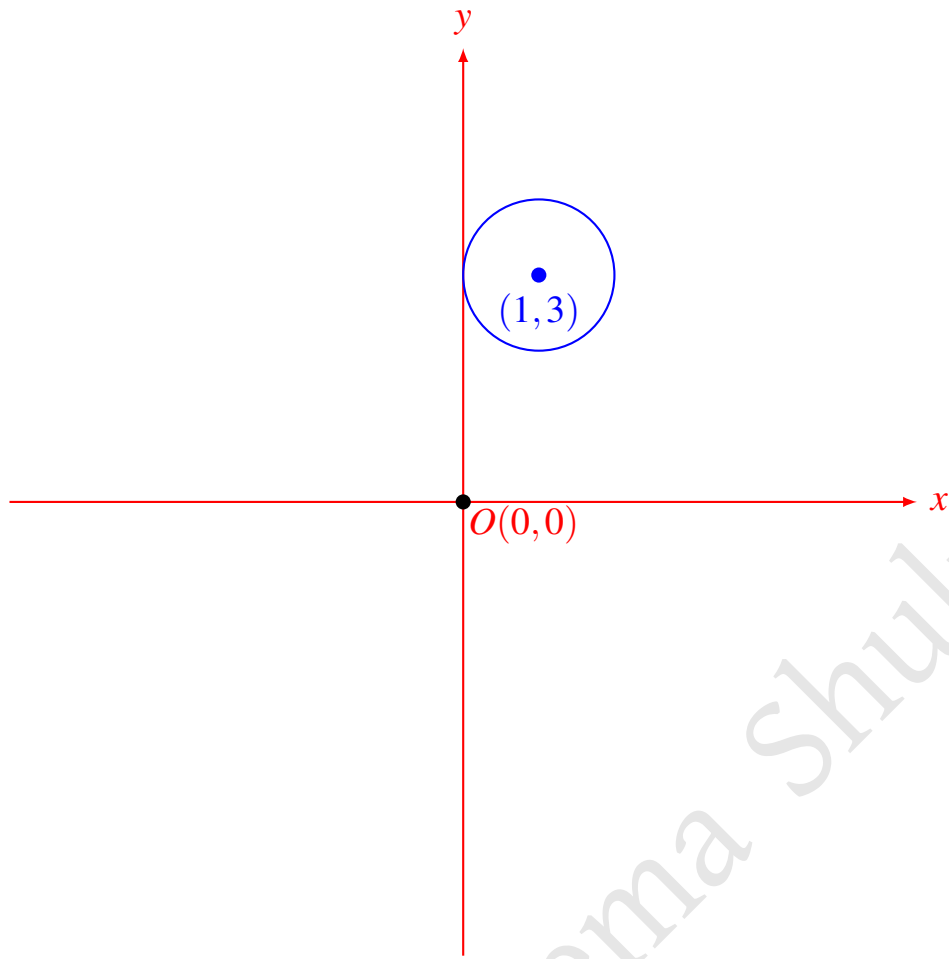


ব্যাসার্ধ $r = |-4| = 4$

ব্যাস $2r = 2 \times 4 = 8$

[যশোর বোর্ড-২০২২]

(1,3) কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত y - অক্ষকে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর ?



কেন্দ্র $(h,k) = (1,3)$ ও ব্যাসার্ধ $r = 1$

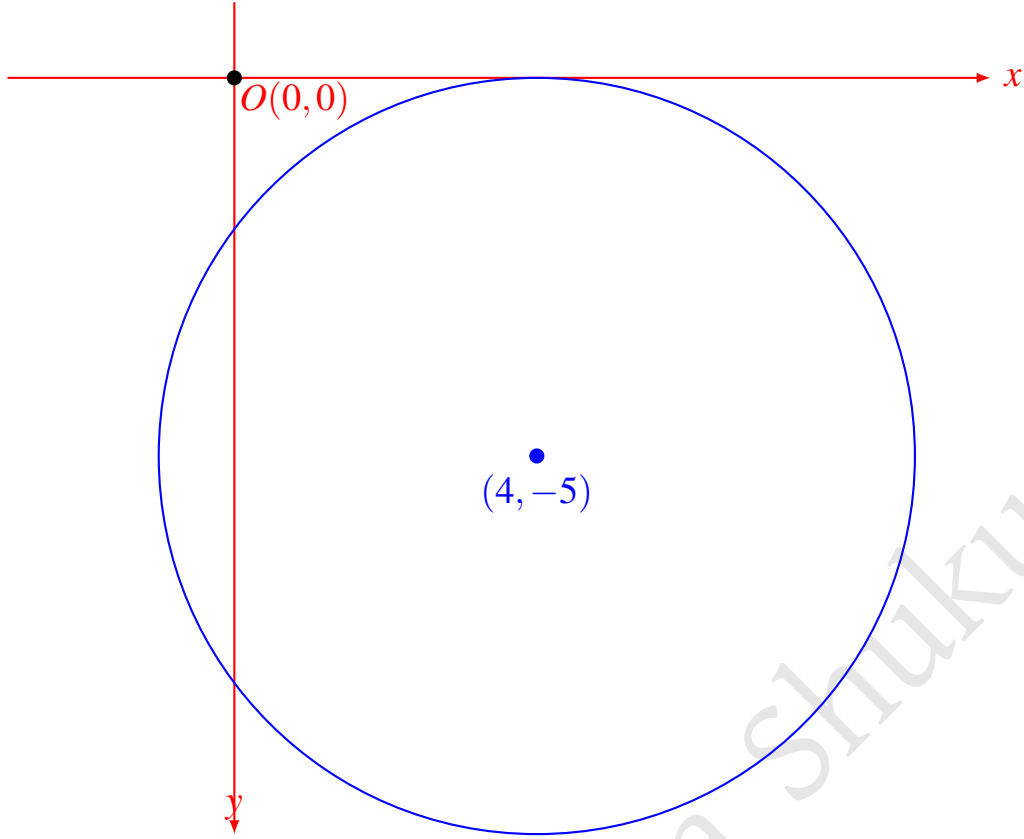
$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1^2$$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$$

[বরিশাল বোর্ড-২০২২]

$(4, -5)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্ত x - অক্ষকে স্পর্শ করলে বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর ?



ব্যাসার্ধ $r = |-5| = 5$

ব্যাস $2r = 2 \times 5 = 10$

নিচের চিত্রানুযায়ী বৃত্তের সমীকরণ লিখ

