

交差道路の動的交通流 —カオス的流れ—

福井 稔¹ 西成活裕² 横谷 靖³ 石橋善弘⁴

¹中日本自動車短大 ²東京大学大学院 工学系研究科
³日本自動車研究所 予防安全研究部 ⁴愛知淑徳大学 ビジネス学部

概要

二つの道路が 1箇所で交差している道路において、交差点で道路の旅行時間の交通情報を提供し、運転者は全て、それに従って進路を決めるというモデルにおける交通流を調べた。両道路から交差点へは、確率的に優先進入するルールを採用した。そのため、交通流には準周期的揺らぎが表れる。この時系列データをカオス的立場から解析を行った。

Dynamic Traffic Flow on the Crossing Roads —Chaotic Flow—

Minoru Fukui*, Katsuhiro Nishinari¹, Yasushi Yokoya² and Yoshihiro Ishibashi³

Nakanihon Automotive College,

¹Department of Aeronautics and Astronautics, the University of Tokyo

²Japan Automobile Research Institute,

³School of Business, Aichi Shukutoku University,

Abstract

A cellular automaton traffic model of cars on two single-lane roads crossing at a point is studied. At the intersection the real-time traffic information is displayed and all drivers decide the way to drive following the information about the trip-time. The traffic flow and density of the cars on the roads oscillate quasi-cyclically between free flow and jam states, and their time-behaviors are analyzed from a chaotic viewpoint.

1. はじめに

我々は、一昨年の当交通流シンポジウムで、二つの道路が 1箇所で交差している道路において、交差点で道路の旅行時間の交通情報を提供し、運転者は全て、それに従って進路を決めるというモデルにおける交通流を調べた。このときのモデルでは、交差点には信号機は無いため、両道路から交差点への進入には、確率的に優先進入されるルールを採用した。そのため、交通流の時系列データには、カオス的時間変動が見られた[1]。昨年のシンポジウムでは、交差点に信号機を設置して確率過程を除き、決定論的ルールに変えた上で、道路情報がリアルタイムに提供され、それに従って運転されるという交通流モデルについて、交通流の密度ー流量関係を調べた。その結果、自動車密度に応じて、交通流には 6 つの相が存在することが分かった[2]。そして、これが、確率論的モデルにおける交通流のカオス的な密度ー流量関係の原型になっているように

思われた。そこで、今回は再度、確率モデルを調べて、決定論的モデルの相系列と対応させながら、確率論的モデルのカオス的様相を調べることにした。

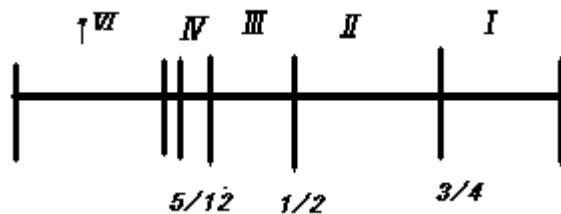
2. 交差道路の交通モデルと決定論的モデルの相系列

ここで、取り扱う交差道路交通のセル・オートマトン（CA）モデルは次の規則に従って、車両が進行するとする。

- 1) 2つの1車線道路が、1つのセルが重なるように互いに交差して、それぞれサーキットを成している。
- 2) 自動車は、rule-184に従って、一方向（東、北へ）に、一斉に(parallel update)、1単位時間に1セル進む。
- 3) 両道路から同時に交差点に進入するときは、衝突を避けるため等確率で譲り合いながら進入する。
- 4) 交差点にいる車は、両道路上の車両の平均速度を示す道路情報に従い、車の平均速度が大きいほうの道路を選んで進む。（両方の道路の平均速度が同じ時は、進入してきた方向を変えないで、そのまま直進する）。全ての車が、この情報に従って進路を決める。

決定論的モデルでは、ルール3)において、信号機を設置して、交互に1単位時間ごとに、青、赤と変わることに、その信号に従って交差点に進入するというルールになっている。

その決定論的モデルの場合における車両密度に対する交通流の6つの相の系列を示した。



3. シミュレーションとその結果

両方の道路（X-road、Y-roadという）の長さは等しく、 $L=500$ セルとし、始めに両道路上に同数の自動車をランダムに配置して、上に述べたルールにしたがってシミュレーションを始めた。最初等しかった各道路上の密度 D_x 、 D_y は、自動車が平均速度 V_x 、 V_y の大小関係により交差点で進路変更することにより、次第に不安定化が起こり振動し始め、準周期的に変化するようになる。一例として、両道路平均車両密度 $d = 0.46$ のときの、 D_x 、 D_y の時間変動を図2に示す。各道路上の流量を流量-密度空間(F-D)に点描すると（図3）、ほぼ決まったルートの近くを周遊している。決定論的モデルでは、図4に示すようなリミットサイクルになっていて、とても似ているので、このアトラクタは、このリミットサイクルの近傍を周遊していると考えられる。

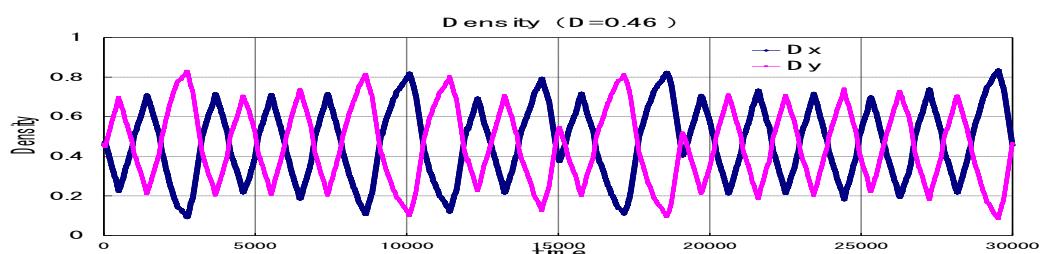


図2 道路上の車両密度の時間変化 ($d=0.46$)

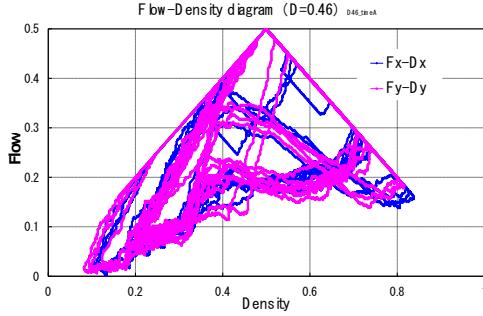


図3 流量－密度図 (d=0.46)

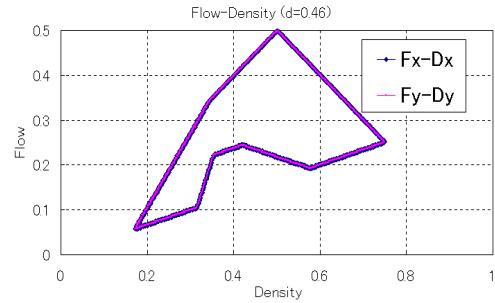


図4 流量－密度図 (決定論模型 d=0.46)

この密度の時系列は、カオス的変動をすることが明らかになった[1]が、今回は、相図の色々な密度 d での相関次元、リアプノフ指数を求め、カオス的性質を調べた。

相関次元は、相関積分を利用する方法 (Grassberger-Procaccia : GP method[3])を用いて求めた。GP 法では、調べる時系列データから、 m 次元空間への埋め込みを行う。即ち、密度データ $Dx(t)$ から適当な時間間隔 δ でデータをサンプリングして、座標が $(Dx(t), Dx(t+\delta), Dx(t+2\delta), \dots, Dx(t+(m-1)\delta))$ と書き表される m 次元空間内の点の集合を作る。その点の集合について、次の相関積分 $C^m(\varepsilon)$ を計算する。

$$C^m(\varepsilon) = \lim \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1, i \neq j}^N H(\varepsilon - |r(i)-r(j)|),$$

ここで、 $H(t)$ はヘビサイド関数で、 $r(i)$ は i 番目の点の座標、 $|r(i)-r(j)|$ は 2 点 i, j 間の距離である。この相関積分を色々な次元空間 m で計算する。 $C^m(\varepsilon)$ は $C^m(\varepsilon) \propto \varepsilon^{\nu(m)}$ とスケールすることができるので、log-log プロットした $C^m(\varepsilon)$ vs. ε のグラフの勾配から相関指數 $\nu(m)$ が求まる。色々な次元 m でこの $\nu(m)$ を求める。次元 m を 1 から大きくすると次第に本来の相関次元 D_2 が出てくる。 D_2 は、大きな m の場合の $\nu(m)$ の極限として求まる。 $d = 0.36$ において $D_2 = 2.4$ である。他の密度 d においても D_2 を求めた。

次に相関次元 D_2 値から、埋め込み次元を $m = 3$ と決め、 Dx の時系列データを 3 次元空間に埋め込んだ。色々の車両密度 d について、 Dx のストレンジアトラクタを図 5 に示す。各密度において、2 つの方向から見たストレンジアトラクタを表示している。アトラクタは、決定論モデルでは、振動しない第 I 相でもほぼ 2 次元的リング状になっていて、第 II 相へ行くにつれて二つのリングに分かれて行く。さらに第 IV 相では、二つに分岐していたが、それに対応して二つのアトラクタに分かれている。

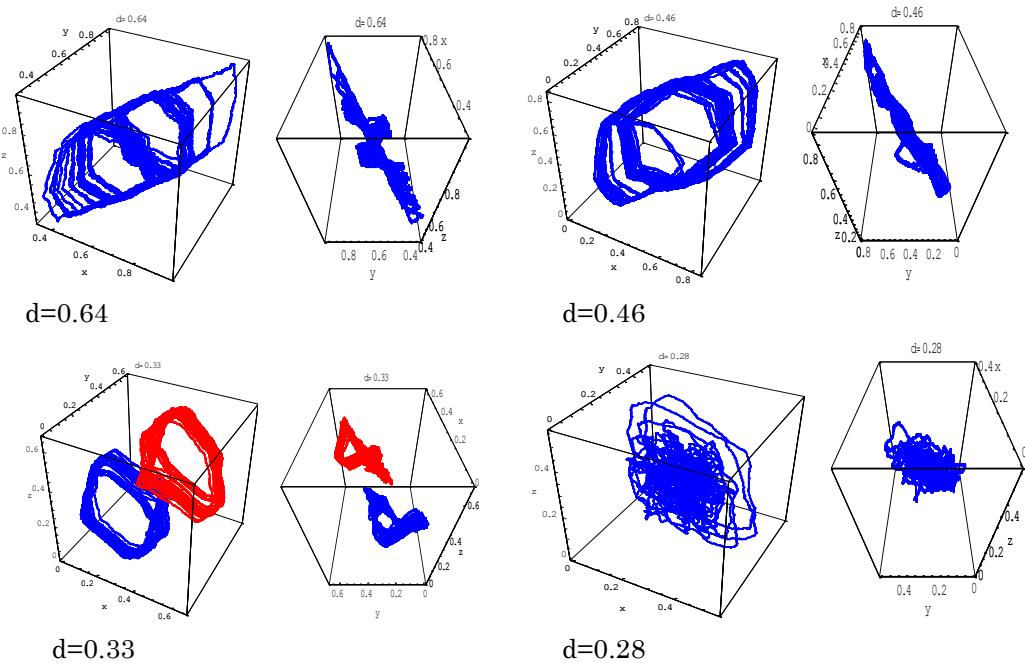
次に、これらのアトラクタの最大リアプノフ指數を S.Sato, M.Sano and Y.Sawada[4]の方法に従って求めた。最大リアプノフ指數 $\lambda(t, \tau)$ は、次の式から求められる。

$$\Lambda_i(t, \tau) = \frac{|r_i(t+\tau) - r_i'(t+\tau)|}{|r_i(t) - r_i'(t)|}$$

$$\lambda(t, \tau) = \frac{1}{N\tau} \sum_{i=1}^N \log \Lambda_i(t, \tau),$$

ここで、 $r_i(t)$ は第 i 番の点の座標で、 $r_i(t)'$ は $t=0$ で第 i 番の点に最も近い点の座標である。 $\log \Lambda_i(t, \tau)$ は、全ての r_i について平均する。色々な密度において $\lambda(t, \tau)$ を求めて図 6 に示した。 $\lambda(t, \tau)$ については、第 II から IV 相の値が、第 I 相や第 V 相における値より小さいという興

味ある結果になっていて、その意味を検討する必要がある。



第5図 Dx のストレンジアトラクタ

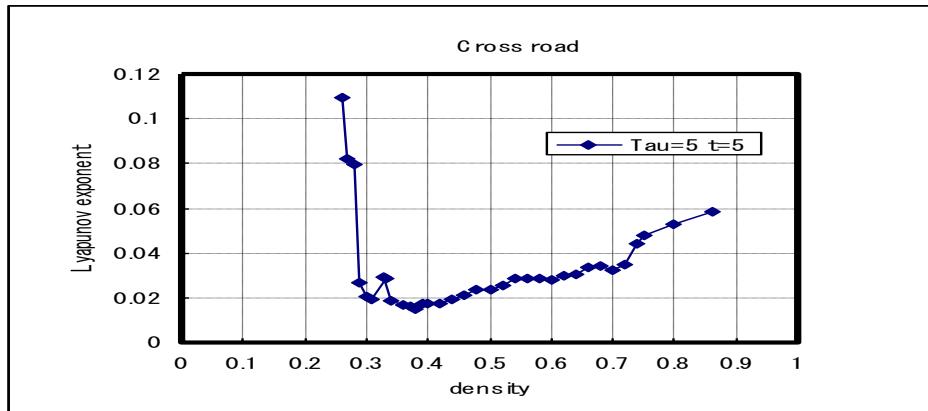


図6 最大リアプノフ指数

参考文献

1. M.Fukui, K.Nishinari, Y.Yokoya and Y.Ishibashi, 第10回交通流シンポジウム(2004).
M.Fukui, K.Nishinari, Y.Yokoya and Y.Ishibashi, TGF'05 (2005).
2. M.Fukui, K.Nishinari, Y.Yokoya and Y.Ishibashi, 第11回交通流シンポジウム(2005).
3. P.Grassberger and I.Procaccia, Phys. Rev. Lett. **31** 347 (1983)
4. S.Sato, M.Sano and Y.Sawada, Prog. Theor. Phys. **77** 1 (1987)