

固有値解析による固有ベクトルを利用した 緊急輸送道路ネットワークの脆弱性評価

中南孝晶¹, 中山晶一朗², 小林俊一², 山口裕通³

¹ 金沢大学大学院 自然科学研究科 環境デザイン学専攻

² 金沢大学 環境デザイン学系

³ 金沢大学大学院 自然科学研究科

概要

我が国では、大地震や台風などの被害が広範囲に及ぶ自然災害が多数発生している。非常時に生じる緊急輸送を円滑に行うため、緊急輸送道路が指定されており、これらが非常時においても通行可能な状態で連結しているかどうかということが重要となる。本稿では、ネットワークをグラフ化し、そのラプラシアン行列の固有値解析によって得られる固有ベクトルの成分を用いて、ネットワークが全体として機能するための各リンクの相対的な重要度を評価する。

An eigenvalue analysis of road network vulnerability

Takaaki Nakaminami¹, Shoichiro Nakayama², Shun-ichi Kobayashi², Hiromichi Yamaguchi³

¹ Division of Environmental Design Graduate School of Natural Science and Technology Kanazawa University

² School of Environmental Design, Kanazawa University

³ Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University

Abstract

In Japan, there are the high risks of face many types of natural disasters. Connectivity whether passable emergency transport roads connect important bases or not in disaster is very important. In this paper, we propose the method with an eigenvalue analysis of the Laplasian matrix to estimate connectivity. This method focus on eigenvector elements corresponding to the 2nd minimum eigenvalue. Connectivity evaluated by this method is considered relative importance of each link to function the whole of the road network.

1 はじめに

日本は、大規模など多くの自然災害に見舞われてきた。このような災害時において、迅速な避難や救援物資の輸送など、道路が担うべき役割は非常に大きい。そこで、災害時に生じる緊急輸送を円滑に行うため、緊急輸送道路が自治体によって指定されている。この緊急輸送道路が災害時においても通行可能な状態で連結しているかどうかという「連結性」を評価し、途絶が発生すると甚大な影響を及ぼしう

るクリティカルなリンクを特定し、事前に強化しておくことが重要となる。クリティカルなリンクを特定する手法としては、リンクがODペアの最短経路となっている度合いを評価する媒介中心性などの考え方も存在する。しかし、東日本大震災のような、低頻度だが広域に甚大な被害をもたらす事象における連結性を考える場合、リンクがネットワーク全体の連結性に与える影響（脆弱性）は、広域の事象を対象としていることから、大規模なネットワーク上に

おける膨大なリンクの組み合わせを扱う必要があり、容易に評価することは困難である。そこで、本稿では大規模なネットワークの脆弱性評価に対して、道路ネットワークのラプラシアン行列の固有値解析を適用する方法を提案する。この手法を用いることで、ネットワークが“大きく2つに”分割されるような事象に対し、ネットワークの連結性に対する各リンクの相対的な重要度を1回の固有値・ベクトル算出計算によって導出できる。

2 固有値解析による脆弱性評価

2.1 ラプラシアン行列

はじめにラプラシアン行列の性質について説明する[1]。まず、道路ネットワークにおけるリンクとノードの関係を隣接行列で記述する。隣接行列 \mathbf{A} の成分 a_{ij} は、ネットワークのノード i とノード j がリンクで接続していると1を、非接続だと0を記述する。各ノードから出ているリンクの数は次数と呼ばれ、この次数を対角成分とした行列を次数行列 \mathbf{D} とする。本稿では、リンクの距離が長いほど切断リスクが高いことを表現するため、隣接行列の成分をリンク長さ(km)の逆数とする。これに伴い、次数行列の対角成分は、各ノードに接続している隣接行列の成分の合計となる。隣接行列 \mathbf{A} と次数行列 \mathbf{D} を用いると、ラプラシアン行列 \mathbf{L} は $\mathbf{D} - \mathbf{A}$ となる。

2.2 固有ベクトルによる脆弱性指標

本稿で提案する脆弱性評価には、ラプラシアン行列の第二最小固有値に対応した固有ベクトル(フィードラーベクトル)を用いる。このフィードラーベクトルは、第二最小固有値とともに連結性を示す指標の一つである[2]。この固有ベクトル b の各成分は、ノードごとに定義される指標であり、本稿ではリンク (i, j) の脆弱性評価値 v_{ij} として、以下のような両端のノードに対応する固有ベクトル成分の差で定義する：

$$v_{ij} = |b_i - b_j|$$

ここで、 b_i はノード i の固有ベクトルの成分である。ここで、小林ら[3]が示すような、ネットワークにおけるリンクをバネに、ノードを質点と考えたバネと質点系のアロジーを考えると、固有ベクトルの成分の差はバネにかかる最大張力の絶対値となる。つまり、脆弱性評価値が大きいほどストレスの

かかるリンクであり、相対的にクリティカルなリンクであると考えることができる。

3 脆弱性評価の基礎的特性

3.1 均一なネットワーク

以下の式で囲まれる、リンクの距離が全て1となる単純な縦長の仮想ネットワークを考える。なお、線が交差する部分にノードを設ける。

$$\begin{cases} x = 5, 4, 3, \dots, -5 \\ y = 15, 14, 13, \dots, -15 \end{cases}$$

図1に固有値解析を実施した結果を示す。

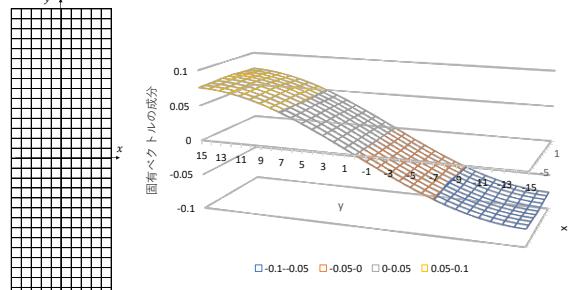


図1: 均一なネットワーク

図1より、固有ベクトルの成分は最大値が $y = 15$ にあるノード、最小値が $y = -15$ にあるノードとなっており、中心となる $y = 0$ で正負が入れ替わる。 y 方向の傾きに着目すると、成分が0となるネットワークの中心に近いほど傾きは急となり、離れるほど緩やかになる。つまり、縦方向リンクについては、ネットワークの中心に近いほど評価値が高くなる。一方、 x の変化によるベクトル成分の変化は0に極めて近い。つまり、横方向リンクの評価値はどの部分においても非常に小さくなる。このネットワークは縦に長く横に短いものであり、ネットワークの分断は横方向のリンクよりも縦方向のリンクが途絶することによって起こる可能性が高く、本稿で定義した脆弱性指標も同様の特徴を示している。さらに、この脆弱性指標では同一条件の場合、より中心部を分断するリンクほど大きい値をとる特徴があることが分かる。

3.2 脆弱部分を設けたネットワーク

均一なネットワークにおいて、 $-5 \leq x \leq -1$ と $1 \leq x \leq 5$ における $5 \leq y \leq 10$ の部分を切り取って脆弱な部分を設けたネットワークで解析する。その結

果を図 2 に示す。y 軸対称であるため、 $-5 \leq x \leq 0$ の部分のみの結果示す。

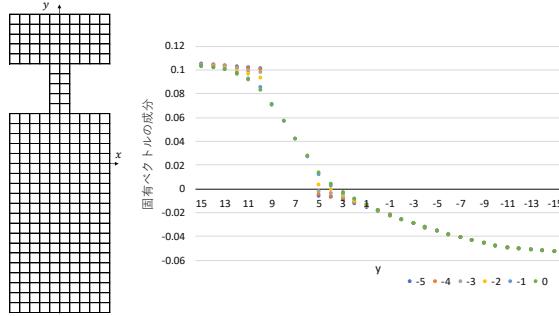


図 2: 脆弱部分を設けたネットワーク

図 2 より脆弱な部分である $5 \leq y \leq 10$ の部分で固有ベクトルの成分が大きく変化していることが分かる。つまり、脆弱な部分では固有ベクトルの成分の差が大きくなることが確認できる。また成分の正負の境目が脆弱な部分に引き寄せられていることが分かる。脆弱な部分外の成分の変化をみると、ネットワークの中心である $y = 0$ の部分よりも、固有ベクトルの成分が 0 である $y = 4$ 付近の方が変化が大きい。このことから、本稿で述べるネットワークの中心というのは、固有ベクトルの成分の正負が入れ替わる部分であるという事ができる。

3.3 ノードを密にしたネットワーク

先ほどの脆弱な部分を設けたネットワークにおいて、 $-5 \leq x \leq 5$ の $-5 \leq y \leq -15$ の部分に、各交差ノードの中間に新たなノードを付け加えたネットワークを考える。固有値解析の結果を図 3 に示す。

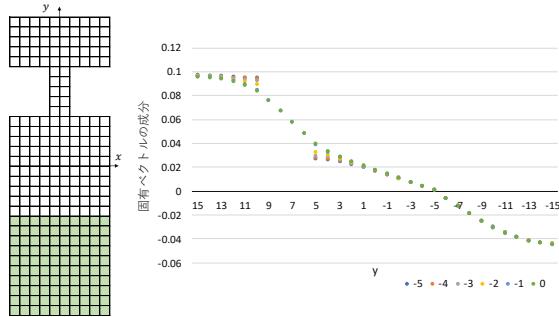


図 3: ノードを密にしたネットワーク

固有ベクトルの成分が 0 となるのは $y = -5$ 付近となり、中心がノードを密にした部分側へ移動した。この移動に伴い、脆弱な部分の成分の変化が図 2 と比較して小さくなつた。このように、同じリンク構造のネットワークであっても、ノードの配置および

数によって評価が異なることが分かる。

4 実ネットワークの脆弱性評価

北陸・東海地方とその周辺県の実緊急輸送道路ネットワークに対してこの手法を適用する。このネットワークは 5849 リンク、3954 ノードで構成されている。まず、固有ベクトルの成分の分布を図 4 に示す。

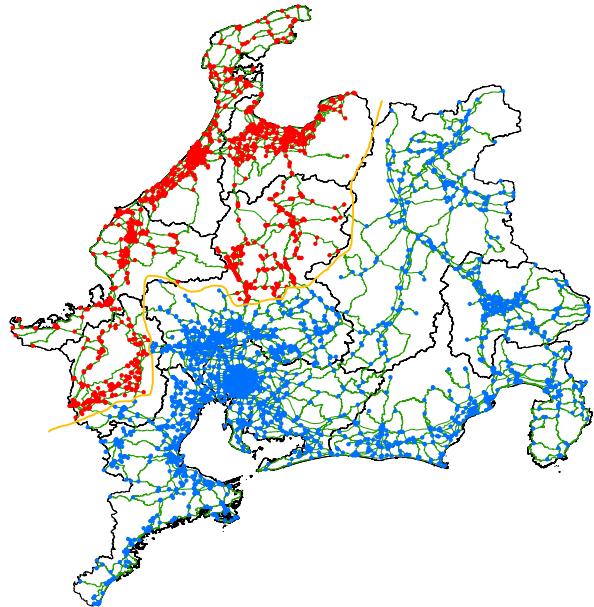


図 4: 固有ベクトルの成分

ノードは、北陸地方を中心とする負のグループ (1384 個) と東海地方を中心とする正のグループ (2570 個) に分かれる。固有ベクトルが 0 に近い点を結ぶ線を引くことを考えると、橙色の線を引くことができ、この線がネットワークの中心線と言える。ネットワークの中心はノードが密な部分に引き寄せられることを前章で確認したが、北陸地方の密な部分と、中京都市圏の密な部分の間に線が通ることからもこの特性を確認できる。

評価値を図 5 に示す。評価値が最も高いグループのリンクは赤色で示されており、岐阜県の県境を跨ぐ道路と、北陸道の米原から敦賀付近の道路である。これらの県境を跨ぐ道路は本数が少なく、脆弱な部分であることは直感的に理解することができ、この手法による評価が妥当なものであることを支持する結果となっている。先述の北陸道に着目すると、平行して通る国道は評価値が低い。高速道路は 1 区間の距離が長いため、1 リンクの切断による連結性の影響が大きいと解釈することができる。

橙色のリンクは評価値が赤色に次いで高いグル

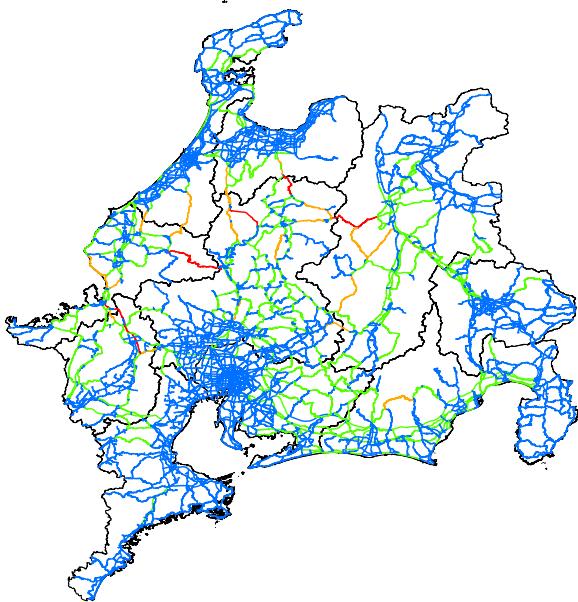


図 5: 評価値

ブであり、赤色リンクの周辺で多く確認できる。黄緑色のリンクはその次に高いグループであり、ネットワーク中心にほど近い滋賀県、福井県、岐阜県、長野県で多く存在する。また、中心から離れている静岡県付近にも黄緑色のリンクが多く存在していることが確認できる。

評価値が最も小さいグループは青色のリンクで示されている。中京都市圏や北陸の加賀地方から富山県にかけてが青色で示されており、緊急輸送道路網が密に存在するこれらのエリアでは、う回路が十分確保されることから、これらのリンクの切断による連結性に与える影響が小さいと示されると考えられる。伊豆半島や能登半島、長野県北部、三重県南部などでは道路網が都市部ほど密でないにも関わらず青色で示されている。これは、これらのエリアがネットワークの端に当たることから評価値が低くなっていると理解できる。

5 まとめと今後の展望

5.1 まとめ

固有値解析による固有ベクトルを用いて道路網の脆弱性を評価する手法を紹介した。仮想ネットワークと、実緊急輸送道路ネットワークへこの手法を適用した結果、脆弱な部分を見つけることは可能であると言うことができる。評価の特徴として、固有ベクトルの成分が 0 であるネットワークの中心部分に

近いほど、脆弱であるという評価が表れやすいことが分かった。言い換えると、ネットワークの端に当たる部分は道路網が疎で、分断される可能性が高いと考えられる場合でも評価値が低くなるということである。ネットワークの中心はノードの配置によって大きく変わり、ノードが密な部分に引き寄せられる特性がある。リンクの距離を考慮したラプラシアン行列を用いることで、距離の長いリンクほど評価値が高くなる結果となった。

5.2 今後の展望

本稿では、隣接行列に入れる値をリンクの長さの逆数とし、リンクが長いほど切断リスクが高まるのみ考慮している。他にも、リンクの交通容量や信頼度などリンクに関する重みや、拠点の重要度などノードの重みを取り入れることで、シナリオに応じた評価を得ることも可能と考えられる。ただ、これらの重みの意味付けが極めて重要となるだろう。また、新たなリンクを追加した改善の効果を計る場合、トポロジーが変化するため単純に評価値を比較できない可能性がある。この変化に対する指標の感度について更に研究を進めていく。最後に、大きな二つのまとまりに分割されることを想定した脆弱性評価を行ったが、三つ、四つに分割することを想定した評価を行えないかも検討したい。

謝辞

本研究の一部は国土交通省新道路技術会議において採択され、国土交通省国土技術政策総合研究所の委託研究により実施したものである。ここに記して感謝いたします。

参考文献

- [1] 仁平政一・西尾義典, “グラフ理論序説改訂版”, プレアデス出版, (2001)
- [2] Michael G.H. Bell・Fumitaka Kurauchi・Supun Perera・Walter Wong, Investigating transport network vulnerability by capacity weighted spectral analysis, Transportation Research Part B, Vol.99, pp. 251-266, (2017)
- [3] 小林俊一・中山晶一朗・松井千里・若林桂汰, 道路ネットワークのラプラシアン行列による脆弱性解析, 土木計画学研究・講演集, Vol.55, CD-ROM, (2017)