

# Errata

(Mathematische Einführung in Data Science von Sven-Ake Wegner)

8. Juni 2024

- Seite 15, Zeile −3 und Seite 16, Zeile 2:  $V_{\text{af}}(\overline{x\mathcal{E}})^{(n)}$
- Seite 17, Zeile 11:  $r_{xy}$
- Seite 24, Zeile −11:  $f = \langle (a_1, \dots, a_d), \cdot \rangle + a_0$
- Seite 26, Zeile 18:  $f(\cancel{z}) = \text{sig}(\langle w, \cdot \rangle)$
- Seite 31, Zeile 12: ... und  $\langle w, \widehat{w}_k \rangle < 0$  gelten.
- Seite 38, Zeile 13: ... und  $x_1, \dots, x_k \in D_1 := \{x \mid (x, y) \in D\}$  gelten.
- Seite 38, Zeile 14:  $x_1 \in \underset{z \in D_1}{\text{argmin}} \rho(x, z)$  sowie  $x_j \in \underset{z \in D_1 \setminus \{x_1, \dots, x_{j-1}\}}{\text{argmin}} \rho(x, z)$  für  $j \geq 2$
- Seite 38, Zeile 20:  $f(x) \in \underset{y \in Y}{\text{argmax}} N(y)$
- Seite 39, Zeile 4:  $z^* \leftarrow \underset{z \in D'_1}{\text{argmin}} \rho(x, z)$
- Seite 39, Zeile 5:  $D'_1 \leftarrow D'_1 \setminus \{(z^*, y^*)\}$
- Seite 39, Zeile 10–11: Hierbei bezeichnet  $\pi_2(x, y) = x$  die Projektion auf den zweiten Eintrag von  $(x, y) \in D$  und  $y^*$  das Label von  $z^*$ .
- Seite 39, Zeile −2: ... vorgenannten grauen Punkt  $x$  mit ...
- Seite 41, Zeile 6–7: ... Trainingsdaten  $D_{\text{Train}}$  und Testdaten  $D_{\text{Test}}$ . Dann bestimmt man einen Klassifizierer  $f: X \rightarrow Y$  anhand von  $D_{\text{Train}}$ , und stellt fest, welcher Anteil der Punkte aus  $D_{\text{Test}}$  durch  $f$  korrekt klassifiziert wird.
- Seite 48, Zeile 5–6: ..., dass sich die Texte 1 und 2 deutlich kosinusähnlicher sind als 1 und 3 bzw. 2 und 3.
- Seite 52, Zeile −14: Text  $D$
- Seite 55, Zeile 21–23: ... bevor der minimale Abstand zwischen den Clustern in der nächsten Runde erstmalig über einen einzugebenden Wert  $\delta > 0$  wachsen würde.
- Seite 55, Zeile −15:  $D$
- Zeile −12: **while**  $\min_{i \neq j} \rho(C_i, C_j) \leq \delta$  **do**
- Seite 56, Zeile 4: ..., wie in Definition 4.2, ...
- Seite 56, Zeile 8: Aufgabe 4.2
- Seite 62, Zeile 5:  $\underset{i=1,2}{\text{argmin}} \|x - \mu_i\|$
- Seite 70, Zeile 3–4: Wir wählen  $v_1 = \mathbf{1}$  als Eigenvektor zum Eigenwert  $\lambda_1$ . Dann gelten für Eigenwert und Eigenvektor  $\lambda_2$  bzw.  $v_2$  ...
- Seite 70, Zeile 7:  $v_2 \in \dots$
- Seite 70, Zeile −3: Sei  $G = (V, E)$  ein Graph mit  $\deg(v) > 0$  für alle  $v \in V$ .
- Seite 71, Zeile 5:  $\emptyset \neq S \subset V$
- Seite 72, Zeilen 6 und 8:  $\emptyset \neq S \subset V$
- Seite 73, Zeile 10: Ist  $G$   $d$ -regulär (d.h., es gilt  $\deg(v) = d$  für alle Vertices  $v \in V$  mit einem  $d \in \mathbb{N}$ ), so gilt ...
- Seite 74, Zeile 15:  $\emptyset \neq S \subset V$
- Seite 74, Zeile 16:  $\text{Cheeg}(G) = \frac{\#\partial S}{\text{vol } S}$
- Seite 87, Zeilen 11 und 14:  $\mathbf{A}X$
- Seite 91, Zeile 12: ... Singulärwert von  $A$ , ...
- Seite 95, Zeile 6: Ist  $1 \leq k < p$  und haben wir  $\sigma_{k+1} = \dots = \sigma_p = 0$ , ...
- Seite 102, Zeile 17:  $r = \text{rk}(A)$
- Seite 106, Zeile 3:  $\forall i, j \in \{1, \dots, n\}: \|T_{V_k} a_i - T_{V_k} a_j\| - \|a_i - a_j\| \leq 2 \left( \sum_{\ell=k+1}^r \sigma_\ell \right)^{1/2}$

- Seite 110, Zeile 7:  $\mathbb{R}_{\mathcal{F}}^5$
- Seite 112, Zeile 5:  $(\text{Film})_{\mathcal{F}} \quad \mathbb{R}_{\mathcal{F}} \xrightarrow{A} \mathbb{R}_{\mathcal{B}} \quad (\text{Bewerterin})_{\mathcal{B}}$
- Seite 111, Zeile 4:  $\mathbf{R}$  (statt  $\mathbf{R}$ )
- Seite 112, Zeilen 14 und 25:  $\mathbf{R}$  (statt  $\mathbf{R}$ )
- Seite 112, Zeile -3: ... die Daten ~~erst~~ einem geeigneten Pre- ~~oder~~ Postprocessing zu unterziehen ...
- Seite 125, Zeile -3:  $H_d(\mathbf{1})$
- Seite 129, Zeile -1:  $0 < \varepsilon < 1$
- Seite 131, Zeile 9:  $H_{\delta, x_1} = \{(x_2, \dots, x_d \in \mathbb{R}^{d-1} \mid (x_1, x_2, \dots, x_d) \in H_{\delta}\}$
- Seite 134, Zeile 9: Für solche Zufallsvektoren erhält man ...
- Seite 139, Zeile -1:  $\|X^{(i)}\| \approx 1$
- Seite 146, Zeile 5:  $\mathbb{P}[\|\mathbf{X}\| - \sqrt{d} \geq \varepsilon]$
- Seite 164, Zeile -17: ... der Abstand ~~der~~ Mittelpunkte, ...
- Seite 167, Zeile 5-7: ~~Im Fall der Varianz sind diese eher technisch, und wir formulieren daher im Satz für die Varianz nur die sich ergebende qualitative asymptotische Aussage.~~
- Seite 183, Zeile -1: Wenn  $\mathbf{D}$  linear trennbar ist, ...
- Seite 186, Zeile 8: ~~—~~ **return**  $w^{(j)}$
- Seite 189, Zeile -5:  $(x, y) \in \mathbf{D}$
- Seite 190, Zeile 14-15: ... die Worte „Bonus“, „Vertrag“, „das“ und „Mensa“ ...
- Seite 193, Zeile 6:  $\dots = \langle w', x_0 - (\langle w', x_0 \rangle + b')w' \rangle + b'$
- Seite 193, Zeile 12:  $\geq \|x_0 - x_1\|^2 + 2\langle (\langle w', x_0 \rangle + b')w', x_1 - x \rangle$
- Seite 193, Zeile 13:  $= \|x_0 - x_1\|^2 + 2(\langle w', x_0 \rangle + b')\langle w', x_1 - x \rangle$
- Seite 194, Zeilen -2 und -1:  $\mathcal{R}(\mathbf{D}), \mathcal{K}(\mathbf{D})$
- Seite 194, Zeile -1:  $h: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{\mathbf{d}}$
- Seite 195, Zeilen 2, 4, 5, 9, 10, 12, 15 und 20:  $\mathcal{R}(\mathbf{D}), \mathcal{K}(\mathbf{D})$
- Seite 196, Zeilen 6-8, 12 und 13:  $\mathcal{R}(\mathbf{D}), \mathcal{K}(\mathbf{D})$
- Seite 198, Zeile 6:  $(w^*, b^*) \in \mathbf{M}$
- Seite 198, Zeile 11-16: Es folgt also nach **Proposition** 17.14, dass  $w_1^* = w_2^* =: w^*$  ist. ~~Gelte ohne Einschränkung~~  $b_1^* < b_2^*$ . Dann wählen wir für  ~~$(w^*, b_1^*)$  und  $(w^*, b_2^*)$  jeweils  $i_1$  und einen Index  $i$  wie in Teil (2) und erhalten~~

$$y_i(\langle w^*, x_i \rangle + b_1^*) = \langle w^*, x_i \rangle + b_1^* < \langle w^*, x_i \rangle + b_2^* = 1$$

im Widerspruch dazu, dass  $(w^*, b_1^*)$  in  $M$  liegt. ~~Ist  $b_1^* > b_2^*$ , so vertauschen wir die Rollen von  $i_1$  und  $i_2$ .~~

- Seite 198, Zeile -11, -8 und -4:  $\mathcal{R}(\mathbf{D}), \mathcal{K}(\mathbf{D})$
- Seite 200, Zeile 7:  $L(x, \theta, \mu) := f(x) - \sum_{i=1}^q \theta_i g_i(x) + \# \sum_{j=r}^q \mu_j h_j(x)$
- Seite 200, Zeile 18: ..., ist  $x^*$  ein **Minimierer** des oben angegebenen Optimierungsproblems ...
- Seite 203, Zeile 17: ... ist es möglich,  $i_0$  mit  $\lambda_{i_0} \neq 0$  ...
- Seite 206, Zeile 7:  $D_1 = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, 6, \mathbf{7}\}$  und  $D_2 = \{(x_i, y_i) \mid i = 1, 6, \mathbf{11}\}$
- Seite 206, Zeile 8: **Durch Streichen von Nullen in Beispiel 14.15(i) und Lösung des Optimierungsproblems für  $D_2$  erhalten wir ...**
- Seite 206, Zeile 12: ~~0.349~~ **0.439**
- Seite 207, Zeile 4 (in den Bildern):  $\mathbf{D}_1 \cdots \mathbf{D}_2$
- Seite 207, Zeilen 12 und 13:  $\lambda_i^*$
- Seite 208, Zeile 13: ... und Satz 14.12(ii) ist [GK02, Satz 2.46].

- Seite 209, Zeile -6: ..., wenn man einen der Punkte  $x_6^*$ ,  $x_7^*$ , oder  $x_{11}^*$  weglässt?
- Seite 216, Zeile -14: ..., sodass  $y_i(\langle w, x_i \rangle + b) \geq 1$  für ....
- Seite 220, Zeile 16: ... mit  $\lambda_{i_0}^* \neq 0$  ist ...
- Seite 220, Zeile 18: ... Wahl von  $\lambda^*$  und ...
- Seite 224, Zeile 6: Haben wir also  $\langle f, f \rangle = 0$  ~~für alle  $x \in X$~~ , so ist ...
- Seite 224, Zeile -10: ... positive **Semidefinitheit** der Gram-Matrix ...
- Seite 226, Zeile 12: Geben Sie an, welche  $x \in \mathbb{R}$  vom **zurückgezogenen** Klassifizierer ...
- Seite 230, Zeile 15: **die Rectified Linear Unit**
- Seite 231, Zeile -4: ... Neuronen aus Proposition 16.2 zusammensetzen
- Seite 232, Zeile 3: ... sonst,
- Seite 236, Zeile 9:  $B$  ist die Matrix ohne das  $(\cdot)^{-1}$ .
- Seite 239, Zeile 15:  $\mathcal{F}(f_1 * f_2) = \mathcal{F}f_1 \cdot \mathcal{F}f_2$
- Seite 262, Zeile 1-4: Den Rieszschen Darstellungssatz in der Version 16.19 kann man in [Wer18, Theorem II.2.5] nachlesen, die **andere Version 16.16**, oft auch Riesz-Markov-Theorem genannt, findet man in [Rud87, Theorem 6.19].
- Seite 270, Zeile 14: Dann gilt  $h'(t) = \langle \nabla f(y + t(x - y)), x - y \rangle \dots$
- Seite 270, Zeile 16:  $\dots = \int_0^1 \langle \nabla f(y + t(x - y)), x - y \rangle dt$
- Seite 270, Zeile 18:  $\dots = \int_0^1 \langle \nabla f(y + t(x - y)), x - y \rangle - \langle f(y), x - y \rangle dt$
- Seite 270, Zeile -1: ... mithilfe von **Proposition 17.4** ...
- Seite 271, Zeile 14: **Folgerung 17.10.** Sei  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar **und konvex**.
- Seite 271, Zeile 18-19: (i) $\implies$ (ii): Aus der Konvexität folg die erste Ungleichung mit **Proposition 17.4** und ...
- Seite 271, Zeile 20: (ii) $\implies$ (i): Die erste Ungleichung impliziert Konvexität mit **Proposition 17.4** und ...
- Seite 272, Zeile 16: Aus Lemma 17.9 und **Proposition 17.4** folgern wir
- Seite 272, Zeile 20:  $\geq$   

$\uparrow$   
**Prop. 17.4**
- Seite 273, Zeile 10:  $\leq$   

$\uparrow$   
**Prop. 17.4**
- Seite 275, Zeile -2: Dann gilt **wegen**
- Seite 277, Zeile -10: mit **Proposition 17.4**
- Seite 278, Zeile 8: Dies ist nach **Proposition 17.4** äquivalent zu
- Seite 278, Zeile 18: Ein Vergleich der Abschätzung in **Proposition 17.4** zeigt nochmal ...
- Seite 279, Zeile 13:  $\geq$   

$\uparrow$   
**Lem. 17.18 u.**  
**Prop. 17.4**
- Seite 283, Zeile -9: 4:  $x^{(k+1)} \leftarrow x^{(k)} - \gamma_k \nabla f(x^{(k)})$ .
- Seite 296, Zeile -14: S. Shalev-Shwartz und S. Ben-David, **Understanding**