

漸化式のトレーニング

1 [改訂版青チャート数学B 工学院大]

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_1 = -3, \quad a_{n+1} = a_n + 4 \qquad (2) \quad a_1 = 4, \quad 2a_{n+1} + 3a_n = 0$$

$$(3) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + 2^n - 3n + 1$$

2

数列 a_1, a_2, \dots, a_n は $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n + 8$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす。

- (1) 一般項 a_n を n で表せ。
- (2) 初項から第 n 項までの和 S_n を n で表せ。

3

次の関係式を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

$$(1) \quad a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{3a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

□4 [2018スタンダードⅠⅡAB受 北海道大]

次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1=1, a_2=1, a_{n+2}=a_{n+1}+3a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- (1) 次が成立するように、実数 s, t ($s > t$) を定めよ。

$$\begin{cases} a_{n+2}-sa_{n+1}=t(a_{n+1}-sa_n) \\ a_{n+2}-ta_{n+1}=s(a_{n+1}-ta_n) \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- (2) 一般項 a_n を求めよ。

□5 [2018スタンダードⅠⅡAB受 大阪大]

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=2, a_{n+1}=8a_n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とおく。 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
 (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
 (3) $P_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ とおく。数列 $\{P_n\}$ の一般項を求めよ。
 (4) $P_n > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ。

□6

条件 $a_1=2, b_1=6, a_{n+1}=2a_n+b_n, b_{n+1}=3a_n+4b_n$ によって定められる数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ がある。

- (1) a_2, b_2, a_3, b_3 を求めよ。
 (2) 数列 $\{a_n+b_n\}, \{3a_n-b_n\}$ の一般項を、それぞれ求めよ。
 (3) (2)の結果を用いて、数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を、それぞれ求めよ。

1 [改訂版青チャート数学B 工学院大]

解答 (1) $a_n = 4n - 7$ (2) $a_n = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ (3) $a_n = 2^n - \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n - 2$

2

解答 (1) $a_n = 2 \cdot 3^n - 4$ (2) $S_n = 3^{n+1} - 4n - 3$

3

解答 (1) $a_n = \frac{1}{3n+1}$ (2) $a_n = 3^n - 2^n$

4 [2018スタンダードⅠⅡAB受 北海道大]

解答 (1) $s = \frac{1+\sqrt{13}}{2}, t = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

(2) $a_n = \frac{1}{\sqrt{13}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2} \right)^n \right\}$

5 [2018スタンダードⅠⅡAB受 大阪大]

解答 (1) $b_{n+1} = 2b_n + 3$ (2) $b_n = 2^{n+1} - 3$ (3) $P_n = 2^{2^{n+2}-3n-4}$
(4) $n = 7$

6

解答 (1) $a_2 = 10, b_2 = 30, a_3 = 50, b_3 = 150$ (2) $a_n + b_n = 8 \cdot 5^{n-1}, 3a_n - b_n = 0$
(3) $a_n = 2 \cdot 5^{n-1}, b_n = 6 \cdot 5^{n-1}$