
OPTIMIZACIÓN

Primer Cuatrimestre 2025

Ejercicios para pensar

Método de punto interior

Ejercicio 1 Considerar el problema

$$\begin{array}{ll}\text{minimizar} & x_1 + 3x_2 \\ \text{sujeto a} & 2x_1 + x_2 = 4 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0\end{array}$$

- (a) Formule la función barrera $\Phi(x, \mu)$, calcule su gradiente $\nabla\Phi(x, \mu)$, y plantee el sistema de ecuaciones $\nabla\Phi(x, \mu) = 0$ para encontrar $x^*(\mu)$.
- (b) Identifique los vectores y matrices c , A , b del problema.
- (c) Escriba las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) perturbadas para este problema, incorporando el parámetro de barrera $\mu > 0$. Las condiciones deben incluir:
 - Dual Factibilidad ($A^T y + s = c$)
 - Primal Factibilidad ($Ax = b$)
 - Holgura Complementaria Perturbada ($XSe = \mu e$, donde $X = \text{diag}(x_i)$ y $S = \text{diag}(s_i)$)
 - No Negatividad ($x \geq 0, s \geq 0$, aunque estas no se incluyen en el sistema de ecuaciones no lineales que se resuelve directamente).
- (d) Defina el vector de funciones $F(x, y, s)$ cuyas raíces busquemos con el método de Newton.
- (e) Calcule la matriz Jacobiana $J(x, y, s) = \nabla F(x, y, s)$.
- (f) Escriba explícitamente el sistema lineal de Newton para encontrar la dirección de búsqueda $(\Delta x, \Delta y, \Delta s)$ en un punto dado (x, y, s) :

$$J(x, y, s) \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta s \end{pmatrix} = -F(x, y, s)$$

- (g) Implementar el método. Tomar por ejemplo como punto inicial factible:
 $x_0 = (1, 2)$, $y = 0$, $s = (1, 1)$.

Ejercicio 2 En la siguiente notebook se puede ver una comparación entre el método simplex y el método de punto interior. Incrementar el tamaño del problema y observar los tiempos de ejecución e iteraciones de cada método.