



Insper Supercomputação

Aula - 10

- Acelerando a busca local
 - **Branch and Bound**

Branch and Bound

- Consiste em enumerar soluções viáveis, consideradas promissoras, em uma árvore de busca explícita ou implícita. Cada nó da árvore pode ser visto como uma possível solução ou uma solução parcial do problema

Branch and Bound

- Consiste em enumerar soluções viáveis, consideradas promissoras, em uma árvore de busca explícita ou implícita. Cada nó da árvore pode ser visto como uma possível solução ou uma solução parcial do problema
- Utilizando funções matemáticas e/ou algoritmos que determinam limites superiores (upper bound) e inferiores (lower bound) do problema com respeito ao valor ótimo da função objetivo, uma grande quantidade de nós da árvore podem ser descartados, reduzindo assim, não só o espaço de memória, mas também o tempo de execução do algoritmo

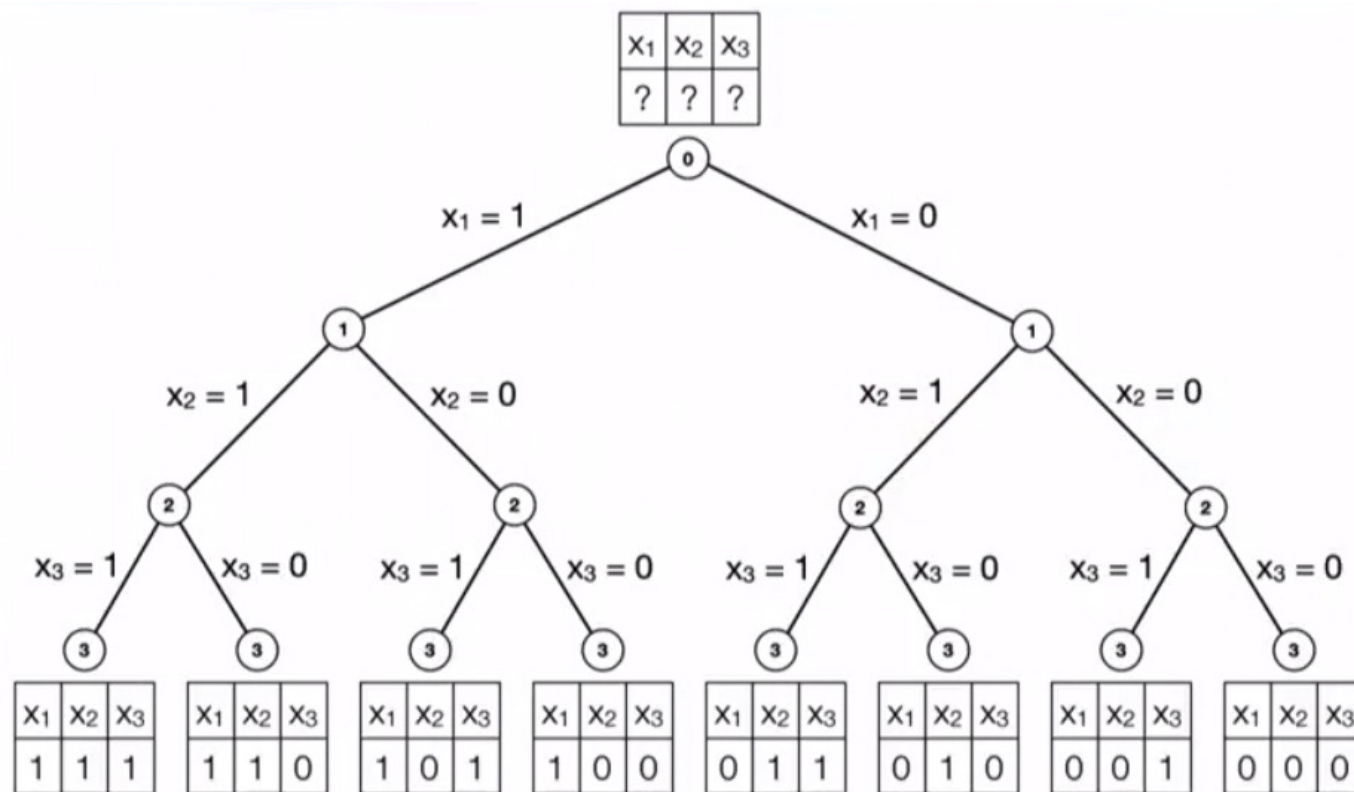
Branch and Bound

- Branch
 - Indica que a partir de um nó selecionado, deve ser possível explorar outros nós como alternativas de solução para o problema
- Bound
 - Sugere a identificação de dois limites com relação ao valor ótimo do problema: inferior e superior
 - O valor obtido pela solução ótima do problema, se existir, é encontrado em um intervalo delimitado por estes dois limites. O método vai reduzindo esse intervalo até que estes dois limites sejam iguais, quando, portanto, encontra-se o ótimo

Ideia

- Essa é a busca exaustiva
- Qual o papel de branch-and-bound?

Evitar terminar uma solução parcial que não tem chance alguma de ser ótimas



Ideia

- Nossa tarefa
 - Maximizar o valor da mochila
- Dois passos iterativos: branching e bouding
- **Branching:** dividir o problema em subproblemas menores
- **Bounding:** encontrar uma **estimativa ótima** da melhor solução para cada subproblema
 - Upper bound a ser maximizado
 - Lower bound a ser minimizado
- Como determinar a estimativa ótima?
 - R: relaxamento de restrições do problema

Matematicamente

- Vamos enxergar o problema como uma programação linear inteira
- $C = 10$, 3 itens: $X_0 = 45/5\text{Kg}$, $X_1 = 48/8\text{Kg}$ e $X_2 = 35/3\text{Kg}$
- Logo:

$$\max 45X_0 + 48X_1 + 3X_2$$

Sujeito a

$$5X_0 + 8X_1 + 3X_2 \leq 10$$

$$X_i \in \{0,1\}$$

Matematicamente

- Vamos enxergar o problema como uma programação linear inteira
- $C = 10$, 3 itens: $X_0 = 45/5\text{Kg}$, $X_1 = 48/8\text{Kg}$ e $X_2 = 35/3\text{Kg}$
- Logo:

$$\max 45X_0 + 48X_1 + 35X_2$$

Sujeito a

~~$$5X_0 + 8X_1 + 3X_2 \leq 10$$~~

$$X_i \in \{0,1\}$$

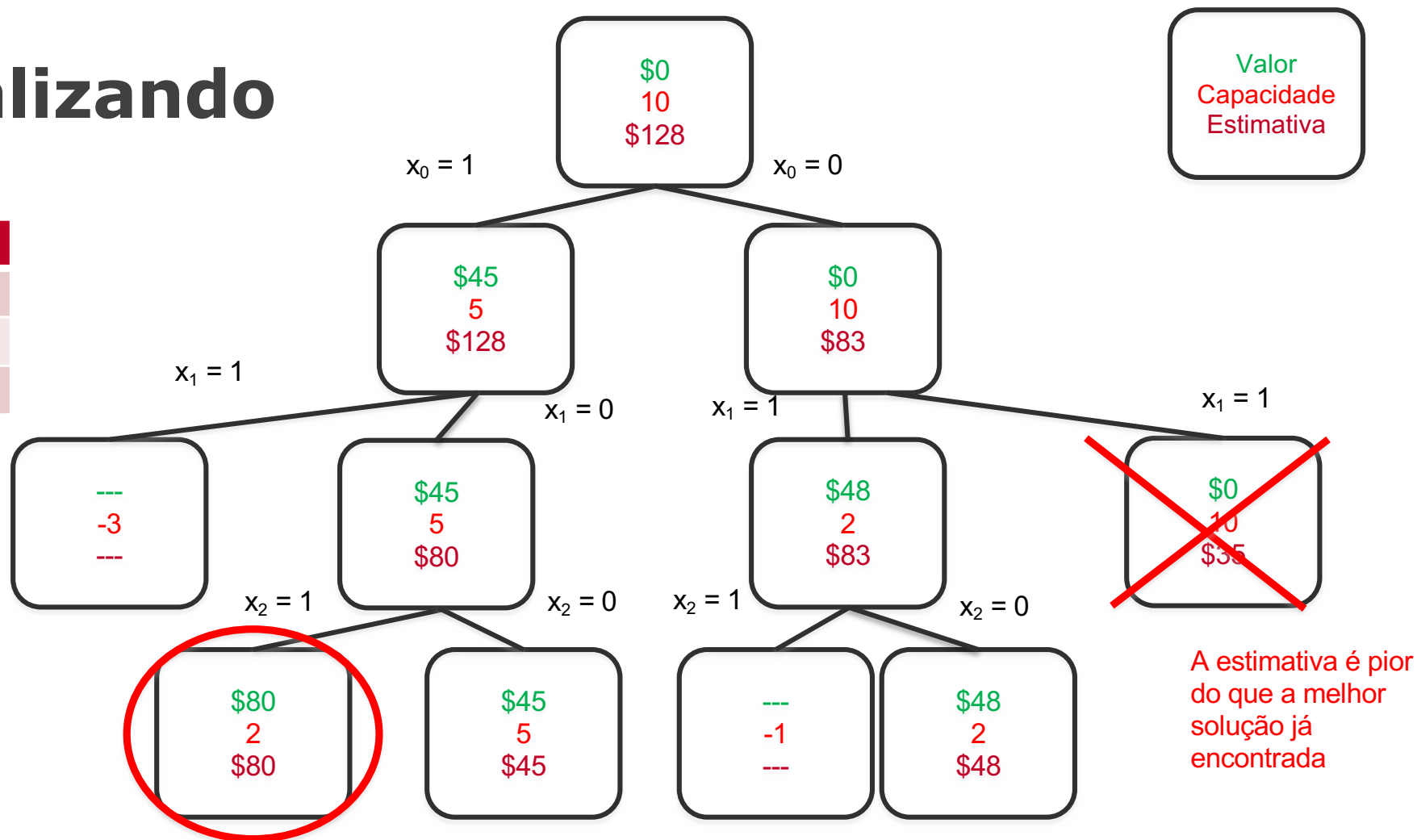
Vamos relaxar a constraint de capacidade máxima da mochila, para obter a estimativa de valor ótimo de um subproblema

Ou seja, assumimos que a capacidade estimada de valor de um subproblema é dada por seu valor atual mais a inclusão de todos os itens restantes, independente da capacidade da mochila

Visualizando

S = 10

i	v_i	s_i
0	45	5
1	48	8
2	35	3





Atividade prática

Vamos implementar, seguindo roteiro da aula, a estratégia de Branch and bound para a mochila, com a estratégia de ignorar a capacidade da mochila

Você vai encontrar o pseudocódigo disponível no roteiro.

Compare a solução obtida com as versões anteriores.



Discussão

- Como descobrir se um bound é bom?
 - Quantas vezes ele é ativado?
 - Em qual altura ele é ativado?
 - O quão bem ele estima a capacidade da solução parcial?



Atividade prática

Vamos implementar, de acordo com o roteiro, estratégias para compreender se o bound é bom.

Pense também em oportunidades para economizar o trabalho computacional



Obrigado

Insper

www.insper.edu.br