Linguagens Formais e Autômatos

Prof. Alex Luciano Roesler Rese, MSc.
Adaptado: Rafael de Santiago, Dr.

Máquina de Turing com Fita Limitada

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Máquinas de Turing com Fita Limitada também conhecidas como “Autômatos com Limitação Linear” ou “Linear Bounded Automata”

- É um dispositivo não-determinístico com apenas n+2 posições, onde n é o tamanho da palavra de entrada

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Possui importantes extensões em relação aos autômatos finitos e de pilha. São elas:
  - a fita de trabalho possui tamanho igual ao comprimento da cadeia de entrada acrescido de dois;
  - o cursor de acesso aos símbolos da fita de trabalho pode se deslocar tanto para esquerda, quanto para a direita; e
  - através do cursor pode-se ler os símbolos da fita e gravar na mesma.

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Máquina de Turing com Fita Limitada, pode ser formalmente definida como:

(próximo slide...)

Máquinas de Turing com Fita Limitada

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde :

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Γ é o conjunto que podem ser lidos e
gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo
os seguintes mapeamentos :

- $Q \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma \times \{E, D\}}$
- $Q \times \{<\} \to 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \to 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente
à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração
inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

Conteúdo

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde:

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Γ é o conjunto que podem ser lidos e gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo os seguintes mapeamentos:

- $Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{E, D\}}$
- $Q \times \{<\} \rightarrow 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \rightarrow 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

OU SEJA...

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde :

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Γ é o conjunto que podem ser lidos e gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo os seguintes mapeamentos :

- $Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{E, D\}}$
- $Q \times \{<\} \rightarrow 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \rightarrow 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

É formado por um conjunto de estados finitos

Máquinas de Turing com Fita Limitada

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde:

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Por um alfabeto de símbolos possíveis na palavra de entrada

Γ é o conjunto que podem ser lidos e gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo os seguintes mapeamentos:

- $Q \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma \times \{E,D\}}$
- $Q \times \{<\} \to 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \to 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

Máquinas de Turing com Fita Limitada

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde:

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Γ é o conjunto que podem ser lidos e gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo os seguintes mapeamentos:

- $Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{E,D\}}$
- $Q \times \{<\} \rightarrow 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \rightarrow 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

Símbolos que podem ser lidos ou escritos na fita de entrada. O alfabeto está compreendido no conjunto destes símbolos

Conteúdo

Máquinas de Turing com Fita Limitada

$M = (Q, \Sigma, \Gamma,$

Q é o conjunt

Σ é o alfabeto

Γ é o conjunt

gravados na

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função p

os seguintes mapeamentos :

- $Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{E,D\}}$
- $Q \times \{<\} \rightarrow 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \rightarrow 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

Para que uma transição se realize, de um estado para outro, devo ler um símbolo na fita, escrever algo na fita e posicionar a cabeça de leitura na próxima casa à direita (D) ou à esquerda (E)

Se o símbolo lido na fita for “<“ não poderei movimentar-me para esquerda.

Se o símbolo lido na fita for “>“ não poderei movimentar-me para direita.

Conteúdo

Máquinas de Turing com Fita Limitada

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde:

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Γ é o conjunto que podem ser lidos e gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo os seguintes mapeamentos:

- $Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{E, D\}}$
- $Q \times \{<\} \rightarrow 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \rightarrow 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

Estado inicial

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

Máquinas de Turing com Fita Limitada

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde:

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Γ é o conjunto que podem ser lidos e gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo os seguintes mapeamentos:

- $Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{E,D\}}$
- $Q \times \{<\} \rightarrow 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \rightarrow 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

“<“ e “>” identificam o início e o final da fita, por isso não podem fazer parte do alfabeto que pode ser gravado

Conteúdo

Máquinas de Turing com Fita Limitada

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F)$, onde:

Q é o conjunto finito de estados

Σ é o alfabeto de entrada (finito)

Γ é o conjunto que podem ser lidos e gravados na fita de trabalho(finito)

$\Sigma \subseteq \Gamma$

δ é a função parcial de transição, compreendendo os seguintes mapeamentos:

- $Q \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma \times \{E, D\}}$
- $Q \times \{<\} \rightarrow 2^{Q \times \{<\} \times \{D\}}$
- $Q \times \{>\} \rightarrow 2^{Q \times \{>\} \times \{E\}}$

q_0 é o estado inicial, $q_0 \in Q$

$<, > \notin \Gamma$ são símbolos respectivamente situados imediatamente à esquerda e a direita da cadeia de entrada (na configuração inicial)

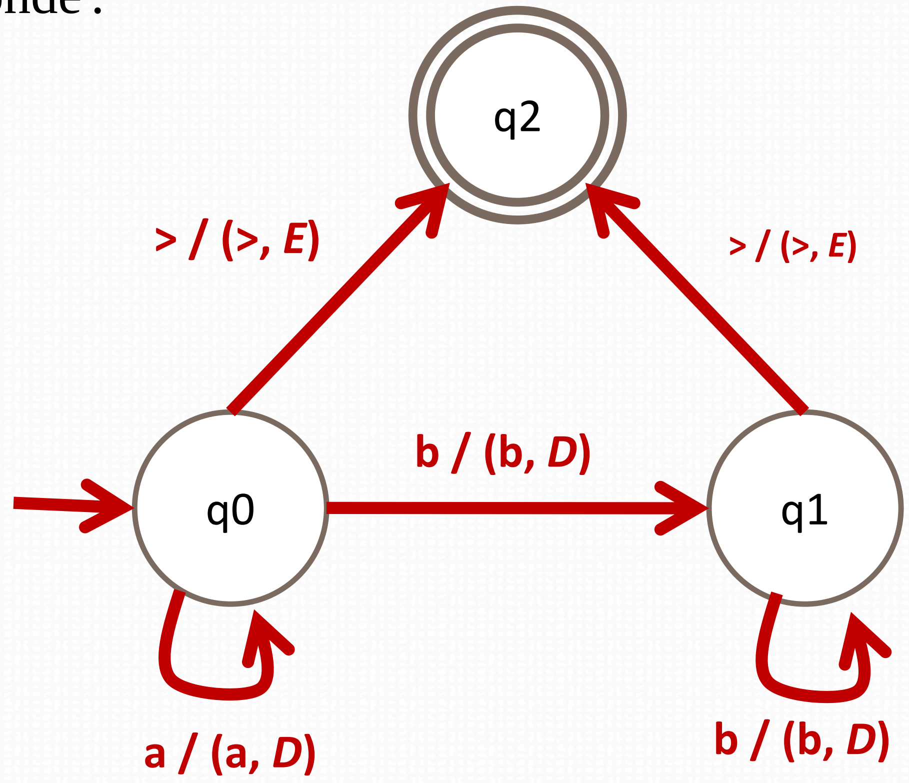
$F \subseteq Q$ é o conjunto de estados finais

Conjunto de estados onde a aceitação deverá ocorrer

Máquinas de Turing com Fita Limitada

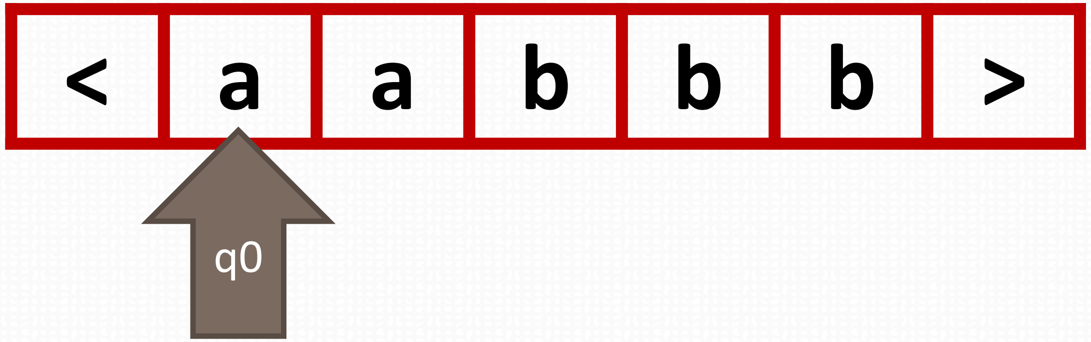
- Exemplo

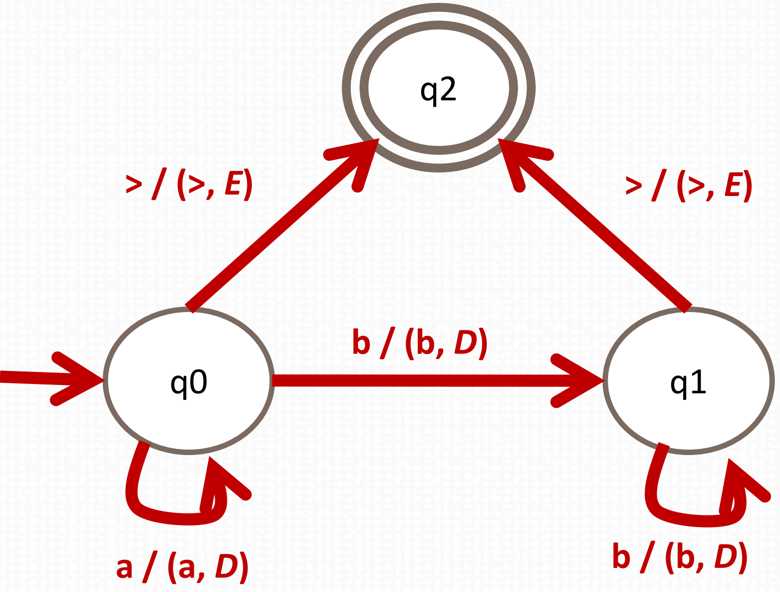
$$M_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, <, >, F), \text{onde}:$$
$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$$
$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$\Gamma = \{a, b\}$$
$$\delta = \left\{\begin{array}{l} (q_0, a) \rightarrow (q_0, a, D), \\ (q_0, b) \rightarrow (q_1, b, D), \\ (q_0, >) \rightarrow (q_2, >, E), \\ (q_1, b) \rightarrow (q_1, b, D), \\ (q_1, >) \rightarrow (q_2, >, E) \end{array}\right\}$$
$$\mathrm{F} = \{q_2\}$$



Máquinas de Turing com Fita Limitada

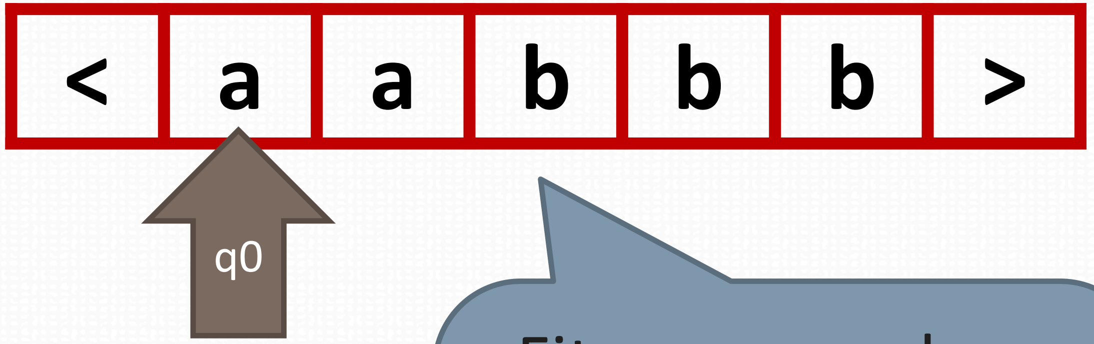
- Exemplo



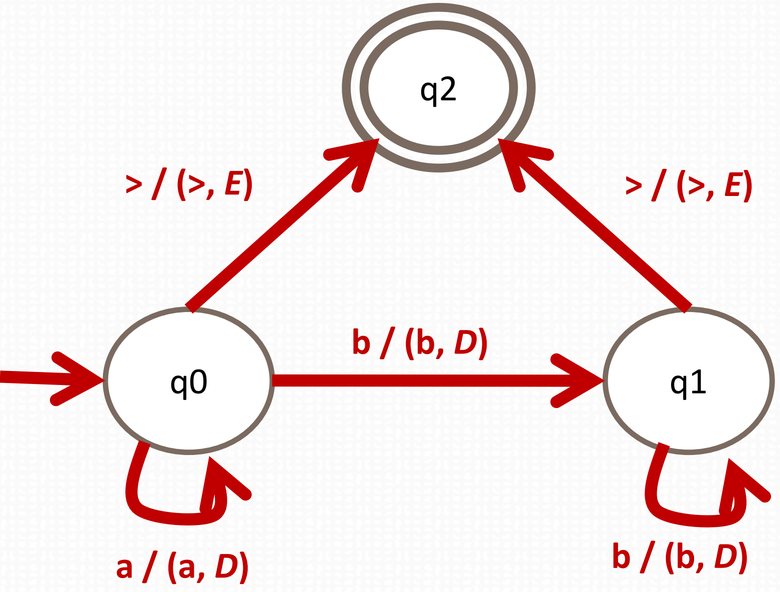


Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo

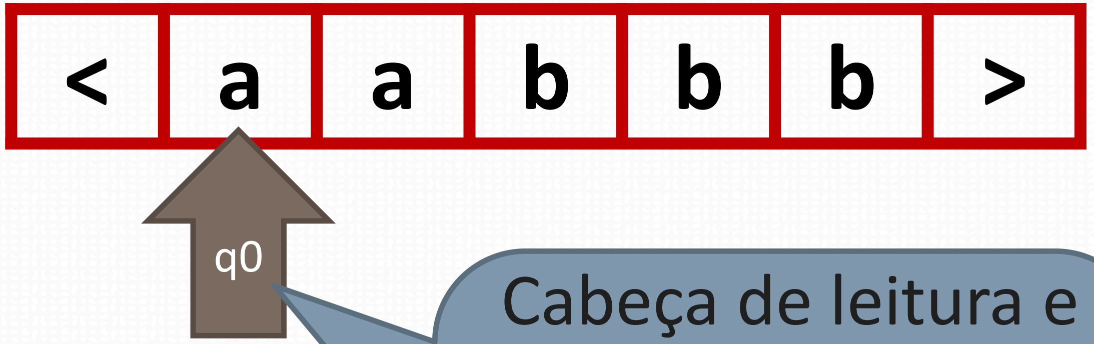


Fita com a palavra de entrada, com símbolos especiais (“<” e “>”) como prefixo e sufixo

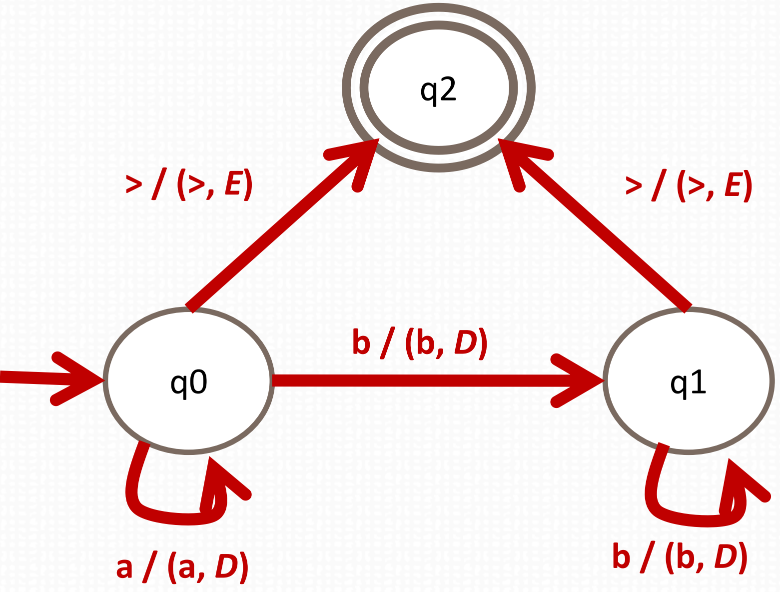


Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo

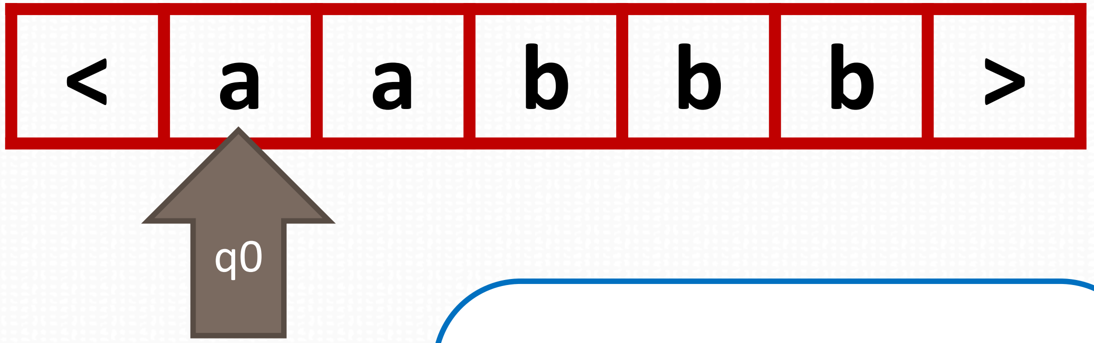


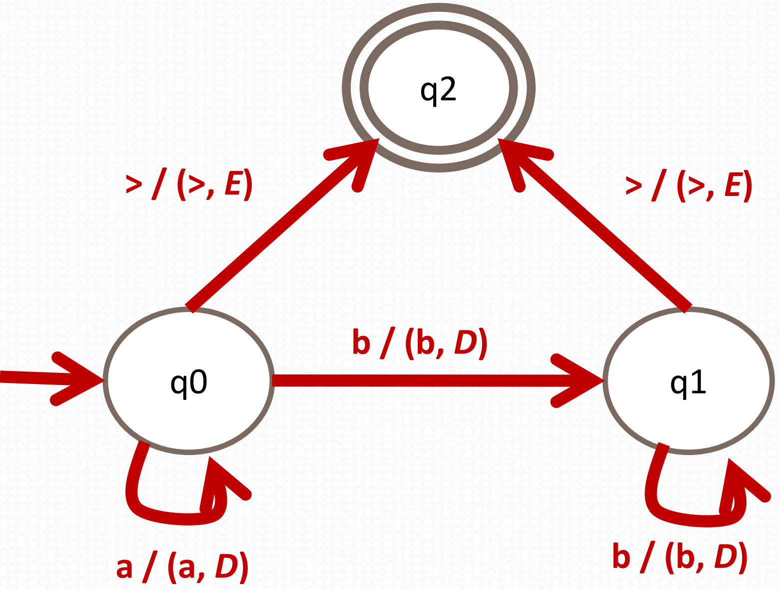
Cabeça de leitura e <u>gravação</u>.
A cabeça pode se mover tanto para esquerda quanto para a direita.



Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo

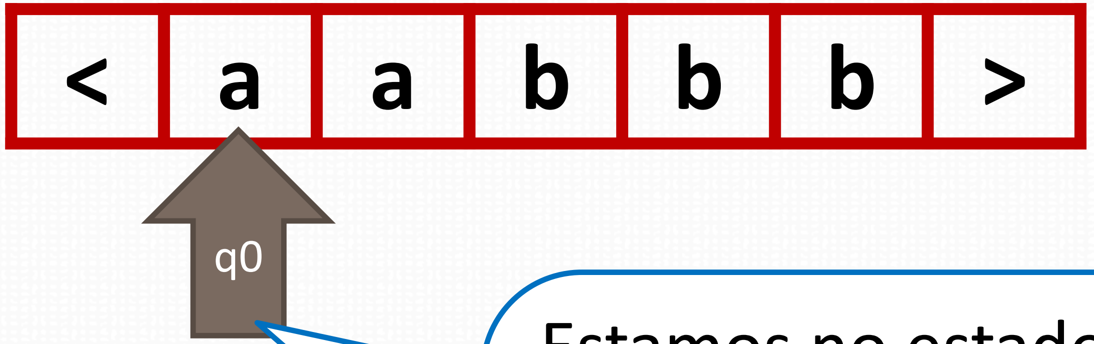


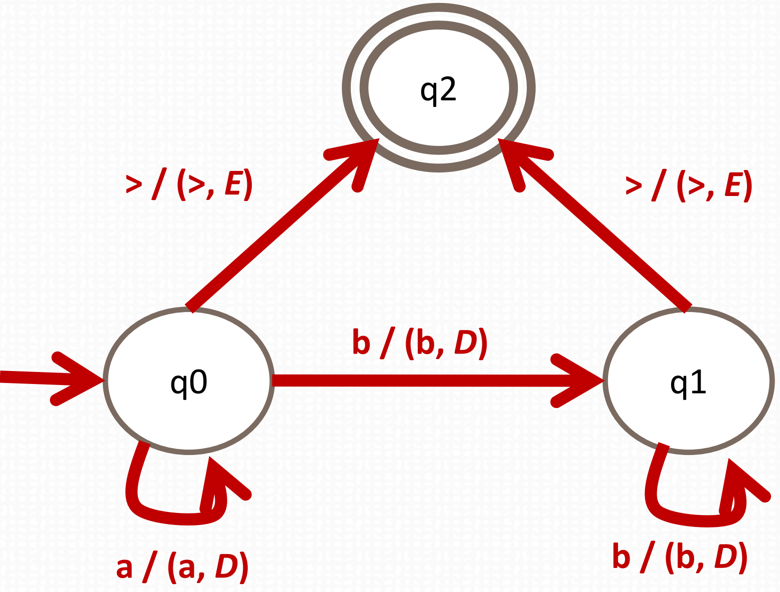


Vamos iniciar a execução!

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo



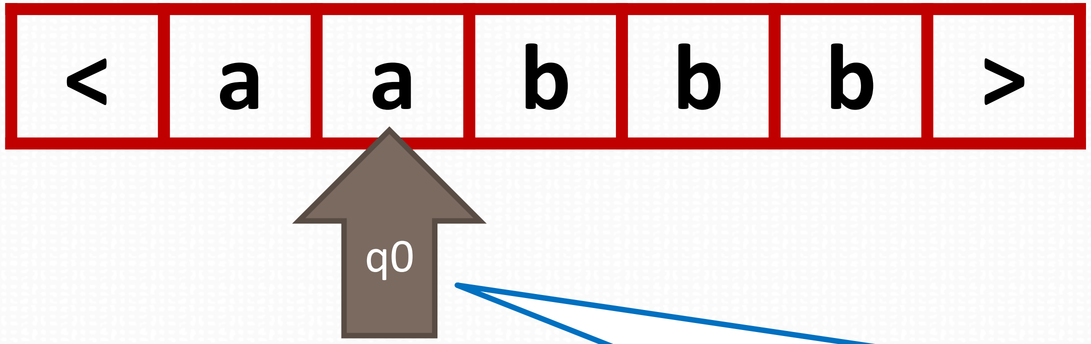


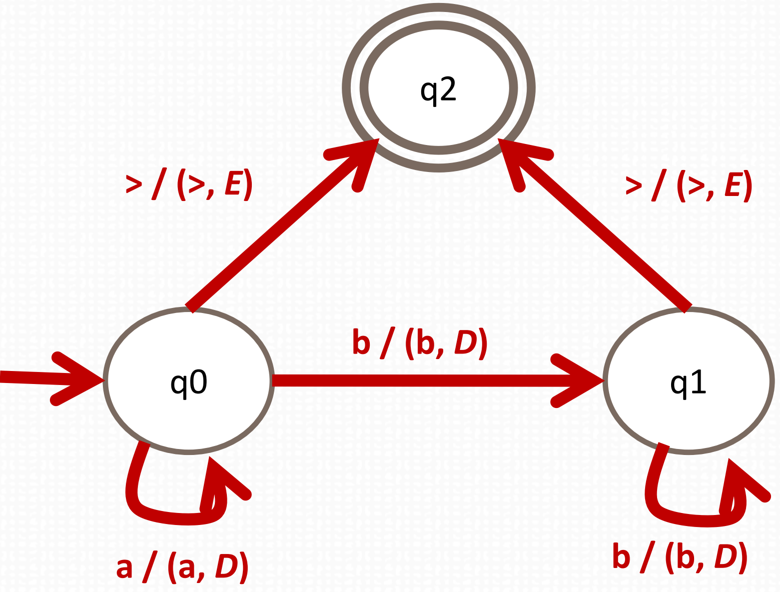
Estamos no estado q0, lendo "a" como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q0,a) \rightarrow (q0, a, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo



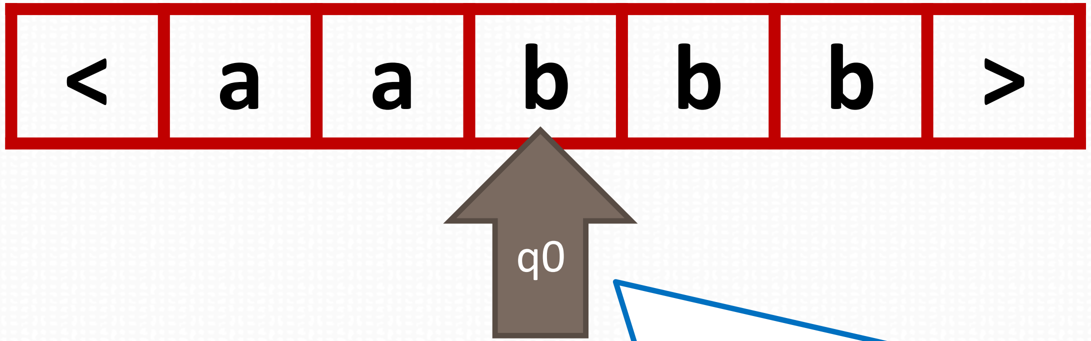


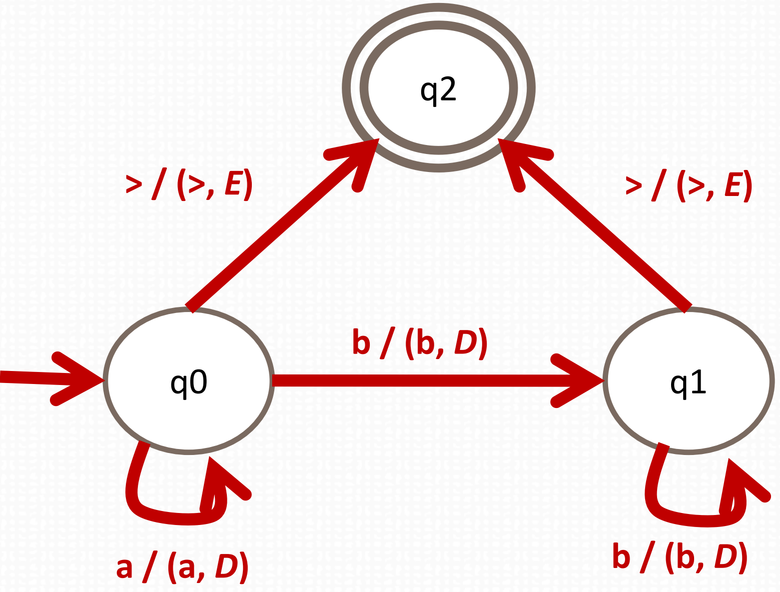
Estamos no estado q0, lendo "a" como símbolo da fita.
Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q0,a) \rightarrow (q0, a, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo



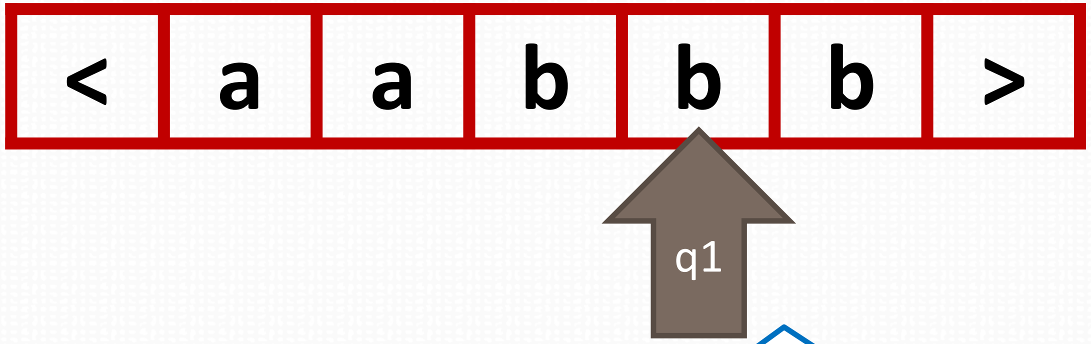


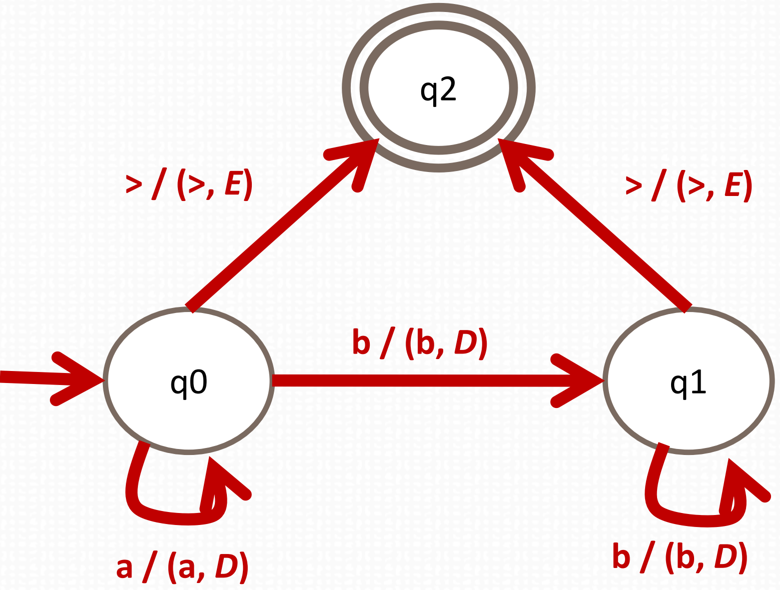
Estamos no estado q0, lendo “b” como símbolo da fita.
Logo, temos que realizar a transição

δ(q0,b)→(q1, b, *D*)

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo



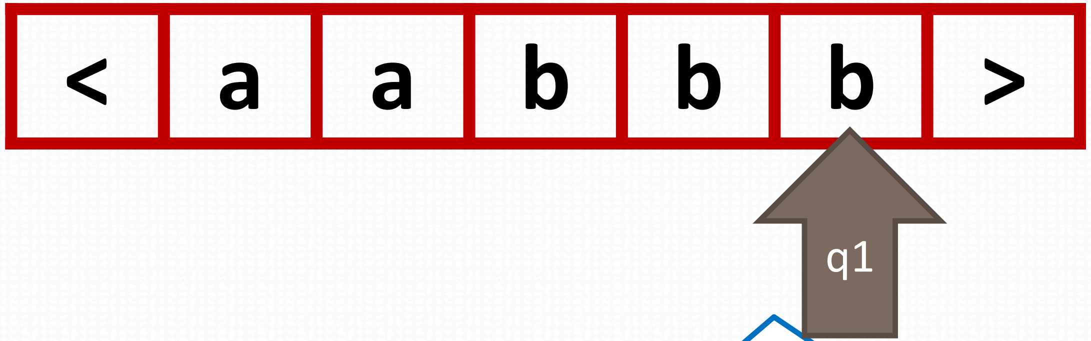


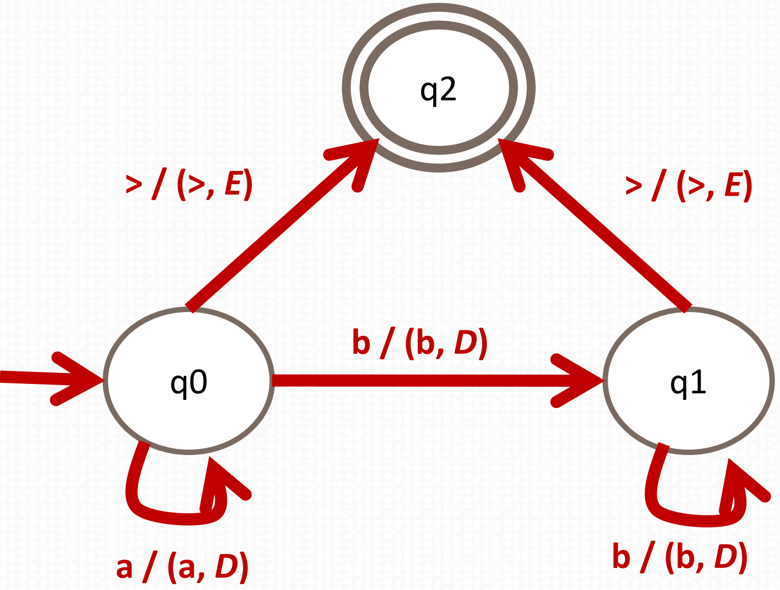
Estamos no estado q1, lendo “b” como símbolo da fita.
Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q1,b) \rightarrow (q1, b, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo



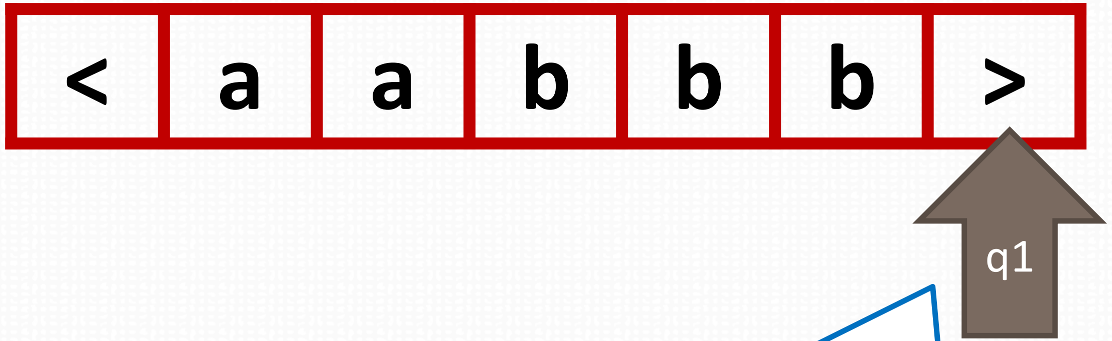


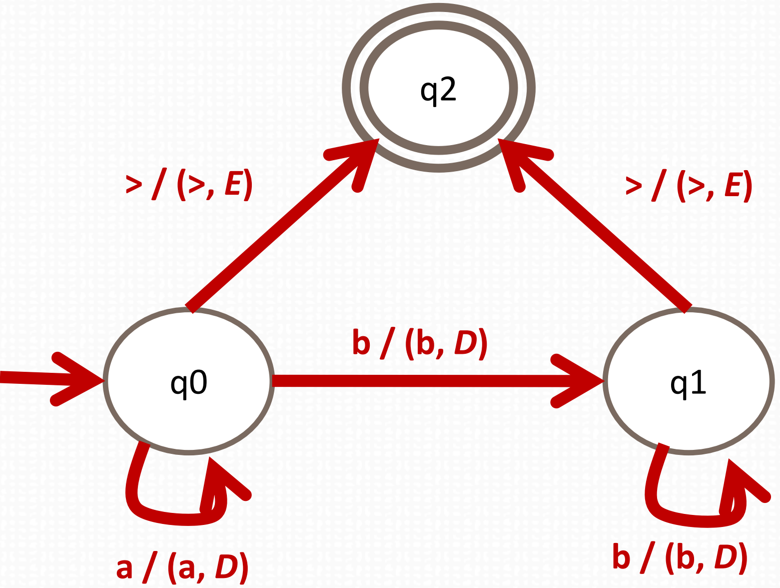
Estamos no estado q1, lendo “b” como símbolo da fita.
Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q1,b) \rightarrow (q1, b, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo



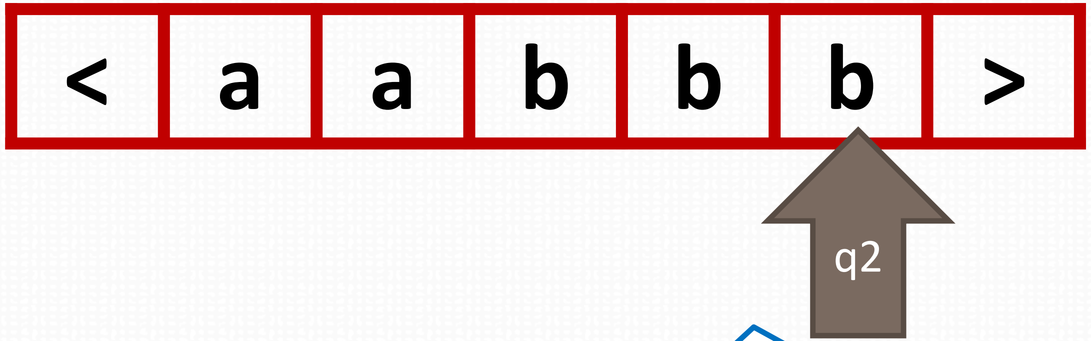


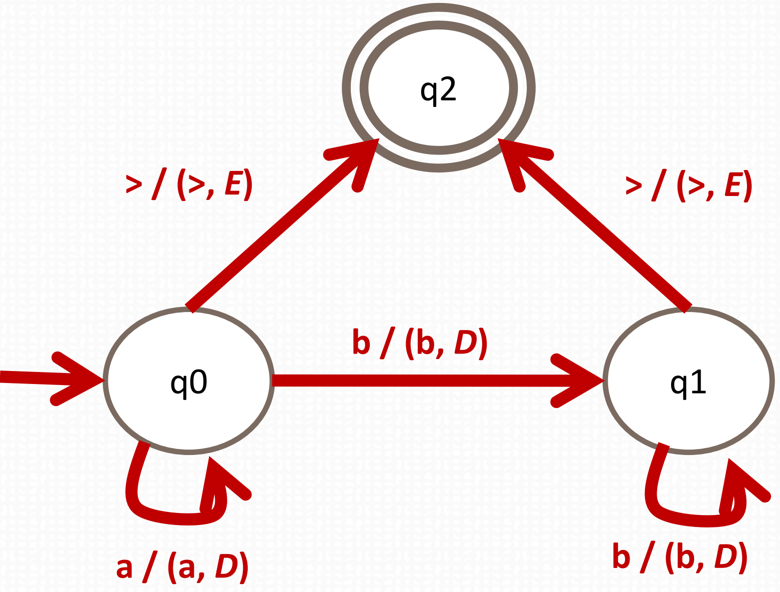
Estamos no estado q1, lendo “>” como símbolo da fita.
Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q1,>) \rightarrow (q2, >, E)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- Exemplo

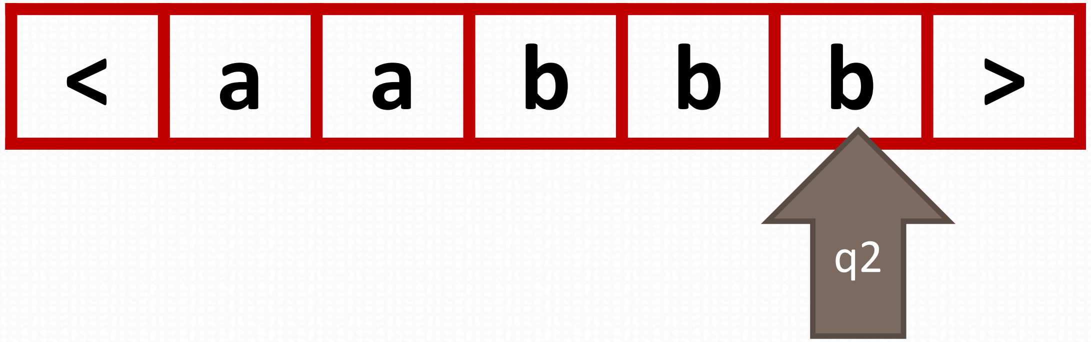


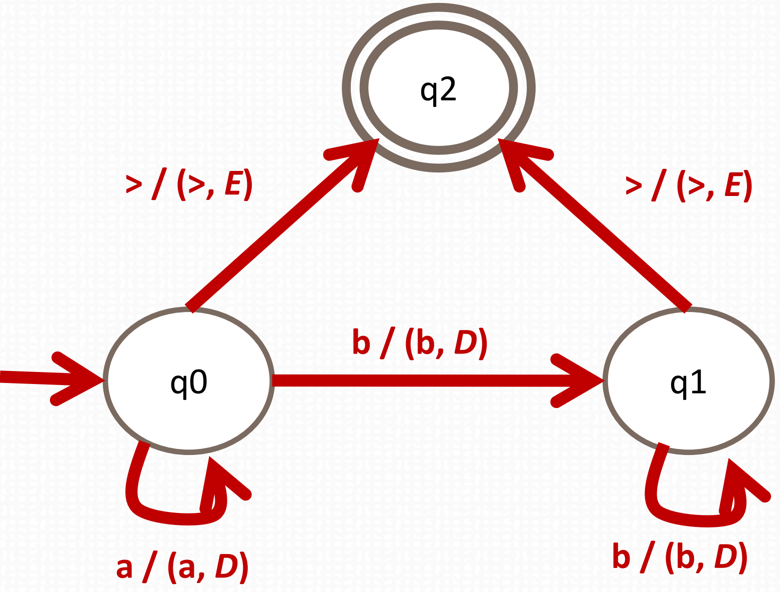


Chegamos a um estado de aceitação! Logo a palavra foi aceita!

Máquinas de Turing com Fita Limitada

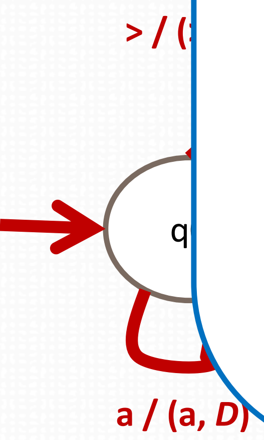
- Exemplo





Dê três cadeias desta linguagem!

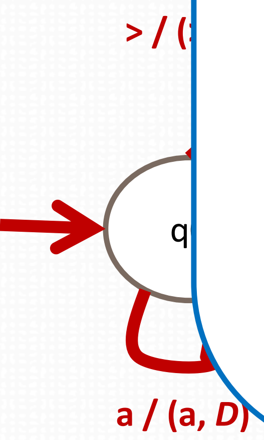
Máquinas de Turing com Fita Limitada



Qual a linguagem?

Máquinas de Turing com Fita Limitada

- E



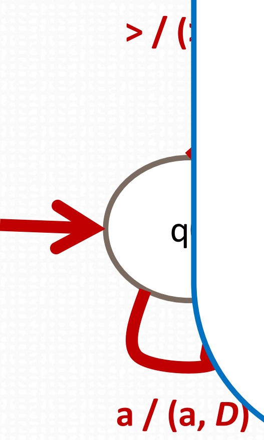
Qual a linguagem?

$$V(M_1)=L=\{a^*b^*\}$$

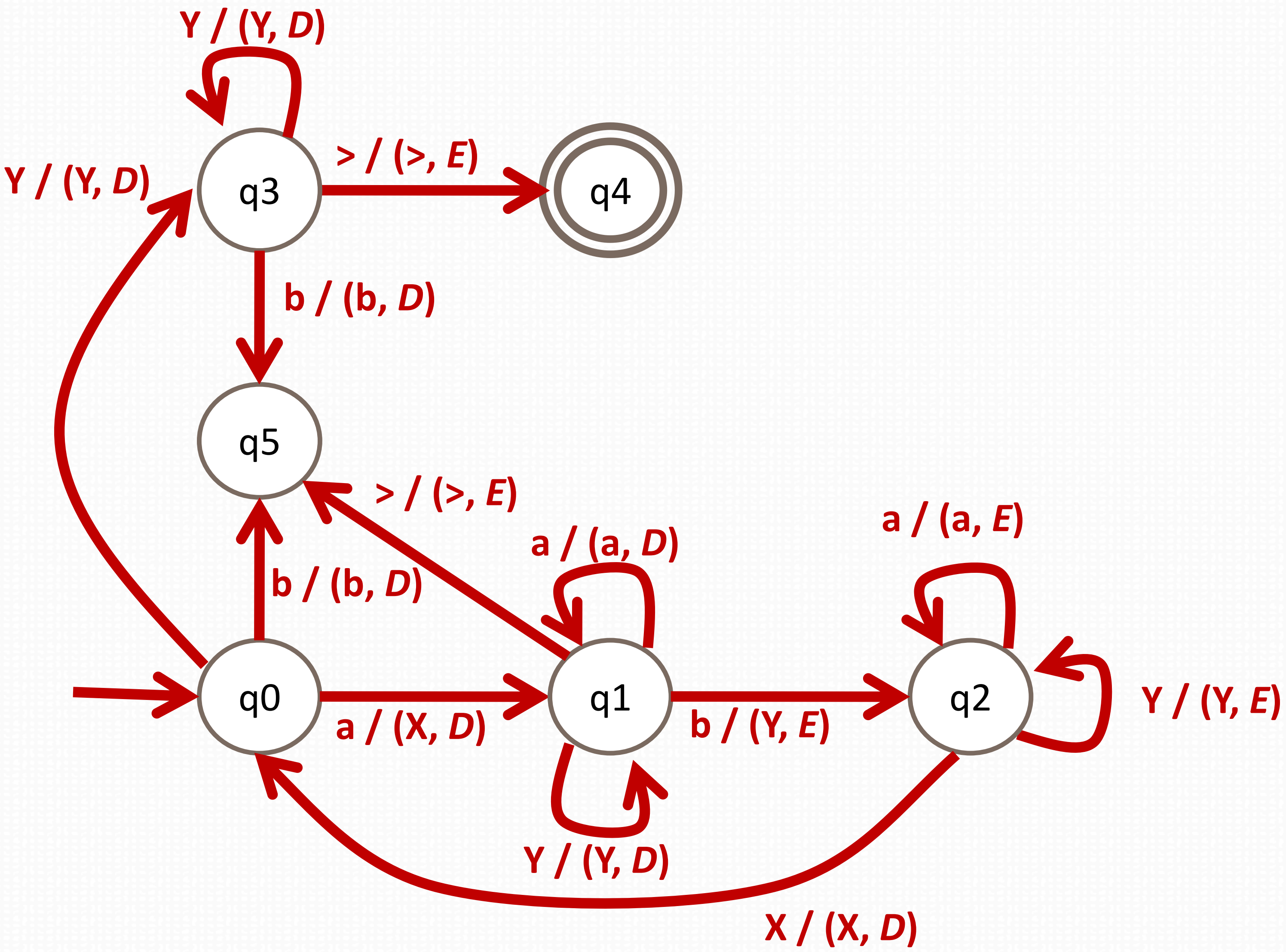
Máquinas de Turing com Fita Limitada

- E

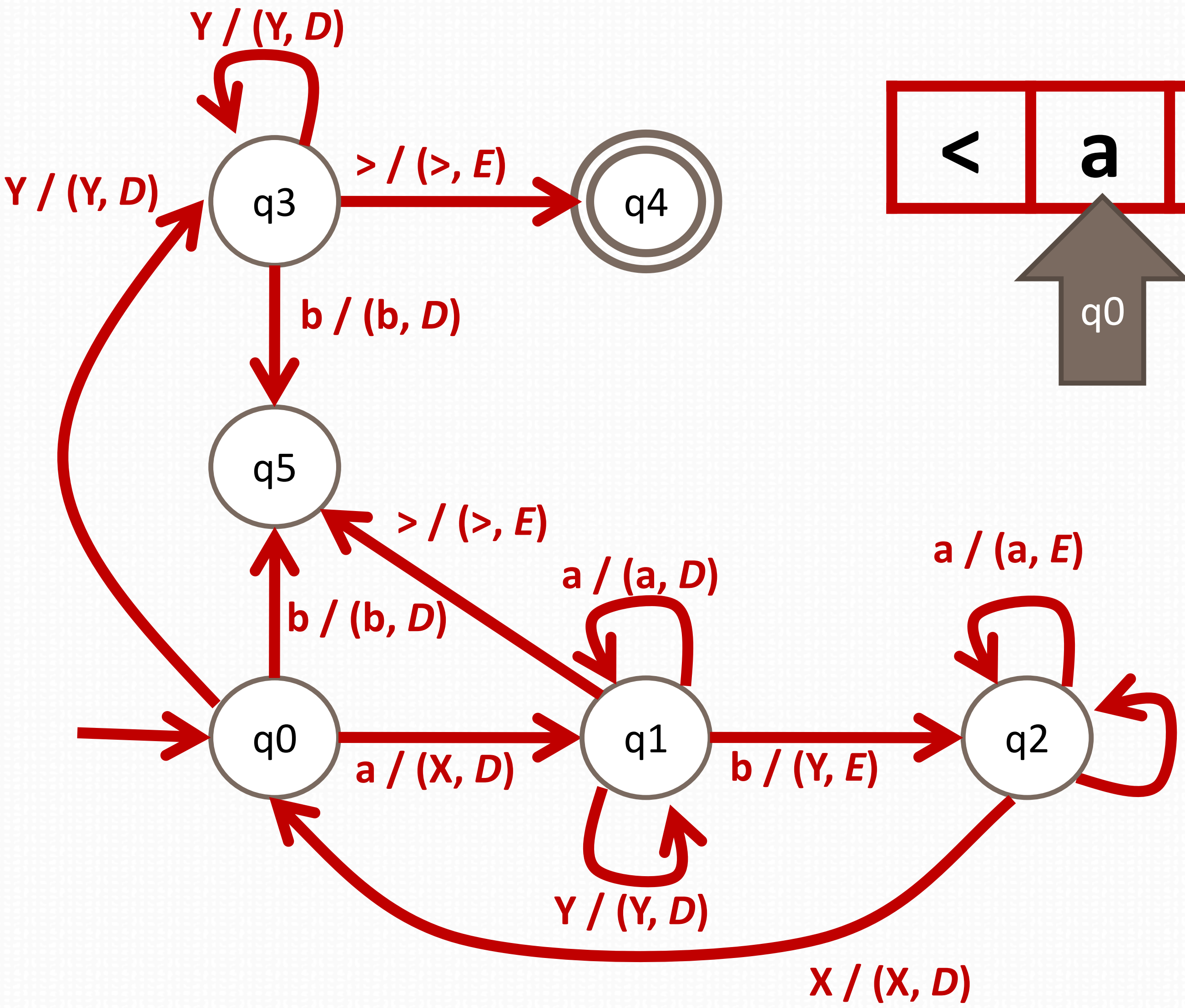
Vamos ver mais um exemplo!

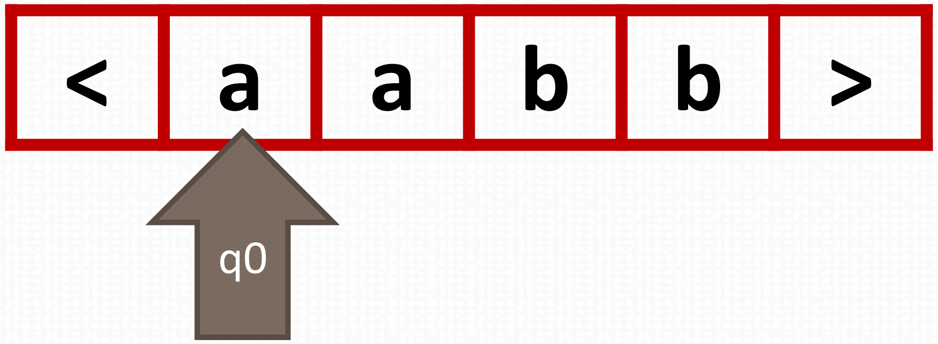


Máquinas de Turing com Fita Limitada



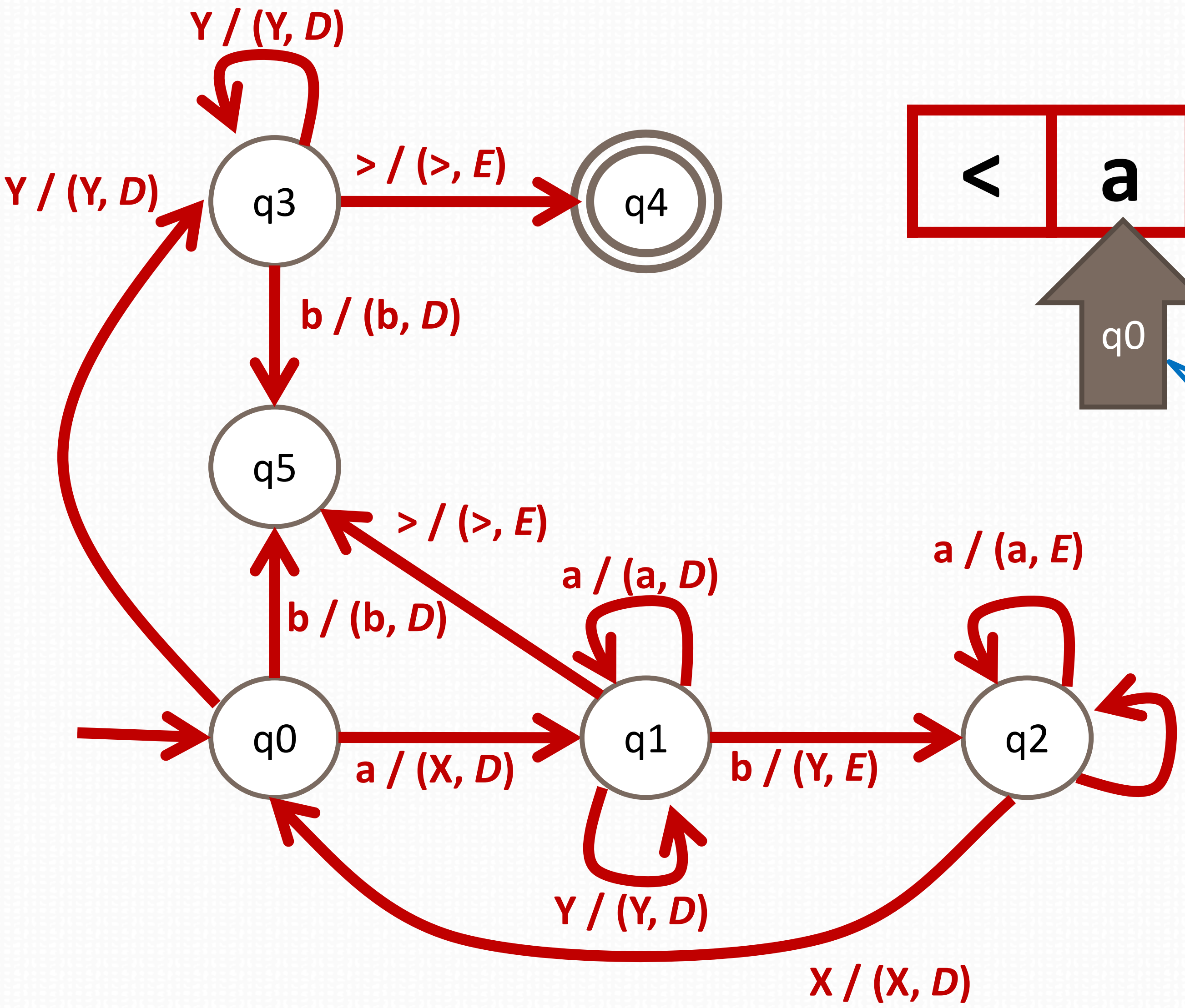
Máquinas de Turing com Fita Limitada

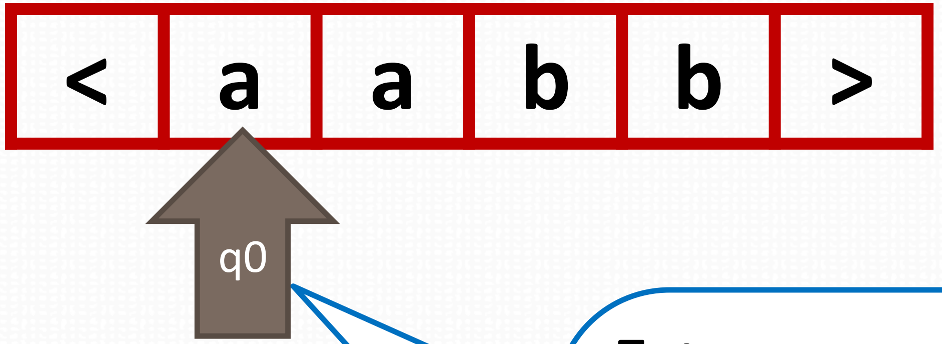




Dada a palavra "aabb", vamos executar a máquina M_2

Máquinas de Turing com Fita Limitada

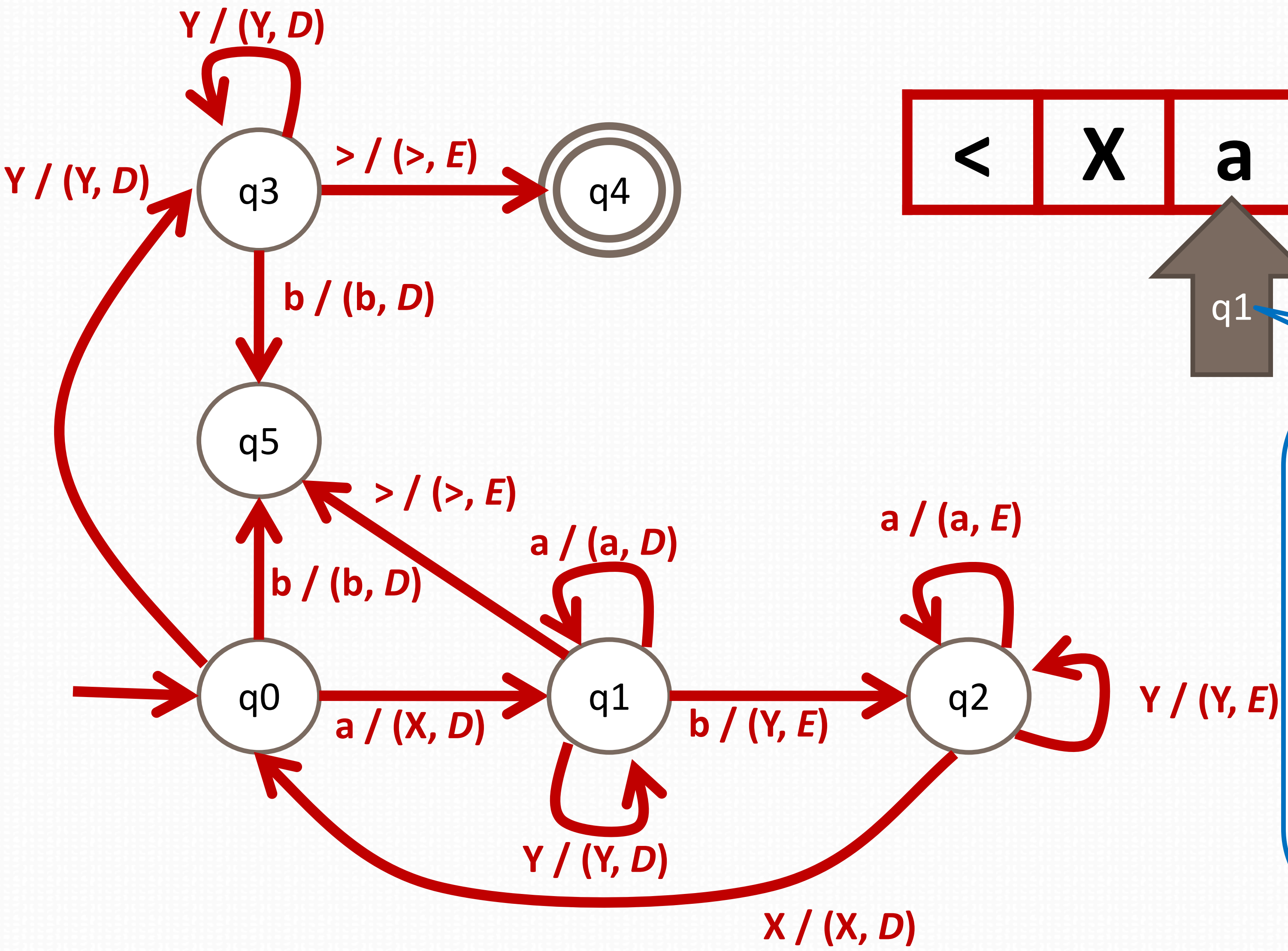


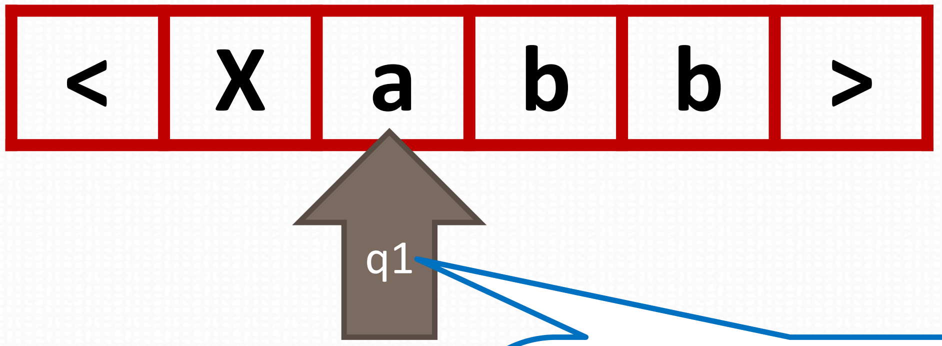


Estamos no estado q0, lendo “a” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q0,a) \rightarrow (q1, X, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

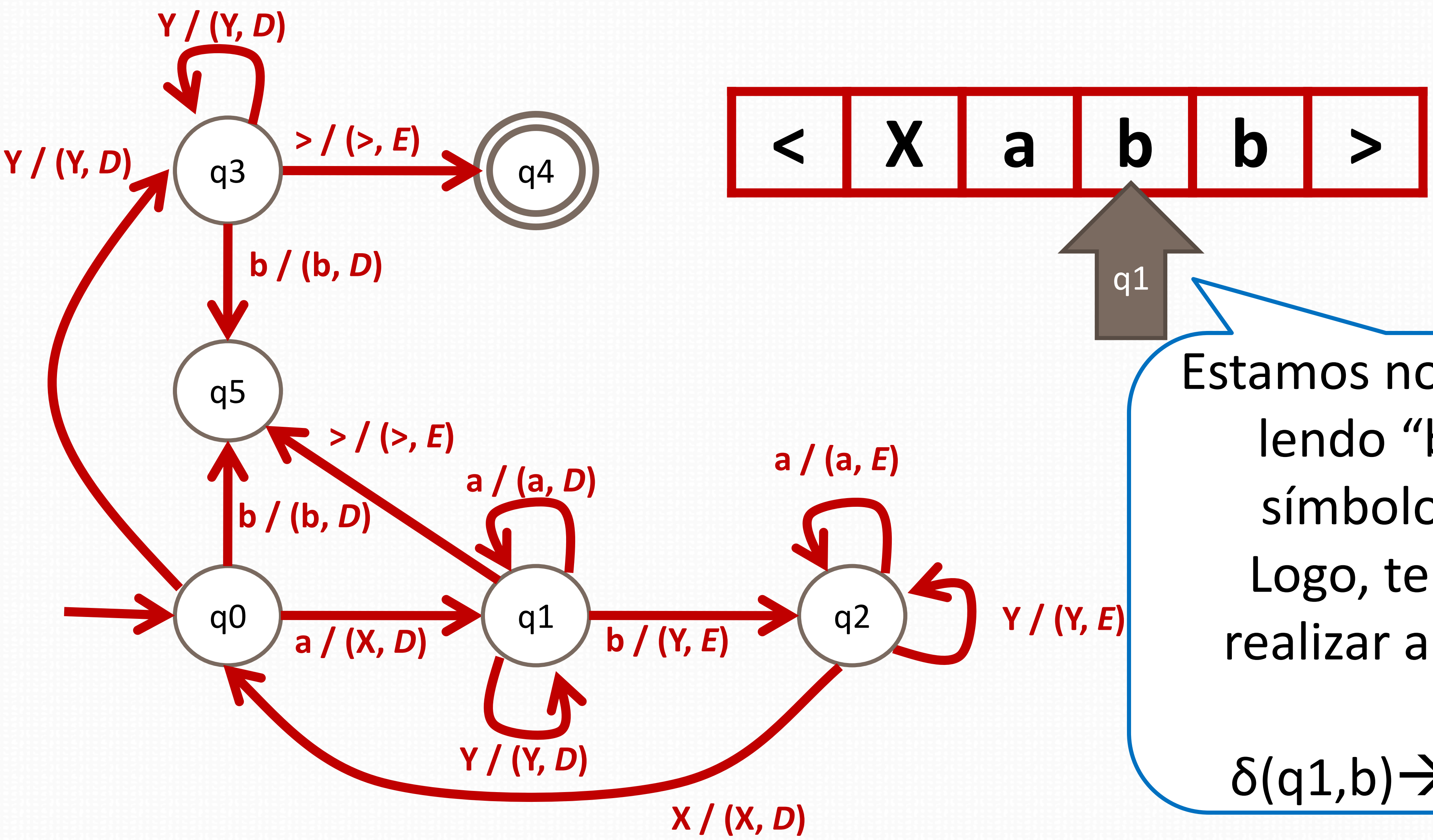




Estamos no estado q1, lendo “a” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

δ(q1,a)→(q1, a, *D*)

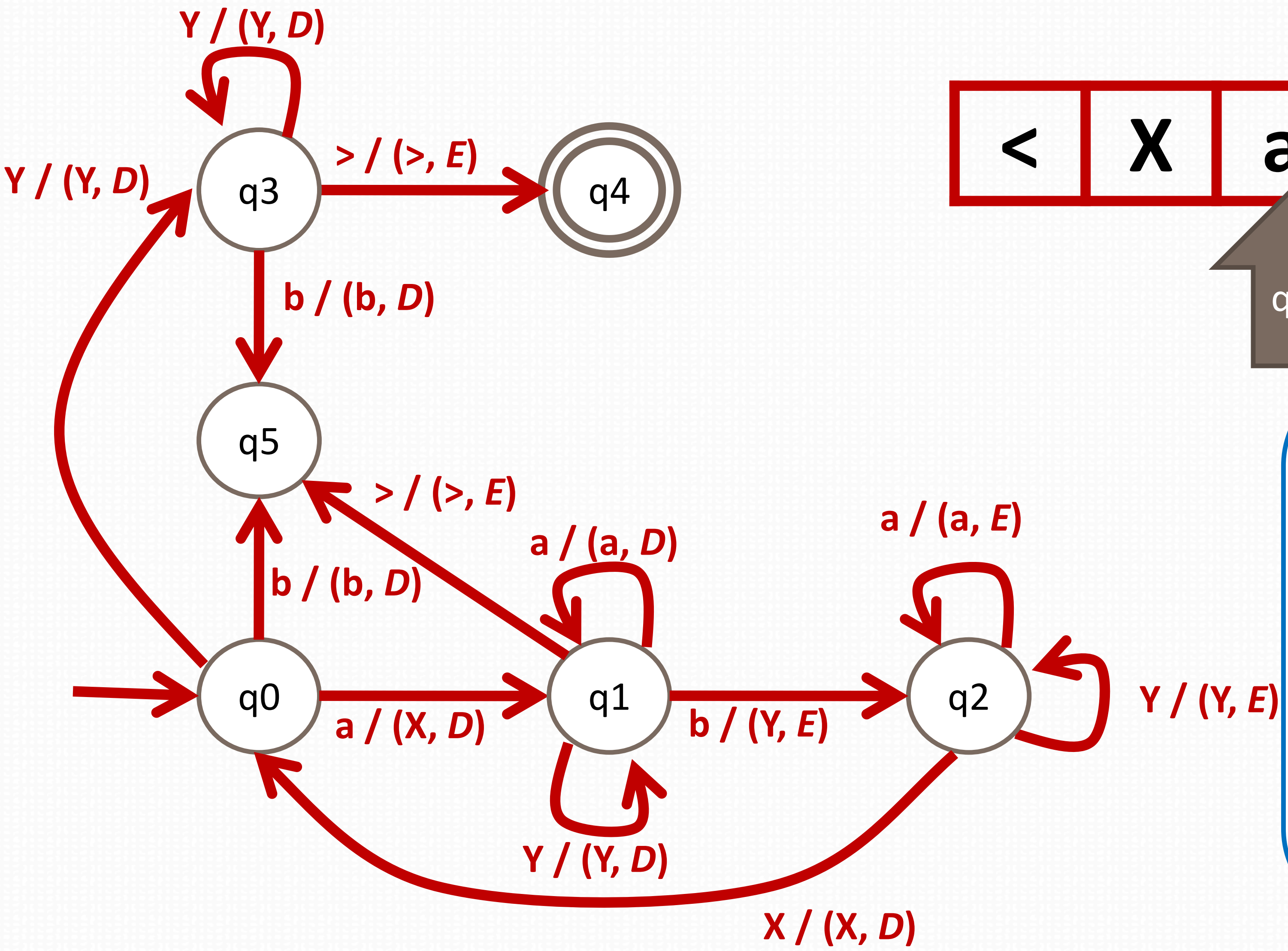
Máquinas de Turing com Fita Limitada

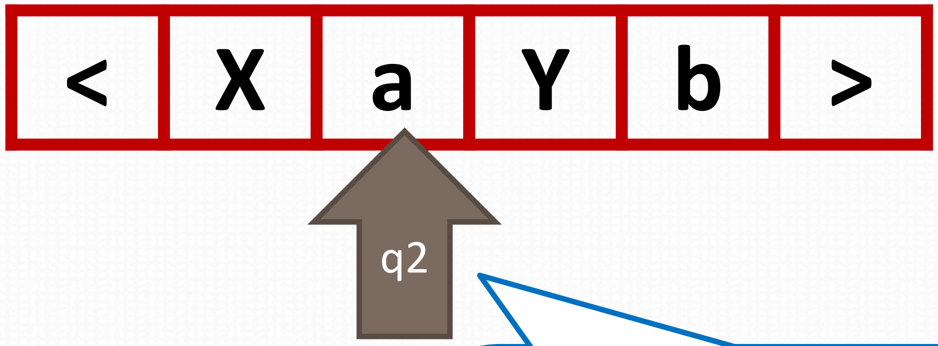


Estamos no estado q1, lendo "b" como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

δ(q1,b)→(q2, Y, *E*)

Máquinas de Turing com Fita Limitada

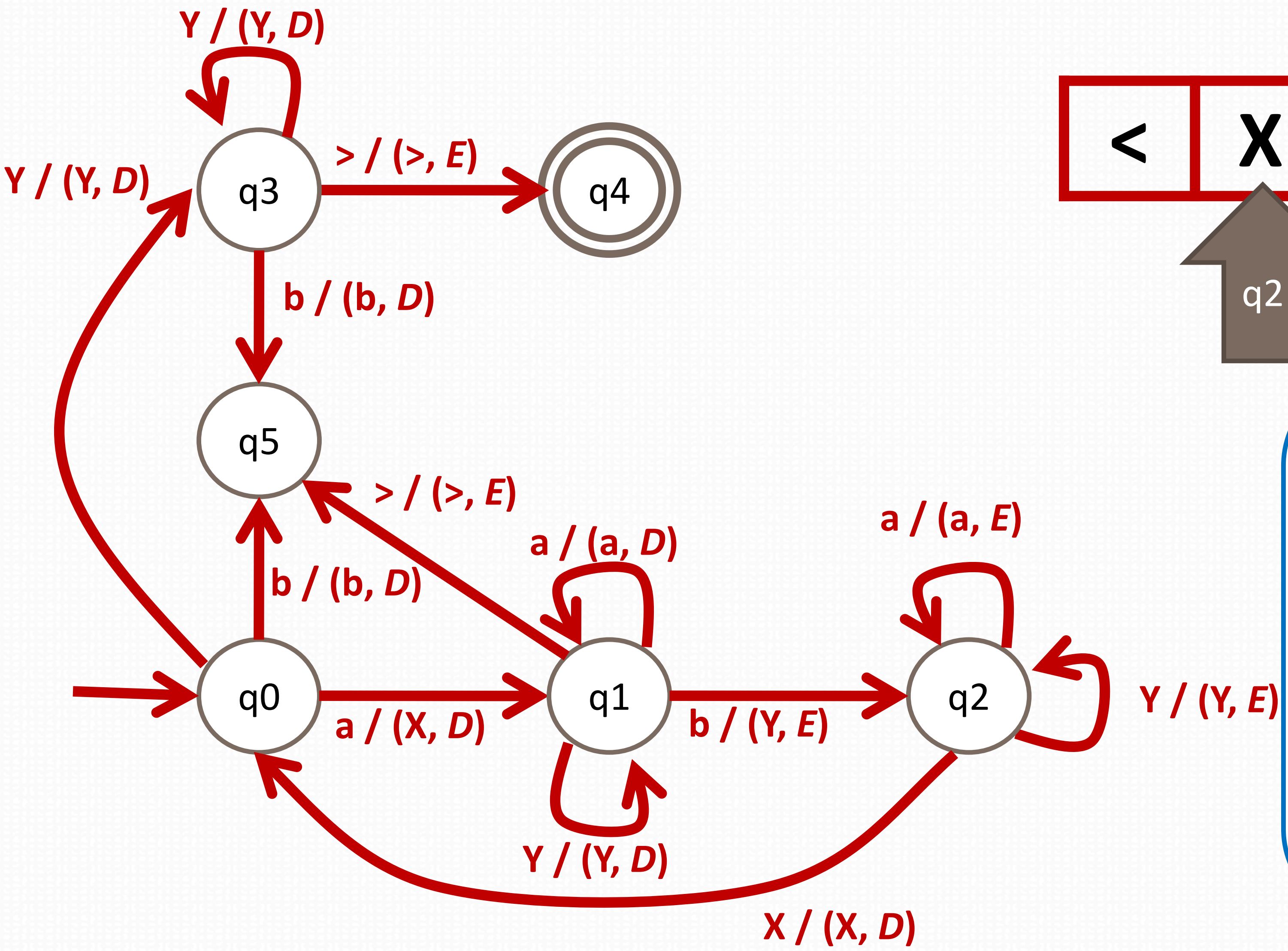


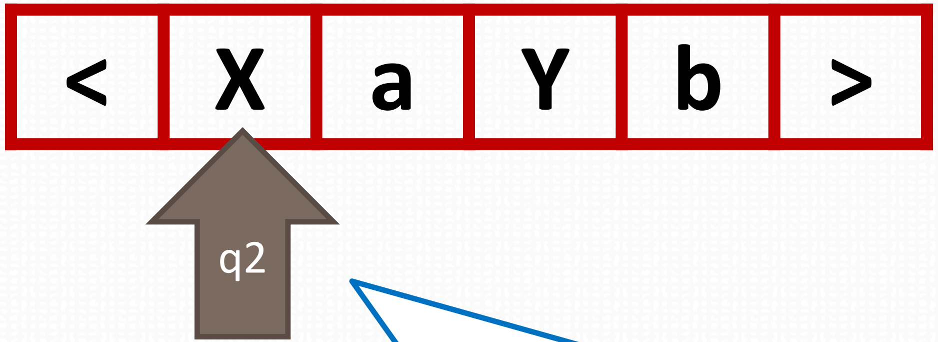


Estamos no estado q2, lendo “a” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q2,a) \rightarrow (q2, a, E)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

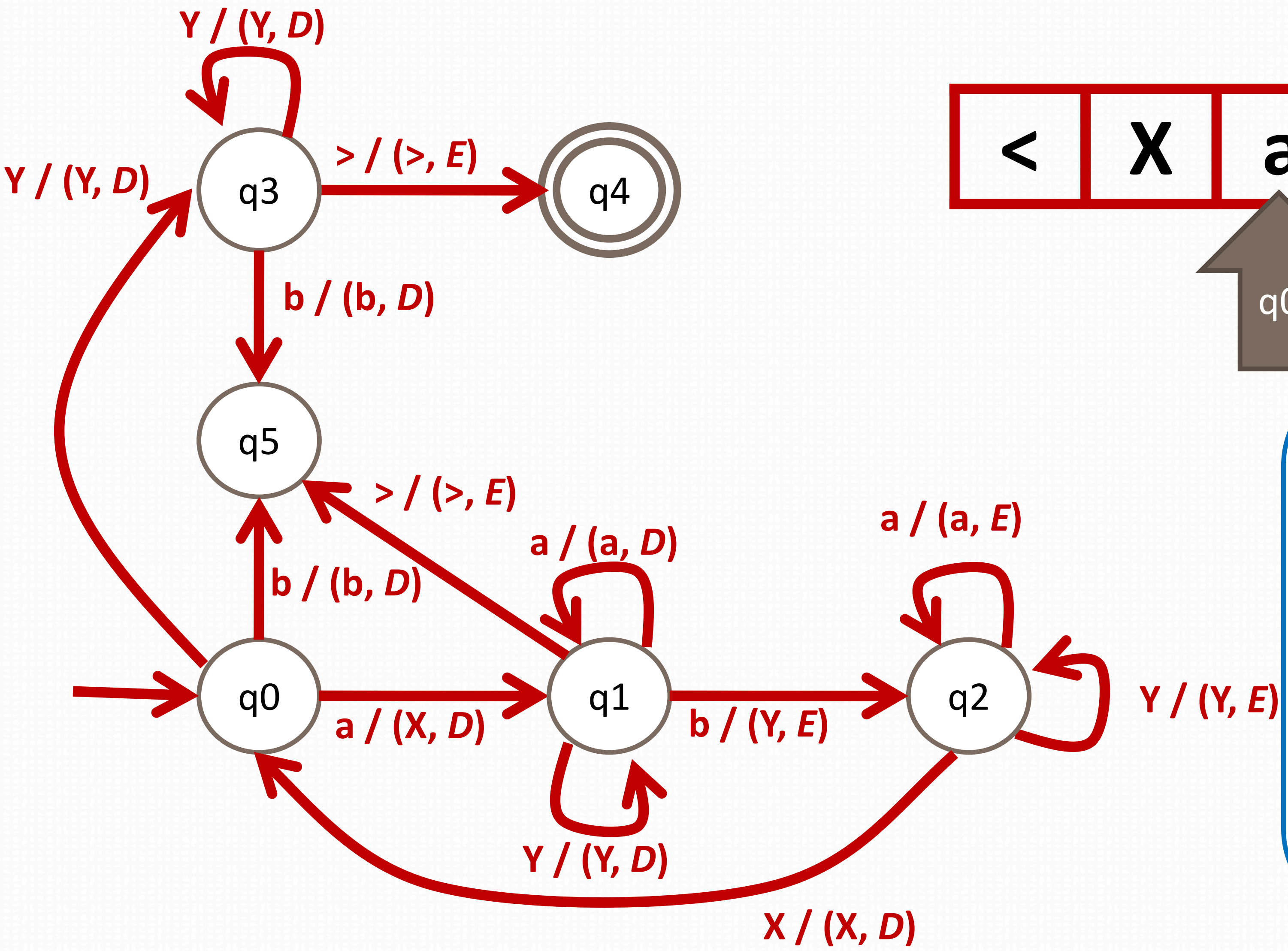


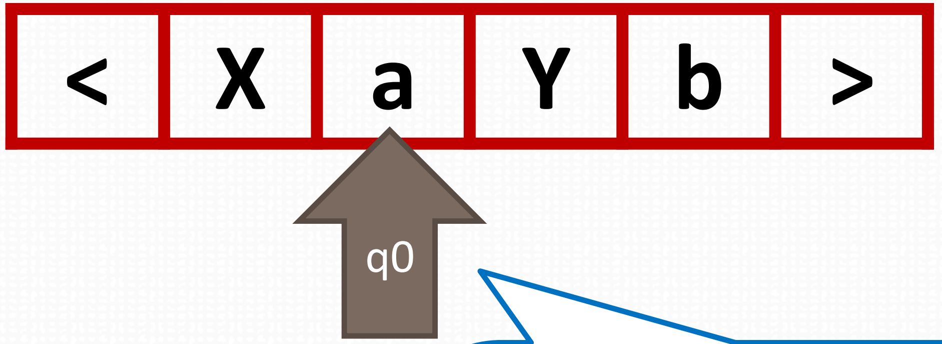


Estamos no estado q2, lendo “X” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

δ(q2,X)→(q0, X, *D*)

Máquinas de Turing com Fita Limitada

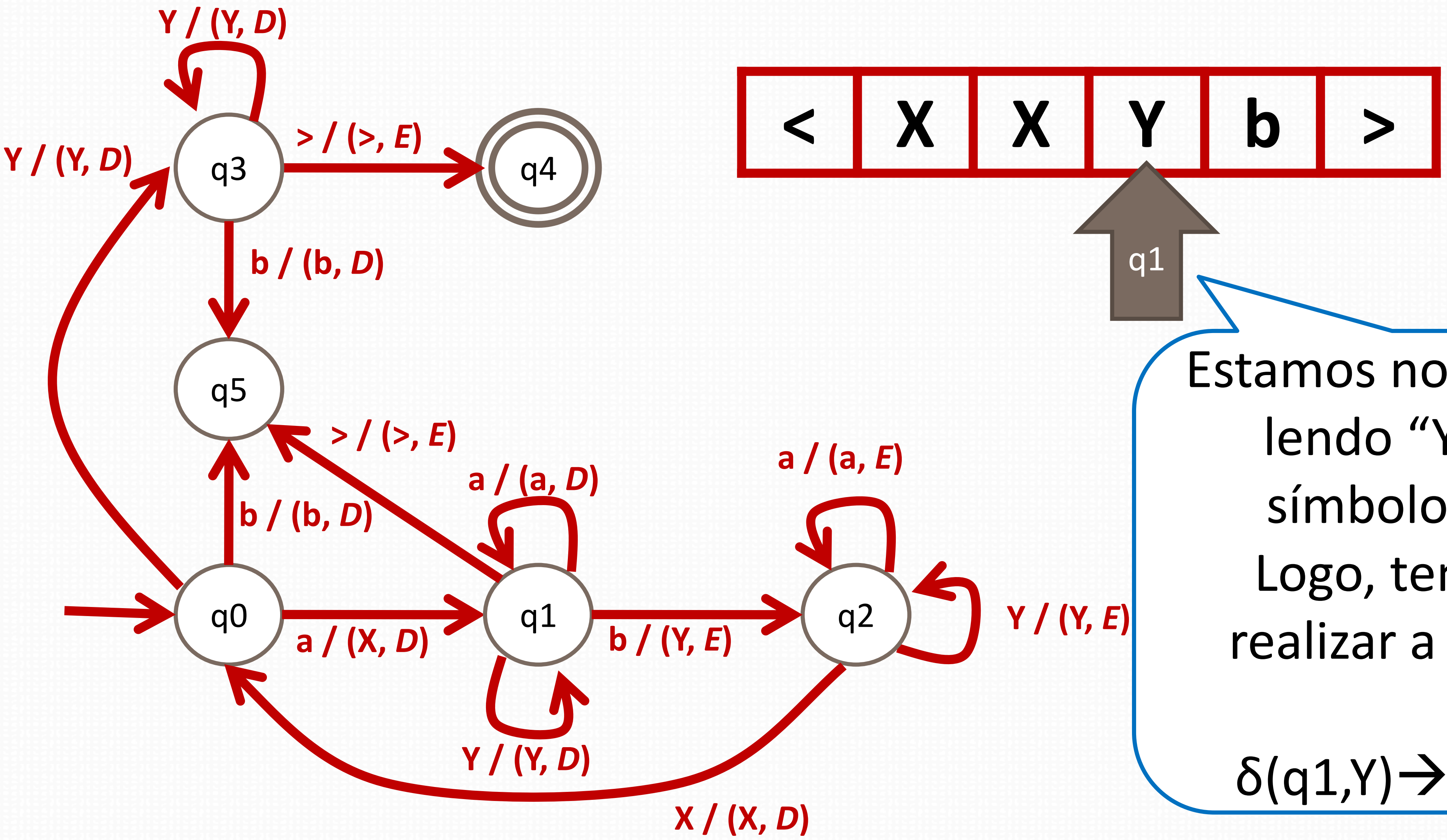




Estamos no estado q0, lendo “a” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

δ(q0,a)→(q1, X, *D*)

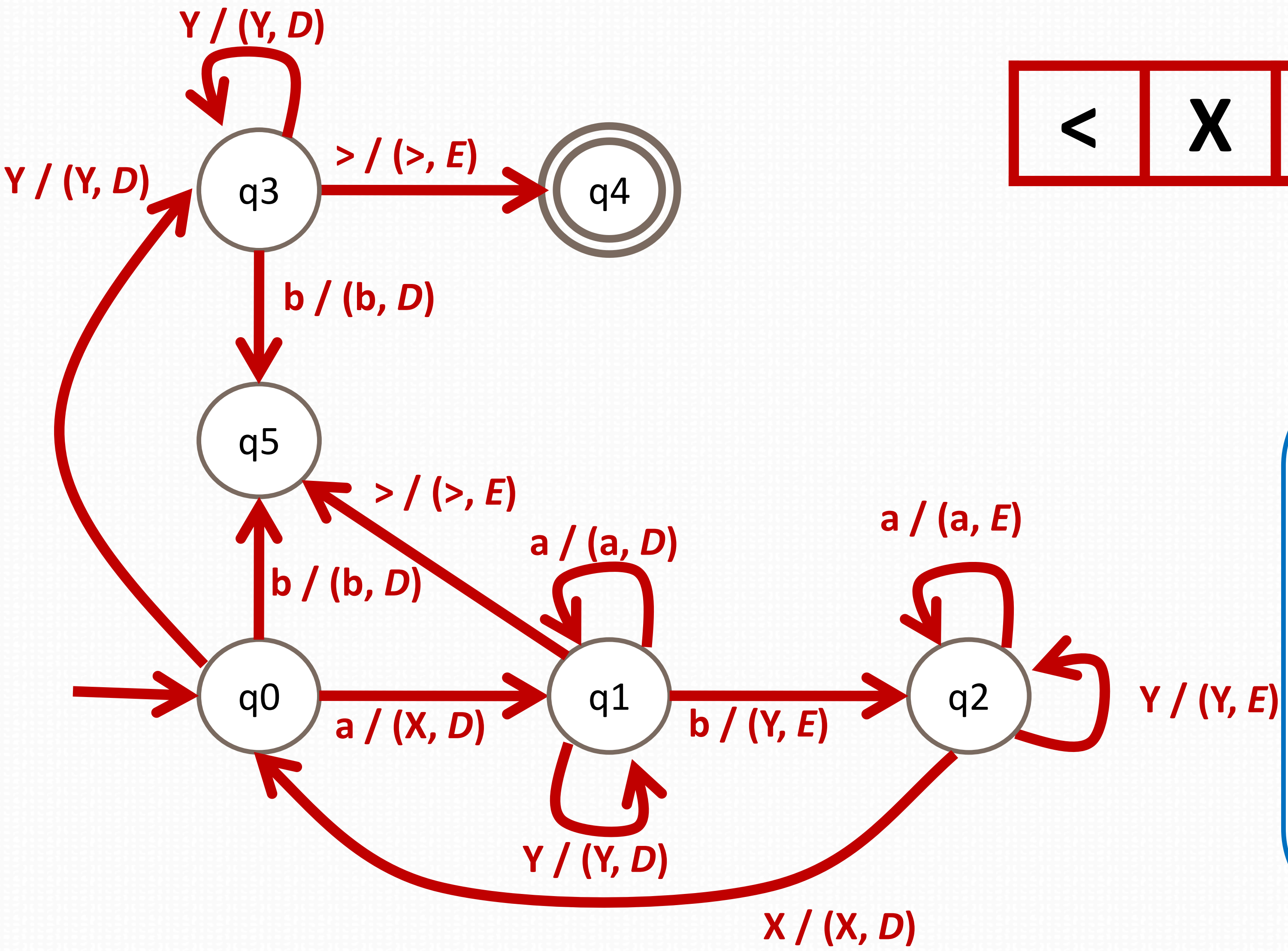
Máquinas de Turing com Fita Limitada

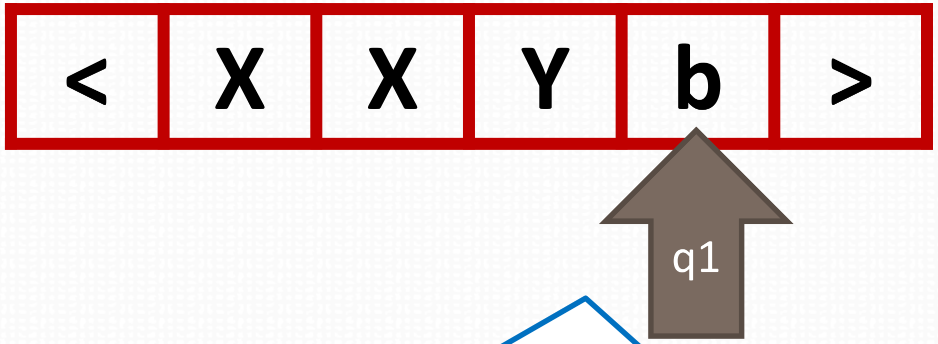


Estamos no estado q1, lendo “Y” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q1,Y) \rightarrow (q1, Y, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

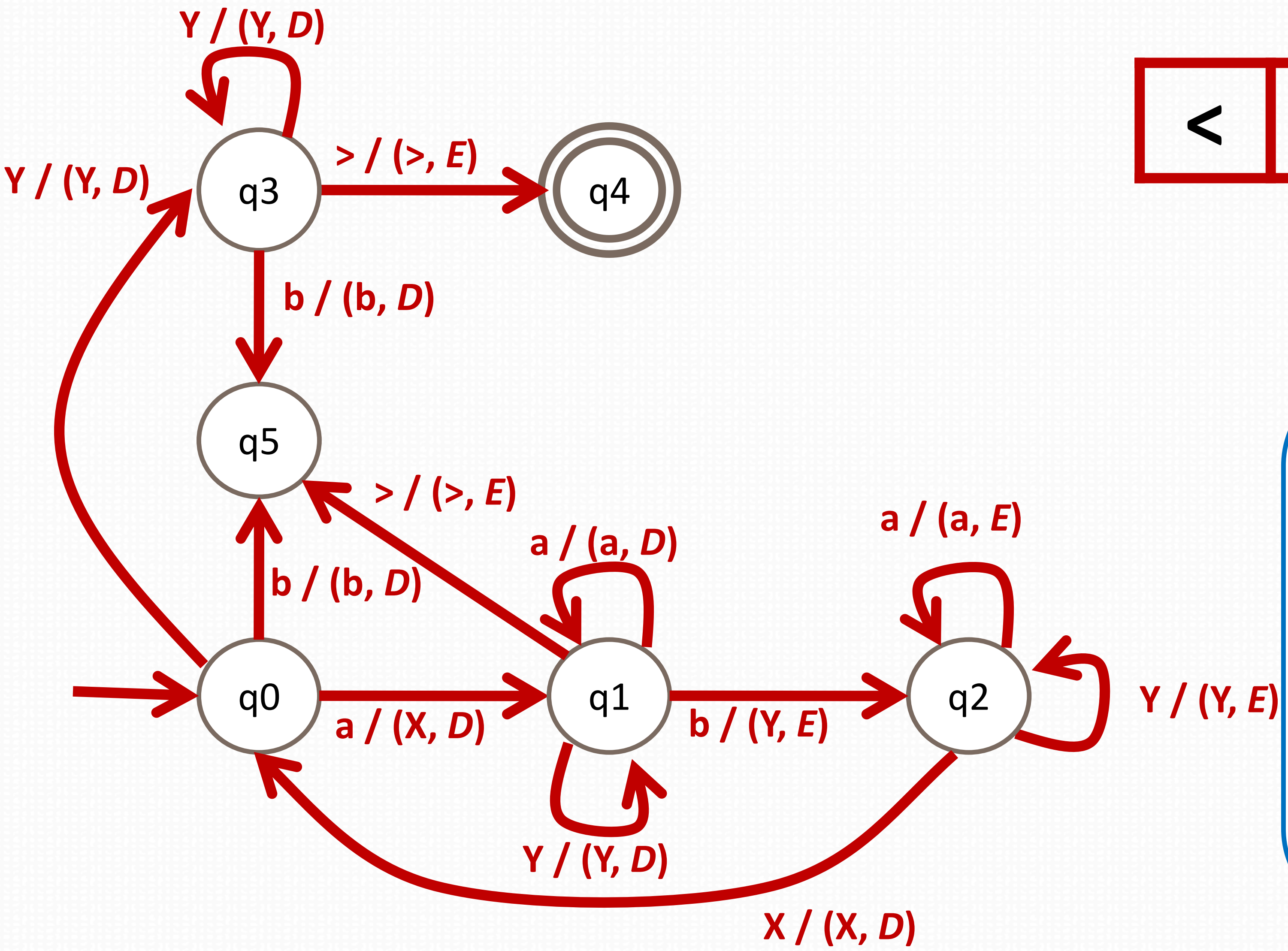


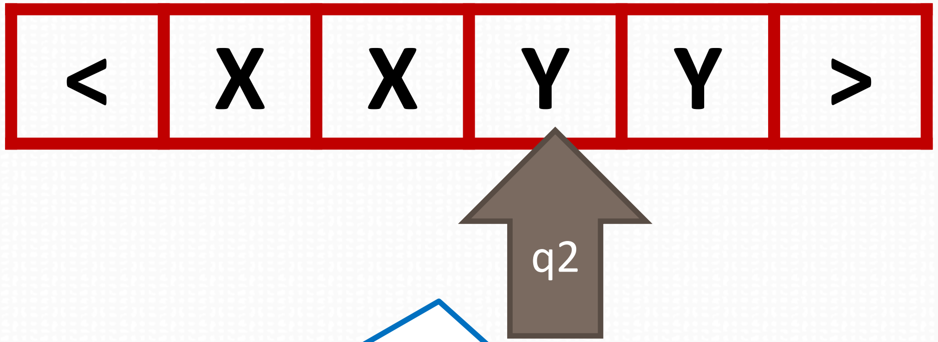


Estamos no estado q1, lendo "b" como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q1,b) \rightarrow (q2, Y, E)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

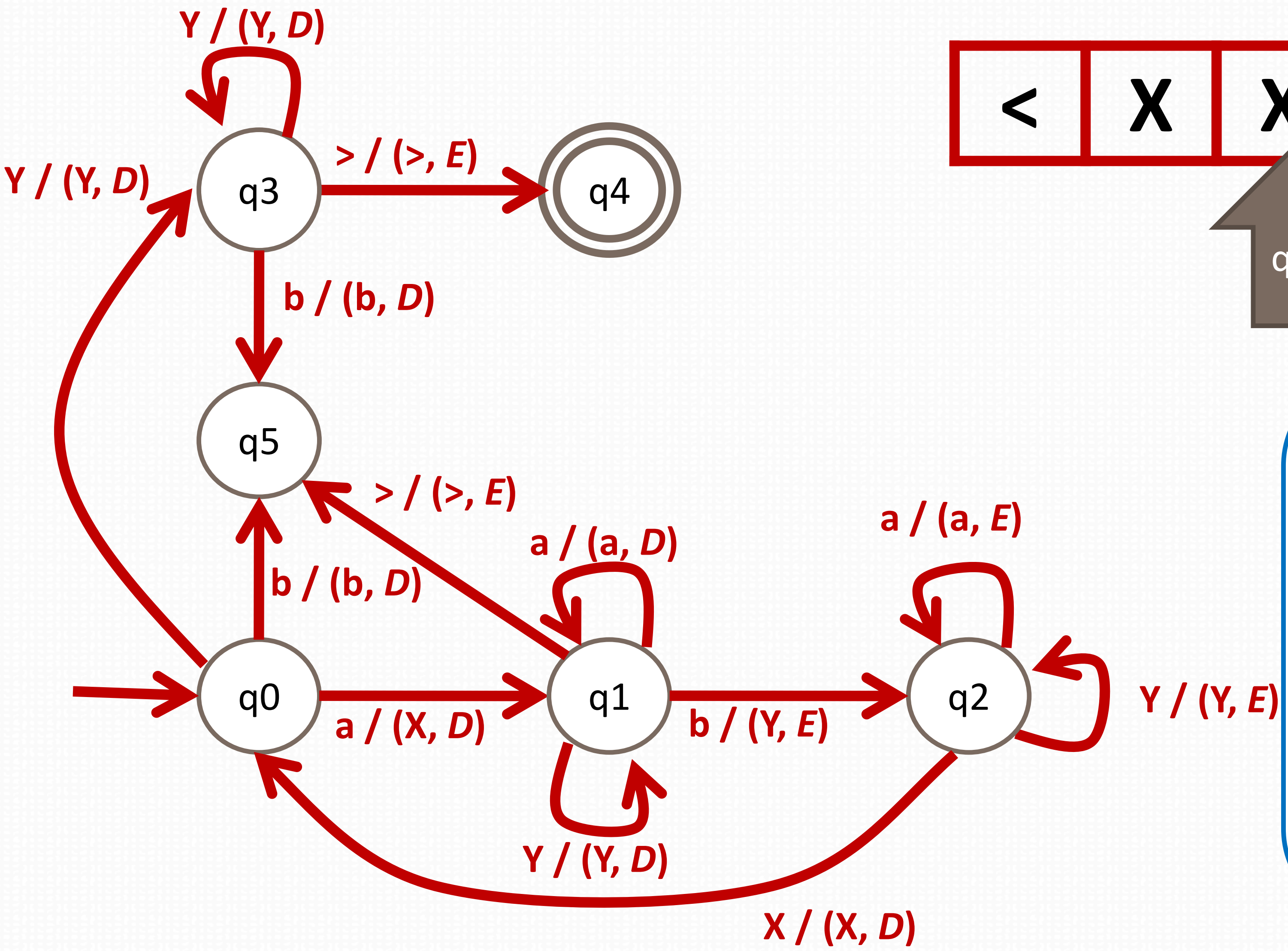


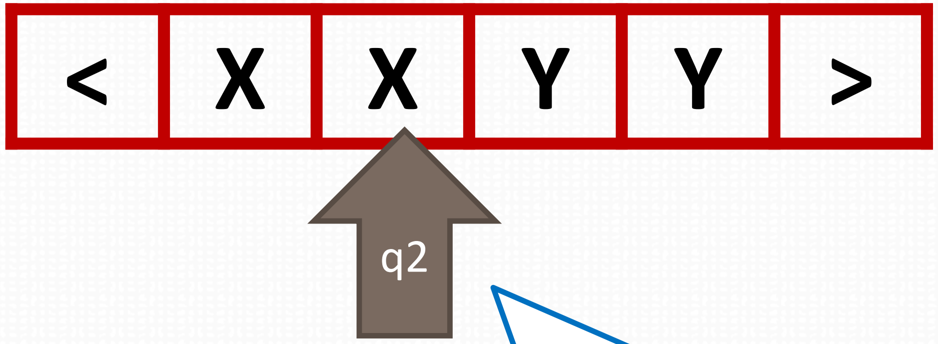


Estamos no estado q2, lendo “Y” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q2,Y) \rightarrow (q2, Y, E)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

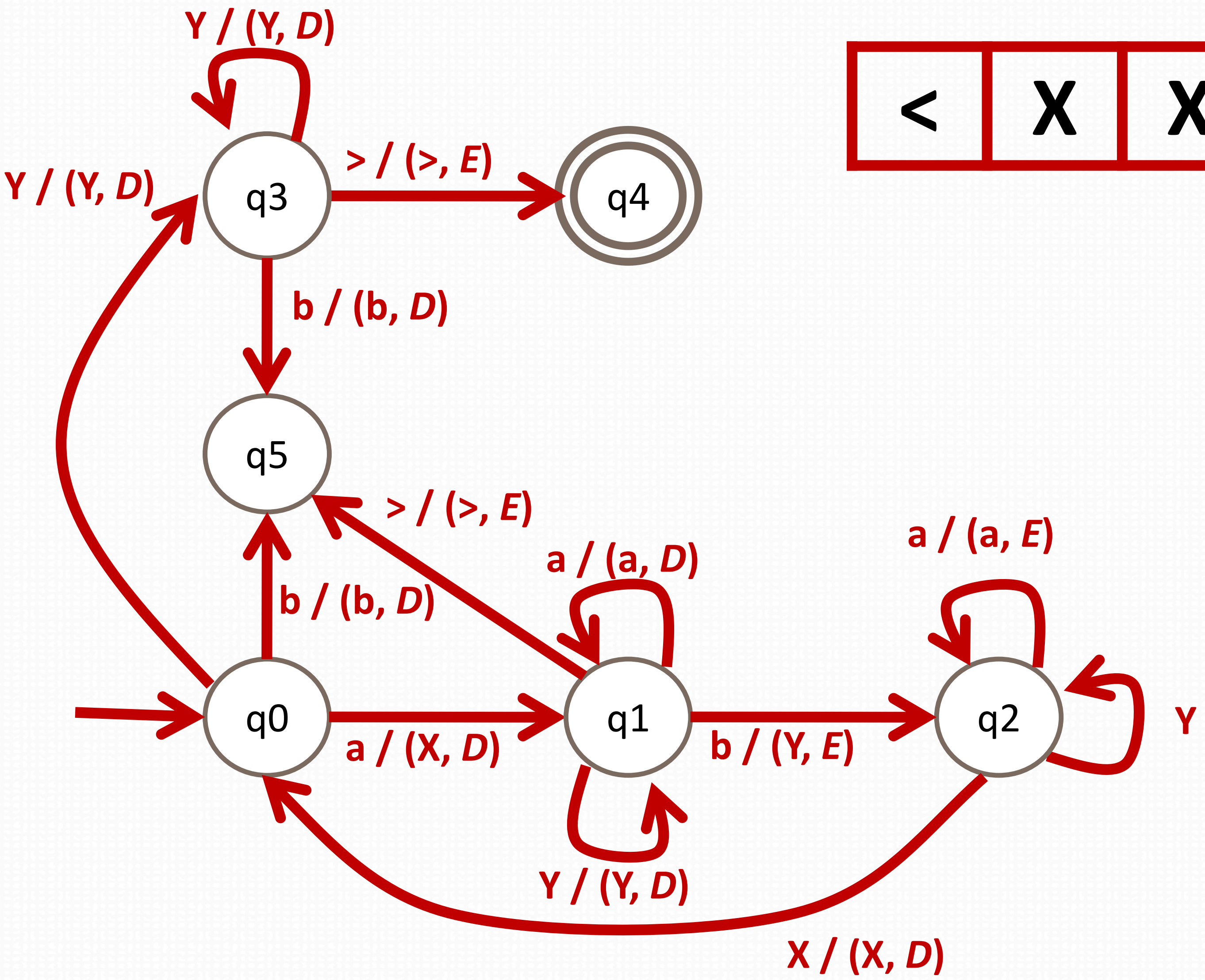


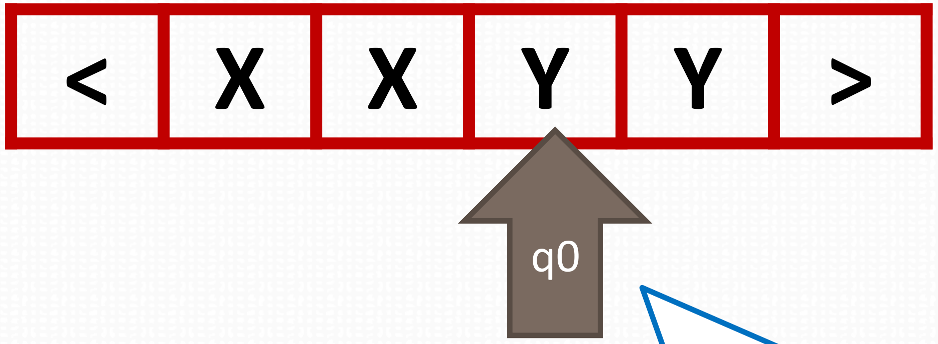


Estamos no estado q2, lendo “X” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q2,X) \rightarrow (q0, X, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

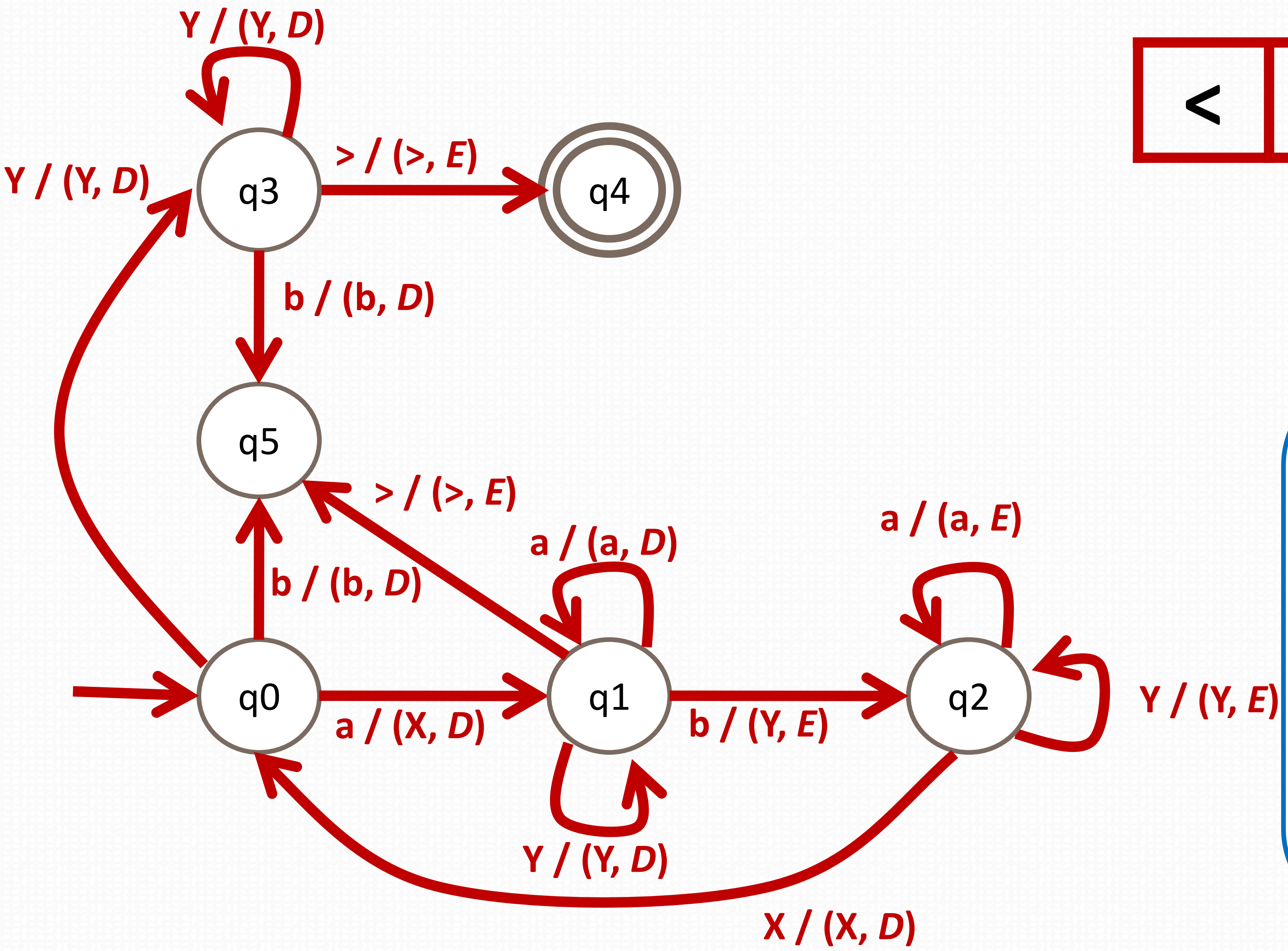


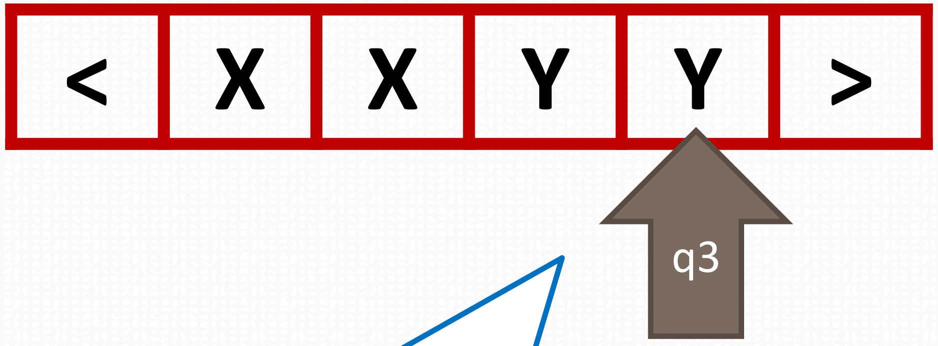


Estamos no estado q0, lendo "Y" como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

$\delta(q0,Y) \rightarrow (q3, Y, D)$

Máquinas de Turing com Fita Limitada

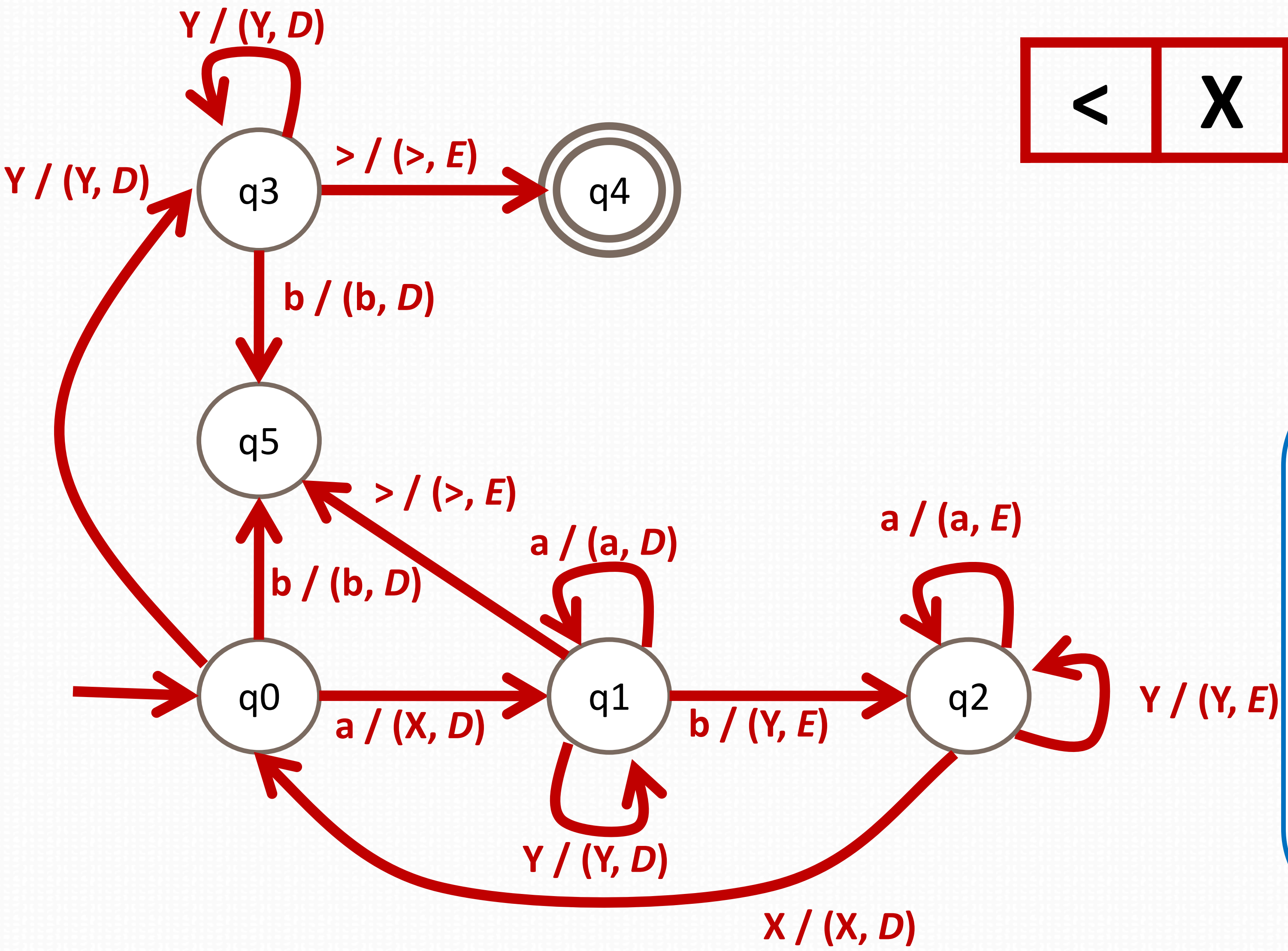


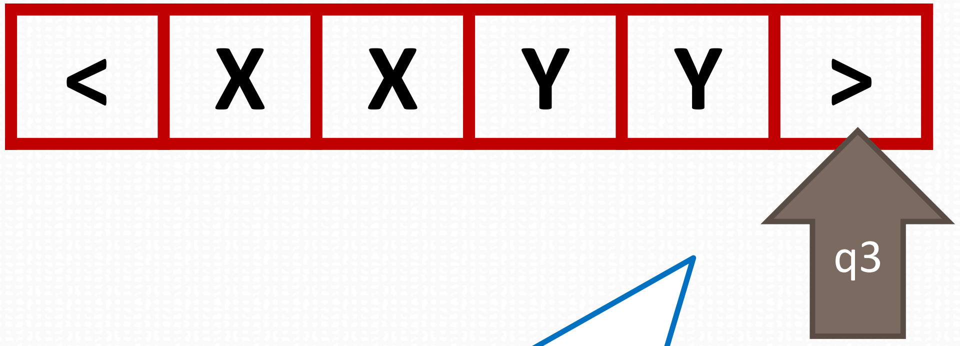


Estamos no estado q3, lendo “Y” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

δ(q3,Y)→(q3, Y, *D*)

Máquinas de Turing com Fita Limitada

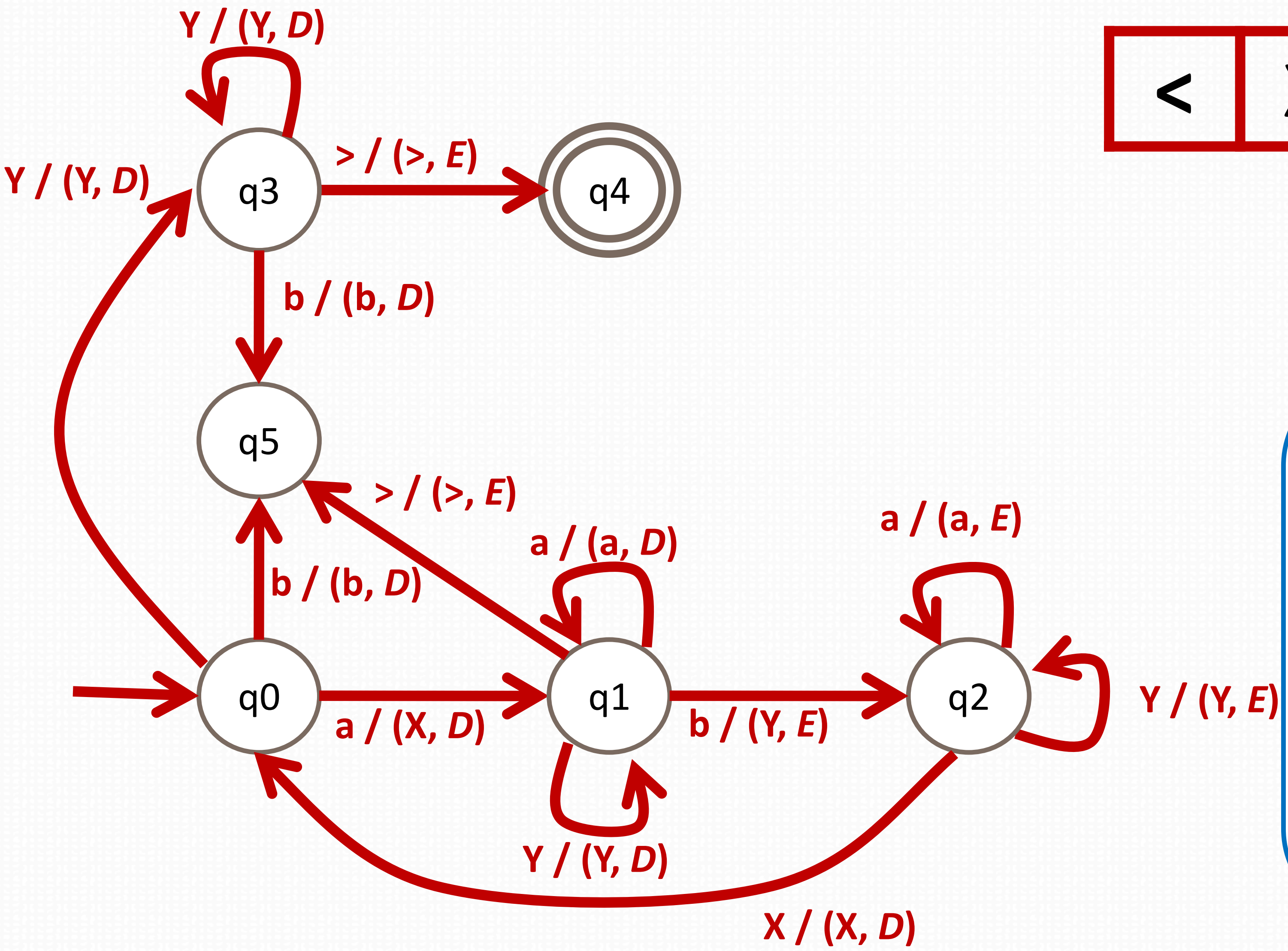


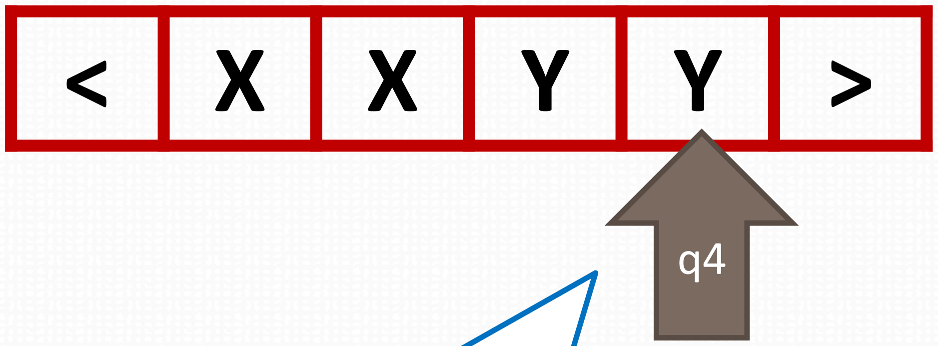


Estamos no estado q3, lendo “>” como símbolo da fita. Logo, temos que realizar a transição

δ(q3,>)→(q4, >, *E*)

Máquinas de Turing com Fita Limitada

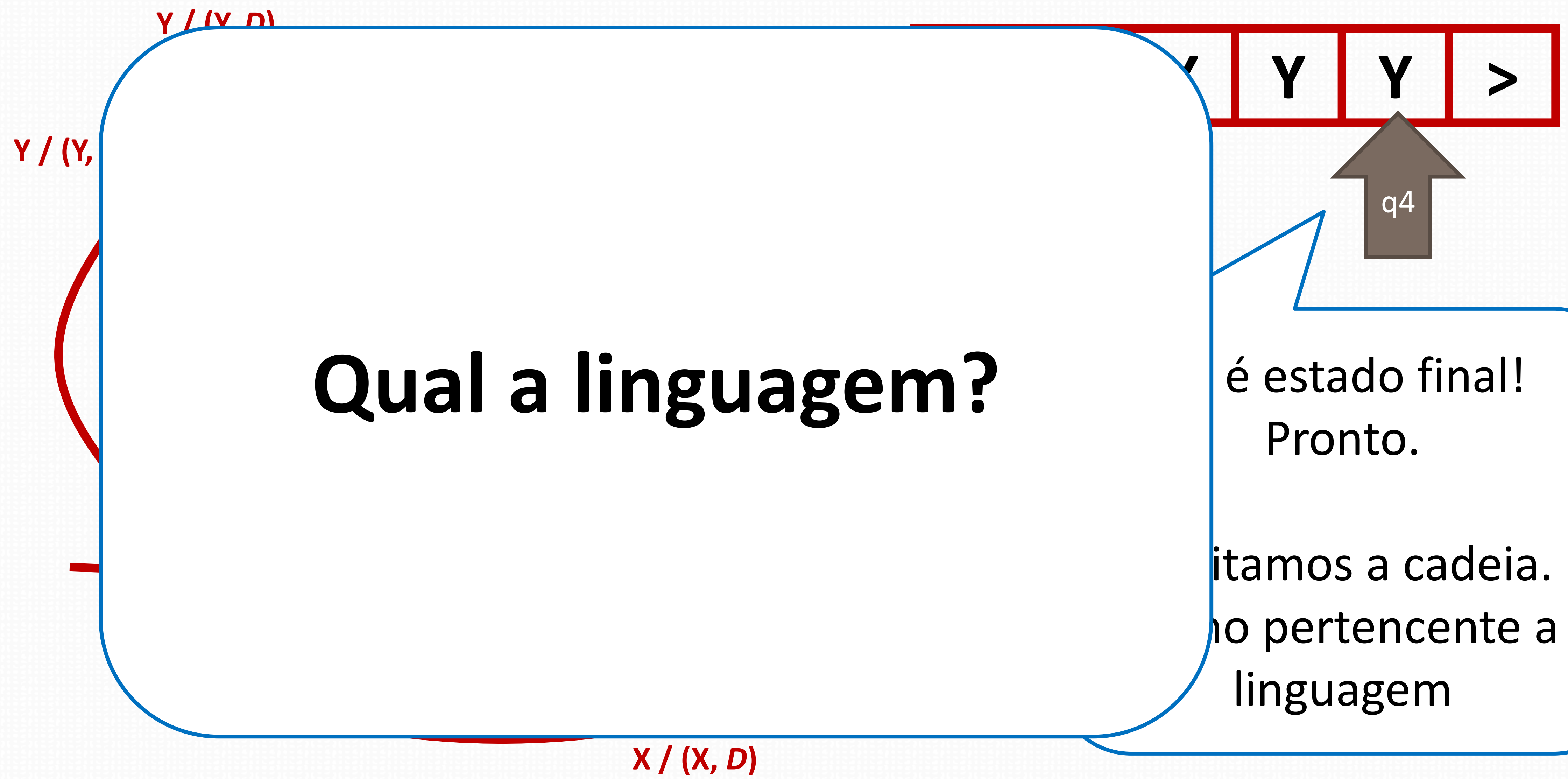




q4 é estado final!
Pronto.

Aceitamos a cadeia.
Como pertencente a linguagem

Máquinas de Turing com Fita Limitada



Qual a linguagem?

é estado final!
Pronto.

itamos a cadeia.
no pertencente a
linguagem

Máquinas de Turing com Fita Limitada

Y / (Y, D)

Y / (Y,

Y	Y	Y	>

q4

Qual a linguagem?

$$V(M_2)=L=\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$$

é estado final! Pronto.

itamos a cadeia.

no pertencente a linguagem

X / (X, D)