

Linguagens Formais e Autômatos

Prof. Alex Luciano Roesler Rese, MSc.

Adaptado: Rafael de Santiago, Dr.

Formação

- Bacharel em Ciência da Computação – UNIVALI (2015/2)
- Mestrado em Computação Aplicada – UNIVALI (2017/2)
- Áreas de interesse (Pesquisa)
 - Inteligência Artificial;
 - Heurísticas e Metaheurísticas;
 - Visão Computacional;
 - Pesquisa Operacional

Disciplina

- Linguagens Formais e Autômatos
 - Objetivo
 - Estudo de linguagens artificiais em especial, para as linguagens originárias na Computação.
 - Ementa
 - Duração
- Avaliação
- Pontualidade
- Atraso na entrega de trabalhos
- Requerimento de 2ª Chamada de Avaliação

Apresentação

- Alunos...?
- Quais as perspectivas com a disciplina
- Interesse pela pesquisa
 - Projetos;
 - Laboratórios;
 - Produção de Artigos.

Conceitos Iniciais

- Teoria das Linguagens formais foi desenvolvida em 1950
- Objetivo de desenvolver teorias relacionadas as linguagens naturais
- Foi observado que a teoria era importantíssima para o estudo de linguagens artificiais

Conceitos Iniciais

- Aplicações
 - Análise léxica e sintática de linguagens de programação
 - Modelagem de circuitos lógicos
 - Sistemas biológicos
 - Sistemas de animação
 - Hipertextos e hipermídias

Sintaxe e Semântica

- Uma linguagem de programação pode ser vista da seguinte forma:
 - como uma entidade livre (sem significado associado)
 - como entidade com interpretação do seu significado

Sintaxe e Semântica

- Sintaxe
 - Tratam de propriedades livre das linguagens
 - Verificação gramatical de programas
 - Manipula símbolos se considerar significados
- Semântica
 - Objetiva dar interpretação para a linguagem
 - Significado ou valor para um determinado programa

Sintaxe e Semântica

- Para resolver qualquer problema é necessário dar interpretação semântica aos símbolos
- Sintaxe: não existe programa errado: não é programa da linguagem em questão
- Sintaxe: gramática
- Semântica: significado (inteiros)

Conjuntos

- Conjunto é uma coleção de zeros ou mais elementos distintos, que não possuem ordem associada
 - $A = \{1, \# 28.0, a\}$
 - $N = \{\spadesuit, \clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit\}$
 - $Z = \{\}$

Conjuntos

- Símbolo
 - Representação gráfica, única e indivisível
 - Exemplos: “a”, “abc”, “♠”, “1”

Conjuntos

- Alguns conjuntos podem ser representados através da enumeração de todos seus elementos.
 - $V = \{a, e, i, o, u\}$
 - $R = \{I, II, III, IV, V, VI\}$
- Conjuntos infinitos precisam de outros meios...

Conjuntos

- ...bem, conjuntos infinitos podem ser definidos formal ou informalmente, através da especificação de regras e propriedades:
 - $P = \{x \mid x \text{ é um número primo}\}$
 - $Q = \{y \mid n \text{ é inteiro tal que } y=n^2\}$

Conjuntos

- O conjunto vazio pode ser denotado por
 - $Z = \emptyset$
 - $Z = \{\}$

Conjuntos

- Tamanho dos conjuntos
 - $X = \{ 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111 \}$
 - $|X| = 8$
 - $Z = \{ \}$
 - $|Z| = 0$

Conjuntos

- Igualdade entre conjuntos
 - $A = \{a, b\}$
 - $B = \{b, a\}$
 - $A = B$

Conjuntos

- Pertinência
 - Elemento “a” pertence ao conjunto A
 - Elemento “a” não pertence ao conjunto A

Conjuntos

- Continência e Subconjunto
 - Conjunto A “está contido em” B
 - Conjunto B “contém” o conjunto A
 - Se A está contido em B e b pertence a B e não a A, logo (A é subconjunto de B)

Conjuntos

- Igualdade de conjuntos
 - Conjunto A é igual a B, ou

Conjuntos

- Powerset ou Conjunto Potência ou Conjunto das Partes
 - conjunto formado por todos os possíveis subconjuntos de A
 - denotado por 2^A , sendo A , um conjunto
 - $|2^A| = 2^{|A|}$
 - $A = \{0, 1, 2\}$, temos
 - $2^A = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, \{0,1,2\}\}$

Conjuntos

- União
 - é o *conjunto* dos elementos que pertencem a pelo menos um destes *conjuntos*
- Intersecção
 - um conjunto de elementos que, simultaneamente, pertencem a ambos os conjuntos
- Complemento

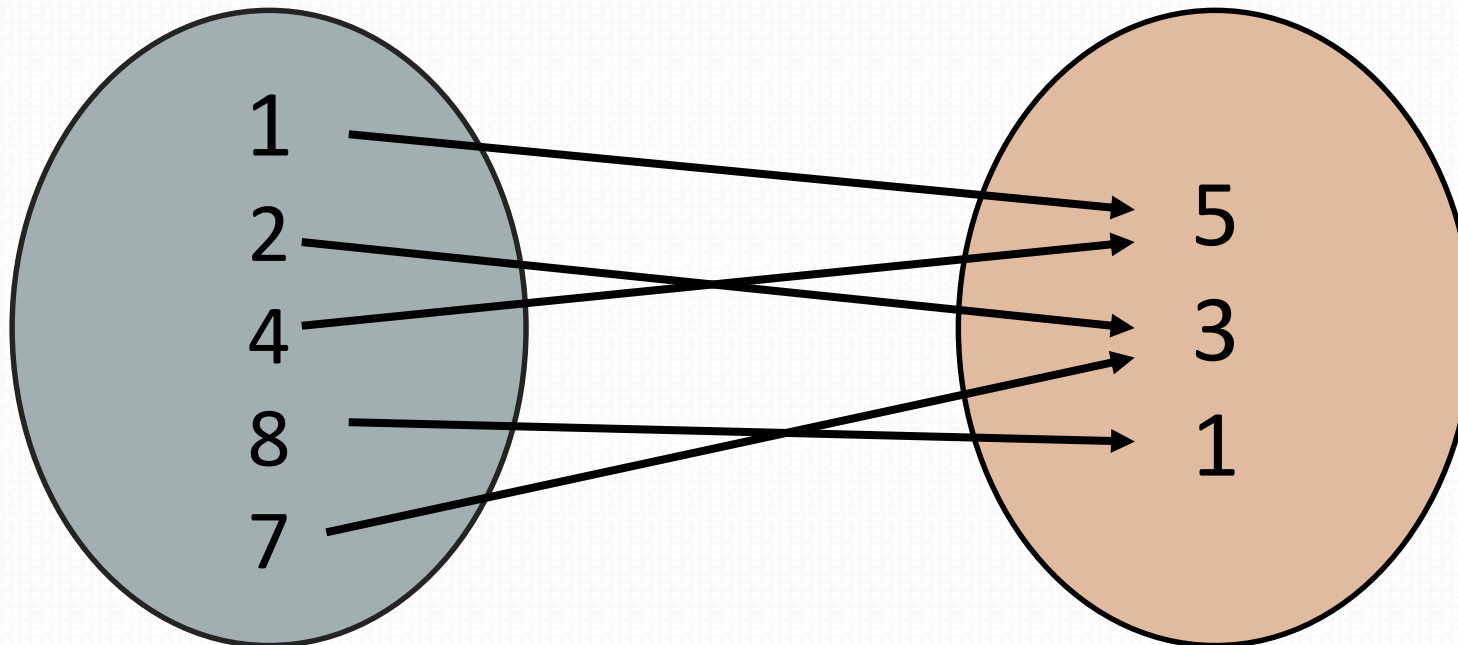
Conjuntos

- Diferença
 - $\{a, b, c\} - \{a, b, e\} = \{c\}$
- Produto Cartesiano
 - $\{a, b, c\} \times \{0, 1\} =$
 - $\{(a, 0), (a, 1), (b, 0), (b, 1), (c, 0), (c, 1)\}$
 - Par ordenado

Conjuntos

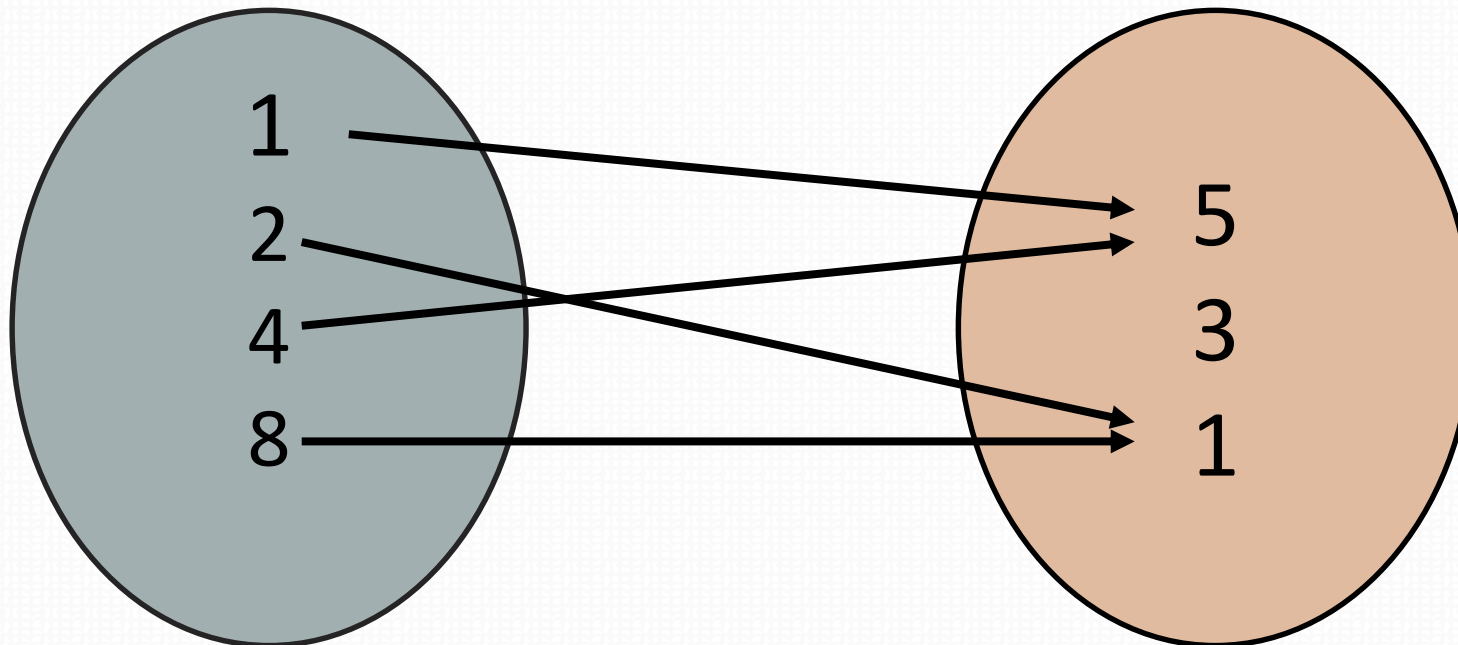
- Função

- Mapeamento que associa elementos de um conjunto X (domínio) em Y (contra domínio)
- $f1 = \{(1,5), (2,3), (4,5), (8,1), (7,3)\}$



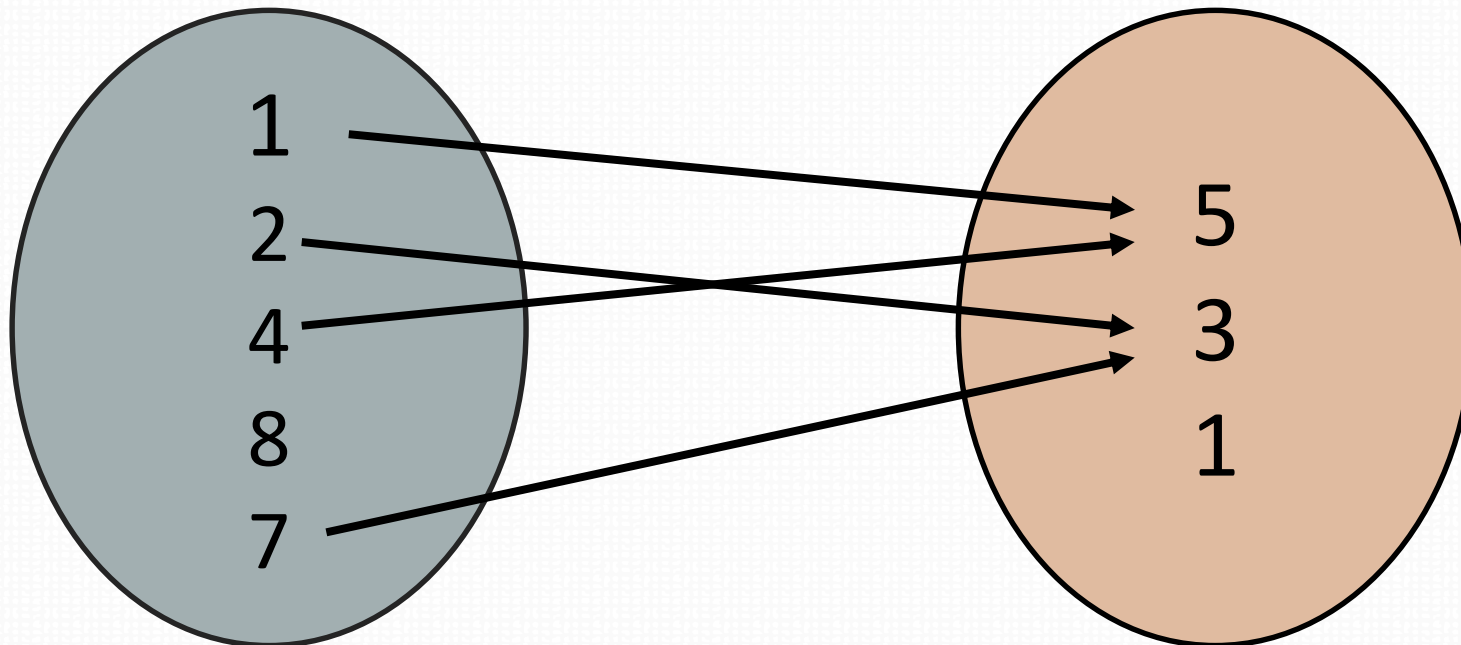
Conjuntos

- Função total: associação para todos os elementos do domínio



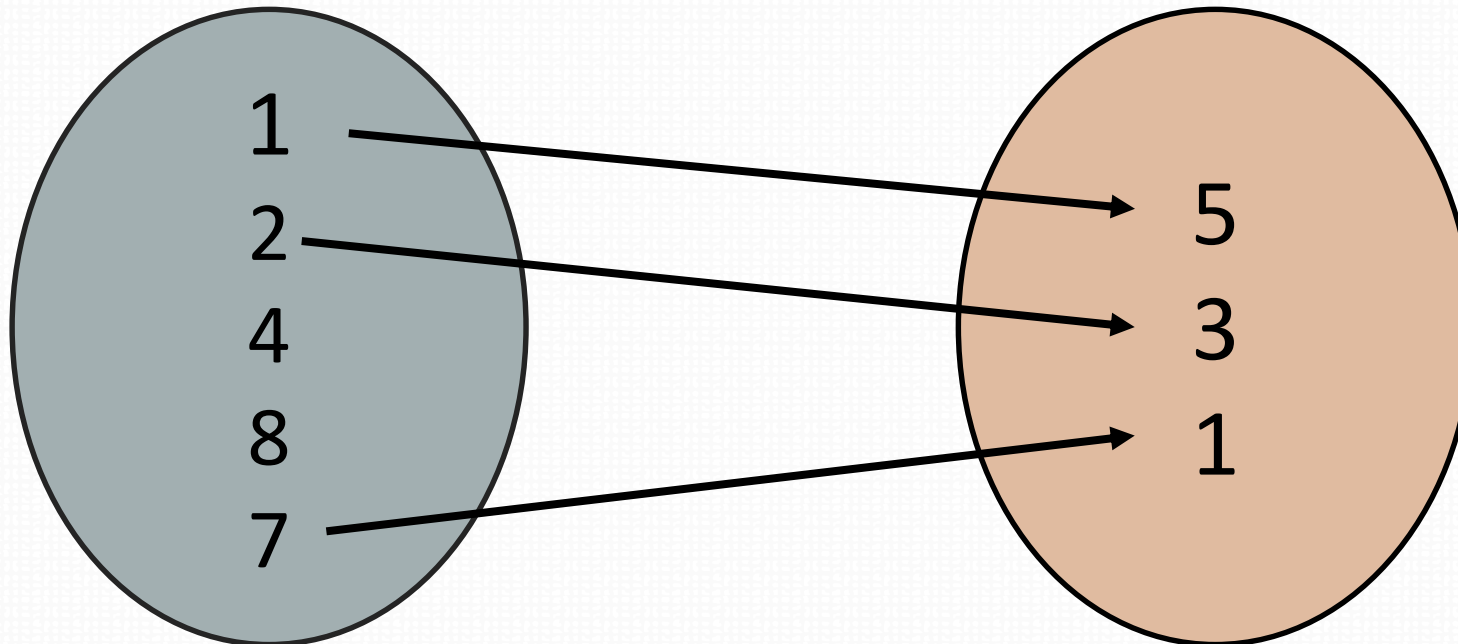
Conjuntos

- Função parcial: associações não definidas para todos os elementos do domínio



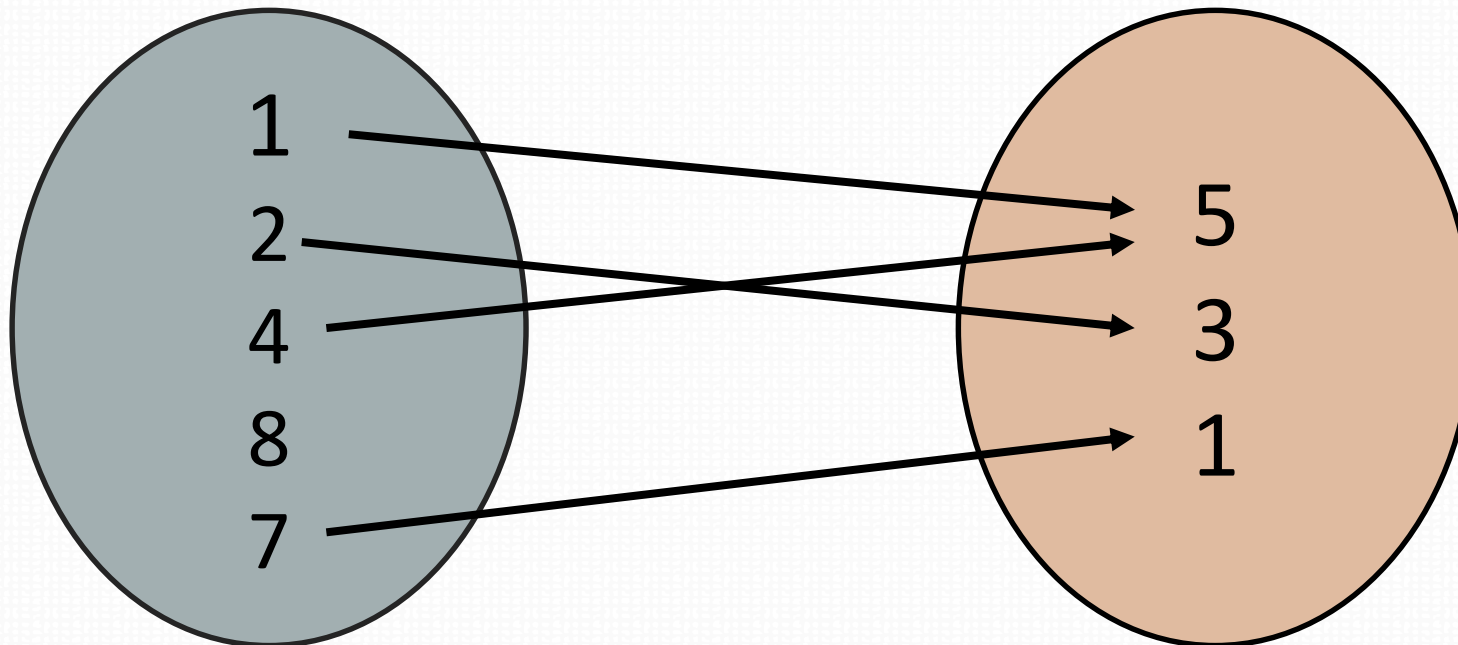
Conjuntos

- Função injetora (um-para-um): quando não há nenhum elemento de Y associado a mais de um elemento X



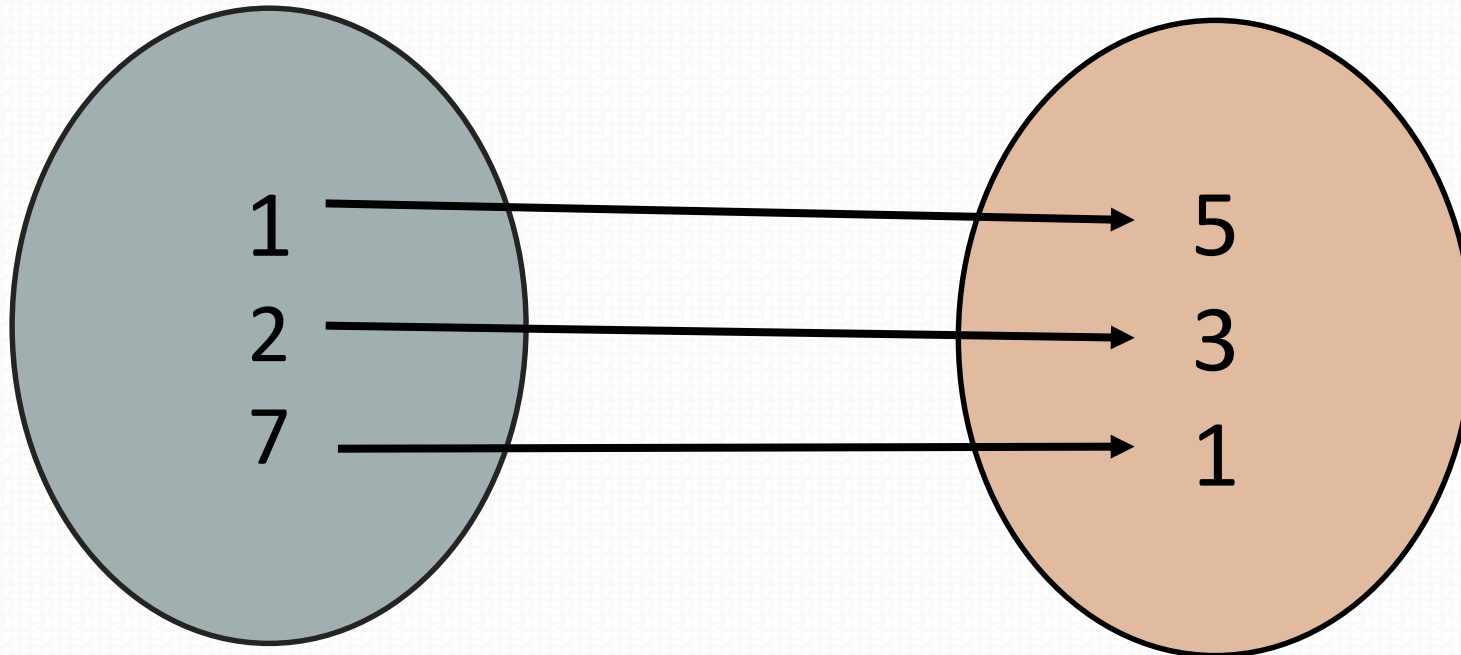
Conjuntos

- Função sobrejetora: todos os elementos do contra domínio estão associados a um elemento do domínio



Conjuntos

- Função bijetora: quando a função é total, injetora e sobrejetora



Linguagens e Gramáticas

- Alfabeto
 - Entidade básica abstrata, não definida formalmente
 - São usados geralmente letras e números
 - Definidos como um conjunto finito de símbolos e caracteres
- Portanto
 - Um conjunto infinito não é um alfabeto
 - O conjunto vazio é um alfabeto

Linguagens e Gramáticas

- Alfabeto
 - Exemplos de Alfabeto:
 - $\{a, b, c\}$
 - \emptyset (conjunto vazio)
- Não são exemplos de alfabetos:
 - \mathbb{N} (conjunto dos números naturais)
 - $\{a, b, aa, ab, ba, \dots\}$

Linguagens e Gramáticas

- Alfabeto
 - Em linguagens de programação:
 - Conjunto de todos os símbolos utilizados na linguagem
 - Letras
 - Números
 - Caracteres especiais
 - Espaços em branco
 - Muitos de nossos exemplos serão utilizando uma representação binária $\{a, b\}$, pois possuem analogia perfeita com a utilizada internamente pelos computadores

Linguagens e Gramáticas

- Palavra
 - Também chamada de Cadeia de Caracteres ou Sentença
 - Sequência finita de símbolos do alfabeto justapostos

Linguagens e Gramáticas

- Prefixo, Sufixo, Subpalavra
 - Prefixo: sequência inicial de símbolos de uma palavra
 - Sufixo: sequência final de símbolos de uma palavra
 - Subpalavra: qualquer sequência de símbolos contíguos da palavra

Linguagens e Gramáticas

- Exemplos
 - abccb é uma palavra do alfabeto $\{a, b, c\}$
 - Referente a palavra abcb:
 - Prefixos ϵ , b, ab, abc, abcb
 - Sufixos: ϵ , b, cb, bcb, abcb
 - Qualquer prefixo ou sufixo é uma subpalavra
 - Em uma linguagem de programação uma palavra é um programa

Linguagens e Gramáticas

- Concatenação de palavras
 - Operações binária definida por um conjunto de palavras
- Exemplos: palavra $v = \text{baaaa}$ e $w = \text{bb}$
 - $vw = \text{baaaabb}$
 - $v\varepsilon = \varepsilon v = \varepsilon v \varepsilon = v = \text{baaaa}$

Linguagens e Gramáticas

- Concatenação de palavras
 - Operações binária definida por um conjunto de palavras
 - Exemplos: palavra $v = \text{baaaa}$ e $w = \text{bb}$
 - $vw = \text{baaaabb}$
 - $v\varepsilon = \varepsilon v = \varepsilon v \varepsilon = v = \text{baaaa}$

?! Épsilon

Em matemática significa pequenas
quantidades que tendem a zero

LFA = Significa sentença sentença vazia

Linguagens e Gramáticas

- Concatenação sucessiva

- Exemplo:

- $a^0 = \varepsilon$
 - $a^1 = a$
 - $a^5 = aaaaa$
 - $a^n = aa^{n-1}$
 - Σ^* = denota o conjunto de todas as palavras possíveis sobre Σ , ou seja,
 - $\Sigma^* = \{\varepsilon, a, b, ab, aa, ab, \dots\}$
 - $\Sigma^+ = \text{denota } \Sigma^* - \{\varepsilon\}$
 - $\Sigma^+ = \{a, b, ab, aa, ab, \dots\}$

Linguagem Formal

- Linguagem
 - Uma linguagem L sobre o alfabeto Σ , é um conjunto de palavras sobre Σ
 - Se p alfabeto $\Sigma=\{a,b\}$, então o conjunto palindromes sobre Σ é um exemplo de linguagem infinita
 - $\rightarrow \varepsilon, a, b, aa, bb, aaa, bbb, aba, bab, \dots$

Linguagem Formal

- Gramática
 - Como o conjunto de todos os programas de uma linguagem de propósitos gerais (como o Java, Pascal, entre outras) é infinito, não é uma definição adequada para ser implementada em computador
 - Uma forma finite de representar linguagens infinitas é usando o formalism da gramática

Linguagem Formal

- Gramática

- Uma gramática é formada por uma quadrupla (Gramática de Chomsky)
- $G = (V, T, P, S)$, onde:
 - V : conjunto finito de símbolos variáveis não-terminais
 - T : conjunto finito de símbolos terminais disjunto de V
 - P : produções (cada par é denominado de regra de produção)
 - S : um elemento, distinguido de V , denominado símbolo inicial

Linguagem Formal

- Gramática
 - Sequência

Derivações	Regra Usada na Derivação
N	$N \rightarrow DN$
DN	$D \rightarrow 2$
2N	$N \rightarrow DN$
2DN	$D \rightarrow 4$
24N	$N \rightarrow D$
24D	$D \rightarrow 3$
243	

Linguagem Formal

- Gramática

- \rightarrow^* Zero ou mais passos de derivação sucessivos.
- \rightarrow^+ Um ou mais passos de derivação sucessivos.
- \rightarrow^n Exatamente n passos de derivação sucessivos.

- Logo:

- $S \rightarrow^* 243$ (fecho transitivo e reflexivo da relação)
- $S \rightarrow^+ 243$ (fecho transitivo da relação)
- $S \rightarrow^6 243$ (passos de derivações sucessivas)

Linguagem Formal

- Gramática
 - Uma gramática é dita ambígua se para uma determinada palavra, a mesma tiver duas formas de atingir:
- Exemplo:
 - $E \rightarrow E + E \mid E * E \mid \text{Numero}$
 - (sendo Numero qlq número natural)

Linguagem Formal

- Gramática

- $3 + 4 * 5$:

- $E \Rightarrow E + E \Rightarrow \text{Numero} + E \Rightarrow 3 + E \Rightarrow 3 + E * E \Rightarrow 3 + \text{Numero} - E \Rightarrow 3 + 4 * E \Rightarrow 3 + 4 * \text{Numero} \Rightarrow 3 + 4 * 5$

- $E \Rightarrow E * E \Rightarrow E + E * E \Rightarrow \text{Numero} + E * E \Rightarrow 3 + E * E \Rightarrow 3 + \text{Numero} * E \Rightarrow 3 + 4 * E \Rightarrow 3 + 4 * \text{Numero} \Rightarrow 3 + 4 * 5$

Linguagem Formal

- Gramática
 - Duas gramáticas são ditas equivalentes se, e somente se, geram a mesma linguagem, ou seja:
 - $GERA(G1) = GERA(G2)$