



UNIVALI

Universidade do Vale do Itajaí  
Escola do Mar, Ciência e Tecnologia - EMCT  
Ciência da Computação

---

# Lógica

---

## Operações Lógicas sobre Proposições

---

---

# CONCEITOS

- As operações sobre proposição são também conhecidas como **operações lógicas**
- **Lógica proposicional** é a lógica que lida com declarações (proposições) e declarações compostas construídas a partir de declarações mais simples usando os chamados conectivos booleanos
- As operações lógicas obedecem regras de cálculo, denominado **cálculo proposicional**

# CONCEITOS

- ❑ Pesquisa continua sendo aplicada em áreas como
  - ❑ inteligência artificial
  - ❑ projeto de circuito lógico
  - ❑ teoria de autômatos e computabilidade
  - ❑ teoria de bancos de dados relacionais
  - ❑ teoria de linguagens
  - ❑ teoria de sistemas distribuídos

# CONCEITOS

- ❑ Forma de um argumento: conceito central da lógica dedutiva
- ❑ Argumento: sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.
- ❑ Como saber que a conclusão obtida de um argumento é válida?
  - ❑ As afirmações que compõem o argumento
    - ❑ são aceitas como válidas, ou
    - ❑ podem ser deduzidas de afirmações anteriores

# CONCEITOS

- ❑ Em lógica, forma de um argumento  $\neq$  seu conteúdo
- ❑ “Análise lógica” não determina a validade do conteúdo de um argumento
- ❑ “Análise lógica” determina se a verdade de uma conclusão pode ser obtida da verdade de argumentos propostos
- ❑ Lógica: Ciência do Raciocínio

# CONCEITOS

## ❑ Exemplo 1

- ❑ se a sintaxe de um programa está errada ou
- ❑ se a execução do programa resulta em divisão por zero
  - ❑ então o computador irá gerar uma mensagem de erro
- ❑ Computador não gera mensagem de erro



Sintaxe do programa está correta e

Execução do programa não resulta em divisão por zero

# CONCEITOS

## ❑ Exemplo 2

❑ **se**  $x \in \mathbb{R} \mid x < -2$  **ou**  $x > 2$

❑ **então**  $x^2 > 4$

❑  $x^2 \leq 4$



$$x \geq -2 \text{ e } x \leq 2$$

# CONCEITOS

- Nos exemplos, temos que o conteúdo dos argumentos é diferente

- No entanto, a “forma lógica” é a mesma

se  $p$  ou  $q$

então  $r$

não  $r$

$\Downarrow$

não  $p$  e não  $q$



# CONCEITOS

- ❑ Argumentos na forma lógica são normalmente representados por letras minúsculas do alfabeto
  - ❑ Exemplo:  $p$ ,  $q$ ,  $r$
- ❑ Em geral, as definições da lógica formal estão de acordo com a lógica natural ou intuitiva das pessoas de bom senso
  - ❑ O formalismo é introduzido para evitar ambiguidade e garantir consistência

# CONCEITOS

- ❑ Em toda teoria matemática, usam-se termos já definidos na concepção de novas definições
- ❑ Mas como fazer com os termos mais “primitivos”?
  - ❑ Termos “primitivos” ou iniciais não são definidos
  - ❑ Em lógica, os termos sentença, verdadeiro, e falso são os termos iniciais não definidos
- ❑ Definição: uma afirmação ou proposição é uma sentença que é verdadeira (V) ou falsa (F) mas não ambas

# CONCEITOS

- Exemplo 3:

- $2 + 2 = 4$

- $2 + 2 = 5$

- São proposições, onde a primeira é V e a segunda é F

- Exemplo 4:

- Ele é um estudante universitário.

- Não é uma proposição já que depende da referência ao pronome "ele"

# CONCEITOS

- ❑ Exemplo 5:

- ❑  $x + y > 0$ .

- ❑ também não é uma proposição já que depende dos valores de  $x$  e  $y$

- ❑ O que se segue NÃO são proposições

- ❑ Quem está aí? (interrogativo, pergunta)
  - ❑ Apenas faça! (imperativo, comando)
  - ❑ La la la la la. (interjeição sem sentido)
  - ❑ Sim, eu meio que não sei, tanto faz ... (vago)
  - ❑  $1 + 2$  (expressão com valor não verdadeiro / falso)
  - ❑  $x + 2 = 5$  (declaração sobre tokens semânticos de valor não constante)

# CONCEITOS

- ❑ Proposições divididas em simples e compostas
- ❑ **Simplex:**
  - ❑  $R(p)$  = Felipe é professor
  - ❑  $R(q)$  = Felipe é engenheiro
- ❑ **Composta:**
  - ❑  $R(p,q)$  = Felipe é professor e Felipe é engenheiro

# CONCEITOS

- ❑ Utilização de conectivos
  - ❑ p: Felipe é professor **e** Felipe é engenheiro
  - ❑ q: Augusto é alto **ou** Carlos é rico
  - ❑ r: **Se** Carlos é rico, **então** é feliz
- ❑ Utilização para definir condições de, por exemplo, existência, acontecimento, etc...

# CONCEITOS

- ❑ Notação:

- ❑  $E(p) = F = 0$

- ❑ Ex: (p) A Terra é maior que o Sol

- ❑  $E(a) = V = 1$

- ❑ Ex: (a) A Terra é um planeta

# CONCEITOS

## ■ Tipos de Operações

- Negação ( ' ) ou (  $\sim$  ) ou (  $\neg$  ) - UNÁRIO
- Conjunção (  $\bullet$  ) ou (  $\wedge$  ) - BINÁRIO
- Disjunção ( + ) ou (  $\vee$  ) - BINÁRIO
- Disjunção Exclusiva (  $\oplus$  ) ou (  $\underline{\vee}$  ) - BINÁRIO
- Condicional (  $\rightarrow$  ) - BINÁRIO
- Bicondicional (  $\leftrightarrow$  ) - BINÁRIO



Obs: Utilizada abordagem apresentada por \*Daghlian



# Negação

- Trocamos a proposição NÃO por  $p'$

- Lê-se: "não  $p$ "

- $E(p') = 0$  (falsidade ou F) se  $E(p) = 1$  (verdade ou V)

- $E(p') = 1$  (verdade ou V) se  $E(p) = 0$  (falsidade ou F)

- Exemplos:

- $p$ :  $1 + 4$  é igual a 5 (1)

$q$ : Eu tenho cabelo castanho (0)

- $\neg p$ :  $1 + 4$  não é igual a 5 (0)

$\neg q$ : Não é o caso que tenho cabelo castanho (1)

$E(\neg p) = 0$

$\neg q$ : Não tenho cabelo castanho (1)

$E(\neg q) = ?$

$p$	$p'$
0	1
1	0

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

# Negação - Exercícios

- ❑ Dê a negação das seguintes proposições e coloque na notação formal:
  - ❑ – A Lua é satélite
  - ❑ – A aula é a noite
  - ❑ – Não é verdade que Vitória pertence ao Espírito Santo

# Conjunção

- A conjunção de duas proposições só é verdadeira se as duas proposições são verdadeiras

- $E(p) = E(q) = 1$

- Notação  $E(p \cdot q) = 1$

- Ex:  $p = 0$  (falsidade) e  $q = 1$  (verdade)  $= E(p \cdot q) = 0$

- Lê-se: “p e q”  $= p \cdot q$

- $p$ : O carro é vermelho (1)

- $q$ : O carro tem 85 HP (1)

$$p \wedge q = 1 \wedge 1 = 1$$

Notação:  $E(p \wedge q) = E(p) \wedge E(q) = V \wedge V = V$

O carro **não** é vermelho **mas** tem 85 HP:  $\neg p \wedge q$

O carro **não** é vermelho **nem** tem 85 HP:  $\neg p \wedge \neg q$

p	q	$p \cdot q$	$p$	$q$	$p \wedge q$
0	0	0	V	V	V
0	1	0	V	F	F
1	0	0	F	V	F
1	1	1	F	F	F

# Conjunção - Exercícios

- ❑ Dê a conjunção das seguintes proposições e coloque na notação formal:
  - ❑ – Ciência da Computação é uma graduação
  - A Univali é uma universidade
  
- ❑ – O ser humano é mamífero
- O cavalo é um inseto

# Disjunção

- ❑ A disjunção de duas proposições só é falsa se as duas proposições são falsas

- ❑  $E(p) = E(q) = 0$

- ❑ Notação  $E(p + q) = 0$

- ❑ Ex:  $p = 0$  (falsidade) e  $q = 0$  (falsidade)  $= E(p + q) = 0$

- ❑ Lê-se: “p ou q”  $= p + q$

- ❑  $p$ : O carro é vermelho (1)

- $q$ : O carro tem 85 HP (1)

- $p + q = 1 + 1 = 1$

p	q	p + q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Notação:  $E(p \vee q) = E(p) \vee E(q) = V \vee V = V$

# Disjunção - Exercícios

- ❑ Dê a disjunção das seguintes proposições e coloque na notação formal:
  - ❑ – Ciência da Computação não é uma graduação
  - A Univali é uma universidade
  
- ❑ – O ser humano é mamífero
- O cavalo é um animal

# Disjunção Exclusiva

- A disjunção exclusiva de duas proposições só é verdadeira quando as proposições forem diferentes

- $E(p) \neq E(q) : 1$  e  $E(p) = E(q) : 0$

- Notação:  $E(p \oplus q) = 0$

- Ex:  $p = 0$  (falsidade) e  $q = 0$  (falsidade)  $= E(p \oplus q) = 0$

- Lê-se: “p ou q, **mas não ambas**”  $= p \oplus q$

- p: Eu vou ganhar um 10 na avaliação (1)

- q: Eu não vou estudar para avaliação (0)

$$p \oplus q = 1 \oplus 0 = 1$$

Notação:  $E(p \underline{\vee} q) = E(p) \underline{\vee} E(q) = V \underline{\vee} V = 1$

p	q	$p \oplus q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$p$	$q$	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Disjunção Exclusiva - Exercícios

- ❑ Dê a disjunção exclusiva das seguintes proposições e coloque na notação formal:
  - ❑ – Ciência da Computação não é uma graduação
  - A Univali é uma universidade
  
- ❑ – O ser humano é mamífero
- O cavalo é um animal



# Condicional

- ❑ O condicional de duas proposições só é falsa quando  $E(p) = 1$  e  $E(q) = 0$ 
  - ❑ Lê-se: “se p então q”
    - ❑ Notação:  $E(p \rightarrow q) = 0$  ( $\rightarrow$  é chamado de símbolo da **implicação**)
    - ❑ Ex:  $p = 0$  (falsidade) e  $q = 0$  (falsidade)  $= E(p \rightarrow q) = 1$
  - ❑ p é antecedente (hipótese ou premissa) e q de consequente (consequência ou conclusão)
    - ❑ p é condição suficiente para q
    - q é condição necessária de p
    - q é consequência de p

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Condicional

- ❑ Exemplo da aplicação do condicional

- ❑ Luz é uma condição necessária para enxergar

- ❑ Se há luz, então eu enxergo

- ❑ Antecedente: há luz

- ❑ Consequente: enxergo

- ❑ Notação:

- ❑ p: O aluno tem média final 6

- q: ele está aprovado na disciplina

- p  $\rightarrow$  q : se o aluno tem média final 6, então ele está aprovado na disciplina

- $$E(p \rightarrow q) = E(p) \rightarrow E(q) = 1 \rightarrow 1 = 1$$

# Condicional

- ❑ Exemplo da aplicação do condicional
  - ❑ O nascimento de João em solo brasileiro é uma condição suficiente para ele ser cidadão brasileiro
    - ❑ Se João nasceu em solo brasileiro então ele é um cidadão brasileiro
      - ❑ Antecedente: João nasceu em solo brasileiro
      - ❑ Consequente: é um cidadão brasileiro

# Condicional

- ❑ Neste exemplo, suponha que seu amigo falasse:
  - ❑ Se eu me formar na primavera, então vou tirar férias na Flórida
- ❑ Condições:
  - ❑ Se ele realmente se formar na primavera (V) e tirar suas férias na Flórida (V), a sentença foi VERDADEIRA
  - ❑ Porém, se ele se formar na primavera (V) e não tirar suas férias na Flórida (F), seu comentário foi uma sentença FALSA
  - ❑ Agora, supondo que ele não se formou (F)
  - ❑ Independentemente de ele tirar ou não as férias na Flórida, a sentença não tornou-se falsa, pois demos-lhe o benefício da dúvida

# Condicional - Exercícios

- ❑ Crie duas proposições compostas utilizando condicionais
- ❑ Indique o antecedente e o conseqüente
- ❑ Coloque na notação formal

# Bicondicional

- ❑ O bicondicional de duas proposições é verdadeira quando  $E(p) = E(q)$  e falsa quando  $E(p) \neq E(q)$ 
  - ❑ Lê-se: “p se e somente se q”
    - ❑ Notação:  $E(p \leftrightarrow q) = 0$
    - ❑ Ex:  $p = 0$  (falsidade) e  $q = 0$  (falsidade)  $= E(p \leftrightarrow q) = 1$
- ❑ Ressalta-se que o bicondicional não é uma operação original, mas sim uma dupla aplicação do conectivo  $\rightarrow$ 
  - ❑ p é condição necessária e suficiente para q  
q é condição necessária e suficiente para p

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Bicondicional

- Notação:

- $p$ : O aluno tem média final 6

- $q$ : ele está aprovado na disciplina

- $p \leftrightarrow q$  : o aluno tem média final 6 se e somente se ele está aprovado na disciplina

- $$E(p \leftrightarrow q) = E(p) \leftrightarrow E(q) = 1 \leftrightarrow 1 = 1$$

# Bicondicional

- Considerando uma bi-implicação

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(q \rightarrow p) \cdot (p \rightarrow q)$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

- O bicondicional é equivalente a:  $(p \rightarrow q) \cdot (q \rightarrow p)$



# Bicondicional - Exercícios

- ❑ Crie duas proposições compostas utilizando bicondicionais
- ❑ Apresente a tabela verdade com a bi-implicação
- ❑ Utilize a notação adequada