



Lógica Fuzzy

PROFESSOR: RUDIMAR L. S. DAZZI
ANITA M. R. FERNANDES
DENNIS K. COELHO

A dense collage of numerous colorful sticky notes (yellow, pink, blue, green, orange, purple) covering a surface. The notes contain various handwritten messages, reminders, and small drawings. Some notable notes include:

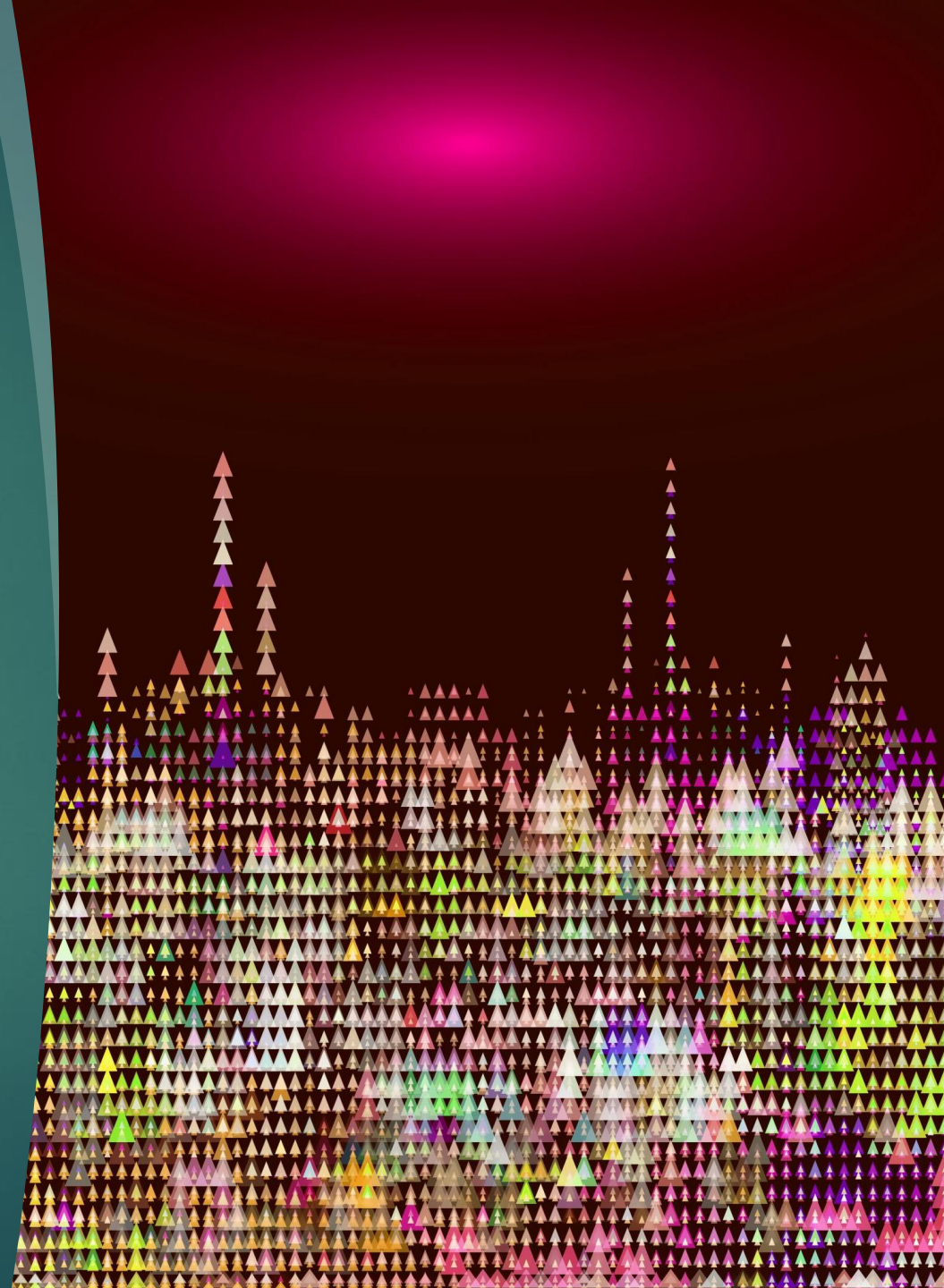
- "What's NEXT?"
- "WORK SMART!"
- "Marketing meeting 9am"
- "Goal!"
- "BE HAPPY!"
- "TAX"
- "IMAGINE!!!!!!"
- "Hey!"
- "NEW IDEA"
- "INTERN STUDENTS"
- "VDO CONFERENCE W/ ROB!"
- "FOCUS ON GOOD"
- "FITNESS TRAINER 072-xxxxxx"
- "NEW INTERNS"
- "NEW PLAN!"
- "POSITIVITY"
- "DAILY REPORT! - Before 10 AM!! - Double check!"
- "REVENUE MEETING at 1 PM"
- "DON'T BE LATE!"
- "MAI SCHED !!!"
- "TIME IS"
- "Life is short CHOOSE HAPPINESS"
- "To do list - Make report - Meet with Bob - Send mail"
- "FOLLOW UP"
- "POSITIVE THINKING ~"
- "LOVE WHAT YOU DO!"
- "DEADLINE TODAY"
- "NEXT TRIP ???"
- "Don't forget to update system with design team"
- "Fight!"
- "Cheer UP!"
- "8.30. 11:00"
- "PASSION NEVER FAILS!"
- "Focus on concepts!"
- "COFFEE BREAK :)"
- "NEW CONCEPT!"
- "Graphic Meeting @ 1 PM"
- "social media."
- "good job!"
- "RICHARD SURPRISE 6 PM"
- A drawing of a lightbulb.
- A drawing of a heart.
- A drawing of a cloud.
- A drawing of a person thinking.
- A drawing of a calendar.

The overall theme appears to be productivity, motivation, and daily planning.

- ▶ Tópicos
- ▶ Histórico
- ▶ Características
- ▶ Vantagens
- ▶ Conceitos Básicos
- ▶ Fuzzificação
- ▶ Variáveis Linguísticas
- ▶ Teoria dos Conjuntos
- ▶ Operações com Conjuntos
- ▶ Regras
- ▶ Defuzzificação
- ▶ Projeto de um sistema
- ▶ Sistemas Fuzzy
- ▶ Conclusão

Histórico da lógica Fuzzy

- ▶ As primeiras noções da lógica dos conceitos "vagos" foi desenvolvida por um lógico polonês Jan Lukasiewicz (1878-1956) em 1920 que introduziu conjuntos com graus de pertinência sendo 0, $\frac{1}{2}$ e 1 e, mais tarde, expandiu para um número infinito de valores entre 0 e 1.
- ▶ Primeira publicação sobre lógica "Fuzzy" data de 1965, quando recebeu este nome. Seu autor foi Lotfi Asker Zadeh (ZAH-da), professor em Berkeley, Universidade da Califórnia.
- ▶ Zadeh criou a lógica "Fuzzy" combinando os conceitos da lógica clássica e os conjuntos de Lukasiewicz, definindo graus de pertinência.





Histórico da lógica Fuzzy

- ▶ Entre 1970 e 1980 as aplicações industriais da lógica "Fuzzy" aconteceram com maior importância na Europa e após 1980, o Japão iniciou seu uso com aplicações na indústria.
- ▶ Primeiras aplicações
 - ▶ um tratamento de água feito pela Fuji Electric em 1983
 - ▶ pela Hitachi em um sistema de metrô inaugurado em 1987.
- ▶ Por volta de 1990 é que a lógica "Fuzzy" despertou um maior interesse em empresas dos Estados Unidos.



Histórico da Lógica Fuzzy

- ▶ Zadeh percebeu que a complexidade do sistema vem de como as variáveis foram representadas e manipuladas.
- ▶ Zadeh representa o raciocínio humano em termos de conjuntos Fuzzy.
- ▶ Princípio de Zadeh:
 - ▶ “Quando a complexidade do problema cresce, nossa habilidade para tornar as proposições precisas diminui até um limiar que está fora do nosso alcance. Isto torna a precisão e a relevância duas características excelentes.”

Lógica Clássica

- ▶ Utilização de valores definidos
 - ▶ Verdadeiro, Falso
 - ▶ 0, 1
 - ▶ Sim, Não
 - ▶ 0V, 5V
 - ▶ Etc.



Lógica Fuzzy

- ▶ Rompimento com a rigidez da lógica clássica
 - ▶ Utilização de valores intermediários entre os dois extremos
 - ▶ $\{0,1\} \rightarrow [0,1]$
- ▶ O “porque” da lógica fuzzy
 - ▶ Imprecisão do mundo real
 - ▶ -Dificuldade de modelamento utilizando a lógica tradicional

Características

- ▶ Intenso uso de palavras ao invés de números
 - Termos linguísticos: frio, quente, morno, alto, longe, ligeiro, devagar, lento, etc.
- ▶ Modificadores de predicado
 - **Muito** rápido, **pouco** elevado, **mais ou menos**, etc.
- ▶ Uso de probabilidades linguísticas
 - Provável, improvável, etc.
- ▶ Manipulação de infinitos valores entre 0 e 1

Vantagens

- ▶ Poucas regras, valores e decisões
- ▶ Observação de um maior número de variáveis

Variáveis linguísticas



Aproximação da forma de pensar dos seres humanos



Interfaces mais amigáveis com as máquinas

Vantagens

- ▶ Permite soluções mais eficientes para problemas tratados com técnicas não-*fuzzy*.
- ▶ Reduz o tempo de desenvolvimento.
- ▶ Modela sistemas não-lineares complexos.
- ▶ Sua utilização simplifica a solução de problemas
- ▶ Sistemas avançados precisam de menos *chips* e sensores.



Conceitos Básicos

- ▶ *Fuzzificação*
- ▶ *Base de Regras*
- ▶ *Lógica de Decisão*
- ▶ *Defuzzificação*

Fuzzificação

- Etapa no qual as variáveis linguísticas são definidas de forma subjetiva, bem como as funções membro (funções de pertinência).

Engloba:

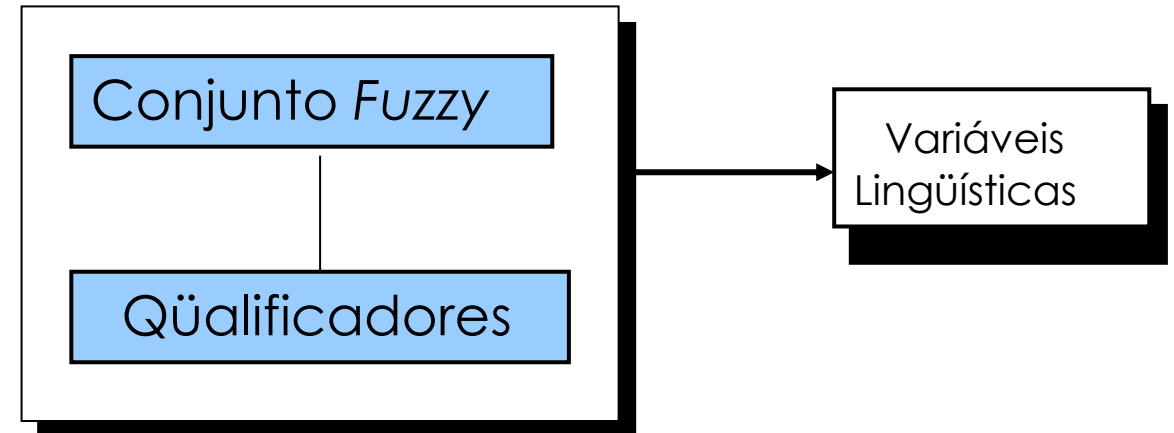
- Análise do Problema;
- Definição das Variáveis;
- Definição das Funções de Pertinência; e
- Criação das Regiões.

Variáveis Linguísticas

- ▶ É o centro da técnica de modelagem de sistemas *fuzzy*.
- ▶ Uma variável lingüística é o nome do conjunto *fuzzy*.
- ▶ Pode ser usado num sistema baseado em regras para tomadas de decisão.
- ▶ Exemplo: *if projeto.duração is LONGO*
then risco is aumentado.
- ▶ Transmitem o conceito de qualificadores.
- ▶ Qualificadores mudam a forma do conjunto *fuzzy*.

Variáveis Linguísticas

- ▶ Algumas variáveis linguísticas do conjunto LONGO com qualificadores:
 - ▶ muito LONGO
 - ▶ um tanto LONGO
 - ▶ ligeiramente LONGO
 - ▶ positivamente não muito LONGO



Variáveis Linguísticas

- ▶ Permitem que a linguagem de modelagem *Fuzzy* expresse a semântica usada por especialistas.
- ▶ Exemplo:
 - If projeto.duração is positivamente não muito LONGO*
 - then risco is reduzido um pouco*
- ▶ Encapsula as propriedades dos conceitos imprecisos numa forma usada computacionalmente.
- ▶ Reduz a complexidade do problema.





Conjuntos *Fuzzy*

- ▶ Não é um método específico para qualquer aplicação.
- ▶ É mais geral que a Lógica *Fuzzy* e o cálculo das proposições *Fuzzy*.
- ▶ Suporta a lógica usada para criar e manipular sistemas *Fuzzy*.

Conjuntos Fuzzy

- ▶ **Lógica clássica** elemento pertence ou não a um conjunto.
 - ▶ **Conjunto** => “alto”
Ex.: João é alto / João é não alto
- ▶ **Lógica Fuzzy** elemento pertence, não pertence ou está parcialmente presente em um conjunto
 - ▶ Ex.: João é um pouco alto

Conjuntos Fuzzy

- ▶ Na teoria clássica, os conjuntos são denominados "**crisp**" e um dado elemento do universo de discurso (domínio) **pertence** ou **não pertence** ao referido conjunto.
- ▶ Na teoria dos conjuntos "**Fuzzy**" existe um grau de pertinência de cada elemento a um determinado conjunto. Por exemplo considere os conjuntos abaixo:
 - Conjunto das pessoas com alta renda.
 - Conjunto das pessoas altas.
- ▶ Podemos verificar que não existe uma fronteira bem definida para decidirmos quando um elemento **pertence** ou **não** ao respectivo conjunto nos exemplos acima.

Conjuntos Fuzzy



- ▶ Com os conjuntos "fuzzy" podemos definir critérios e graus de pertinência para tais situações.
- ▶ A função característica (**crisp sets**) pode ser generalizada de modo que os valores designados aos elementos do conjunto universo U pertençam ao intervalo de números reais de 0 a 1 inclusive, isto é $[0,1]$.

Conjuntos Fuzzy

- ▶ Estes valores indicam o **GRAU DE PERTINÊNCIA** dos elementos do conjunto **U** em relação ao conjunto **A**, isto é, *quanto é possível* para um elemento x de **U** pertencer ao conjunto **A**.
- ▶ Tal função é chamada de **FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA** e o conjunto **A** é definido como "**CONJUNTO FUZZY**".



Conjuntos *Fuzzy*

- ▶ São funções que mapeiam o valor que poderia ser um membro do conjunto para um número entre 0 e 1.
- ▶ O grau de pertinência 0 indica que o valor não pertence ao conjunto.
- ▶ O grau 1 indica que o valor é uma representação completa do conjunto.

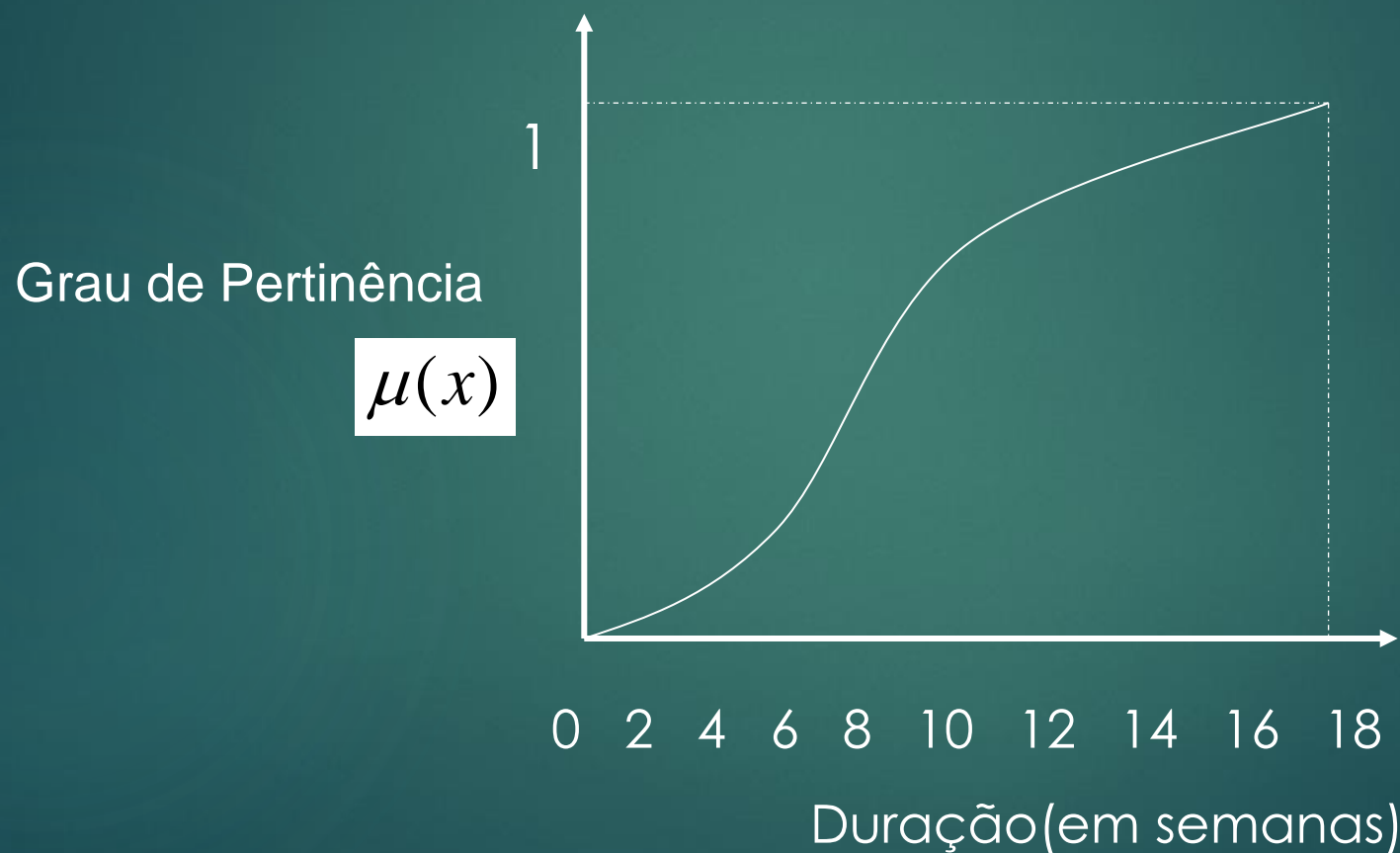


Conjuntos *Fuzzy*

- ▶ Um conjunto *Fuzzy* indica com qual grau um projeto específico é membro do conjunto de projetos LONGOS.
- ▶ A definição do que é um projeto LONGO depende do contexto.

Conjuntos *Fuzzy*

Um projeto Longo

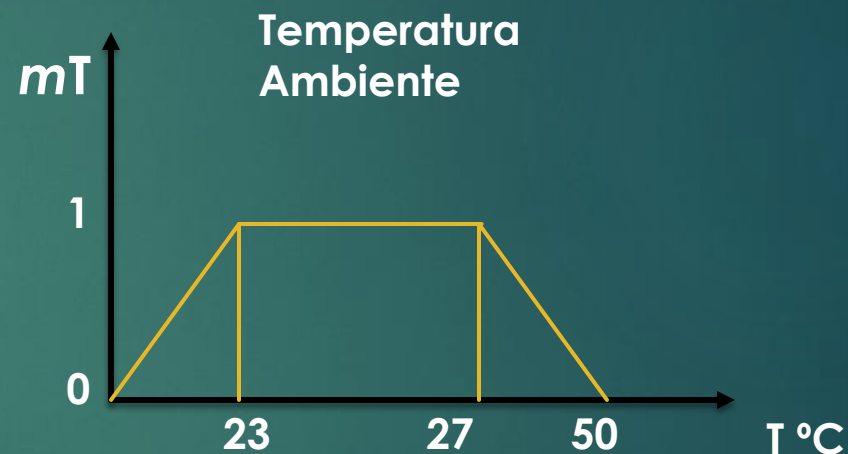


Conjuntos *Fuzzy*

- ▶ Função de pertinência
 - ▶ Ex.: Temperatura, $x = 37^\circ$ (valor *crisp*)
 - ▶ Conjuntos fuzzy = frio, morno, quente
- ▶ $m_T(x)$ Função de pertinência de x em T
- ▶ $m_T(37^\circ) = 0.2/\text{frio}, 0.4/\text{morno}, 0.8/\text{quente}$

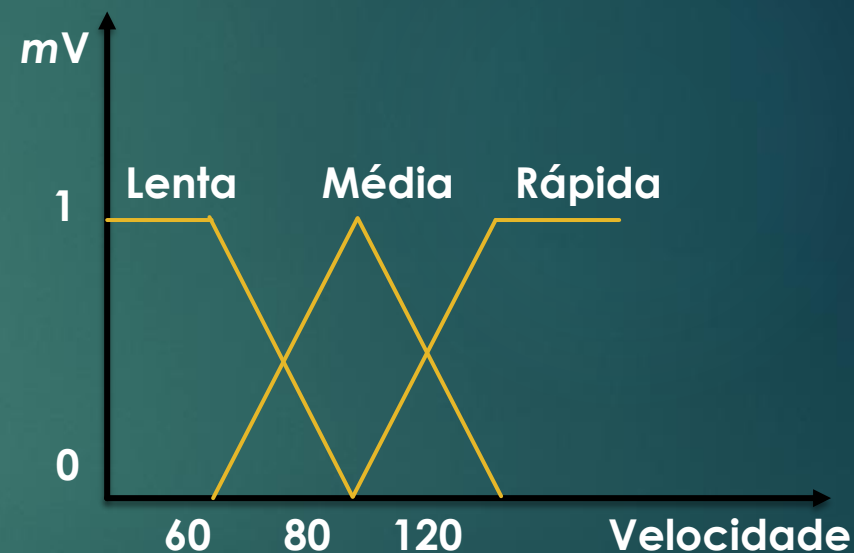
Conjuntos *Fuzzy*

- ▶ $mt(23)$ a $mt(27) = 1$
 - ▶ Temperatura ambiente
- ▶ $mt(21)$ ou $mt(29)$
 - ▶ Temperatura quase ambiente
- ▶ $mt(0)$ ou $mt(50)$
 - ▶ Temperatura não ambiente



Conjuntos *Fuzzy*

- ▶ $T(\text{velocidade}) = \{\text{lenta}, \text{média}, \text{rápida}\}$
- ▶ Variável linguística = velocidade
- ▶ Termos (conj.fuzzy) = lenta, média, rápida





Operações com conjuntos Fuzzy

- ▶ **A e B => Conjuntos fuzzy**

$$mA(x) \cup mB(x) = \max\{mA(x), mB(x)\}$$

$$mA(x) \cap mB(x) = \min\{mA(x), mB(x)\}$$

$$m_{cA}(x) = 1 - mA(x)$$

- ▶ **Variável $X = 1, 2, 3$**

- ▶ **Conjunto A = $0.3/1 + 0.5/2 + 0.8/3$**

- ▶ **Conjunto B = $0.1/1 + 0.7/2 + 0.6/3$**

$$A \cup B = 0.3/1 + 0.7/2 + 0.8/3$$

$$A \cap B = 0.1/1 + 0.5/2 + 0.6/3$$

$$cA = 0.7/1 + 0.5/2 + 0.2/3$$

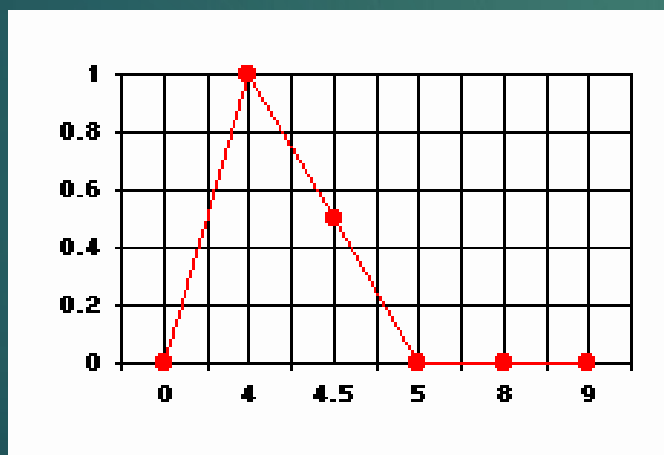
Operações com conjuntos Fuzzy



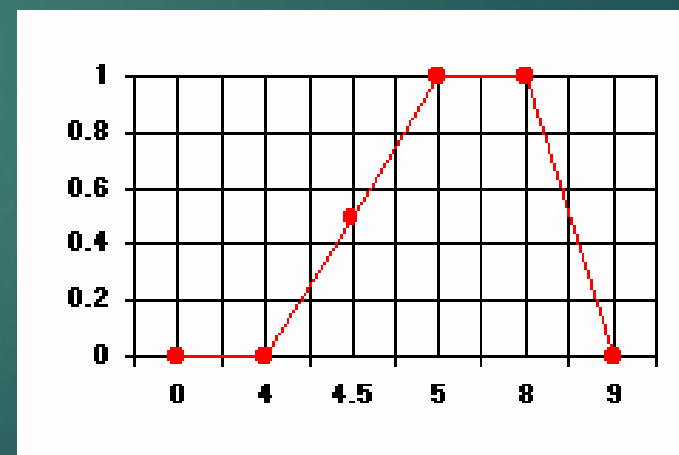
Operações com conjuntos Fuzzy

▶ **EXEMPLO**

- ▶ Consideremos o conjunto $U = [0, 9]$ e sejam **A** e **B** dois conjuntos "fuzzy" e as respectivas funções de pertinência representadas pelas figuras:



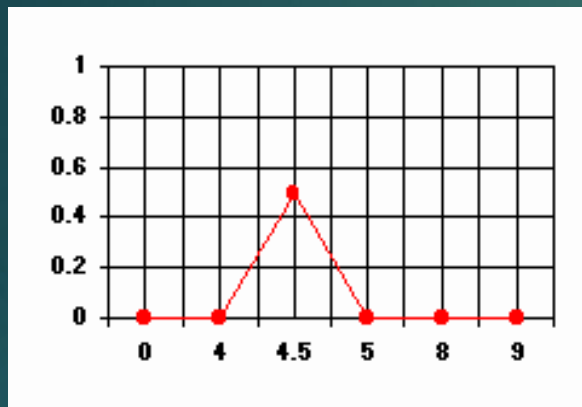
Conjunto A



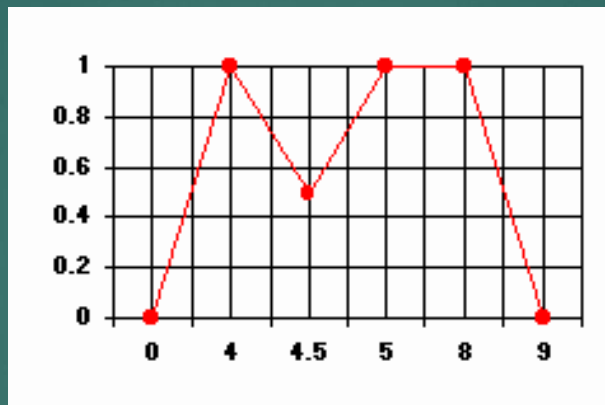
Conjunto B

Operações com conjuntos Fuzzy

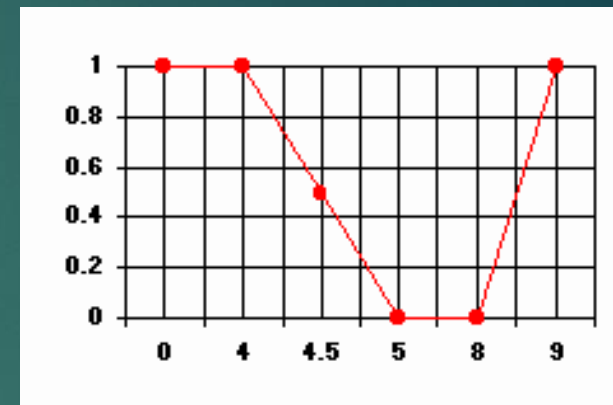
EXEMPLO (Continuação)



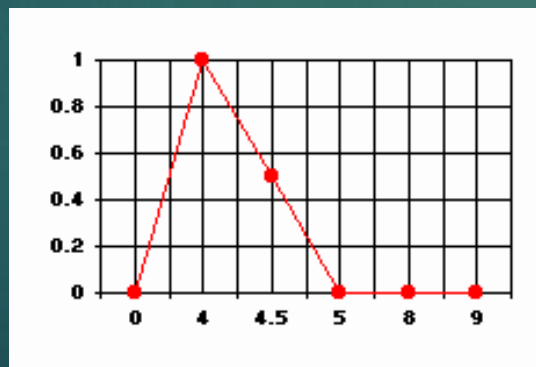
(Interseção de A e B)



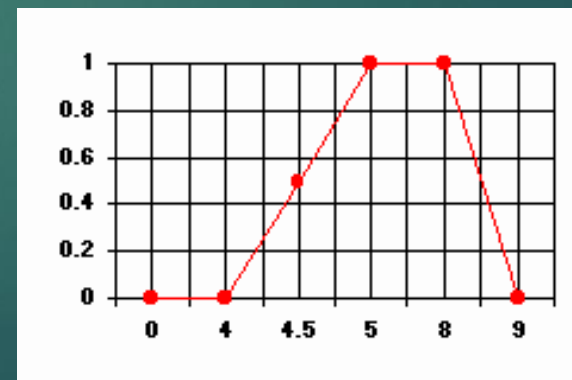
(União de A e B)



(Complemento de B)



Conjunto A



Conjunto B

Regras Fuzzy

- ▶ Formam a **base de** conhecimento

▶ **IF** $x \text{ é } A$ **THEN** $y \text{ é } B$ ou $A \Rightarrow B$
(antecedente) (consequente)

- ▶ **IF** pressão é alta **THEN** volume é pequeno
- ▶ Inferência

Procedimento para se chegar a conclusões a partir de regras **IF-THEN** (“Raciocínio” fuzzy)



Regras Fuzzy

- **Controle fuzzy de frenagem**
 - Entradas => **Velocidade, Distância**
 - Saída => **Intensidade da frenagem**
- Regra 1: IF a distância entre os dois carros é **curta** e a velocidade do carro é **alta**, THEN a frenagem é **forte**
- Regra 2: IF a distância entre os dois carros é **moderadamente longa** e a velocidade do carro é **alta**, THEN a frenagem é **moderadamente forte**

Regras Fuzzy

R1: IF a distância **entre** os dois carros é **curta** e a velocidade do carro é **alta**,
THEN a frenagem é **forte**

R2: IF a distância entre os dois carros é **moderadamente longa** e a
velocidade do carro é **alta**, THEN a frenagem é **moderadamente forte**

1. Grau de pertinência das entradas

Mapeamento da distância e velocidade no intervalo de 0 a 1 para cada conjunto fuzzy uso das funções de Pertinência

Ex.: conjunto S (distância **curta**) = 0.4, para uma distância de 30m
conjunto H (velocidade **alta**) = 0.2, para uma velocidade de 40Km/h

2. Grau de pertinência da parte antecedente

Operações com as variáveis .

Por exemplo: determinação do mínimo (MIN)

Ex.: distância **curta** (0.4) E velocidade **alta** (0.2) = 0.2 (MIN)

Regras Fuzzy

3. Ajuste da parte consequente

- Operadores de implicação (Mandani, Larsen)
- Conclusões de cada regra

4. Determinação da quantidade de controle (intensidade da frenagem)

- Combinação das conclusões de todas as regras => determinação do máximo (**MAX**)

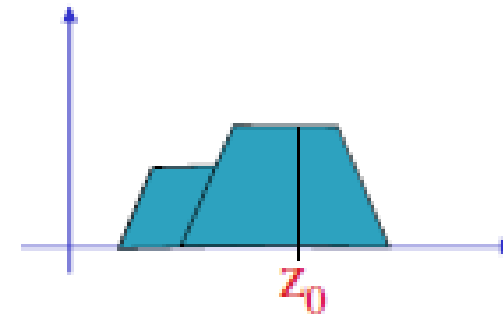
R1 = 0.2
R2 = 0.6  Conclusão = 0.6

- “Defuzificação” (saída em forma de valores *crisp*)

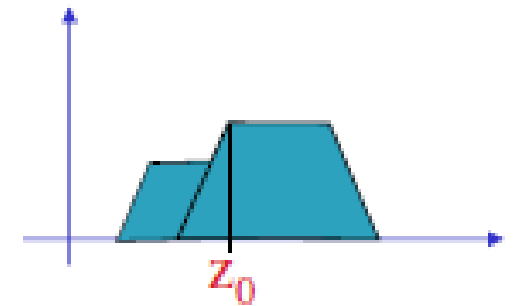
Defuzzificação

- ▶ Etapa no qual as regiões resultantes são convertidas em valores para a variável de saída do sistema
- ▶ Esta etapa corresponde a ligação funcional entre as regiões Fuzzy e o valor esperado;
- ▶ Dentre os diversos tipos de técnicas de defuzzificação destacamos:
- ▶ Centróide, First-of-Maxima, Middle-of-Maxima e Critério Máximo.

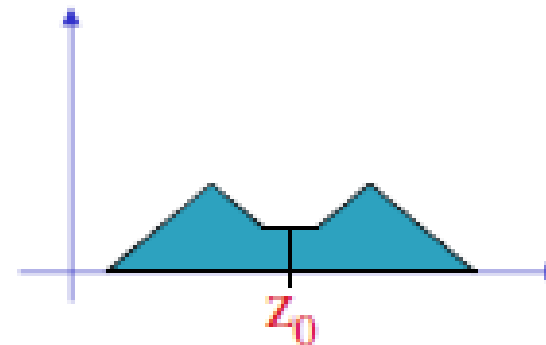
Defuzzificação



Critério Máximo



First-of-Maxima



Centróide

Projeto de um Sistema Fuzzy



Seleção das
variáveis de entrada
e saída



Definição das regras
e conjuntos fuzzy



Mecanismo de
inferência (MIN-
MAX)



Escolha da
estratégia de
defuzzificação

Modelo Fuzzy para a chance de sucesso na quitação de um empréstimo



Modelo Fuzzy para a chance de sucesso na quitação de um empréstimo



Modelo Fuzzy para a chance de sucesso na quitação de um empréstimo



Base de Regras

A regra um (R1) a seguir, deve ser lida da seguinte forma:

Se a Renda é baixa(Rb) e o Comprometimento de Renda é baixo(CRb) e a Prestação compromete a 'sobra' da renda de forma baixa(Pb), então o Risco de Sucesso da Quitação do empréstimo é alto

- ▶ R1:Se Rb e CRb e Pb então Ria
- ▶ R2:Se Rb e CRb e Pm então Rim
- ▶ R3:Se Rb e CRb e Pa então Rib
- ▶ R4:Se Rb e CRm e Pb então Rim
- ▶ R5:Se Rb e CRm e Pm então Rib
- ▶ R6:Se Rb e CRm e Pa então Rimb
- ▶ R7:Se Rb e CRa e Pb então Rib
- ▶ R8:Se Rb e CRa e Pm então Rimb
- ▶ R9:Se Rb e CRa e Pa então Rimb
- ▶ R10:Se Rm e CRb e Pb então Ria
- ▶ R11:Se Rm e CRb e Pm então Ria
- ▶ R12:Se Rm e CRb e Pa então Rim

Legenda

| Símbolo da E/S | Descrição sigla | Conjunto |
|----------------|--------------------------|-------------|
| Rb | Rendimento | baixo |
| Rm | Rendimento | médio |
| Ra | Rendimento | alto |
| CRb | Comprometimento da renda | baixa |
| CRm | Comprometimento da renda | média |
| CRa | Comprometimento da renda | alta |
| Pb | Prestação | baixa |
| Pm | Prestação | média |
| Pa | Prestação | alta |
| Rimb | Risco | muito baixo |
| Rib | Risco | baixo |
| Rim | Risco | médio |
| Ria | Risco | alto |
| Rima | Risco | muito alto |

- ▶ R14:Se Rm e CRm e Pm então Rim
- ▶ R15:Se Rm e CRm e Pa então Rib
- ▶ R16:Se Rm e CRa e Pb então Rim
- ▶ R17:Se Rm e CRa e Pm então Rib
- ▶ R18:Se Rm e CRa e Pa então Rimb
- ▶ R19:Se Ra e CRb e Pb então Rima
- ▶ R20:Se Ra e CRb e Pm então Rima
- ▶ R21:Se Ra e CRb e Pa então Ria
- ▶ R22:Se Ra e CRm e Pb então Rima
- ▶ R23:Se Ra e CRm e Pm então Ria
- ▶ R24:Se Ra e CRm e Pa então Rim
- ▶ R25:Se Ra e CRa e Pb então Ria
- ▶ R26:Se Ra e CRa e Pm então Rim
- ▶ R27:Se Ra e CRa e Pa então Rib

Legenda

| Símbolo da E/S | Descrição sigla | Conjunto |
|----------------|--------------------------|-------------|
| Rb | Rendimento | baixo |
| Rm | Rendimento | médio |
| Ra | Rendimento | alto |
| CRb | Comprometimento da renda | baixa |
| CRm | Comprometimento da renda | média |
| CRa | Comprometimento da renda | alta |
| Pb | Prestação | baixa |
| Pm | Prestação | média |
| Pa | Prestação | alta |
| Rimb | Risco | muito baixo |
| Rib | Risco | baixo |
| Rim | Risco | médio |
| Ria | Risco | alto |
| Rima | Risco | muito alto |

Nesta seção será apresentado o exemplo de um candidato com rendimento de R\$ 3.500,00 com comprometimento mensal da renda de 50% e prestação comprometendo 35% da sobra mensal.

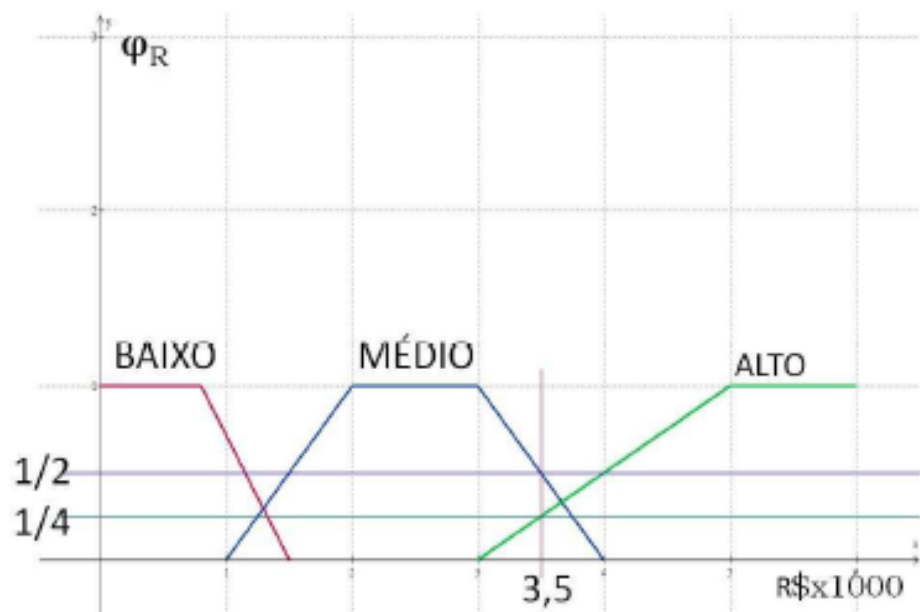
Analisando os valores de entrada em cada uma de suas funções de pertinência, se tem que:

1. Renda de R\$ 3.500,00

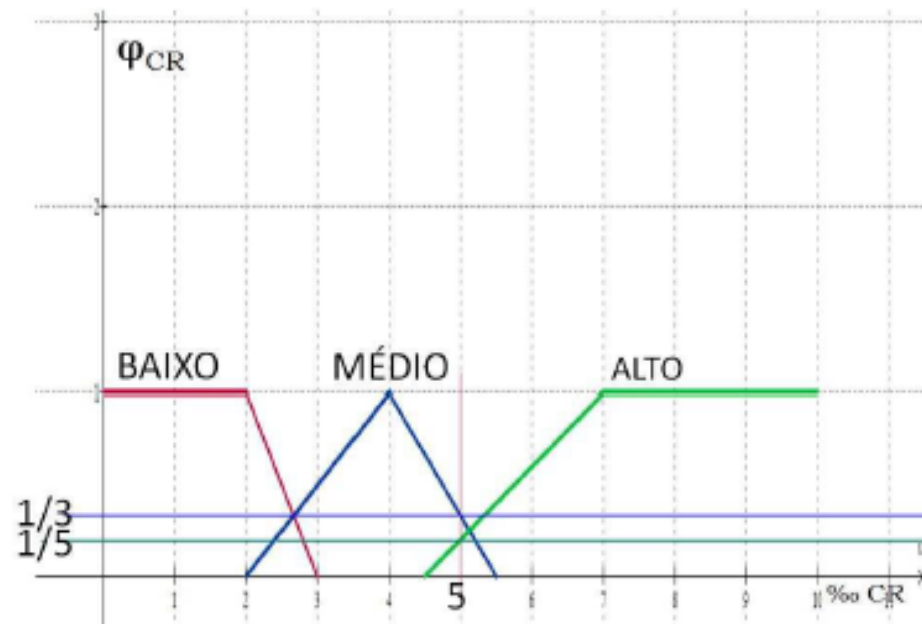
Observe que um comprometimento de renda de 50% classifica o cliente como Compr.Renda média(CRm) e $\varphi_{CRm}(x) = \frac{1}{3}$ e Compr.Renda alta(CRa) e $\varphi_{CRa}(x) = \frac{1}{5}$

2. Comprometimento de Renda de 50%

Observe que a renda de R\$ 3500,00 classifica o cliente como Renda média(Rm) e $\varphi_{Rm}(x) = \frac{1}{2}$ e Renda alta(Ra) e $\varphi_{Ra}(x) = \frac{1}{4}$



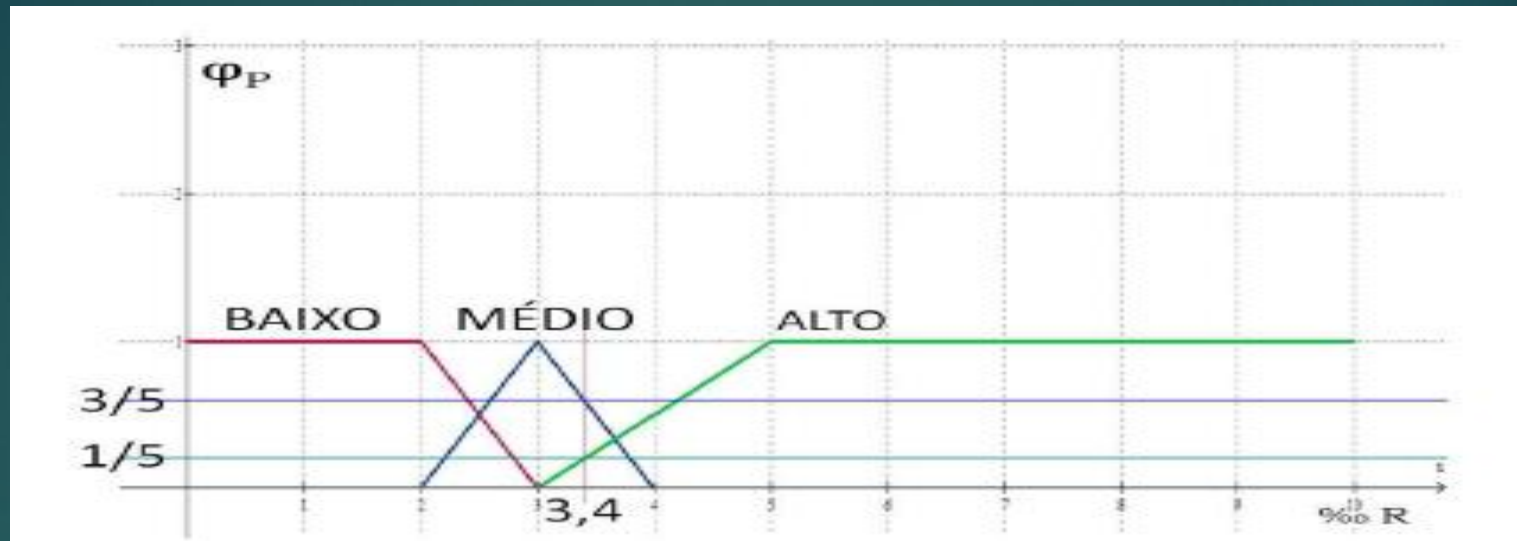
(a) Escolha do Subconjunto do Rendimento e seu grau de Pertinência



(b) Escolha do Subconjunto do Comp. Renda e seu grau de Pertinência

3. Prestação comprometendo 34% da renda disponível.

Observe que a prestação comprometendo 34% da renda disponível, classifica o cliente como Prest.média(P_m) e $\varphi_{P_m}(x) = \frac{3}{5}$ e como Prest.alta(P_a) e $\varphi_{P_a}(x) = \frac{1}{5}$



De posse desses dados, se pode encontrar as regras que se enquadram para este cliente. Fazendo as combinações com os subconjuntos *fuzzy* escolhidos através desta análise, se tem que:

Se R_m e CR_m e P_m se pode notar que essa combinação se enquadra na regra R14 e nesta regra a inferência é para o subconjunto *fuzzy* de saída R_{im} e, assim,

Se R_m e CR_m e $P_m \Rightarrow R14 \Rightarrow R_{im}$



Sistemas *Fuzzy*

- ▶ Externamente são menos complexos e mais fáceis de entender.
- ▶ Os problemas são rapidamente isolados e fixados, reduzindo o tempo de manutenção.
- ▶ Requisitam menos regras, por isso o tempo médio entre as falhas diminui.

Sistemas Fuzzy

- ▶ Possuem grande habilidade para modelar sistemas comerciais altamente complexos.
 - ▶ sistemas convencionais tem dificuldade em resolver problemas não-lineares complexos.
- ▶ São capazes de aproximar o comportamento do sistema
 - ▶ porque apresentam várias propriedades não-lineares e pouco compreensíveis.

Sistemas *Fuzzy*

- ▶ Benefícios para os especialistas:
 - ▶ habilidade em codificar o conhecimento de uma forma próxima a linguagem usada por eles.
- ▶ Mas o que faz uma pessoa ser um especialista?
 - ▶ é a capacidade em fazer diagnósticos ou recomendações em termos imprecisos.
- ▶ Sistemas *Fuzzy* capturam uma habilidade próxima do conhecimento do especialista.
- ▶ O processo de aquisição do conhecimento é:
 - ▶ mais fácil,
 - ▶ mais confiável,
 - ▶ menos propenso a falhas e ambiguidades.

Sistemas *Fuzzy*

- ▶ Representam bem a cooperação múltipla, a colaboração e os conflitos entre os especialistas.
- ▶ Um exemplo das posições dos gerentes de controle, de produção, financeiro e *marketing*.
 - ▶ Nosso preço deve ser baixo.
 - ▶ Nosso preço deve ser alto.
 - ▶ Nosso preço deve ser em torno de $2 \times \text{custo}$
 - ▶ Se o preço dos concorrentes não é muito alto então nosso preço deve ser próximo do preço deles.

Sistemas *Fuzzy*

- ▶ Devido aos seus benefícios, como:
 - ▶ regras próximas da linguagem natural
 - ▶ fácil manutenção
 - ▶ simplicidade estrutural
- ▶ Os modelos baseados em sistemas *Fuzzy* são validados com maior precisão.
- ▶ A confiança destes modelos cresce.



Conclusão

- ▶ Muitas aplicações são realizadas desde a década de 1990.
- ▶ Utilizada em sistemas de:
 - ▶ Máquinas Fotográficas,
 - ▶ Máquina de Lavar Roupas,
 - ▶ Freios ABS,
 - ▶ Ar Condicionado
 - ▶ etc.



Referências

► JFuzzyLogic

- <http://jfuzzylogic.sourceforge.net>
- <https://jfuzzylogic.sourceforge.net/html/manual.html>

► Materiais com exemplos:

- http://aquilesburlamaqui.wdfiles.com/local--files/logica-aplicada-a-computacao/texto_fuzzy.pdf
- <ftp://calhau.dca.fee.unicamp.br/pub/docs/gudwin/publications/ifsa95.pdf>

Referências Bibliográficas

- ▶ Diniz, Geraldo L. e Baumgartner, Ronaldo. Modelo fuzzy para a chance de sucesso na quitação de um empréstimo. IMECC – UNICAMP, 2010. Disponível em http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio20_art10.pdf
- ▶ Simões, M. G. e Shaw, I. S. Controle e Modelagem Fuzzy. BLUCHER, 2007;
- ▶ Kosko, B. Fuzzy Engineering. Prentice-Hall, 1997;