

Linguagens Formais e Autômatos

Prof. Alex Luciano Roesler Rese, MSc.

Adaptado: Rafael de Santiago, Dr.

Linguagens Sensíveis ao Contexto



[2]



Introdução

- Linguagens Sensíveis ao Contexto englobam as linguagens regulares, livres de contexto
- Além destas, há, no conjunto das LSCs, um grupo de linguagens que possuem sentenças com trechos que são consideradas válidas se ocorrem simultaneamente, ou seja, há uma sensibilidade a um contexto (dependência de contexto)

Introdução

- Vejamos a seguinte gramática:

$$\begin{aligned} E \rightarrow & E + E \\ & | E - E \\ & | E * E \\ & | E / E \\ & | (E) \\ & | a \\ & | b \end{aligned}$$

Introdução

- Vejamos a seguinte gramática:

$$\begin{array}{l} E \rightarrow E + E \\ \quad | E - E \\ \quad | E * E \\ \quad | E / E \\ \quad | (E) \\ \quad | a \\ \quad | b \end{array}$$

Há uma certa dependência de contexto: ao abrir os parênteses, deve-se fechá-los.

Introdução

- Vejamos a seguinte gramática:

$$\begin{array}{l}
 E \rightarrow E + E \\
 \quad | E - E \\
 \quad | E * E \\
 \quad | E / E \\
 \quad | (E) \\
 \quad | a \\
 \quad | b
 \end{array}$$

Mas esta é uma
Linguagem Livre
de Contexto.

Introdução

- Note que a dependência que vimos, pode ser representada por gramáticas livres de contexto
- Mas existem dependências mais complexas, que não podem ser expressas por LLCs

Introdução

- É importante vermos que estas dependências existem nas linguagens de programação em alto nível mais comuns
- Tais linguagens oferecem declarações de variáveis, funções, funções... há um propósito duplo nas declarações, que envolvem dependência, o tipo de variável, a quantidade e o tipo de retorno de funções

Introdução

- Uma vez declarados, os novos nomes devem fazer parte do programa. Por exemplo: somente posso utilizar do lado esquerdo da atribuição, uma variável já declarada.

```
int main() {  
    int x;  
    cin>>x;  
    cout<<x;  
    return 0;  
}
```

Introdução

- Uma vez declarados, os novos nomes devem fazer parte do programa. Por exemplo, posso utilizar do lado esquerdo de uma variável já declarada.

```
int main() {  
    int x;  
    cin>>x;  
    cout<<x;  
    return 0;  
}
```

Depende-se de x ter sido declarado, para que se realize a leitura e gravação na variável e a impressão da mesma na tela!

Gramáticas Sensíveis

ao Contexto

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

- As Gramáticas Livres de Contexto possuem uma incapacidade de representar Linguagens Sensíveis ao Contexto
- Por utilizarem apenas um não-terminal do lado esquerdo das produções, as GLCs consideram que apenas estes podem ser substituídos
- Na substituição, não importa o que há na esquerda nem na direita. Exemplo:

$$E \rightarrow (E)$$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

- Isto torna impossível representar contextos como no caso das declarações de variáveis (explícito anteriormente)
- Para superar tal limitação, empregam-se as Gramáticas Sensíveis ao Contexto – GSC!

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

- Definição formal de uma GSC:

$$G = (V, \Sigma, P, S)$$

$V = \Sigma \cup N$, sendo N = não - terminais

Σ = *alfabeto*

$$P = \{ \alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in V^* N V^*, \beta \in V^*, |\beta| \geq |\alpha| \}$$

S = não - terminal inicial

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

- Definição formal de uma GSC:

$$G = (V, \Sigma, P, S)$$

$$V = \Sigma \cup N, \text{ sendo } N = \text{não-terminal}$$

$$\Sigma = \text{alfabeto}$$

$$P = \{ \alpha \rightarrow \beta \mid \alpha \in V^* N V^*, \beta \in V^*, |\beta| \geq |\alpha| \}$$

$$S = \text{não-terminal inicial}$$

A principal diferença com as GLCs está aqui: o lado esquerdo das produções não está limitado a ser um único símbolo não terminal

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

- São Linguagens **Estritamente** Sensíveis ao Contexto aquelas que são Sensíveis ao Contexto, mas não Livres de Contexto.
- Vejamos, a seguir, um exemplo clássico de uma linguagem que é sensível ao contexto, mas não livre de contexto...

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

- Exemplo:

- $G_1 - (\{a,b,c,S,B,C\}, \{a, b, c\}, P, S)$, com

P =

{

S	→ aSBC,
S	→ aBC,
CB	→ BC,
aB	→ ab,
bB	→ bb,
bC	→ bc,
cC	→ cc

}

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

- Exemplo:

- $G_1 - (\{a,b,c,S,B,C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ com

P =
 {
 S → aSBC,
 S → aBC,
 CB → BC,
 aB → ab,
 bB → bb,
 bC → bc,
 cC → cc
 }

Que linguagem esta
GSC reconhece?

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

P =
 {
 S → aSBC,
 S → aBC,
 CB → BC,
 aB → ab,
 bB → bb,
 bC → bc,
 cC → cc
 }

S

Partindo do símbolo inicial "S", vamos verificar se abc pertence a linguagem

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aBC$

Usando a transição
 $S \rightarrow aBC$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aBC$
 $\Rightarrow abC$

Usando a transição
 $aB \rightarrow ab$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aBC$
 $\Rightarrow abC$
 $\Rightarrow abc$

Usando a transição
 $bC \rightarrow bc$

Provando assim
 que abc pertence a
 linguagem

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aSBC$

Utilizamos a
produção

$S \rightarrow aSBC$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aSBC$
 $\Rightarrow aaBCBC$

Utilizamos a
produção

$S \rightarrow aBC$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aSBC$
 $\Rightarrow aaBCBC$
 $\Rightarrow aaBBCC$

Utilizamos a
produção

$CB \rightarrow BC$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aSBC$
 $\Rightarrow aaBCBC$
 $\Rightarrow aaBBCC$
 $\Rightarrow aabBCC$

Utilizamos a
produção

$aB \rightarrow ab$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aSBC$
 $\Rightarrow aaBCBC$
 $\Rightarrow aaBBCC$
 $\Rightarrow aabBCC$
 $\Rightarrow aabbCC$

Utilizamos a
produção

$bB \rightarrow bb$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aSBC$
 $\Rightarrow aaBCBC$
 $\Rightarrow aaBBCC$
 $\Rightarrow aabBCC$
 $\Rightarrow aabbCC$
 $\Rightarrow aabbcC$

Utilizamos a
produção

$bC \rightarrow bc$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

S
 $\Rightarrow aSBC$
 $\Rightarrow aaBCBC$
 $\Rightarrow aaBBCC$
 $\Rightarrow aabBCC$
 $\Rightarrow aabbCC$
 $\Rightarrow aabbccC$
 $\Rightarrow aabbcc$

Utilizamos a
produção

$cC \rightarrow cc$

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

P =
 {
 S → aSBC,
 S → aBC,
 CB → BC,
 aB → ab,
 bB → bb,
 bC → bc,
 cC → cc
 }

S
 ⇒ aSBC
 ⇒ aaBCBC
 ⇒ aaBBCC
 ⇒ aabBCC
 ⇒ aabbCC
 ⇒ aabbccC
 ⇒ aabbcc

Provamos que a
 sentença "aabbcc"
 pertence a
 linguagem desta GSC

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

P =
{
S → aSBC,
S → aBC,
CB → BC,
aB → ab,
bB → bb,
bC → bc,
cC → cc
}

Verifiquem se a
sentença a seguir
também pertence

aaaabbbbccccc

Gramáticas sensíveis ao contexto - GSC

$P =$
 $\{$
 $S \rightarrow aSBC,$
 $S \rightarrow aBC,$
 $CB \rightarrow BC,$
 $aB \rightarrow ab,$
 $bB \rightarrow bb,$
 $bC \rightarrow bc,$
 $cC \rightarrow cc$
 $\}$

A linguagem que
estamos nos referindo
é:

$$L(G1) = \{anbncn \mid n \geq 1\}$$