DERIVAÇÃO IMPLÍCITA

Função Explícita: Quase todas as funções de duas variáveis até o momento estavam expressas na forma explícita, ou seja, uma das variáveis era expressa explicitamente em temos da outra variável.

Exemplos: a) $y = 2x - 1$ b) $s = -16t^2 + 20t$ c) $u = 3w - w^3$

Observe que essas funções estão representadas na forma explícita e dizemos que **y**, **s** e **u** são funções de **x** , **t** e **w**.

Porém há outras funções, que não são expressas na forma explícita e sim através de uma equação que envolve as duas variáveis, temos aí uma **Função Implícita.**

Exemplos: a) $x^2 -2y^3+4y = 2$ b) $sen(xy) + 5y = 3$ c) $e^y - 2xy = 10$

d) $2y + 10x = 7$

Observação: no exemplo d a função implícita pode ser transformada numa função explícita , o que não ocorre nos outros exemplos.

Lembrando: $y' = \frac{dy}{dx}$ $dy \rightarrow$ o que se quer derivar dx = a variável fixa

Exemplos: a) $y = 3x^2 - 1$ $\frac{dy}{dx} = 6x$ b) $z = -10t^2 + 5t$ $\frac{dz}{dt} = -20t + 5$

DERIVAÇÃO IMPLÍCITA

Exemplos: Derivar implicitamente em relação a x :

a) $x^2 - 2y^3 + 4y = 2$

b) $4x^3 + 2y^{10} = 7\,senx + 5y + 3$

c) $\frac{xy-y^2}{y-x} = 1$

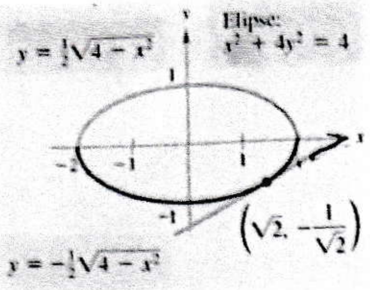


FIGURA 2.33 A inclinação da reta tangente é 1/2.

EXEMPLO 3 Determinando Implicitamente a Inclinação de uma Curva

Determine a inclinação da reta tangente à elipse $x^2 + 4y^2 = 4$ no ponto $(\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$, como mostra a Figura 2.33.

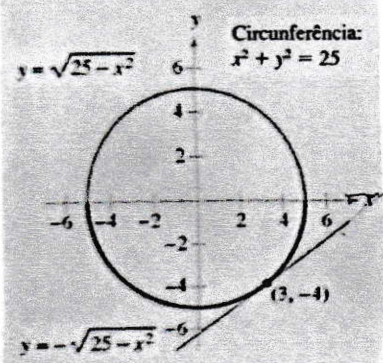
Solução

$x^2 + 4y^2 = 4$	Equação dada
$\frac{d}{dx}[x^2 + 4y^2] = \frac{d}{dx}[4]$	Derivar em relação a x.
$2x + 8y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$	Derivação implícita
$8y\left(\frac{dy}{dx}\right) = -2x$	Subtrair $2x$ de ambos os membros.
$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{8y}$	Dividir ambos os membros por $8y$.
$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{4y}$	Simplificar.

Para determinar a tangente no ponto dado, fazemos $x = \sqrt{2}$ e $y = -1/\sqrt{2}$ na expressão da derivada:

$$-\frac{\sqrt{2}}{4(-1/\sqrt{2})} = \frac{1}{2}$$

TENTE ▷ 3 Determine a inclinação da reta tangente à circunferência $x^2 + y^2 = 25$ no ponto $(3, -4)$.



DICA DE ESTUDO

Para ter uma idéia das vantagens da derivação implícita, resolva o Exemplo 3 usando a função explícita

$$y = -\frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}.$$

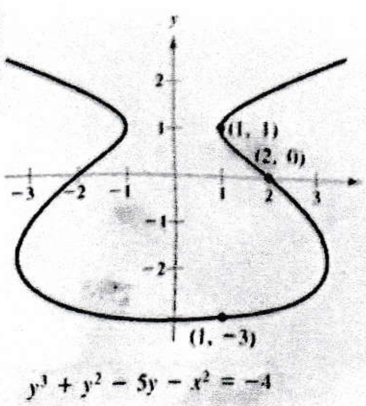
A curva dessa função corresponde à metade inferior da elipse.

EXEMPLO 4 Uso da Derivação Implícita

Determine dy/dx para a equação $y^3 + y^2 - 5y - x^2 = -4$.

Solução

$y^3 + y^2 - 5y - x^2 = -4$	Equação dada
$\frac{d}{dx}[y^3 + y^2 - 5y - x^2] = \frac{d}{dx}[-4]$	Derivar em relação a x.
$3y^2\frac{dy}{dx} + 2y\frac{dy}{dx} - 5\frac{dy}{dx} - 2x = 0$	Derivação implícita
$3y^2\frac{dy}{dx} + 2y\frac{dy}{dx} - 5\frac{dy}{dx} = 2x$	Separar os termos em dy/dx.
$\frac{dy}{dx}(3y^2 + 2y - 5) = 2x$	Colocar em evidência.
$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{3y^2 + 2y - 5}$	



A curva da equação original aparece na Figura 2.34. Qual é a inclinação da curva nos pontos $(1, -3)$, $(2, 0)$ e $(1, 1)$?