

Árvore B

Prof. Marcos Carrard
carrard@univali.br
carrard@gmail.com

Conceito

- Árvores **B** são árvores de busca, de múltiplos caminhos, balanceadas e com eficientes mecanismos de auto-balanceamento

Definição

- Uma árvore **B** de ordem **M**, é uma árvore de busca com as seguintes propriedades:
 - 1 - Nenhum nó (ou página como normalmente é chamado) tem mais de **M** filhos.
 - 2 - Excetuando-se a raiz e as folhas, todas as demais páginas possuem, pelo menos **M/2** filhos.
 - 3 - A menos que a árvore tenha apenas uma página, a raiz possui pelo menos dois filhos.
 - 4 - Todas as folhas têm o mesmo nível, ou seja, estão à mesma distância da raiz.
 - 5 - Uma página não terminal com **k** filhos contém **k-1** registros.
 - 6 - Uma página terminal contém, no mínimo, **M/2 - 1** registros e, no máximo **M-1** registros.

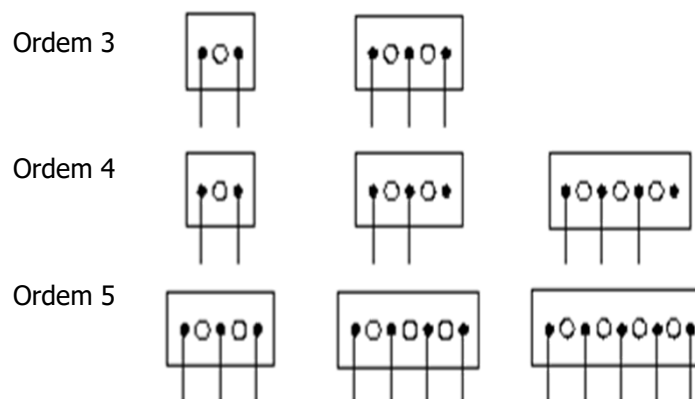
Limites para árvores B

M	M - 1	$\lceil M/2 \rceil - 1$
2	1	0
3	2	1
4	3	1
5	4	2

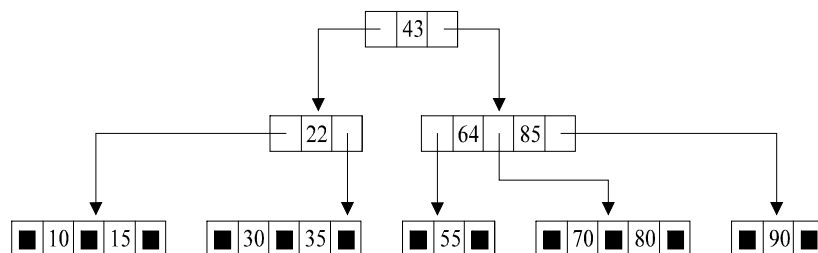
OBS. : $\lceil M/2 \rceil$ significa : menor inteiro igual ou maior que $M/2$.



Exemplos de nós de árvores B de ordens 3, 4 e 5



Exemplo de árvore B de ordem 3



Exemplo de árvore B de ordem 3

- Irmãos adjacentes são páginas com pai comum e que são apontadas por ponteiros adjacentes, na página ancestral, tais como
 $(. 55.)$ e $(. 70. 80.)$ no exemplo anterior.
- Registro separador é aquele que está entre os ponteiros para irmãos adjacentes, tal como, no exemplo anterior **64** separa
 $(. 55.)$ de $(. 70. 80.)$.

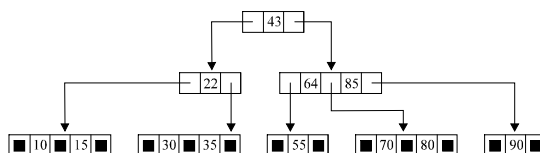


Fig. 6.6 Exemplo de Árvore B

Busca e recuperação de registros

1. Busca-se o registro desejado na raiz.
2. Compara-se a chave de busca com as chaves na página (são os registros separadores).
3. Caso não se encontre, na página, a chave buscada identifica-se o ponteiro para a sub-árvore aonde possa estar o registro.
4. Se o ponteiro identificado estiver aterrado significa que a chave buscada não está presente na árvore B.
5. Se este ponteiro não estiver aterrado, a raiz da sub-árvore é lida e retorna-se ao passo 1.



Inclusão de Registros em Árvores B

- As inclusões ocorrem nas páginas terminais
- Aplica-se o algoritmo de busca de registros com a chave a incluir
- Deve-se chegar a um ponteiro aterrado em folha
- O registro a incluir deve ser incluído nessa página



Inclusão de Registros em Árvores B

- Havendo espaço (o que ocorre quando a população da página é menor que **M-1**) não haverá problema, inclui-se a nova chave e um novo ponteiro aterrado
- Caso isto seja impossível é necessário fazer uma partição de página



Partição de nós super povoados

1. Faz-se a inclusão na página super povoada
2. A porção esquerda da página nela permanece.
3. Aloca-se uma nova página e para ela transporta-se a porção direita da página superpovoada.
4. O registro central é incluído na página ancestral juntamente com o ponteiro para a página recém-alocada.
5. A nova página passa a ser, também filha do nó ancestral da página que transbordou
6. O registro que subiu será o registro separador das duas folhas.
7. A página ancestral recebe, no processo, mais um registro. Esta inclusão pode acarretar outro transbordamento. Estes transbordamentos podem-se propagar até a raiz.
8. Quando ocorrer cisão na raiz, nova raiz é alocada e a árvore cresce em altura



Cisão de nós de árvores B

- Supondo que uma árvore B de ordem 4 (ou seja, com 1, 2 ou 3 registros por página) na qual uma página contendo os registros de chaves 100, 200 e 300 devesse receber o registro de chave 250, tal inclusão acarretaria a cisão de páginas que se segue

Cisão de nós de árvores B

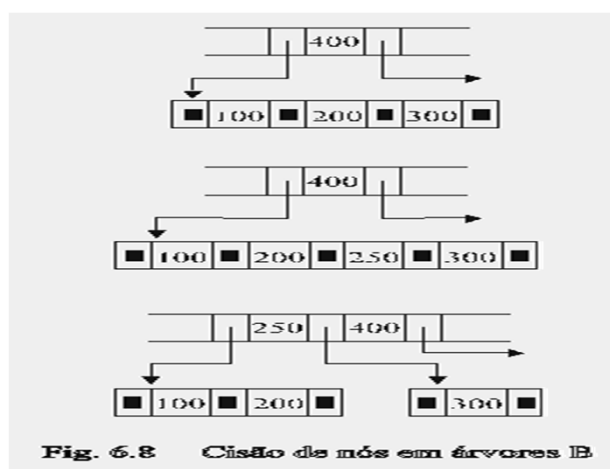


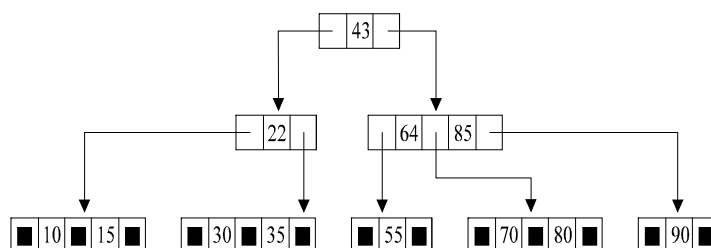
Fig. 6.8 Cisão de nós em árvores B

Exemplo de inclusão de registros em árvore B

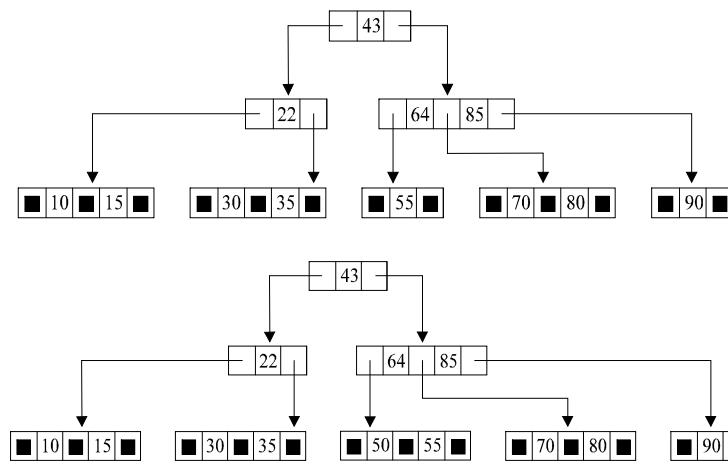
- Considere-se uma árvore B de ordem **3**
(ou seja com 1 ou 2 registros por página), mostrada adiante e na qual deseja-se incluir sucessivamente, os registros de chaves **50, 40, 60 e 20**
- Solicita-se exibir a configuração da árvore após cada inclusão.



Situação inicial da árvore



Inclusão da chave 50



Inclusão da chave 40

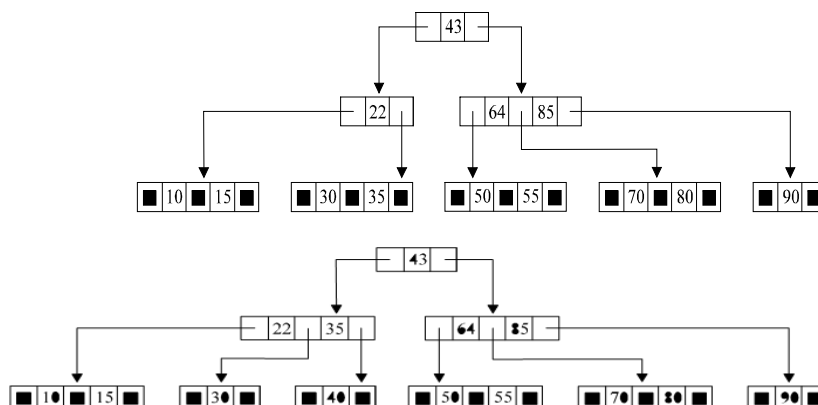
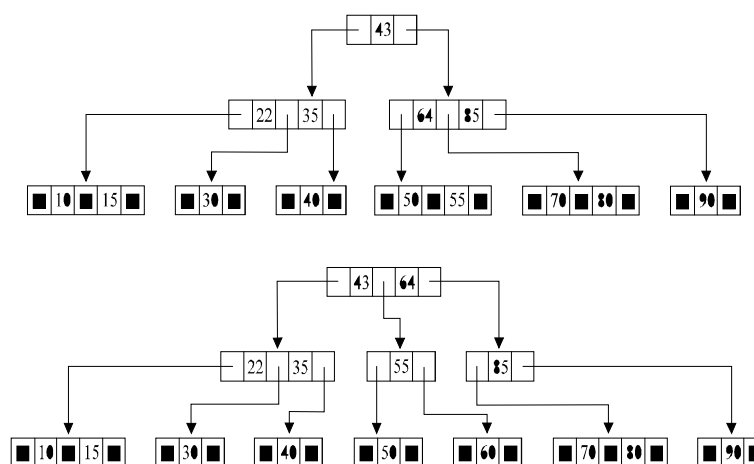


Fig. 6.15 Inclusão de registros em Árvores B
Situação após a inclusão do registro de chave 40.



Inclusão da chave 60



Inclusão da chave 20

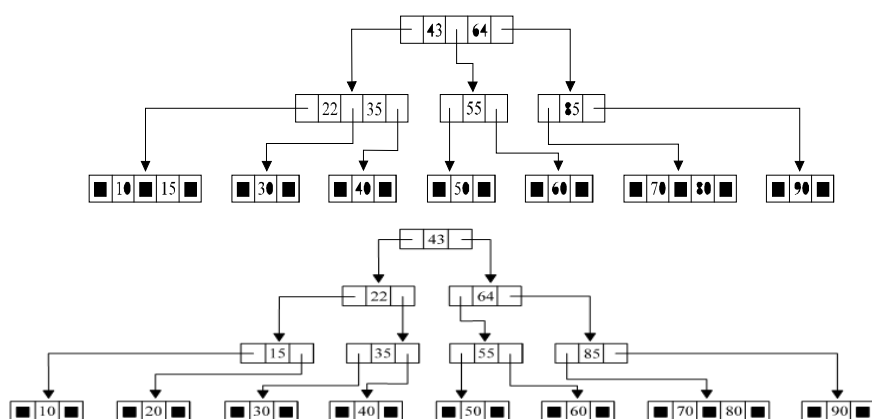


Fig. 6.17 Inclusão de registros em Árvores B
Situação após a inclusão do registro de chave 20.

Exclusão de Registros em Árvores B

- Inicia com a busca de um registro com a chave a excluir
- Se o registro for encontrado em página terminal, processa-se a exclusão
- Caso contrário o registro deve ser excluído e, em seu lugar na página não terminal deve ficar seu sucessor imediato que esteja em página terminal
- A população da página aonde estava o registro a excluir não se altera mas a população da folha que continha seu sucessor diminui



Exclusão de Registros em Árvores B

- A retirada de uma chave em página terminal consiste na reorganização do nó em questão e na verificação da ordem desse nó que, exceto a raiz, deve ter no mínimo $M/2 - 1$ chaves.
- O decréscimo de população pode provocar o surgimento de páginas sub-povoadas, isto é, com população inferior a $M/2 - 1$, sendo M a ordem da árvore B.
- O sub-povoamento ou "underflow" deve ser resolvido por redistribuição de registros entre páginas. Quando isto não for possível deve-se recorrer à concatenação de páginas.



Exemplo de exclusão de registros em árvore B

- Há redistribuição quando páginas irmãs vizinhas da página sub-povoada têm condições de ceder registros para esta última
- Na redistribuição (rotações RR e LL) a estrutura da árvore não é mudada, muito embora o registro separador no ancestral comum seja alterado
- A concatenação de nós é operação oposta à operação de partição e é feita quando não se pode fazer a redistribuição
- A página concatenada engloba a página sub-povoada, uma de suas irmãs e o registro separador no pai (ou mãe) comum que, em consequência, é removido da página ancestral
- Esta última remoção pode acarretar uma redistribuição ou um "underflow" na página ancestral e isto pode propagar-se até a raiz, quando a árvore tem sua altura diminuída.

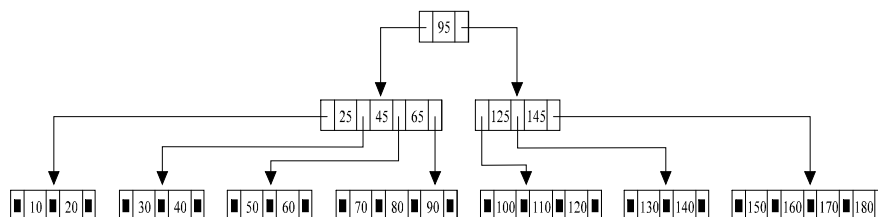


Exemplo de exclusão de registros em árvore B

- A árvore B de ordem **5** (ou seja com **2,3** ou **4** registros por página) que se segue deve sofrer a **exclusão** dos registros de chaves **70, 95, 130, 60, 20, 120**



Situação inicial da árvore



Exclusão da chave 70

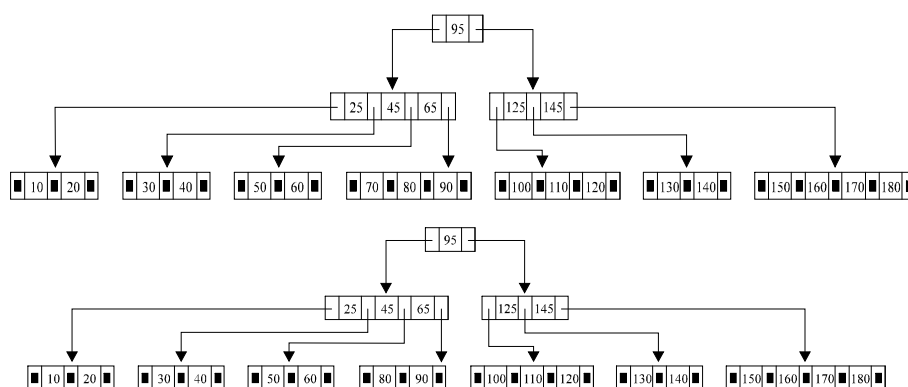


Fig. 6.19 Exclusão de registros em Árvores B
Situação após a exclusão do registro de chave 70



Exclusão da chave 95

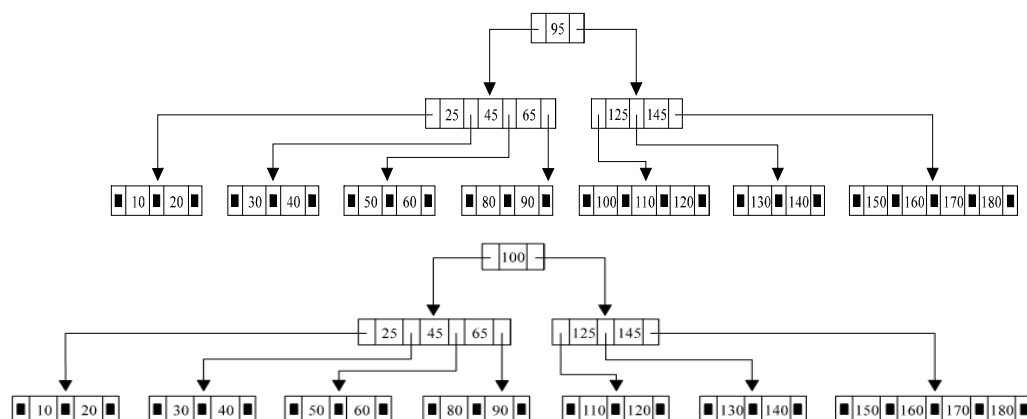


Fig. 6.16 Exclusão de registros em Árvores B
Situação após a exclusão do registro de chave 95

UNIVALI ESCOLA
Politécnica

Exclusão da chave 130

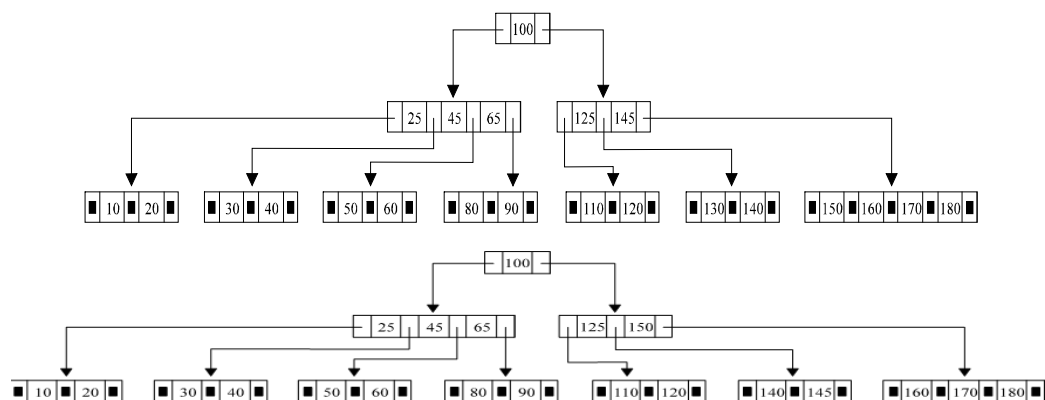


Fig. 6.17 Exclusão de registros em Árvores B
Situação após a exclusão do registro de chave 130

UNIVALI ESCOLA
28 Politécnica

Exclusão da chave 60

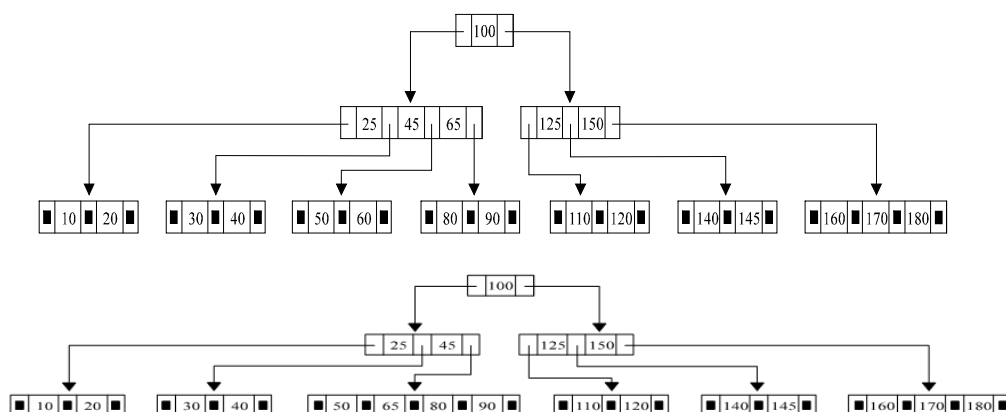


Fig. 6.18 Exclusão de registros em Árvores B
Situação após a exclusão do registro de chave 60



Escola
29 Politécnica

Árvore B após a exclusão do registro de chave 20

- A página (. 10 . 20 .) torna-se muito pequena . Não há irmãs vizinhas com registros para a redistribuição .
- Concatenam-se a página sub-povoada , uma irmã e a mãe .
- (. 25 . 45 .) torna-se muito pequena e não cabe a redistribuição .
- Concatenam-se a página sub-povoada , uma irmã e a mãe .
- A árvore decresce.



Escola
30 Politécnica

Exclusão da chave 20

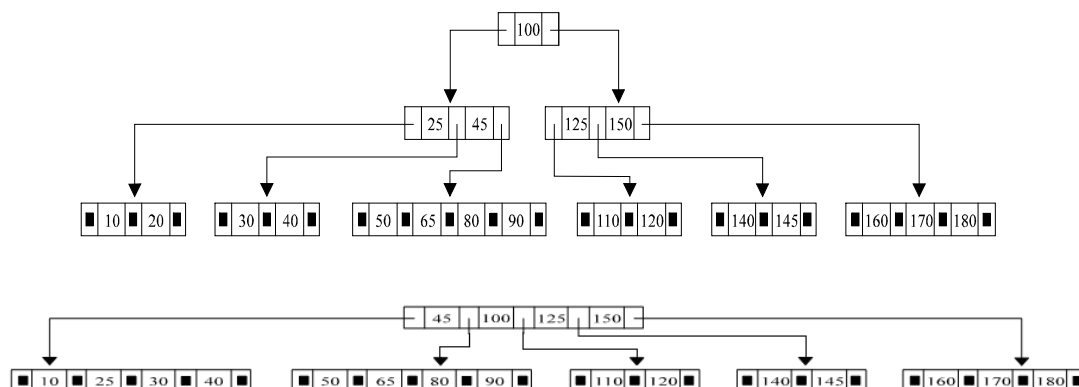


Fig. 6.19 Exclusão de registros em Árvores B
Situação após a exclusão do registro de chave 20



Escola
31 Politécnica

Exclusão da chave 120

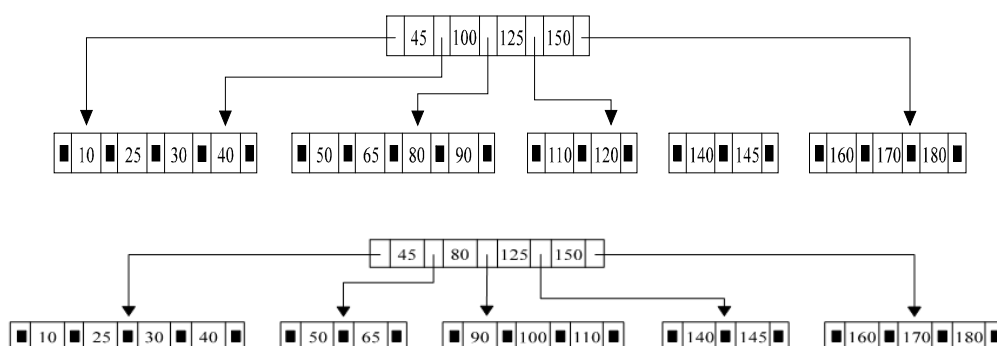


Fig. 6.24 Exclusão de registros em Árvores B
Situação após a exclusão do registro de chave 120



cola
31 Politécnica

Árvores B+

- As páginas terminais não tem campos de ponteiros para descendentes
- As páginas não terminais (indexadoras) não necessitam de ponteiros para registros do arquivo principal
- Sua aplicação típica ocorre quando há necessidade de processamento sequencial dos registros.

Propriedades de Árvores B+ de ordem M

- 1) A raiz tem **0, 2** ou entre **$M/2$** e **M** filhos.
- 2) Todas as páginas com exceção da raiz e das páginas terminais tem no mínimo **$M/2$** filhos e no máximo **M** filhos.
- 3) Todas as páginas terminais aparecem no mesmo nível, ou seja estão à mesma distância da raiz.
- 4) Uma página terminal com **K** filhos têm **K-1** chaves.
- 5) Páginas terminais representam o conjunto de seqüência de dados do arquivo e são concatenadas juntos.

Inclusão em árvore B+ de ordens 3 e 4 (index set e sequence set)

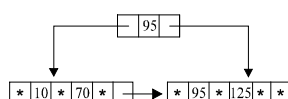
- Inicialmente exibe-se a Árvore B+ após a inclusão dos registros de chaves **10, 95 e 125**.
- Após a inclusão da chave **70** ocorre a divisão da página terminal em duas e a subida da chave **95** para o indexador.
- Após a inclusão dos registros de chaves **35 e 100**.
- Após a inclusão da chave **65** ocorre a cisão de página terminal e a inclusão da chave **65** no indexador.
- Após a inclusão da chave **140** ocorre uma cisão na página terminal, a inclusão da chave **125** no indexador e a cisão da raiz do mesmo.



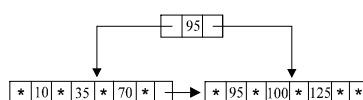
Exemplo

* 10 * 95 * 125 * *

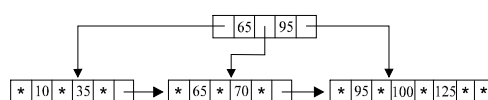
1. Árvore B+ após a inclusão dos registros de chaves 10, 95 e 125



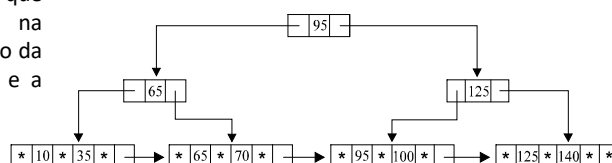
2. Após a inclusão do registro com a chave 70 com a divisão da página terminal em duas e a subida da chave 95 para o indexador



3. Após a inclusão dos registros de chaves 35 e 100



4. Após a inclusão do registro de a chave 65 com cisão de página terminal e a inclusão da chave 65 no indexador



5. Após a inclusão do registro como a chave 140 o que ocasionou uma cisão na página terminal, a inclusão da chave 125 no indexador e a cisão da raiz do mesmo



Exclusão de Registros em Árvores B+

- Quando um registro é excluído de árvore B+ e não é preciso redistribuição ou concatenação e nenhuma mudança é feita no indexador
- **Chaves excluídas das páginas terminais ainda continuam no indexador**
- Exclusões que causem redistribuição de registros provocam mudanças no conteúdo mas não na estrutura dos índices
- Quando houver concatenação de folhas haverá exclusões na árvore de índices



Exclusão em árvore B+ de ordens

- A árvore B+ de ordens 3 e 4 (index set e sequence set) exibida anteriormente deve sofrer a **exclusão** dos registros de chaves **35, 100 e 45**



Após a exclusão da chave 35

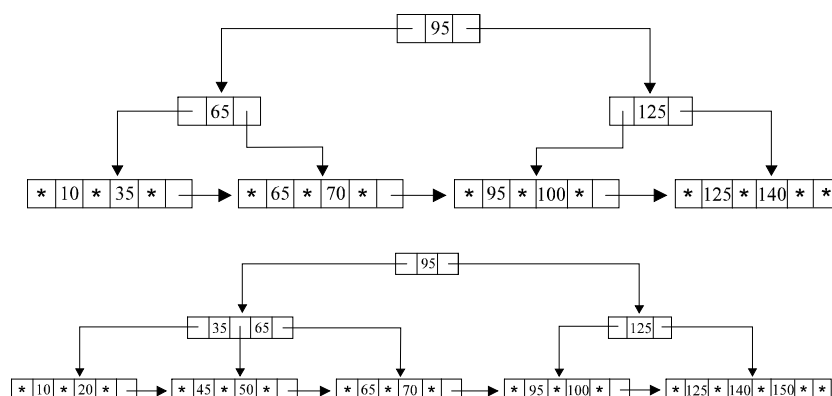
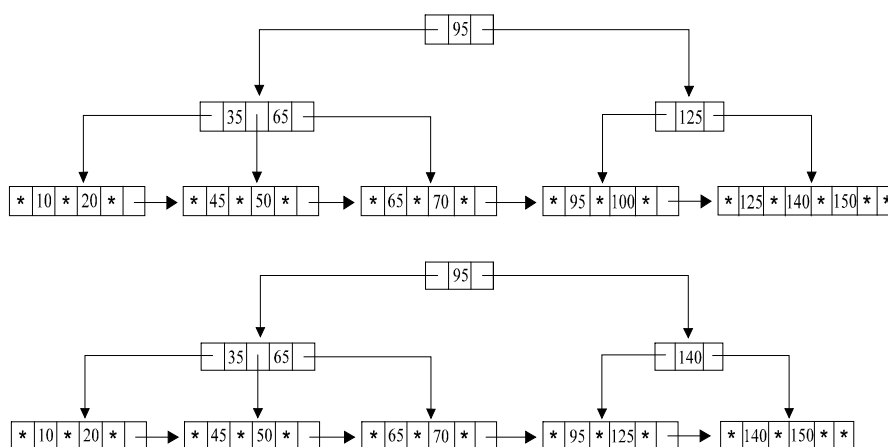


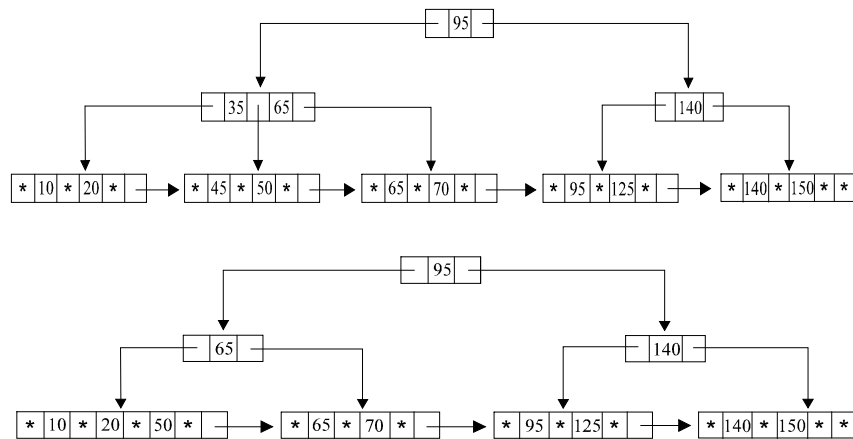
Fig. 6.29 Exclusão de registros em árvores B+
Situação após a exclusão do registro de chave 35



Após a exclusão da chave 100



Após a exclusão da chave 45



Escola
41 Politécnica



K-HARD



Escola
Politécnica