

Linguagens Formais e Autômatos

Prof. Alex Luciano Roesler Rese, MSc.

Adaptado: Rafael de Santiago, Dr.

Minimização de Autômato Finito

- Objetivo é gerar o autômato com menor número de estados possível;
- Consiste basicamente em unificar estados equivalentes;
- O autômato mínimo (AM) é único (salvo casos de isomorfismo);
- Definição formal:
- O AM = $(\Sigma, Q, \alpha, q_0, F)$ de uma Linguagem L é tal que para qualquer outro AFD $M' = (\Sigma, Q', \alpha', q_0', F')$ que aceita L tem-se que $\#Q' \geq \#Q$

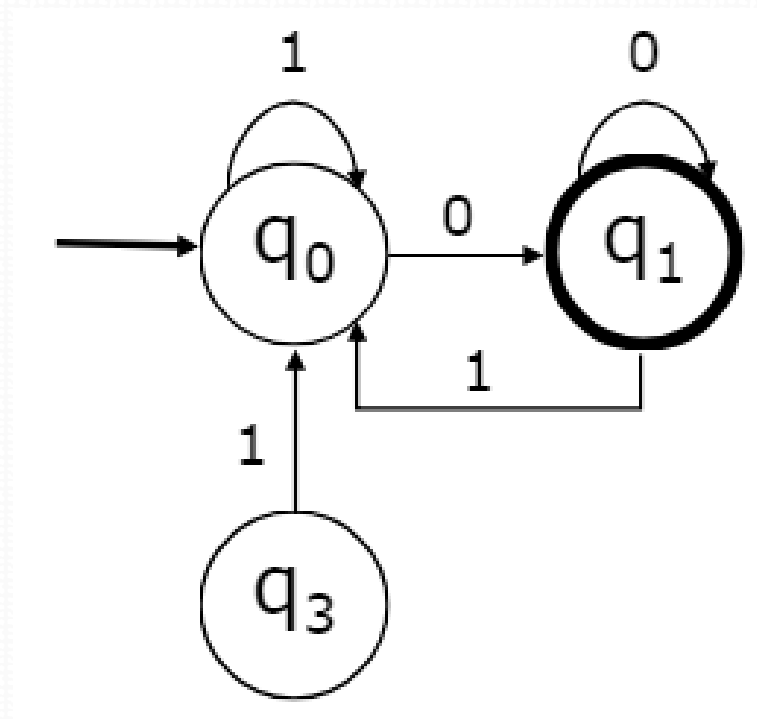
Requisitos da Minimização

- O Autômato deve ser determinístico;
- Não pode ter estados inacessíveis;
- A função de transição deve ser uma função total, ou seja, deve estar definida para todos os símbolos do alfabeto em todos os estados;
 - Para isso cria-se um estado não final e adicionam-se transições para este estado para todos os símbolos não previstos do alfabeto

Estados Inacessíveis

Não são atingíveis a partir do estado inicial.

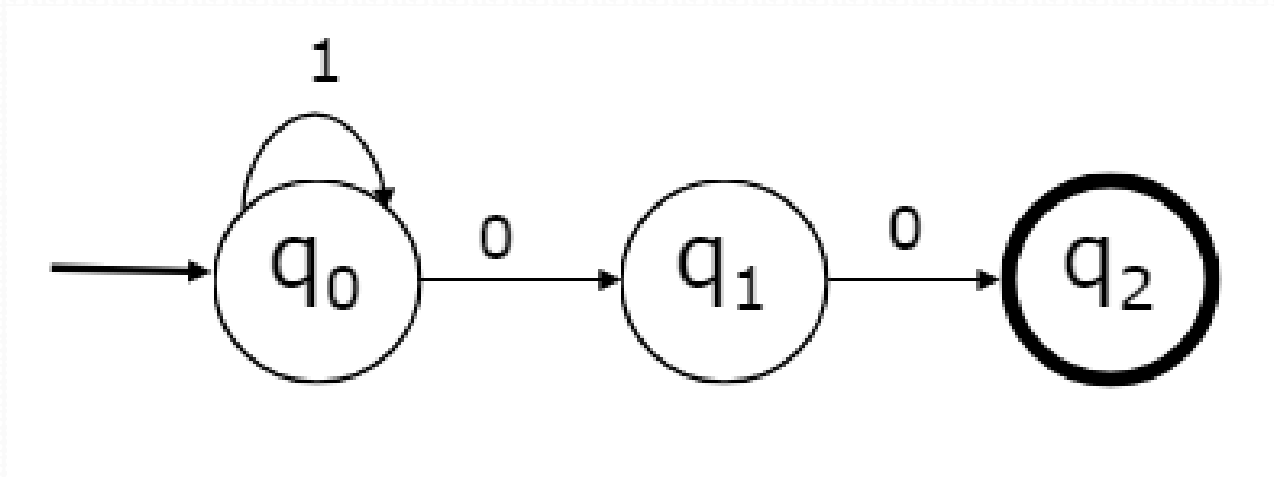
$$\Sigma = \{0, 1\}$$



Função de Transição Total

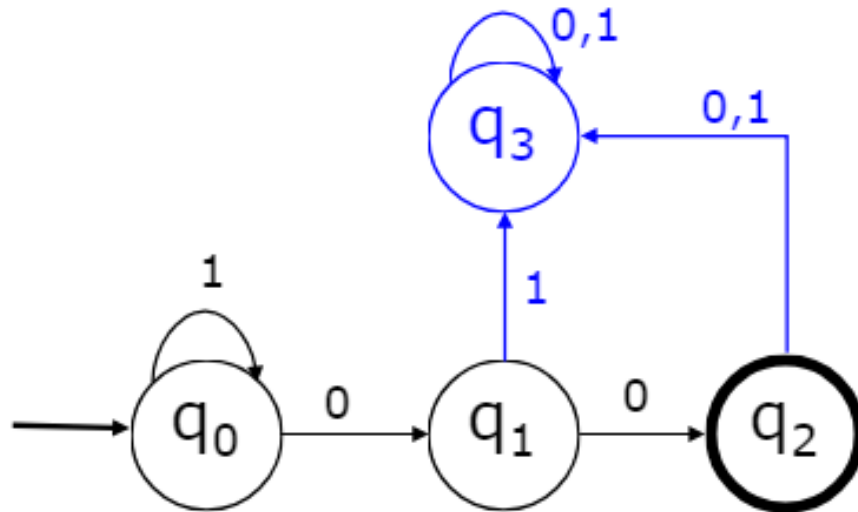
Todos os símbolos devem ter transições em todos os estados.

$$\Sigma = \{0, 1\}$$



Função de Transição Total

Todos os símbolos devem ter transições em todos os estados.



$$\Sigma = \{0, 1\}$$

Cria-se um estado não final para os símbolos não previstos.

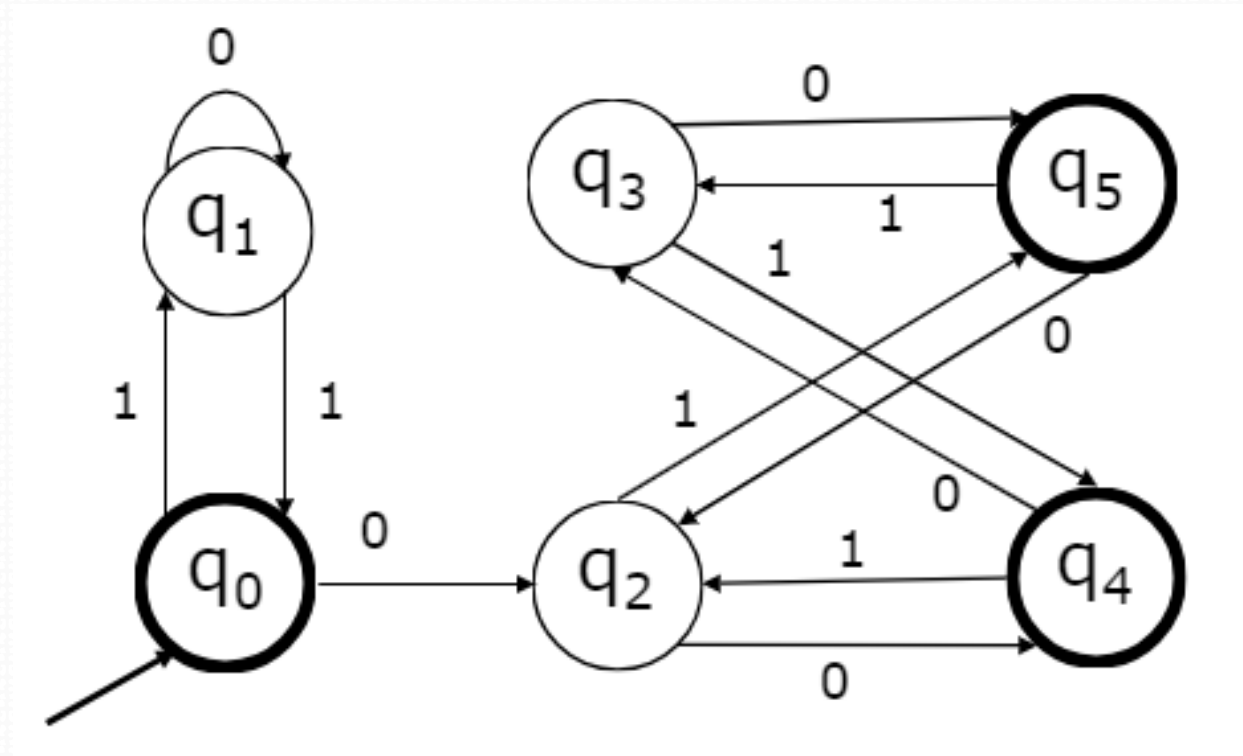
Algoritmo de Minimização

- Passo 1 - Construir uma tabela formando pares de estados não repetidos.
- Passo 2 – Marcar todos os pares trivialmente não equivalentes (pares {finais, não finais})
- Passo 3 – Marcar estados não equivalentes
- Passo 4 – Unificar estados equivalentes
- Passo 5 – Excluir estados inúteis (Estados que nunca levam a um estado final)

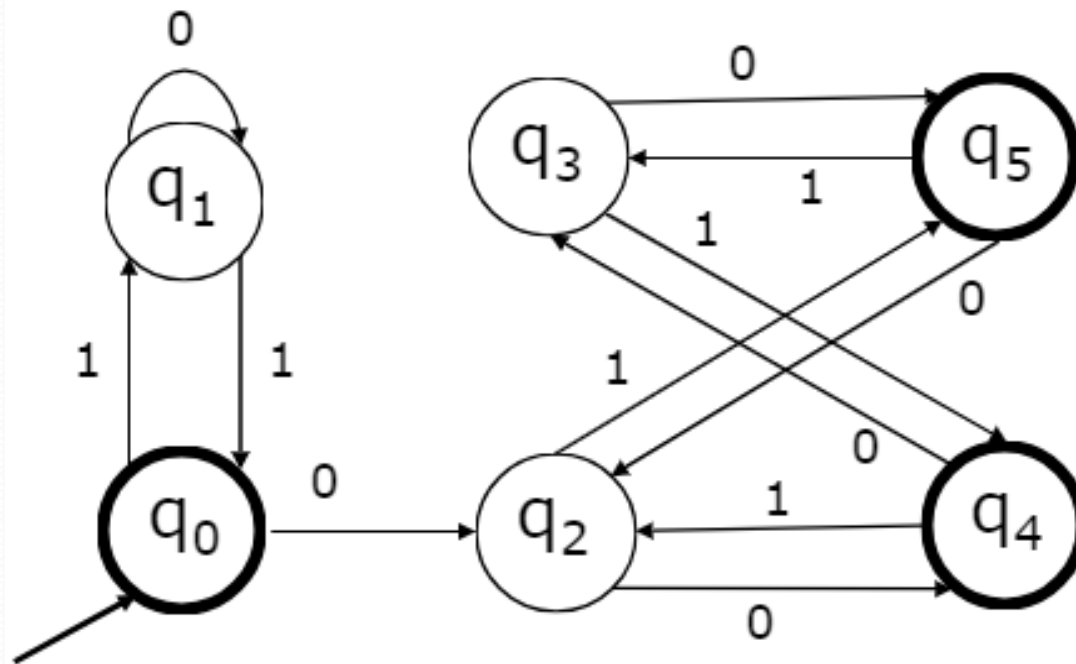
Marcar Estados Não Equivalentes

- Para cada par de estados $\{q_u, q_v\}$ não marcado, e para cada símbolo a do alfabeto, suponha que $\alpha(q_u, a) = P_u$ e $\alpha(q_v, a) = P_v$
 - Se $P_u = P_v$ o par não deve ser marcado (podem ser equivalentes)
 - Se $P_u \neq P_v$ e o par $\{P_u, P_v\}$ não está marcado então $\{q_u, q_v\}$ é incluído em uma lista iniciada em $\{P_u, P_v\}$
 - Se $P_u \neq P_v$ e o par $\{P_u, P_v\}$ está marcado então:
 - $\{q_u, q_v\}$ deve ser marcado (não são equivalentes);
 - Se $\{q_u, q_v\}$ inicia uma lista, marcar todos os pares da lista (e, recursivamente se algum destes pares iniciar outra lista)

Minimização Passo a Passo



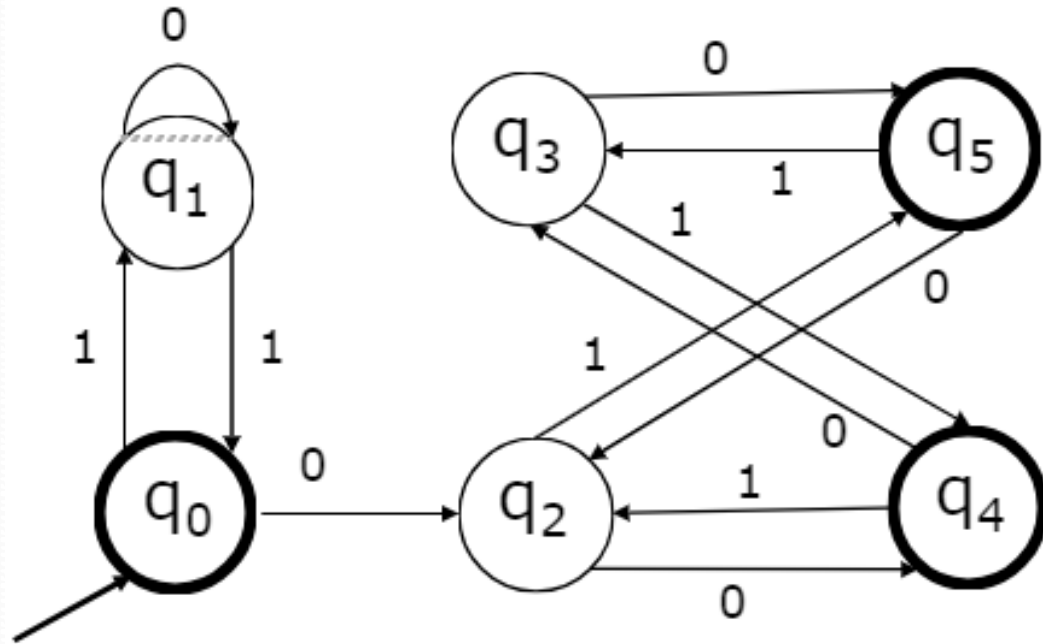
Minimização Passo a Passo



Passo 1- Criar Tabela

q ₁					
q ₂					
q ₃					
q ₄					
q ₅					
	q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄

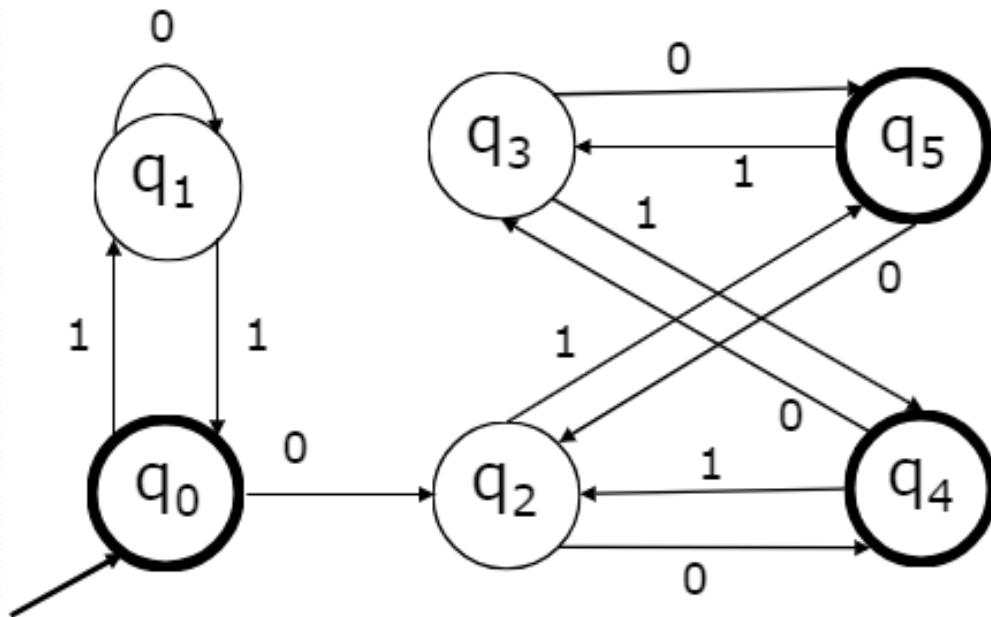
Minimização Passo a Passo



Passo 2- Marcar Pares trivialmente não equivalentes

q ₁	X				
q ₂	X				
q ₃	X				
q ₄		X	X	X	
q ₅		X	X	X	
	q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄

Minimização Passo a Passo



q ₁	X				
q ₂	X				
q ₃	X				
q ₄		X	X	X	
q ₅		X	X	X	
	q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄

Blue arrows point from the empty cells at (q₂, q₄) and (q₃, q₄) to the set {q₀, q₄}.

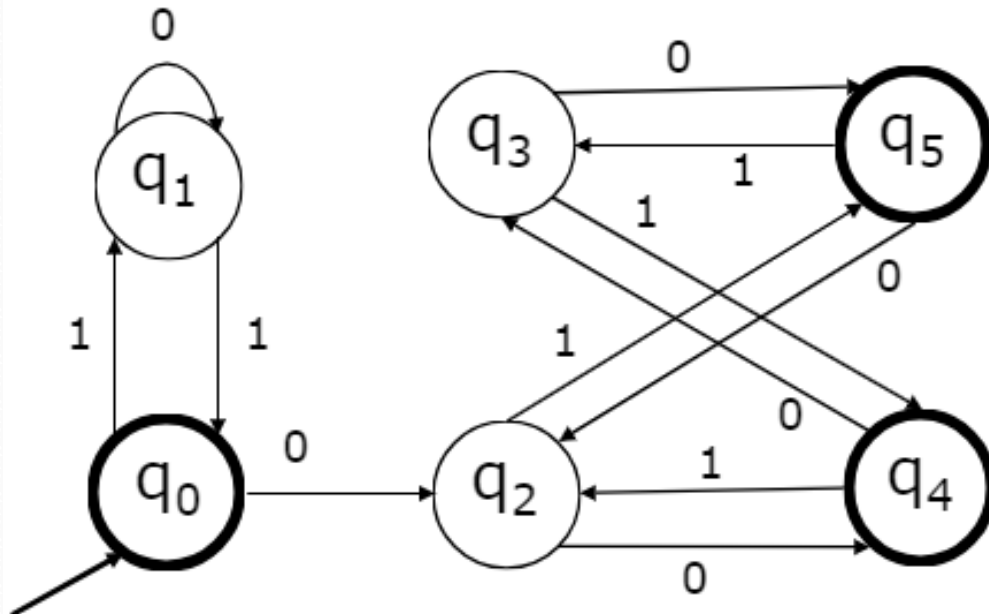
Passo 3.1 - Analisar Par {q₀, q₄}

$$\begin{aligned}\delta(q_0, 0) &= q_2 \\ \delta(q_4, 0) &= q_3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta(q_0, 1) &= q_1 \\ \delta(q_4, 1) &= q_2\end{aligned}$$

{q₂, q₃} e {q₁, q₂} não estão marcados. Inclui-se {q₀, q₄} em uma lista iniciada nestes pares

Minimização Passo a Passo



q ₁	X				
q ₂	X				
q ₃	X				
q ₄		X	X	X	
q ₅		X	X	X	
	q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄

Annotations: A green arrow points from the cell (q₁, q₀) to the cell (q₅, q₀), labeled {q₀, q₅}. Two blue arrows point from the cell (q₂, q₀) to the cell (q₄, q₀), labeled {q₀, q₄}.

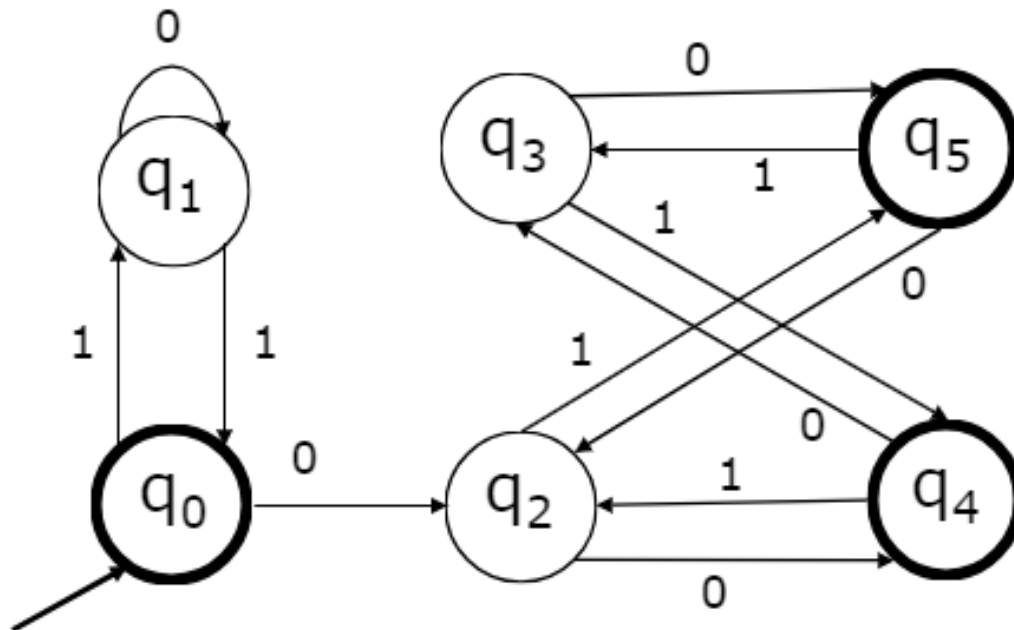
Passo 3.2 - Analisar Par {q₀, q₅}

$$\begin{aligned} \delta(q_0, 0) &= q_2 \\ \delta(q_5, 0) &= q_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, 1) &= q_1 \\ \delta(q_5, 1) &= q_3 \end{aligned}$$

{q₂, q₂} não deve ser marcado.
 {q₁, q₃} não está marcado.
 Inclui-se {q₀, q₅} em uma lista iniciada neste par.

Minimização Passo a Passo



q ₁	X				
q ₂	X	X			
q ₃	X				
q ₄	X	X	X	X	
q ₅		X	X	X	
	q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄

Annotations: A green arrow points from the 'X' at (q₁, q₀) to the set {q₀, q₅}. A red 'X' is at (q₂, q₁). A blue arrow points from the red 'X' to the set {q₀, q₄}. Another blue arrow points from the 'X' at (q₃, q₀) to the set {q₀, q₄}.

Passo 3.3 - Analisar Par {q₁, q₂}

$$\delta(q_1, 0) = q_1$$

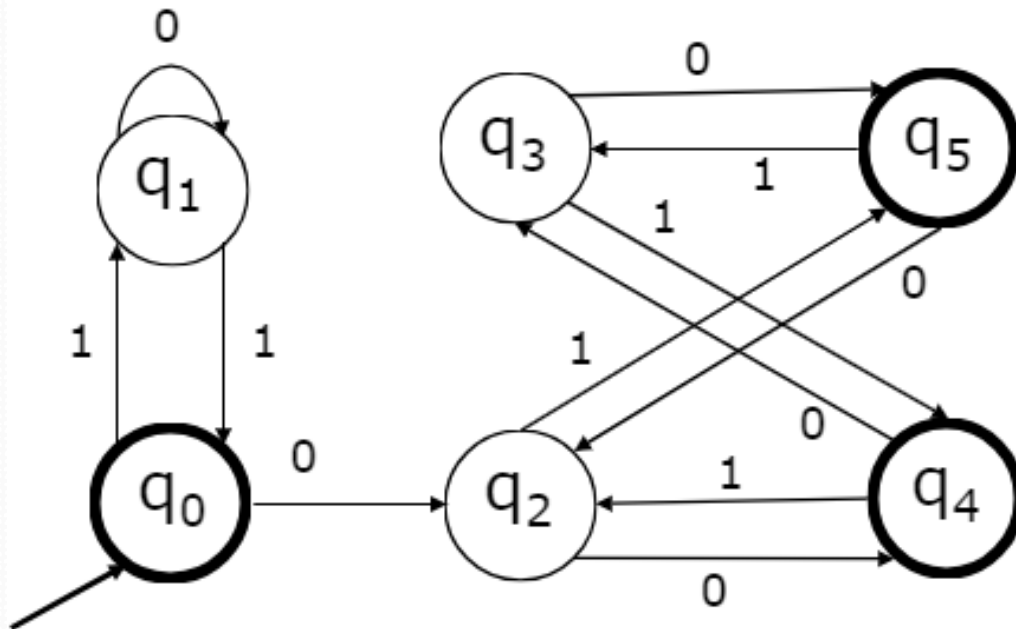
$$\delta(q_2, 0) = q_4$$

$$\delta(q_1, 1) = q_0$$

$$\delta(q_2, 1) = q_5$$

{q₁, q₄} está marcado, logo {q₁, q₂} também será marcado. {q₁, q₂} inicia uma lista, {q₀, q₄} será marcado.

Minimização Passo a Passo



q ₁	X				
q ₂	X	X			
q ₃	X	X			
q ₄	X	X	X	X	
q ₅	X	X	X	X	
	q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄

Annotations: A green arrow points from the cell (q₁, q₅) to the set {q₀, q₅}. A blue arrow points from the cell (q₂, q₄) to the set {q₀, q₄}. A blue arrow points from the cell (q₃, q₄) to the set {q₀, q₄}. Red 'X' marks are in cells (q₄, q₀) and (q₅, q₀).

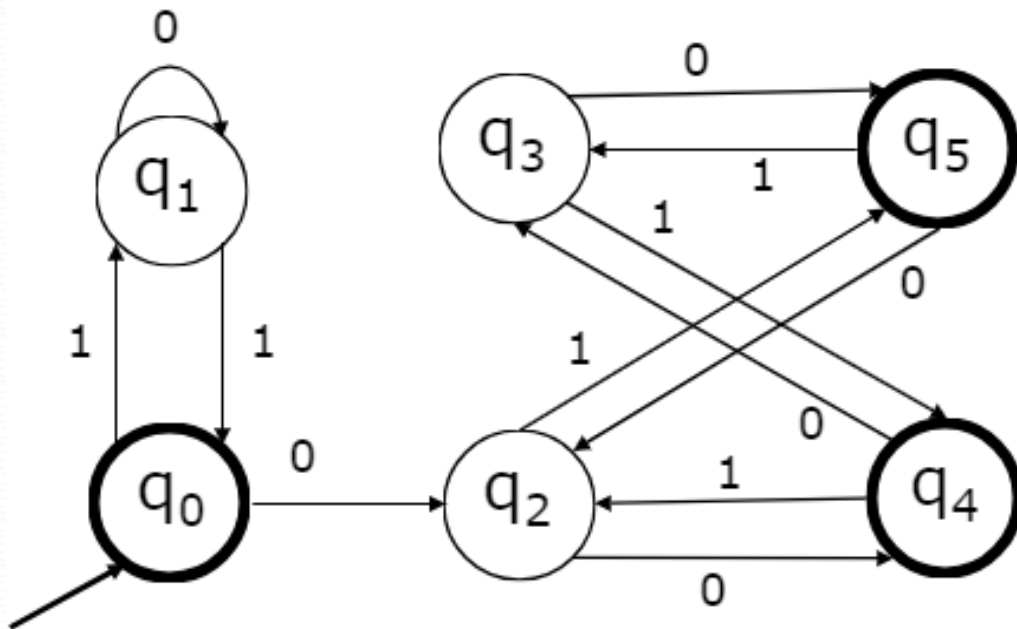
Passo 3.4 - Analisar Par {q₁, q₃}

$$\begin{aligned} \delta(q_1, 0) &= q_1 \\ \delta(q_3, 0) &= q_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(q_1, 1) &= q_0 \\ \delta(q_3, 1) &= q_4 \end{aligned}$$

{q₁, q₅} está marcado, logo {q₁, q₃} também será marcado. {q₁, q₃} inicia uma lista, {q₀, q₅} será marcado.

Minimização Passo a Passo



q ₁	X				
q ₂	X	X			
q ₃	X	X			
q ₄	X	X	X	X	
q ₅	X	X	X	X	
	q ₀	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄

Annotations:
 - Green arrow from q₁ to q₅ labeled {q₀, q₅}
 - Blue arrow from q₂ to q₄ labeled {q₀, q₄}
 - Blue arrow from q₃ to q₄ labeled {q₀, q₄} {q₄, q₅}
 - Brown arrow from q₅ to q₃ labeled {q₂, q₃}

Passo 3.6 - Analisar Par {q₄, q₅}

$$\delta(q_4, 0) = q_3$$

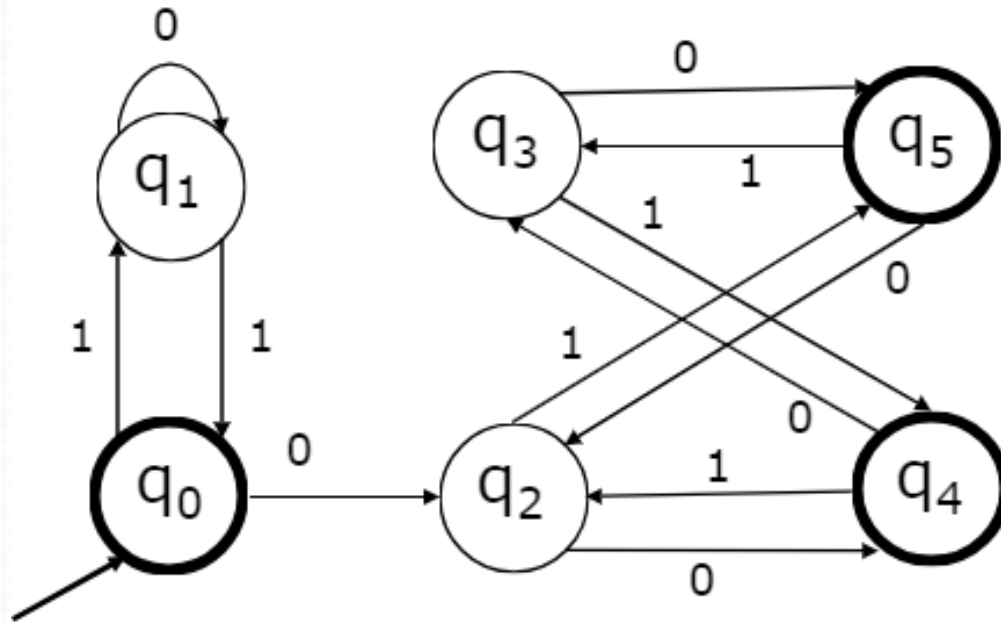
$$\delta(q_5, 0) = q_2$$

$$\delta(q_4, 1) = q_2$$

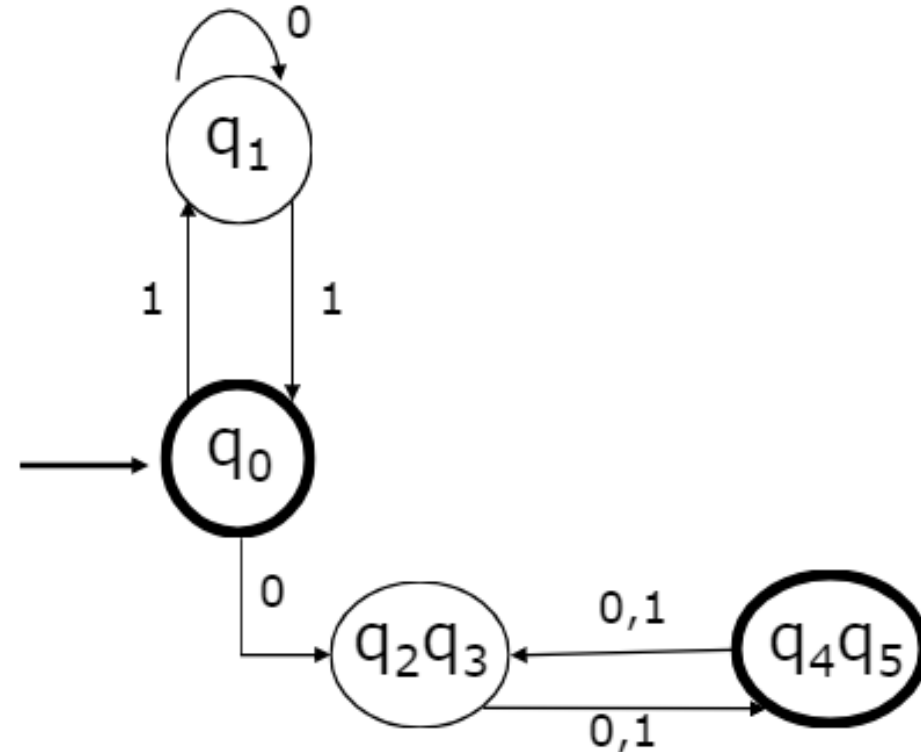
$$\delta(q_5, 1) = q_3$$

{q₂, q₃} não está marcado.
Inclui-se {q₄, q₅} na lista deste par.

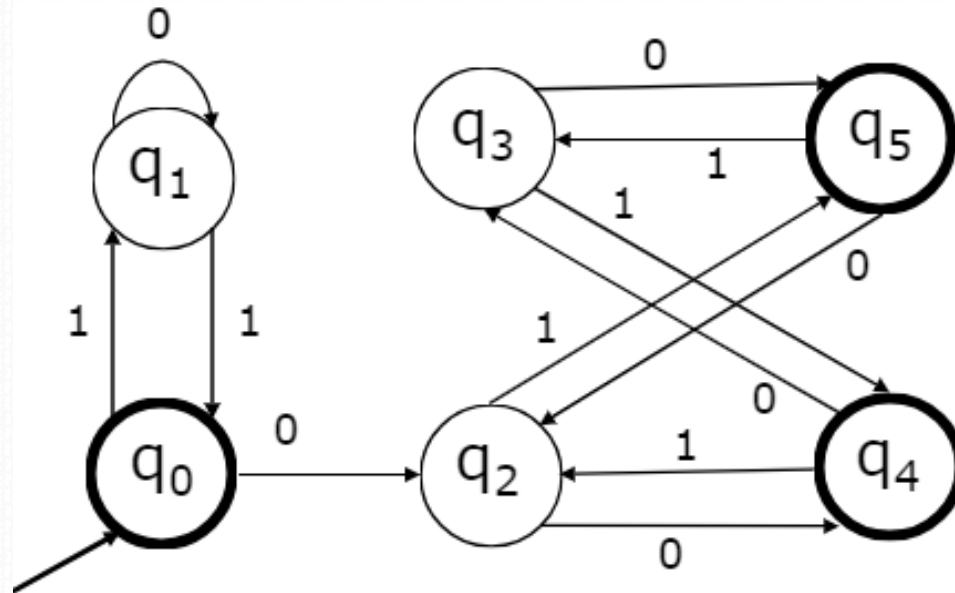
Minimização Passo a Passo



Passo 4 – Unificar estados equivalentes
 q_2q_3 e q_4q_5

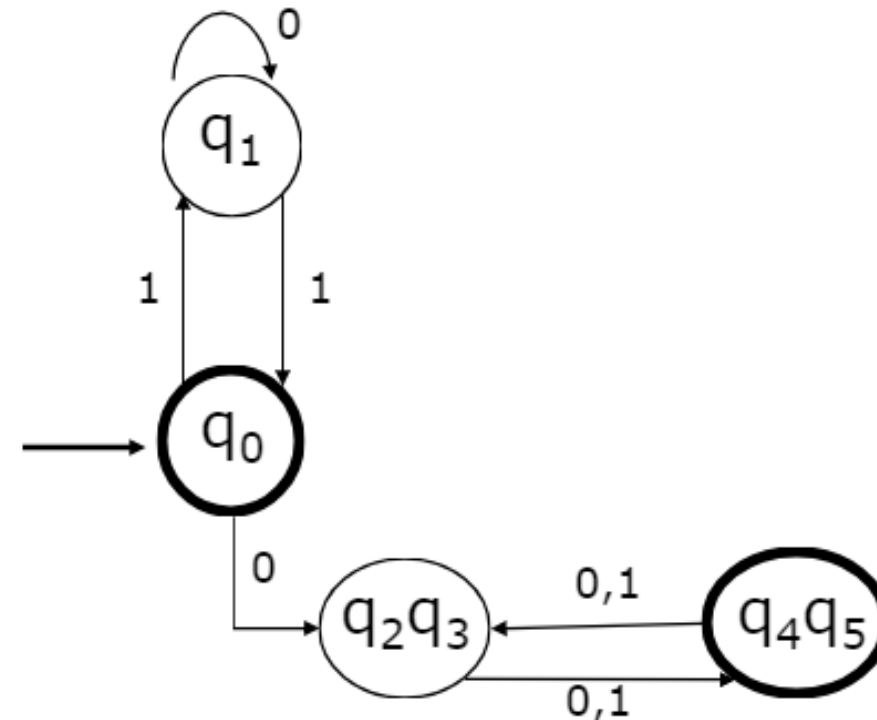


Minimização Passo a Passo



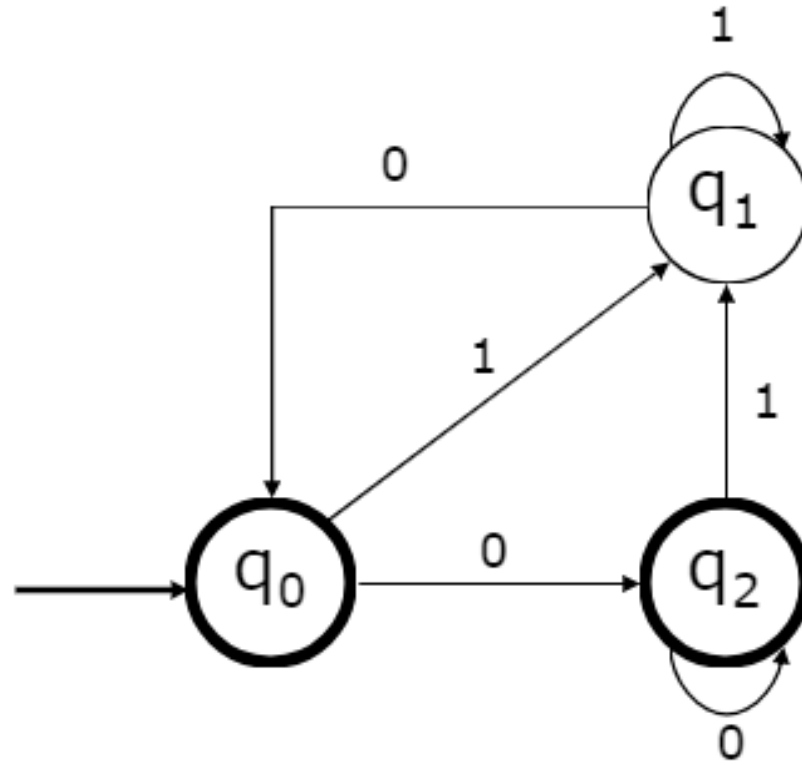
Não há estado inuteis

Passo 5 - Excluir estados inuteis



Exercícios

Minimize o autômato a seguir:



Exercícios

Minimize o autômato a seguir:

