SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Thiago Felski Pereira
Adaptado de Paulo Roberto Oliveira Valim

ROTEIRO

Introdução

Sistemas de numeração

- Sistema decimal
- Sistema binário
- Sistema hexadecimal

Conversão entre bases

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Desde os primórdios da civilização, o Homem vem adotando formas e métodos específicos para representar números, tornando possível, com eles, contar objetos e efetuar operações aritméticas (de soma, subtração etc.).

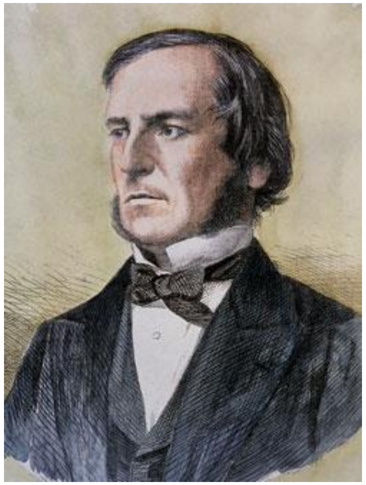
No cotidiano, o Homem lida, sob o ponto de vista numérico, com o **sistema decimal**

A representação de valores em sistemas digitais faz uso do sistema binário de numeração.

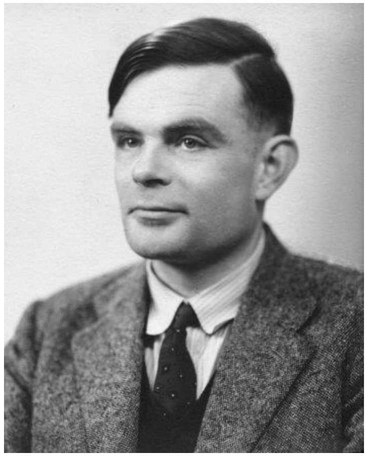
SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Fatos importantes

Máquinas do século XIX utilizavam base 10



- O matemático inglês George Boole (1815-1864) publicou em 1854 os princípios da lógica booleana, onde variáveis assumem valores de 0 (falso) ou 1(verdadeiro)

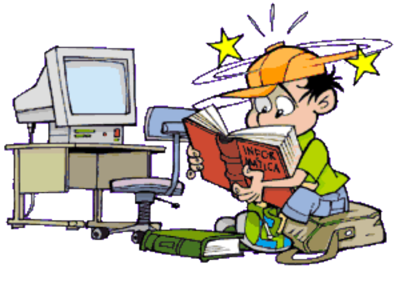


- Alan Turing utilizou a lógica booleana para conceber a Máquina de Turing, que deu origem à computação digital

A lógica booleana foi usada na implementação dos circuitos elétricos internos do computador digital

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Os conceitos vinculados à conversão de base, cálculo aritmético em diferentes bases e complementos, são necessários a construção dos computadores. Estes conhecimentos são essenciais ao estudo de circuitos digitais, arquitetura de computadores etc.



SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

É o conjunto de símbolos utilizados para representação de quantidades e as regras que definem a forma de representação.

É determinado fundamentalmente pela **Base**:

- Indica o número de símbolos utilizados.

Notação matemática para indicar um número em determinada base:

Número **X** na base **B** → $\mathbf{X_{(B)}}$

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Tipos de sistemas de numeração:

- Sistemas posicionais e sistemas não-posicionais

Sistemas Não-Posicionais:

- São aqueles em que o valor atribuído a um símbolo não se altera, independente da posição em que ele se encontra no conjunto de símbolos que está representando um quantidade

SISTEMAS NÃO-POSICIONAIS

Exemplo: Sistema de numeração romano:

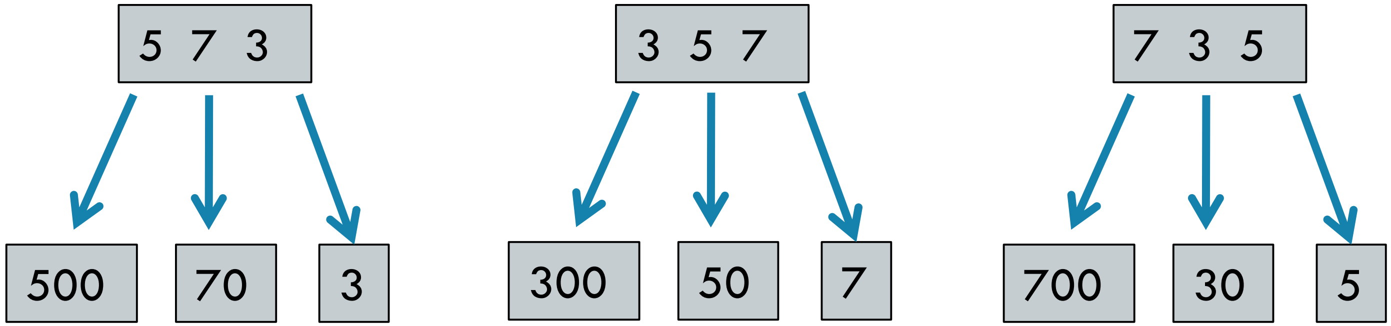
Numeração romana antiga Princípio aditivo	Numeração romana moderna Princípio subtrativo
I I I I 1 + 1 + 1 + 1 = 4	I V 5 − 1 = 4
V I I I I 5 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9	I X 10 − 1 = 9

	Princípio aditivo	Princípios subtrativo e aditivo
Nossa numeração	Numeração romana antiga	Numeração romana moderna
1	I	I
2	II	II
3	III	III
4	IIII	IV
5	V	V
6	VI	VI
7	VII	VII
8	VIII	VIII
9	VIIII	IX
10	X	X
11	XI	XI
12	XII	XII
13	XIII	XIII
14	XIIII	XIV

	Princípio aditivo	Princípios subtrativo e aditivo
Nossa numeração	Numeração romana antiga	Numeração romana moderna
15	XV	XV
16	XVI	XVI
17	XVII	XVII
18	XVIII	XVIII
19	XVIIII	XIX
20	XX	XX
30	XXX	XXX
40	XXXX	XL
50	L	L
90	LXXXX	XC
100	C	C
400	CCCC	CD
500	D	D
1000	M	M

SISTEMAS POSICIONAIS

São aqueles em que o valor atribuído a um símbolo depende da posição em que ele se encontra no conjunto de símbolos que está representando a quantidade. Exemplo:



SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Notação posicional (cont.)

- O valor do número pode ser obtido através do seguinte somatório:

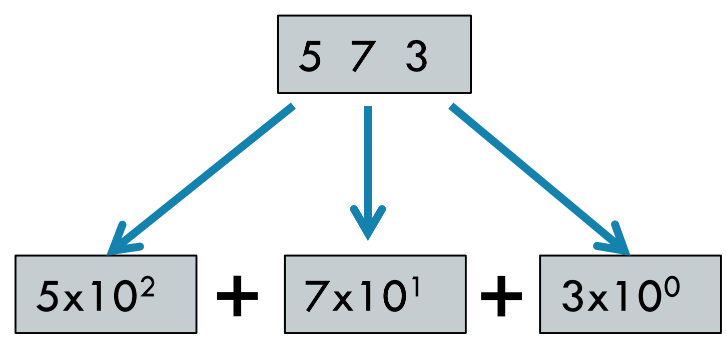
$$N = \mathbf{d}_{n-1} \times \mathbf{b}^{n-1} + \mathbf{d}_{n-2} \times \mathbf{b}^{n-2} + \ldots + \mathbf{d}_0 \times \mathbf{b}^0$$

Onde:

d → corresponde ao dígito da posição

b → corresponde à base

Exemplo: $(573)_{10}$



SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Sistema binário (ou de base 2)

- Usa os símbolos 0 e 1 para representar os números.
- Exemplo: o número $(11001)_2$ representa o valor:
- $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 =$
- $16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25$

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Sistema hexadecimal (ou de base 16)

Usa os símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Exemplo: o número $(126)_{16}$ representa o valor:

$1x16^2 + 2x16^1 + 6x16^0 \quad =$

256+32+6= 294

SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Correspondência entre valores em diferentes bases:

Decimal	Binário	Hexadecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

CONVERSÃO ENTRE SISTEMAS (ENTRE BASES)

De qualquer sistema para o decimal:

É feita conforme já apresentado:

$$N = \mathbf{d}_{n-1} \text{ x } \mathbf{b}^{n-1} + \mathbf{d}_{n-2} \text{ x } \mathbf{b}^{n-2} + \ldots + \mathbf{d}_0 \text{ x } \mathbf{b}^0$$

Onde:

d → corresponde ao dígito da posição

b → corresponde à base

CONVERSÃO DECIMAL→BINÁRIO

Utiliza-se a técnica denominada divisões sucessivas. Como no caso a conversão é para o sistema de binário, o divisor utilizado é o 2

Exemplo:

$(109)_{10} = (?)_2$

$(1101101)_2$

109/2	=	54	resto **1**
54/2	=	27	resto **0**
27/2	=	13	resto **1**
13/2	=	6	resto **1**
6/2	=	3	resto **0**
3/2	=	1	resto **1**
1/2	=	0	resto **1**

Os restos correspondem aos algarismos do valor na nova base

CONVERSÃO DECIMAL→HEXADECIMAL

Utiliza-se a mesma técnica vista anteriormente, porém como a base agora é hexadecimal, o divisor é 16.

Exemplo:

$(109)_{10} = (?)_{16}$

$\boxed{(6D)_{16}}$

109/16 = 6 resto 13

6/16 = 0 resto 6

Os restos correspondem aos algarismos do valor na nova base

Atenção: neste caso o valor 13 é substituído pela letra **D**

CONVERSÃO DECIMAL→OUTRA BASE

Exercícios:

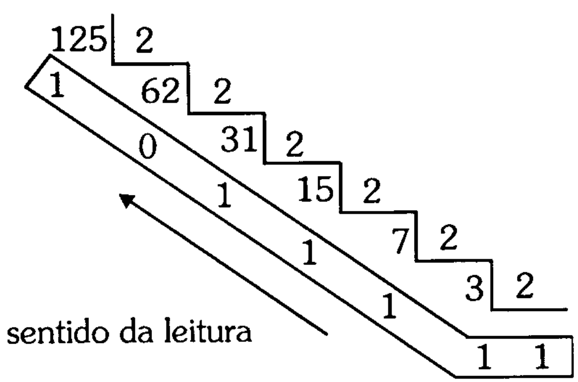
$(125)_{10} = (?)_2$

$(538)_{10} = (?)_{16}$

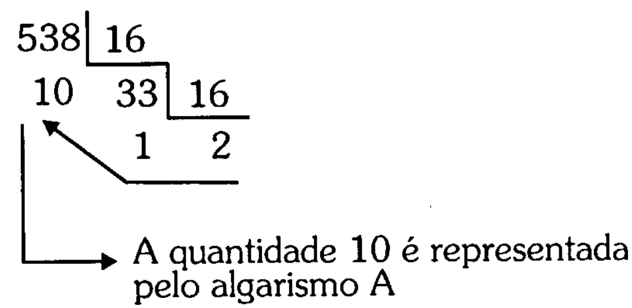
CONVERSÃO DECIMAL→OUTRA BASE

Exercícios:

$(125)_{10} = (?)_2$ $(538)_{10} = (?)_{16}$



$(125)_{10} = (1111101)_2$



$(538)_{10} = (21A)_{16}$

CONVERSÃO BINÁRIO→ HEXADECIMAL

Utiliza-se a seguinte técnica: agrupa-se, da direita para a esquerda de 4 em 4 dígitos binários (bits) (complementar o agrupamento mais a esquerda com zeros, caso não forme um grupo de 4 dígitos). Em seguida converter cada grupo de 4 bits em um dígito hexadecimal correspondente, conforme a tabela vista anteriormente.

Decimal	Binário	Hexadecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

CONVERSÃO BINÁRIO → HEXADECIMAL

$(10101001100101)_2 = (??)_{16}$

0010 1010 0110 0101

2 A 6 5

$(2A65)_{16}$

CONVERSÃO HEXADECIMAL→BINÁRIO

Utiliza-se o processo inverso ao visto anteriormente, ou seja, faz-se a substituição de cada algarismo em hexadecimal para o seu correspondente em binário, de acordo com a tabela de conversão mostrada anteriormente, sempre utilizando quatro bits para cada algarismo.

EXERCÍCIOS:

EXERCÍCIOS

1) Realizar as conversões de decimal para binário abaixo:

a) $(127)_{10}$
b) $(128)_{10}$
c) $(1230)_{10}$
d) $(1023)_{10}$

2) Realizar as conversões do sistema binário para o sistema decimal:

a) $(101101)_{2}$
b) $(110111)_{2}$
c) $(11111111)_{2}$
d) $(01111111)_{2}$