



UNIVALI

Universidade do Vale do Itajaí
Escola do Mar, Ciência e Tecnologia - EMCT
Ciência da Computação

Matemática Computacional

Mapa de Karnaugh

Prof. Thiago Felski Pereira, M.Sc.



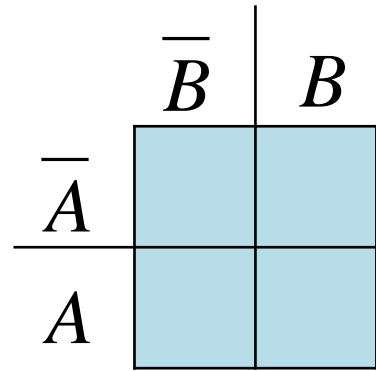
Agenda

- Mapa de Karnaugh

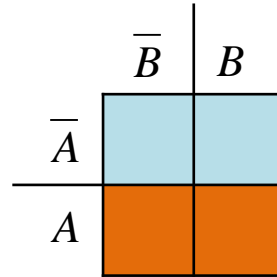
Mapas de Karnaugh: para que serve?

- Trata-se de um método gráfico usado para obter a forma simplificada de uma expressão booleana
- Quando aplicado manualmente (papel+lápis) é viável para até 4 variáveis
- Sua aplicação parte das informações contidas na tabela verdade que caracteriza o comportamento do sistema
- A aplicação dos Mapas de Karnaugh para obtenção da forma mais simples de uma expressão booleana é feita nas etapas: transferência do conteúdo da tabela verdade para o Mapa da Karnaugh, aplicação das regras de agrupamentos e finalmente a expressão que representa os agrupamentos
- Na sequência serão apresentados os Mapas de Karnaugh para 2, 3 e 4 variáveis

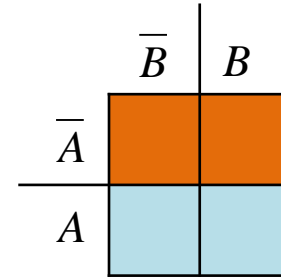
Mapa de Karnaugh para duas variáveis



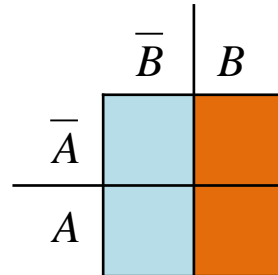
REGIÃO ONDE $A=1$



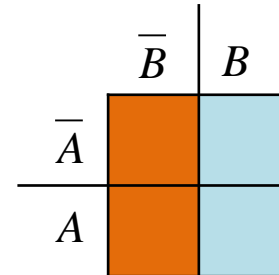
REGIÃO ONDE $A=0$



REGIÃO ONDE $B=1$

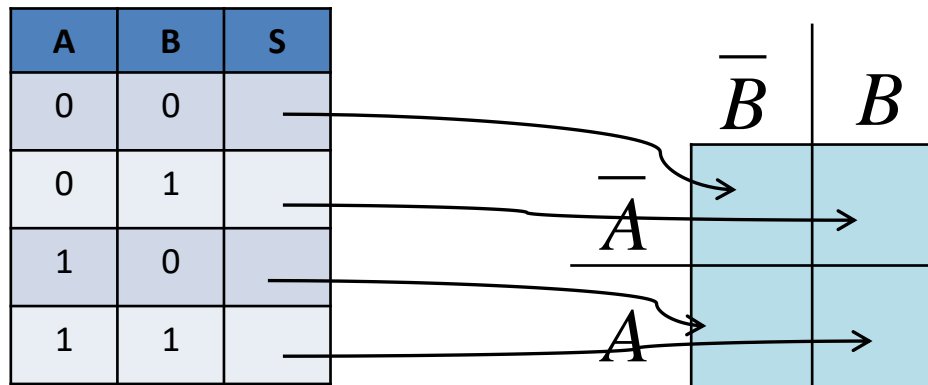


REGIÃO ONDE $B=0$



Mapa de Karnaugh 2 variáveis

Mapeamento das linhas da tabela verdade para o MK



Exemplo:

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

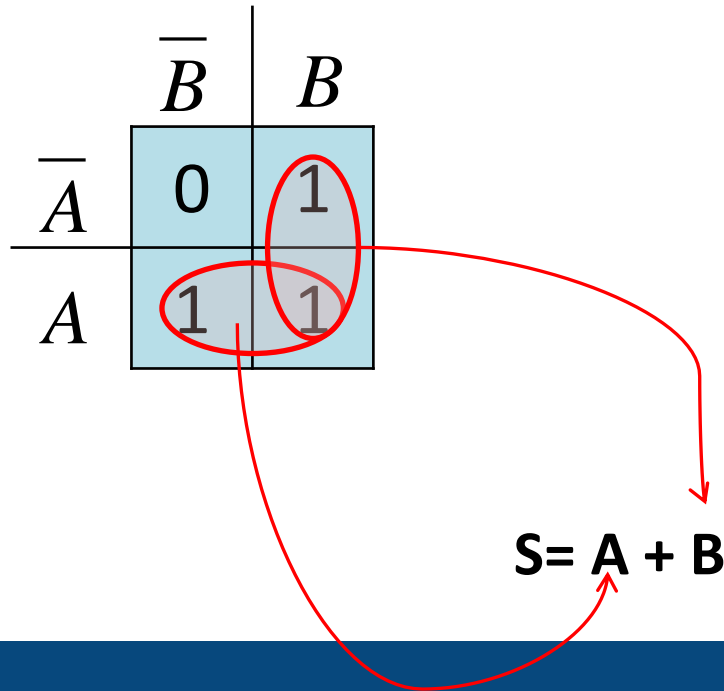
	\bar{B}	B
\bar{A}	0	1
A	1	1

Mapa de Karnaugh 2 variáveis

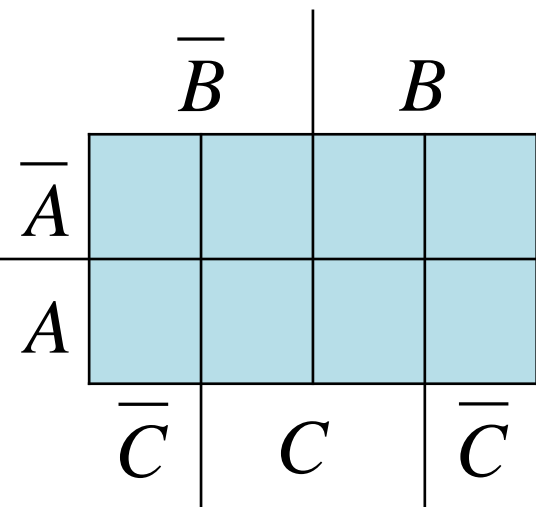
- Simplificação: feita por meio de agrupamentos sobre as posições que contém 1. Os agrupamentos devem ser feitos considerando os maiores agrupamentos possíveis primeiro e que sejam no menor número possível
- Os agrupamentos podem ser feitos somente na horizontal e na vertical (não pode ser feito na diagonal)
- A expressão simplificada é obtida da seguinte forma
 - cada agrupamento gera um termo que corresponde ao produto lógico das regiões à que ele pertence
 - a expressão final é a soma lógica dos agrupamentos

Mapa de Karnaugh 2 variáveis

- Aplicando o agrupamento para o exemplo:

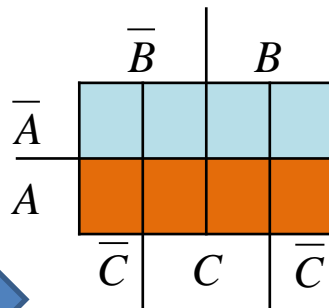


Mapa de Karnaugh para tres variáveis

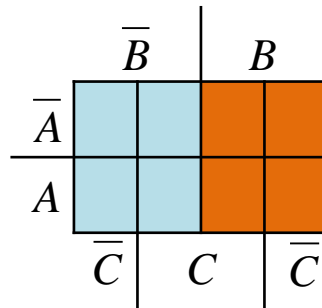


REGIÕES

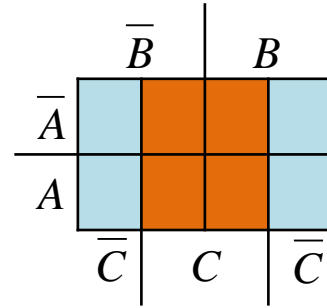
REGIÃO ONDE A=1



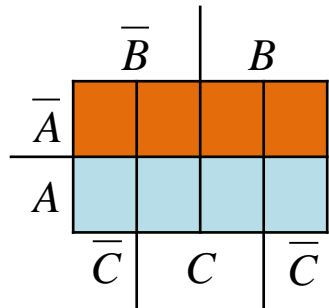
REGIÃO ONDE B=1



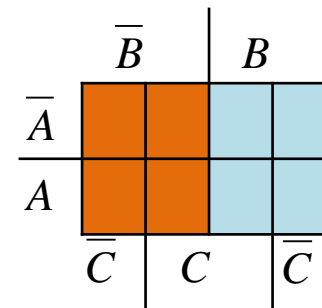
REGIÃO ONDE C=1



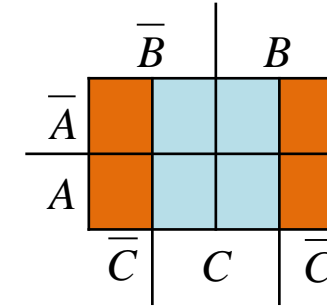
REGIÃO ONDE A=0



REGIÃO ONDE B=0



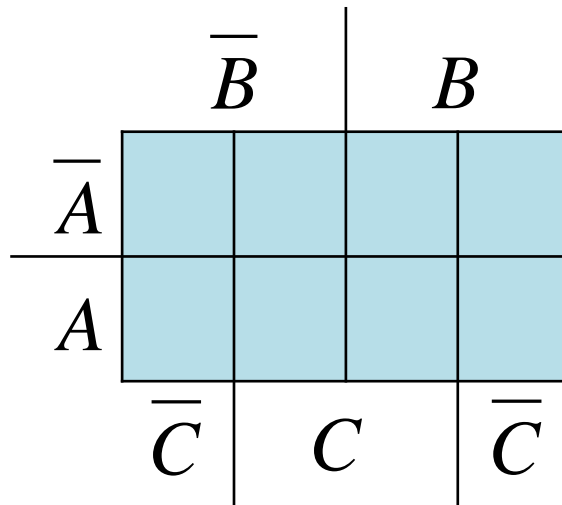
REGIÃO ONDE C=0



Mapa de Karnaugh 3 variáveis

A	B	C	S
0	0	0	Red
0	0	1	Cyan
0	1	0	Green
0	1	1	Yellow
1	0	0	Red
1	0	1	Cyan
1	1	0	Green
1	1	1	Yellow

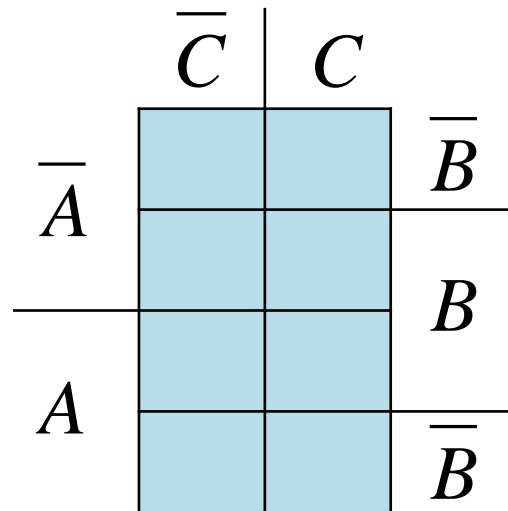
Mapeamento das linhas da tabela verdade para o MK



Mapa de Karnaugh 3 variáveis

Mapeamento das linhas da tabela verdade para o MK

A	B	C	S
0	0	0	Red
0	0	1	Blue
0	1	0	Green
0	1	1	Yellow
1	0	0	Red
1	0	1	Blue
1	1	0	Green
1	1	1	Yellow



Mapa de Karnaugh 3 variáveis

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Exemplo

	\overline{B}	B		
\overline{A}	1	0	0	1
A	1	1	1	0
	\overline{C}	C	\overline{C}	

Mapa de Karnaugh 3 variáveis

Aplicando o agrupamento para o exemplo

	\overline{B}	B	
\overline{A}	1	0	1
A	1	1	0
	\overline{C}	C	\overline{C}

$$S = AC + \overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{C}$$

Mapa de Karnaugh 3 variáveis

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Exemplo

	\bar{C}	C	
\bar{A}	1	0	\bar{B}
	1	0	B
A	0	1	
	1	1	\bar{B}

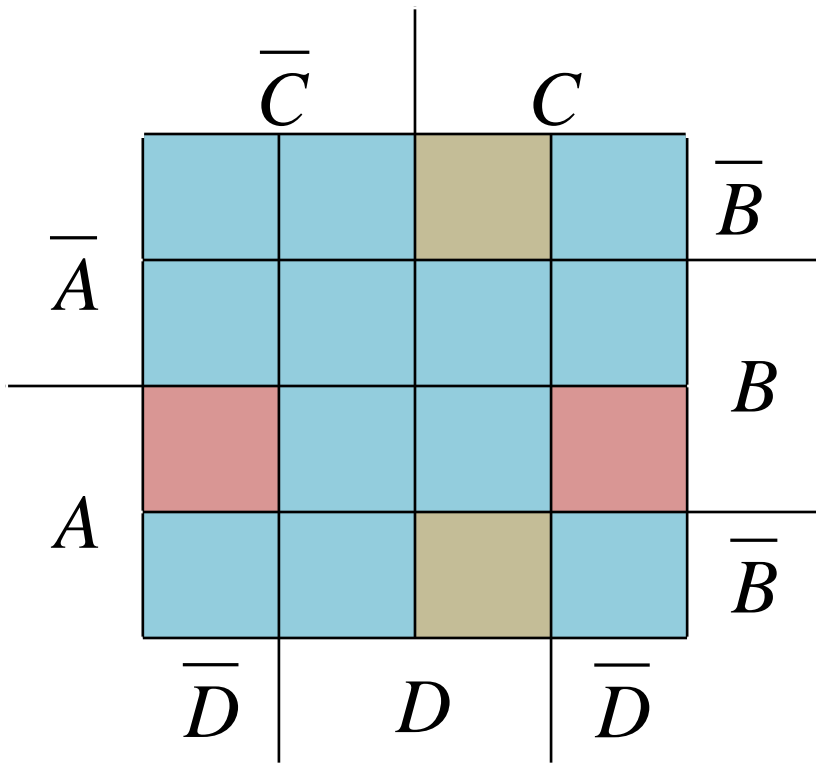
Mapa de Karnaugh 3 variáveis

Aplicando o agrupamento para o exemplo

	\bar{C}	C	
\bar{A}	1	0	\bar{B}
	1	0	B
A	0	1	
	1	1	\bar{B}

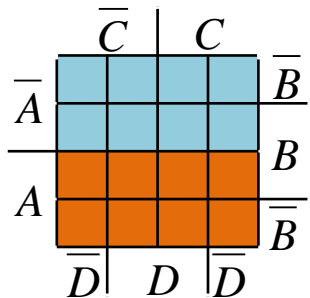
$$S = AC + A\bar{B} + \bar{A}\bar{C}$$

Mapa de Karnaugh para quatro variáveis

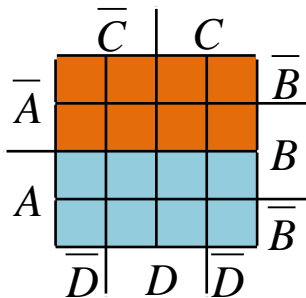


Mapa de Karnaugh para 4 variáveis

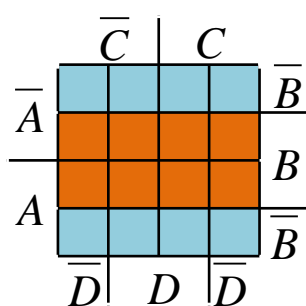
REGIÃO ONDE $A=1$



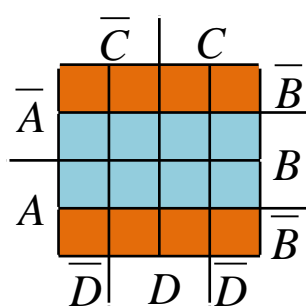
REGIÃO ONDE $A=0$



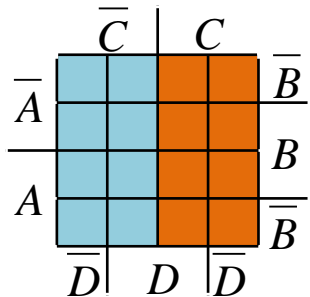
REGIÃO ONDE $B=1$



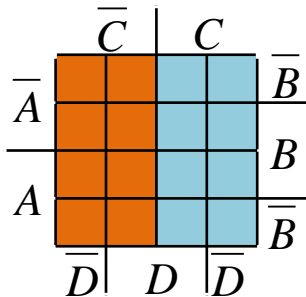
REGIÃO ONDE $B=0$



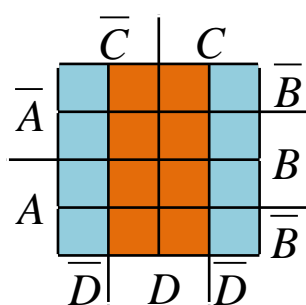
REGIÃO ONDE $C=1$



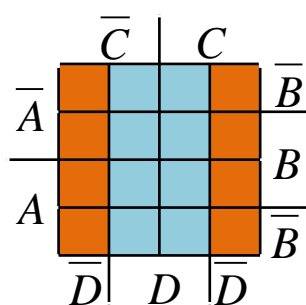
REGIÃO ONDE $C=0$



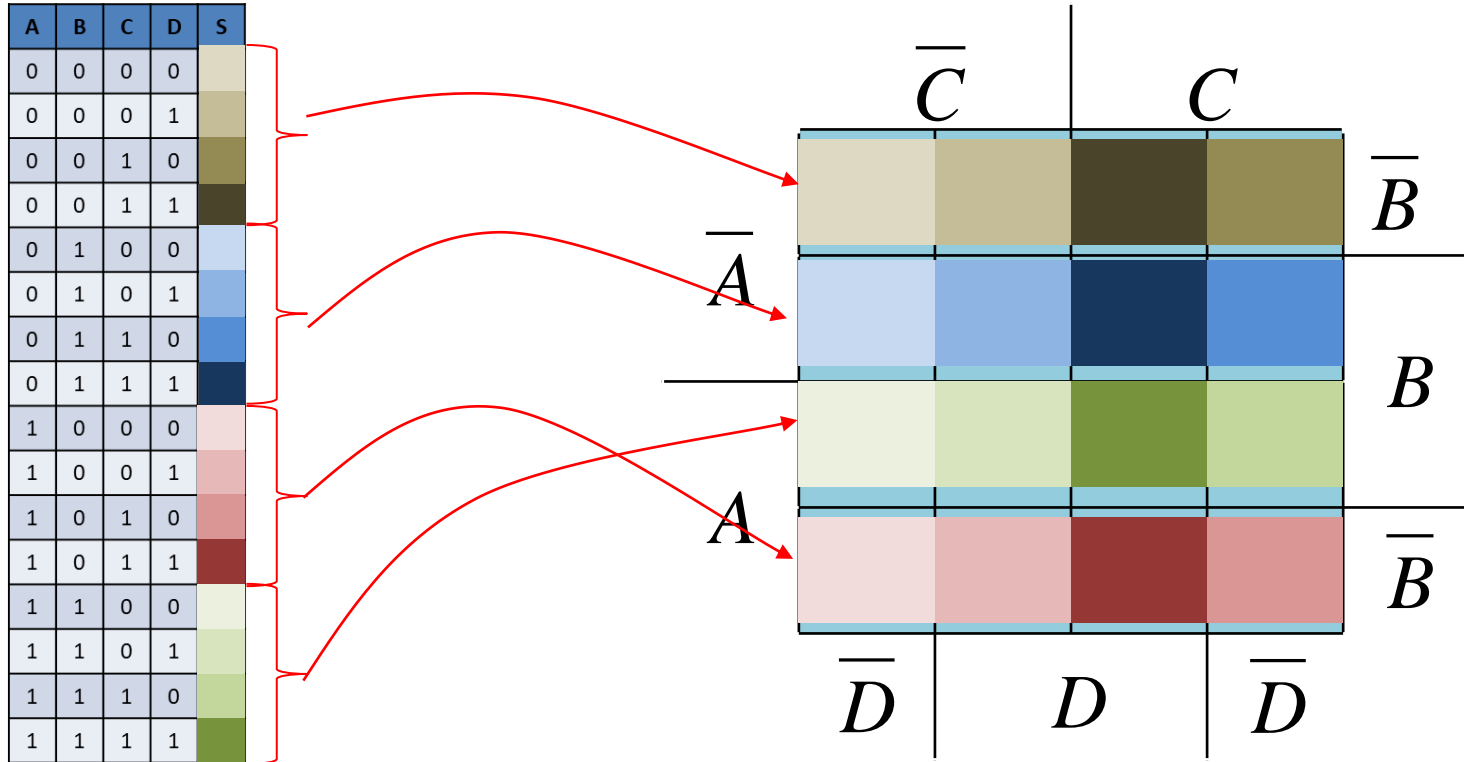
REGIÃO ONDE $D=1$



REGIÃO ONDE $D=0$



Mapa de Karnaugh para 4 variáveis



Mapa de Karnaugh para 4 variáveis: exemplo

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

		\bar{C}	C	
\bar{A}	1	1	1	0
	0	0	1	0
A	0	1	0	1
	1	1	0	1
	\bar{D}	D	\bar{D}	

Mapa de Karnaugh para 4 variáveis: simplificação

		\bar{C}	C	
\bar{A}	1	1	1	0
	0	0	1	0
A	0	1	0	1
	1	1	0	1
	\bar{D}	D	\bar{D}	

$$S = \bar{B}\bar{C} + A\bar{C}D + \bar{A}CD + AC\bar{D}$$