

Árvores AVL

Prof. Marcos Carrard
carrard@univali.br
carrard@gmail.com

Objetivo

- Compreender o funcionamento do método de inserção em uma árvore AVL.



Introdução

- Antes de começar a descobrir como ocorrem inserções em árvores AVL, precisamos entender algumas regras.
- Todo nó da árvore AVL possui um registro a mais que iremos chamar de **fator de balanceamento**
- Este registro irá guardar informação de quanto a subárvore do nó está pendendo para um lado ou para o outro.



Introdução

- O fator de equilíbrio é dado através de um cálculo simples:

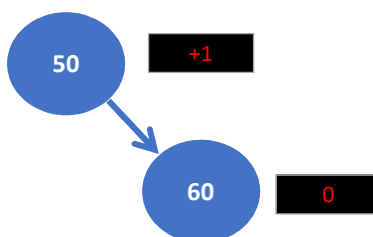
$$fb = h_{Direita} - h_{Esquerda}$$



Introdução

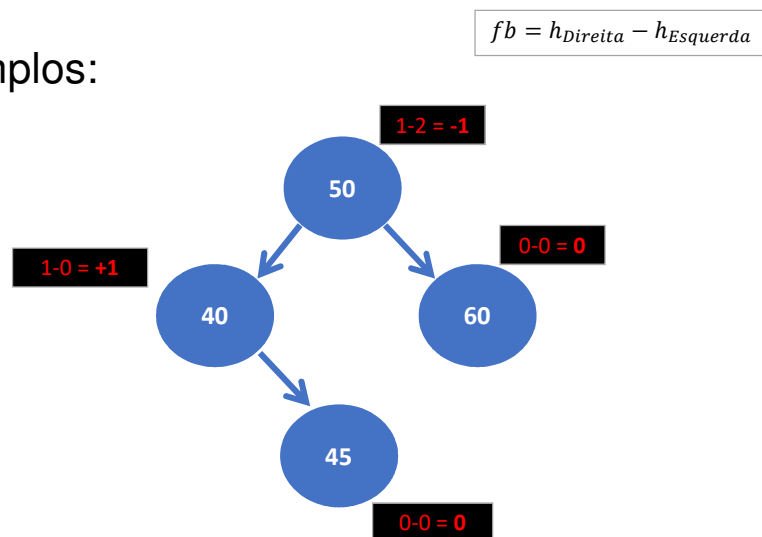
- O fator de balanceamento é dado através de um cálculo simples:

$$fb = h_{Direita} - h_{Esquerda}$$



Introdução

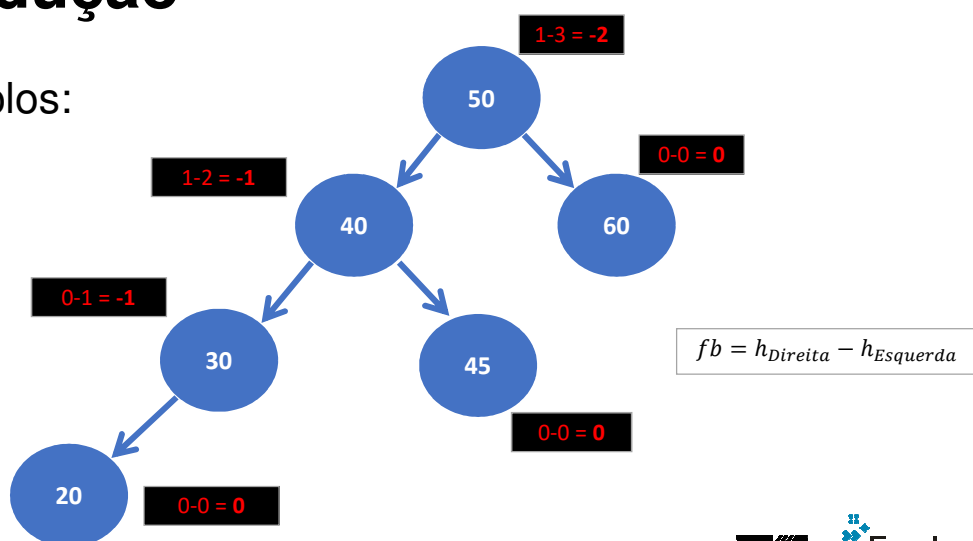
- Exemplos:



Escola
Politécnica

Introdução

- Exemplos:



Escola
Politécnica

Introdução

- Para manter o balanceamento da árvore, o algoritmo de inserção AVL exige que o balanceamento deve estar na faixa

balanceamento permitido = $\{-1, 0, +1\}$

balanceamento violado = $\{fb \mid fb < -1 \text{ ou } fb > 1\}$



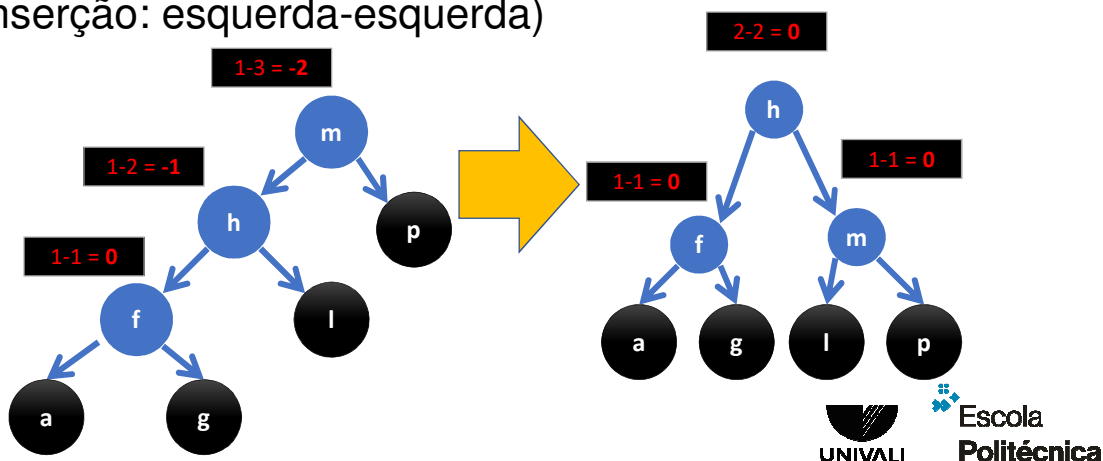
Introdução

- Caso haja uma violação, entram em cena as rotações
- As rotações são movimentos nos nós da árvore que possuem o objetivo de manter a árvore equilibrada



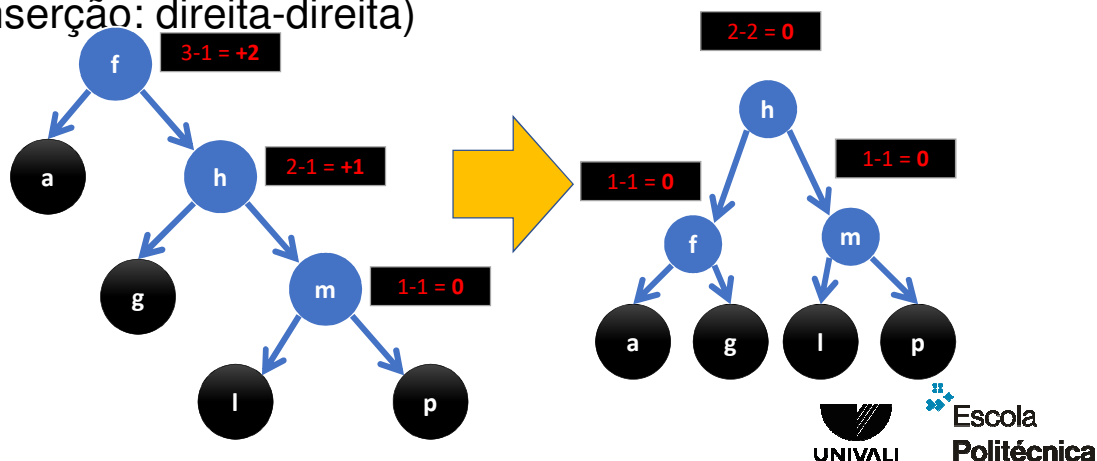
Introdução

- rotação simples a direita:
(inserção: esquerda-esquerda)



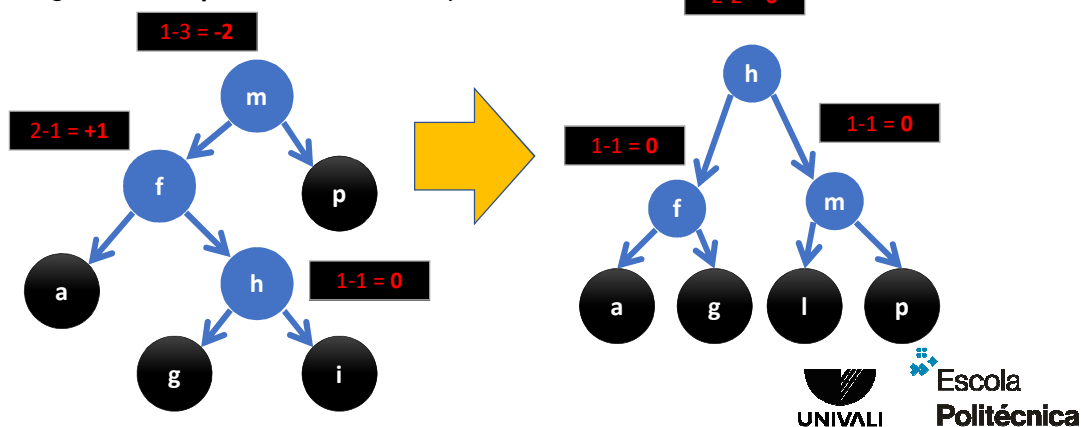
Introdução

- rotação simples a esquerda:
(inserção: direita-direita)



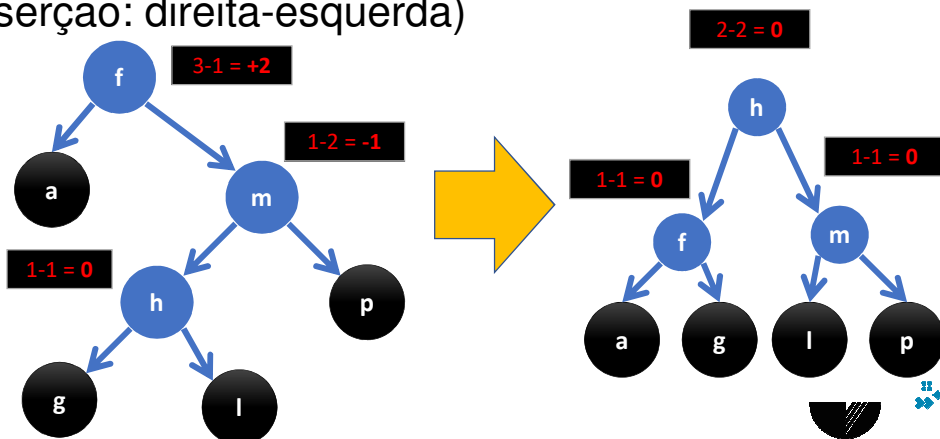
Introdução

- rotação dupla a direita:
(inserção: esquerda-direita)



Introdução

- rotação dupla a esquerda:
(inserção: direita-esquerda)



Execução

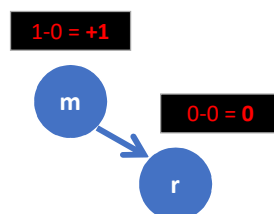


Execução

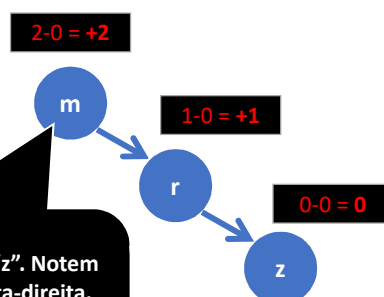
0-0 = 0



Execução



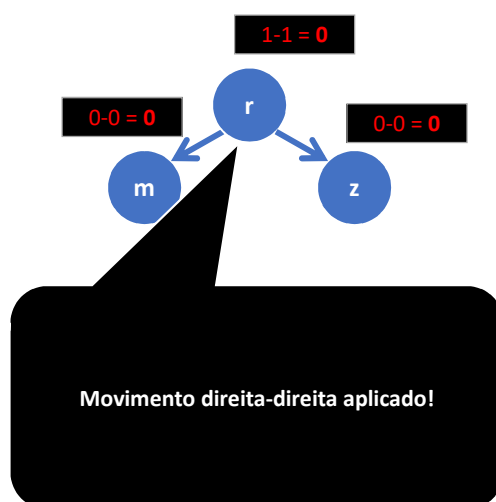
Execução



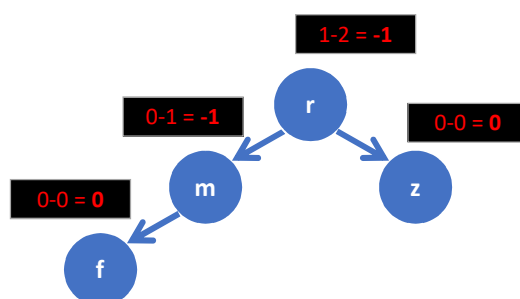
Houve uma violação ao inserir o "z". Notem que a direção da inserção é direita-direita.

Logo, devemos aplicar os movimentos de rotação simples à esquerda.

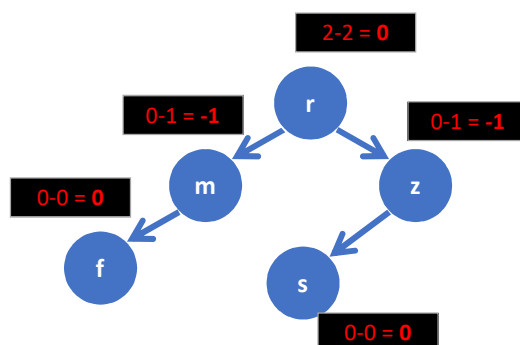
Execução



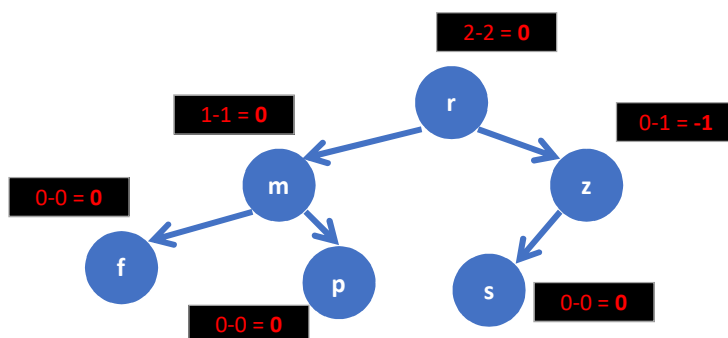
Execução



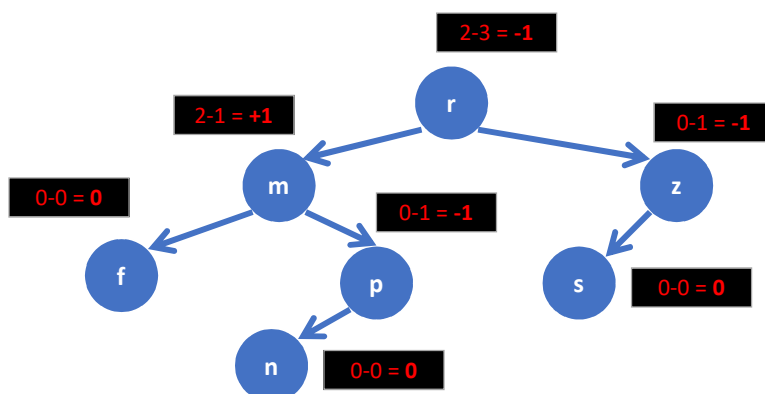
Execução



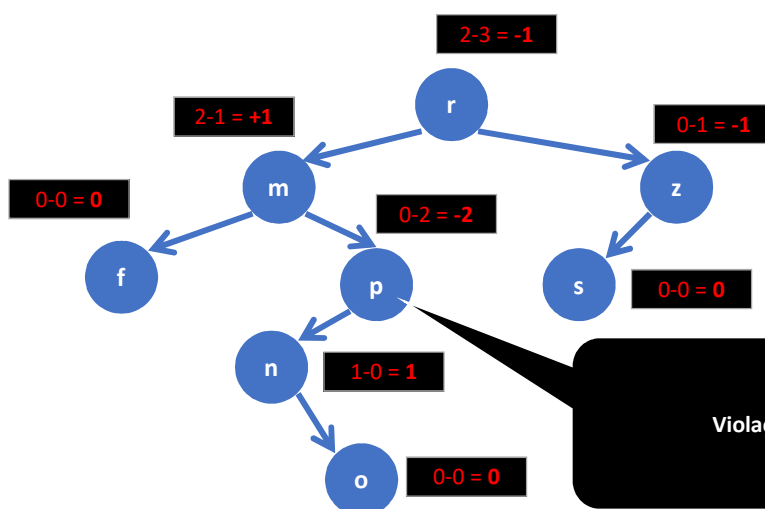
Execução



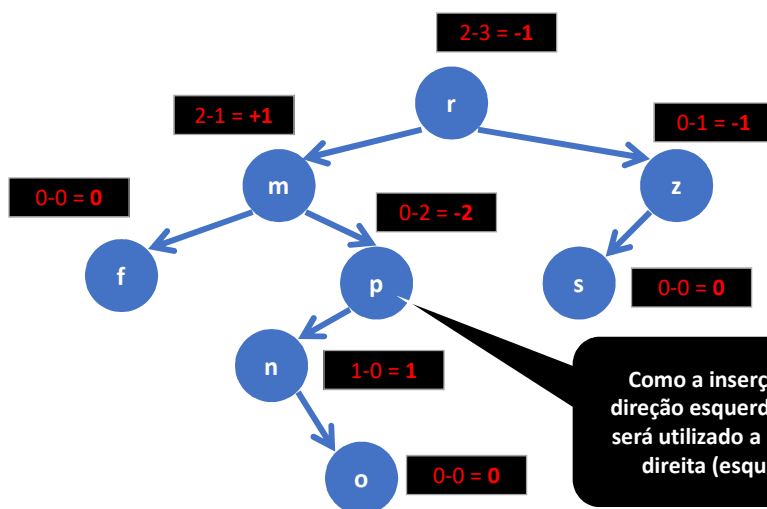
Execução



Execução

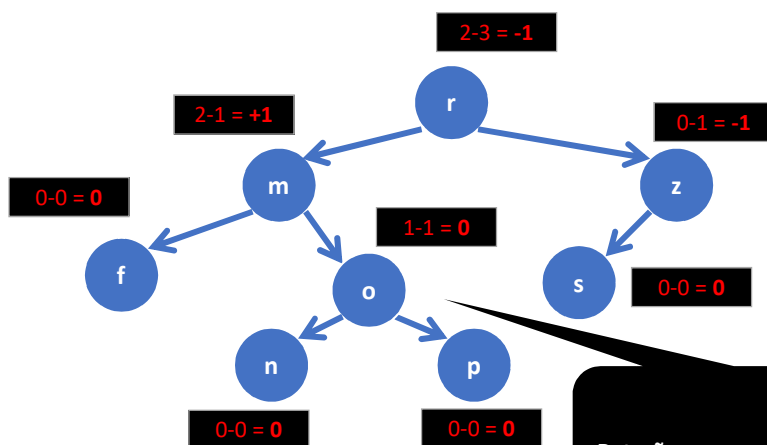


Execução



Escola
Politécnica

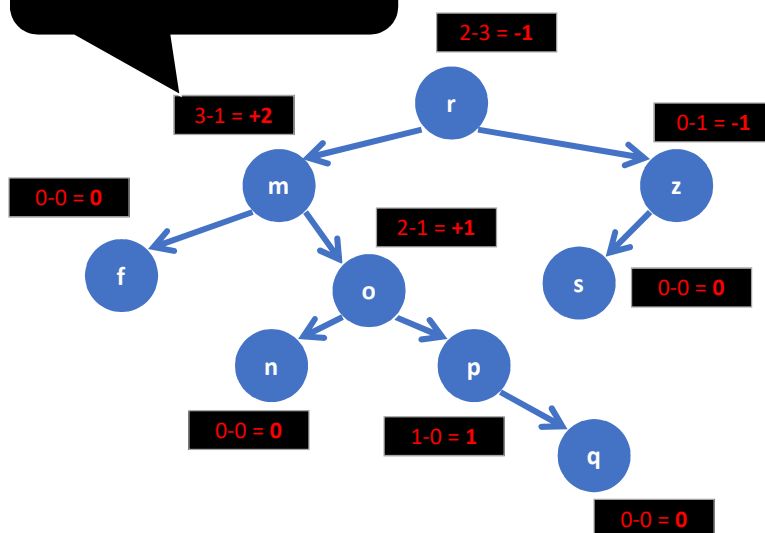
Execução



Escola
Politécnica

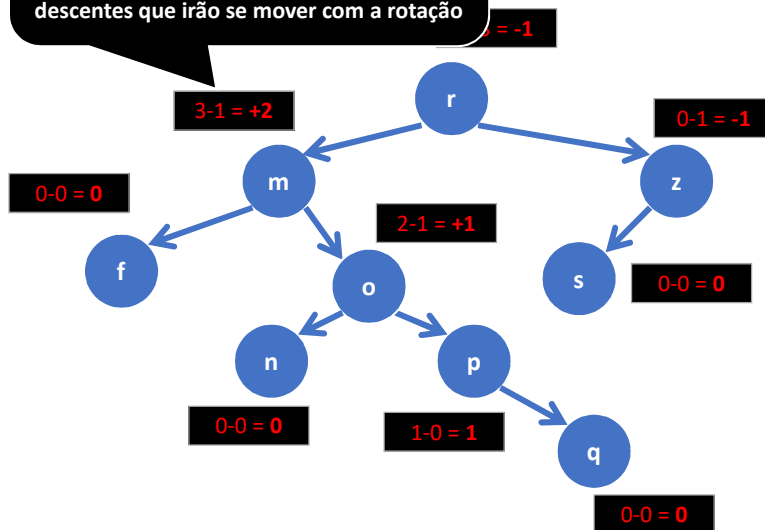
Ex

Ao inserir a letra q, uma violação ocorreu neste nó.

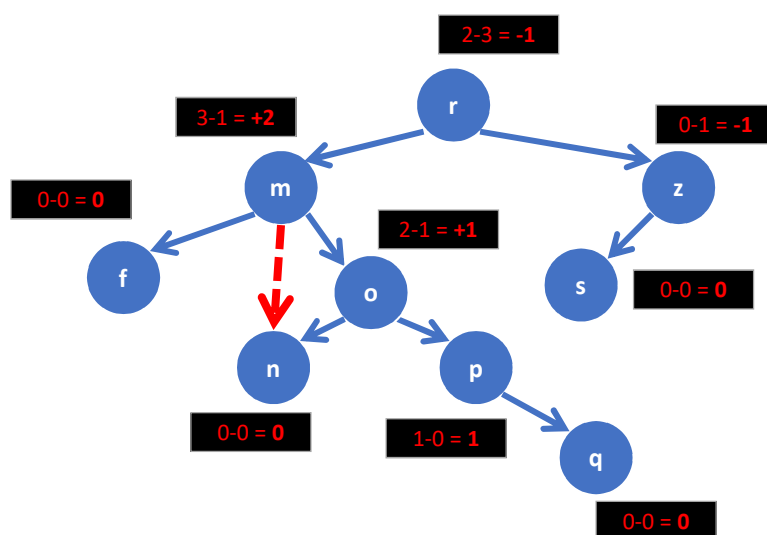


Ex

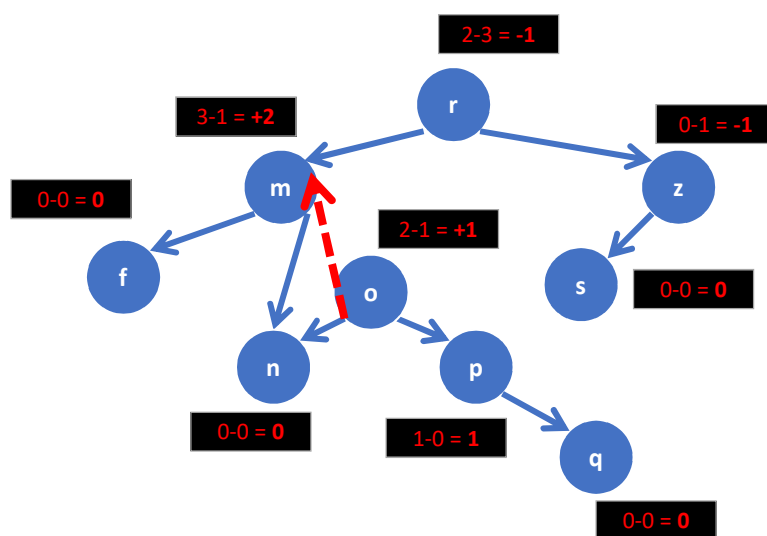
A inserção ocorreu na direção direita-direita (rotação simples a esquerda), logo iremos aplicar esta rotação.
CUIDADO: note que agora temos nós descendentes que irão se mover com a rotação



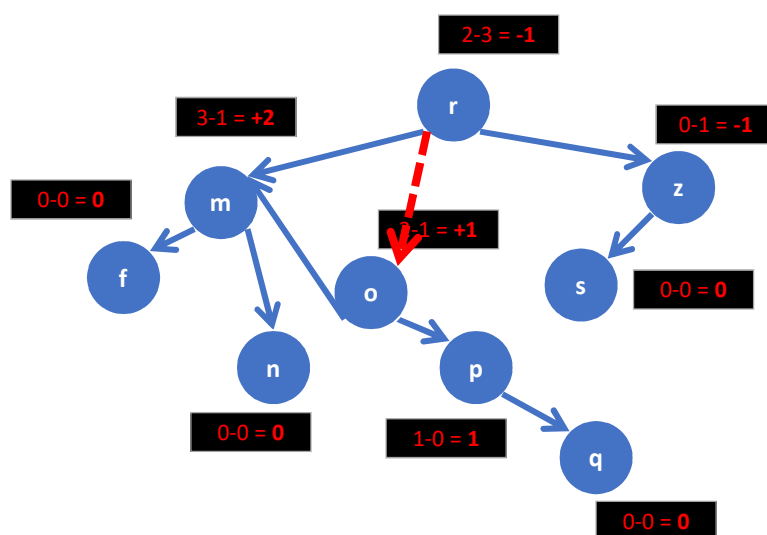
Execução



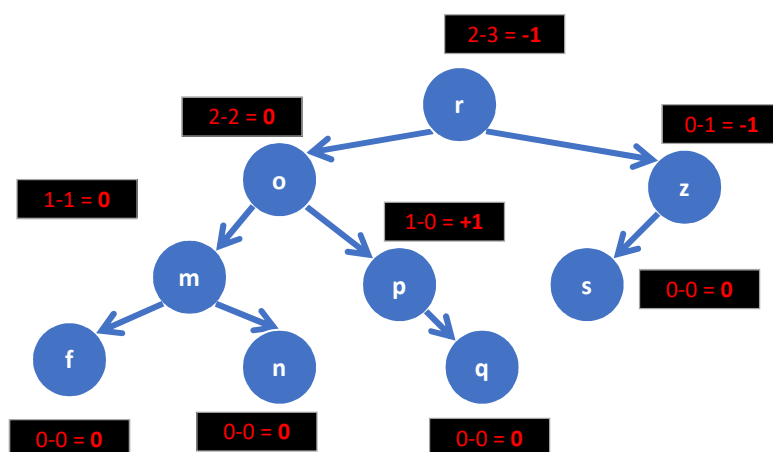
Execução



Execução

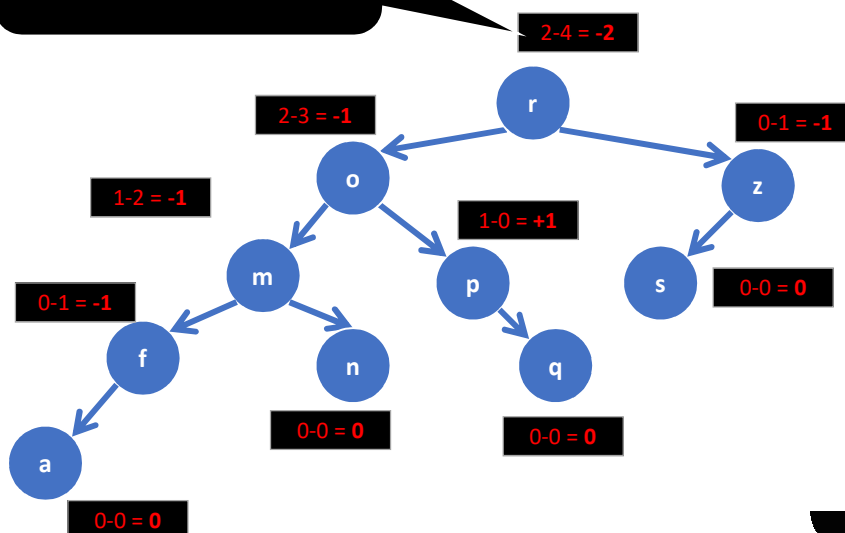


Execução



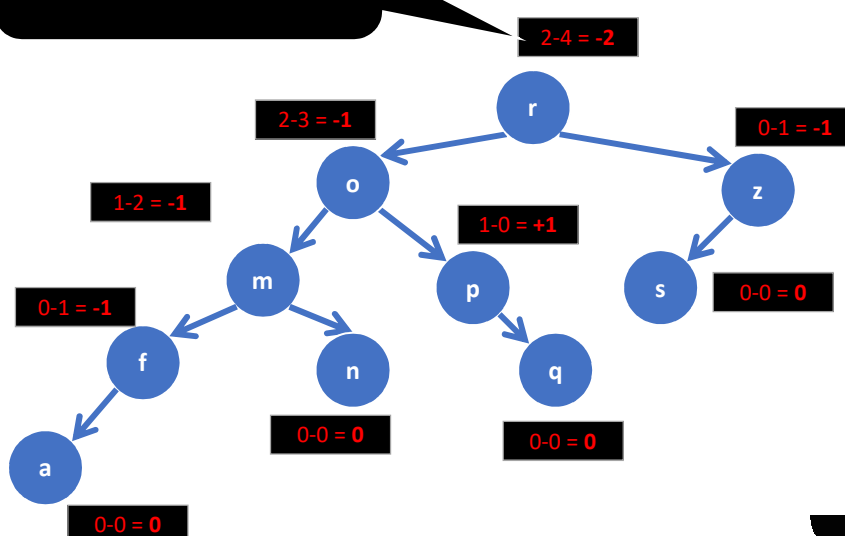
Ex

Ao inserir a letra a, uma violação ocorreu neste nó.

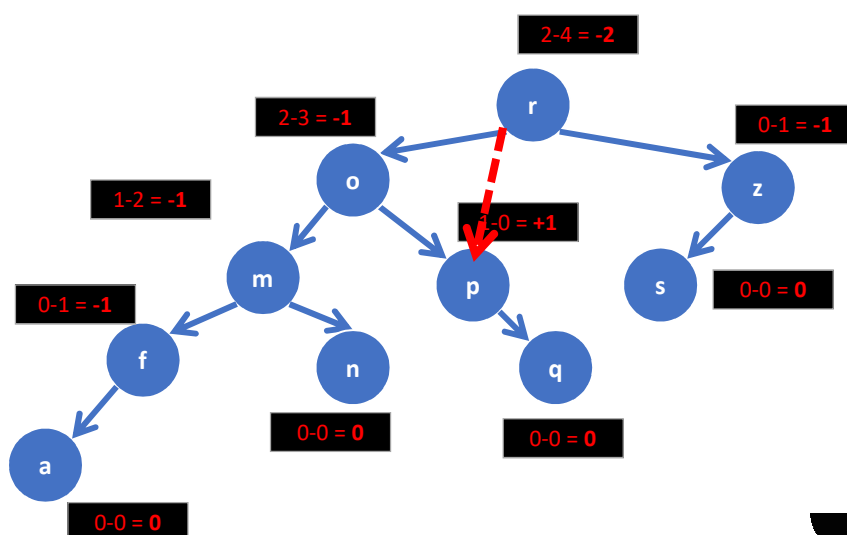


Ex

A inserção ocorreu na esquerda-esquerda, logo, deveremos utilizar a rotação simples a direita

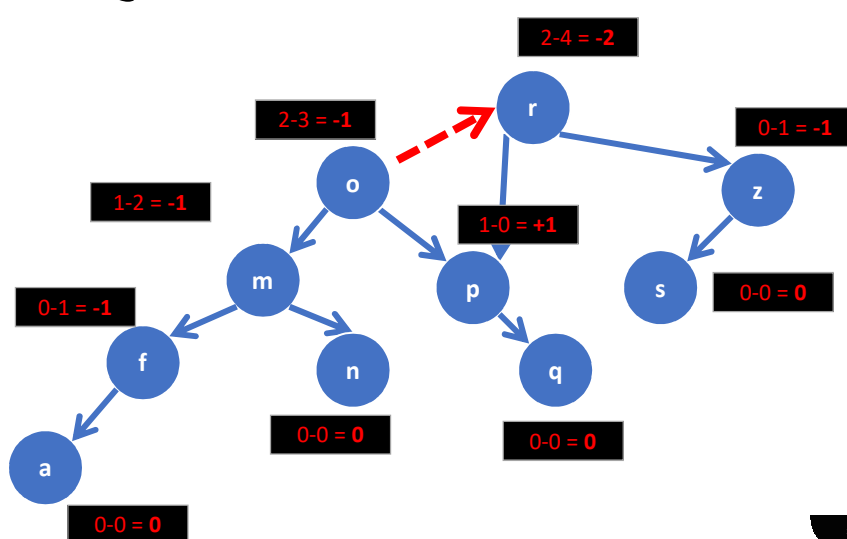


Execução



Escola
Politécnica

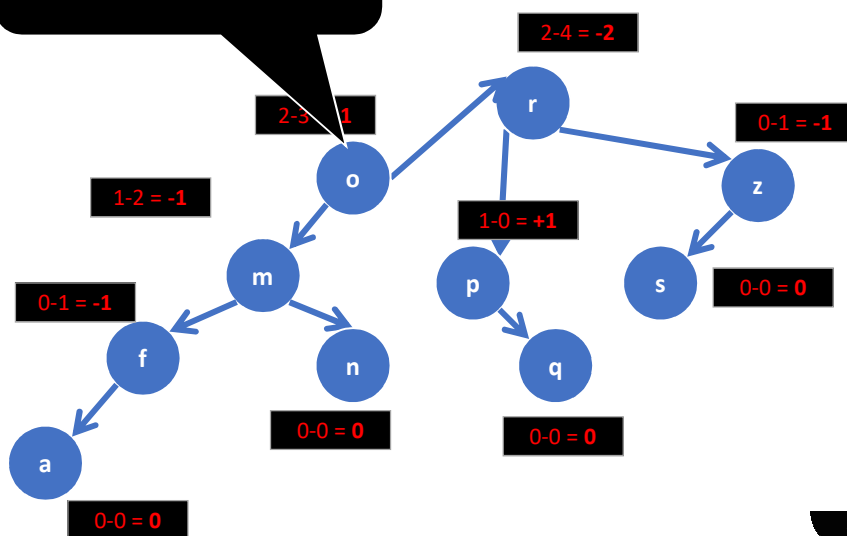
Execução



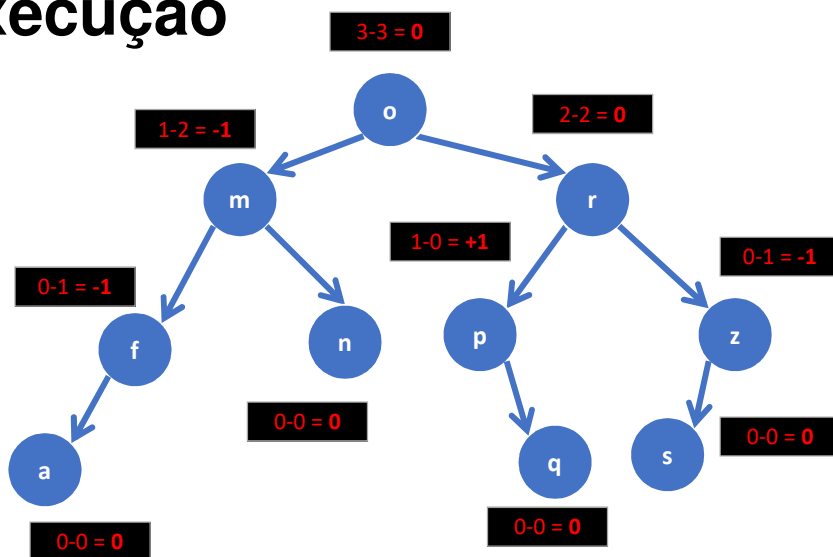
Escola
Politécnica

Ex

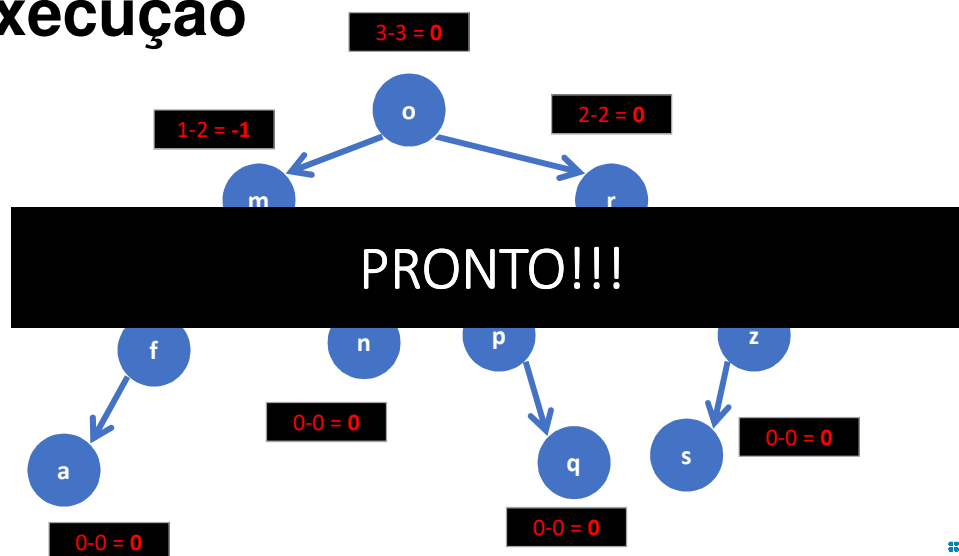
Nova raiz e feito!

Escola
Politécnica

Execução

Escola
Politécnica

Execução



K-HARD