

Aritmética Binária

Prof. Thiago Felski Pereira, MSc.

Adaptado: Paulo Roberto Valim



Soma de números binários

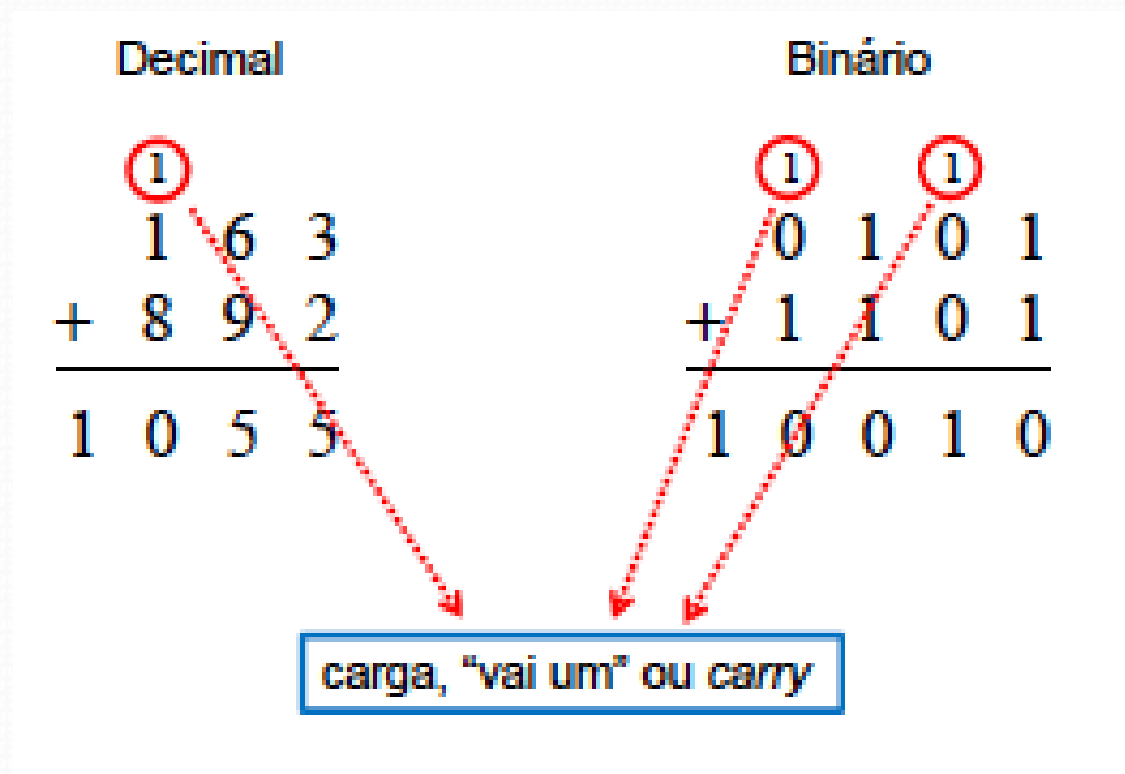
- A soma de números binários é similar a soma em decimal:

$$\begin{array}{r} \text{Decimal} \\ 1 \\ 163 \\ + 892 \\ \hline 1055 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Binário} \\ 1 \quad 1 \\ 0101 \\ + 1101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

Soma de números binários

- A soma de números binários é similar a soma em decimal:



Soma de números binários

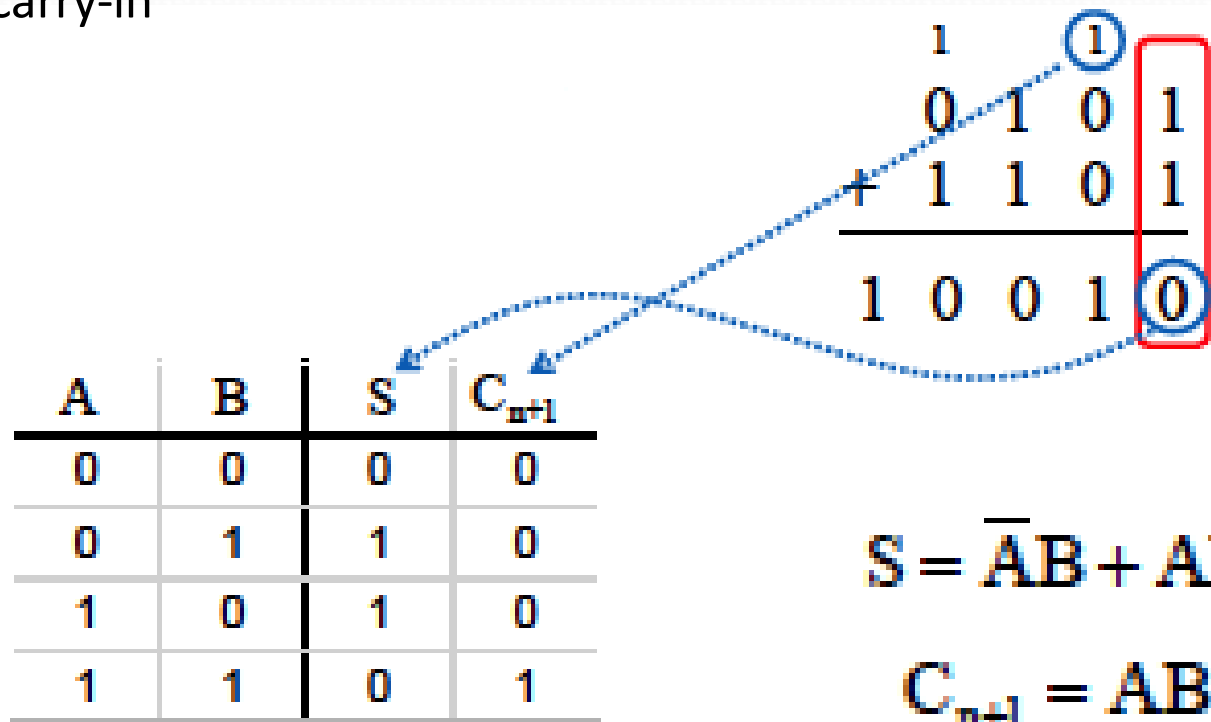
- Meio somador
 - Realiza a soma de dois bits
 - Não considera o carry-in

A	B	S	C_{n+1}
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

$$\begin{array}{r} 1 1 1 \\ 0 1 1 \\ + 1 1 1 \\ \hline 1 0 1 0 \end{array}$$

Soma de números binários

- Meio somador
 - Realiza a soma de dois bits
 - Não considera o carry-in

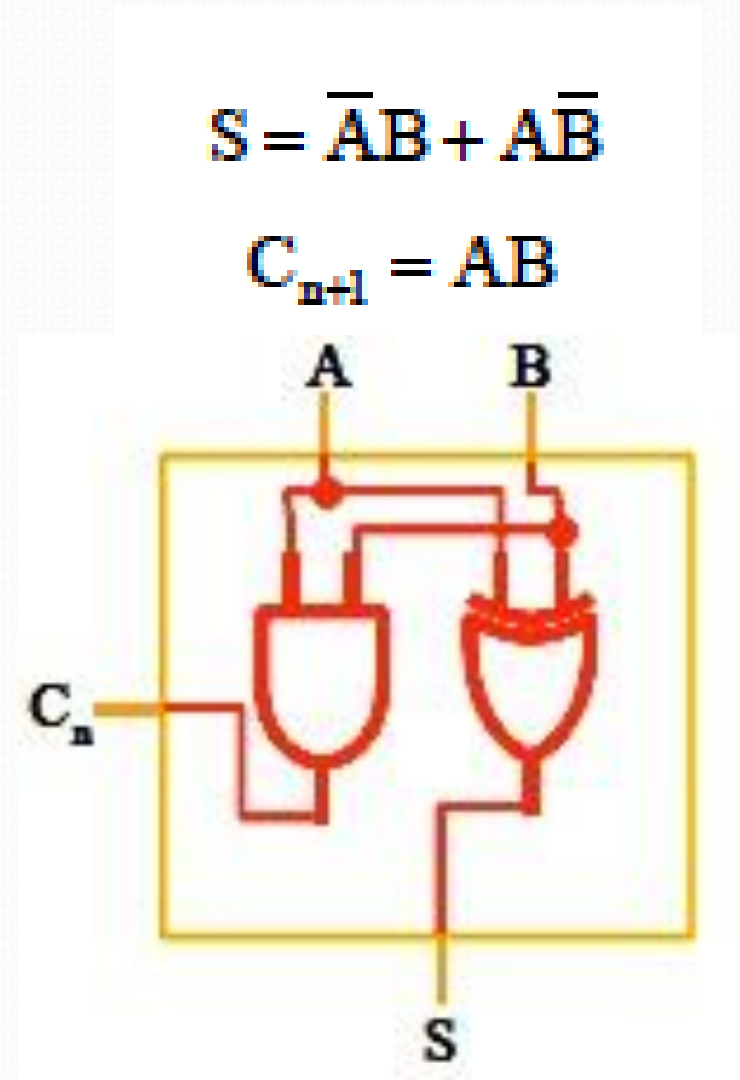


$$S = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$C_{n+1} = AB$$

Soma de números binários

- Meio somador
 - Realiza a soma de dois bits
 - Não considera o carry-in



Soma de números binários

- Somador completo
 - Realiza a soma de dois bits,
 - Considera o carry-in.

A	B	C_n	S	C_{n+1}
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & & 1 & \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Soma de números binários

- Somador completo
 - Realiza a soma de dois bits,
 - Considera o carry-in.

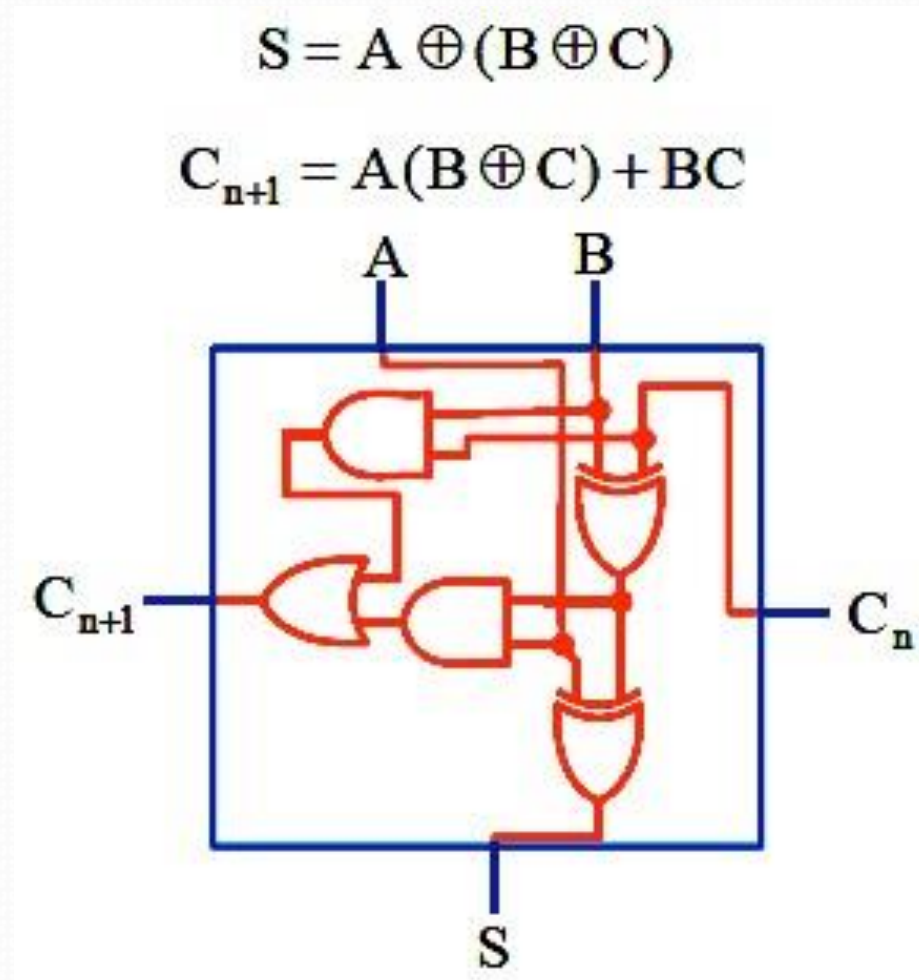
A	B	C_n	S	C_{n+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$\begin{array}{rcccc} & 1 & & 1 & \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Soma de números binários

- Somador completo
 - Realiza a soma de dois bits,
 - Considera o carry-in.

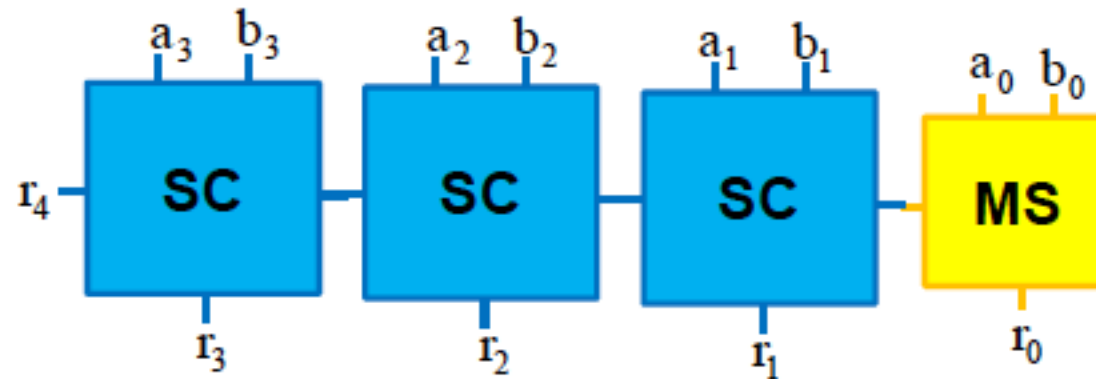
A	B	C _n	S	C _{n+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



Soma de números binários

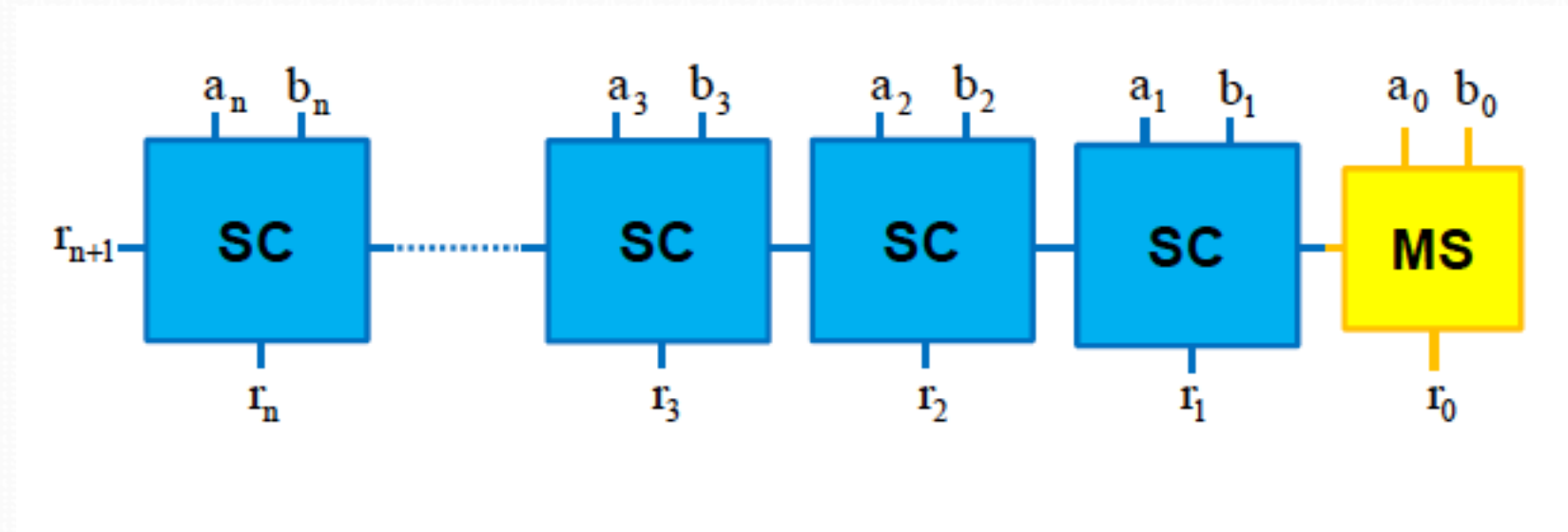
- Somador Binário Paralelo
 - Soma de números de vários bits
 - Exemplo de 4 bits:

$$\begin{array}{r} a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0 \\ + \ b_3 \ b_2 \ b_1 \ b_0 \\ \hline r_4 \ r_3 \ r_2 \ r_1 \ r_0 \end{array}$$



Soma de números binários

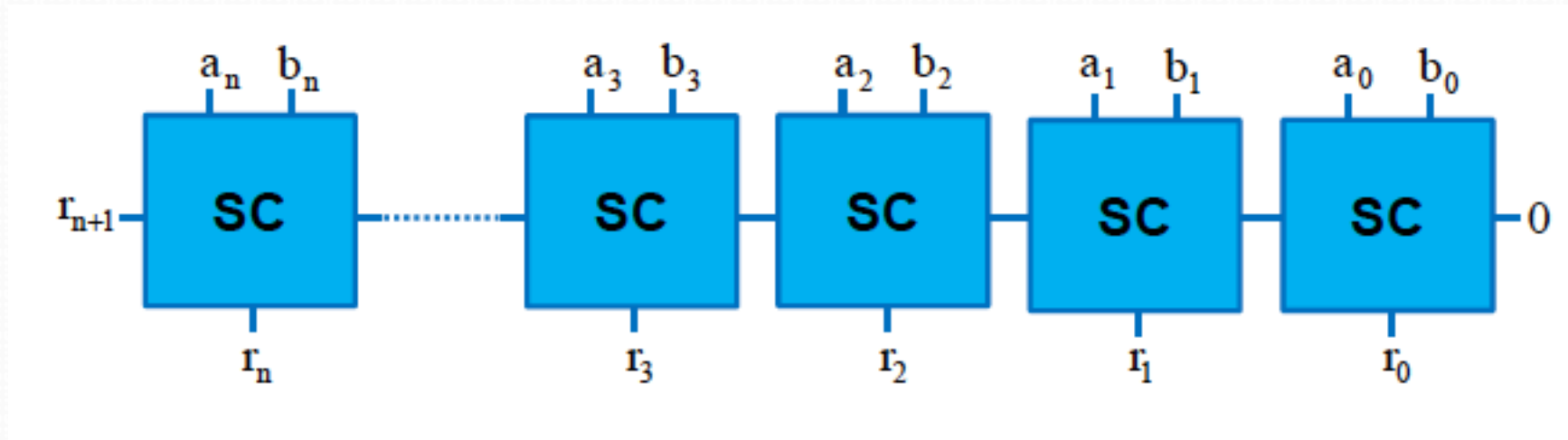
- Somador Binário Paralelo
 - Generalizando:



- Considerando um número fixo de bits para a saída igual ao número de bits de entrada. O **overflow** é indicado por r_{n+1}

Soma de números binários

- Somador Binário Paralelo
 - Outra possibilidade



Desvantagem em relação ao circuito anterior: custo ligeiramente mais alto

Subtração de números binários

- Para a operação de subtração é preciso ter uma forma de representar números negativos em binário.
- Vamos lembrar que, se simplesmente adotar-mos um bit como sendo o de sinal, o problema que surge é a necessidade de circuitos diferentes para realizar as operações de adição sobre dados com sinal e sem sinal.
- A representação em complemento-2 tem a vantagem de permitir que um mesmo circuito realize as operações sobre dados com sinal ou sem sinal.



Subtração em binário

- Números com sinal em complemento-2

- Bit mais significativo é o bit de sinal

- Números positivos: normais, como foi visto

- Números negativos: o valor representado é dado por:

$$2^b - N$$

Número de bits do valor representado

Valor em binário (excluindo o sinal)

- Exemplo: com 5 bits é possível representar -16 a 15

$0_{10} = 00000_2$	$-1 = 11111_2$
$5_{10} = 00101_2$	$-9 = 10111_2$
$15_{10} = 01111_2$	$-16 = 10000_2$

Subtração em binário

- Alguns exemplos de operações com dados de 5 bits:

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00^11^11 \\ + 01001 \\ \hline 01100 \end{array}$$

ADIÇÃO

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 3 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ + (-3) \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0^1100^11 \\ + 11101 \\ \hline \cancel{1}00110 \end{array}$$

SUBTRAÇÃO

Subtração em binário

- Alguns exemplos de operações com dados de 5 bits:

$$\begin{array}{r} 4 \\ - 7 \\ \hline - 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ + (-7) \\ \hline - 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 00100 \\ + 11001 \\ \hline 11101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 2 \\ - 8 \\ \hline - 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} (-2) \\ + (-8) \\ \hline -10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 11110 \\ + 11000 \\ \hline 110110 \end{array}$$

Subtração em binário

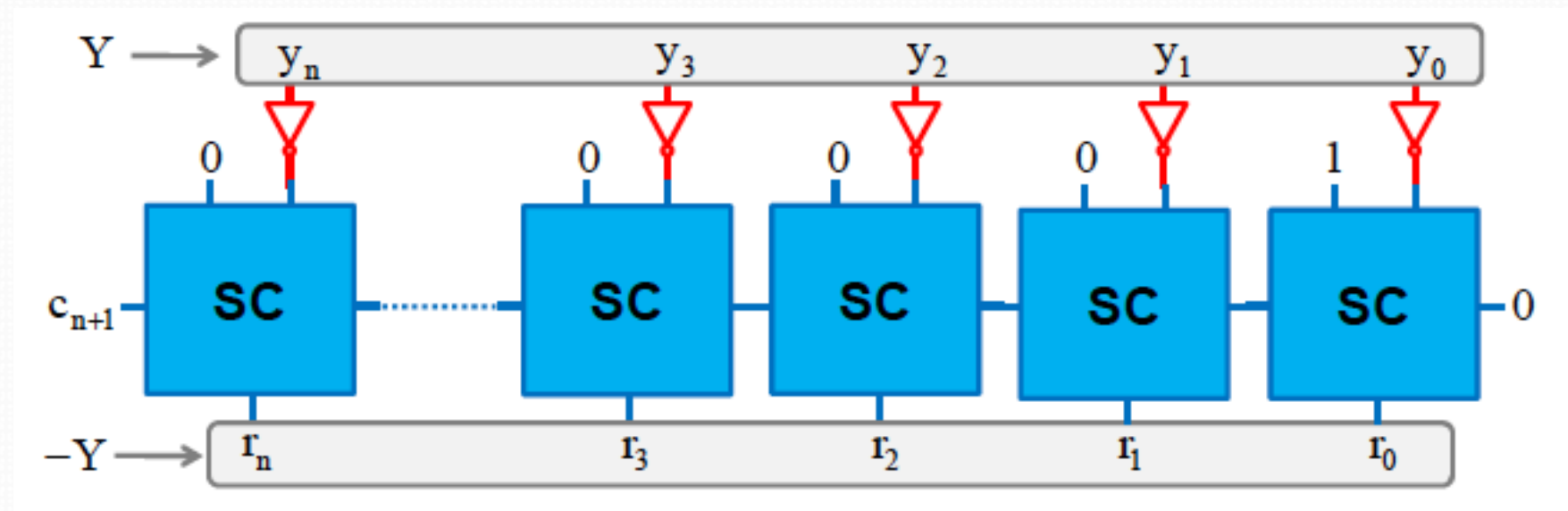
- Princípio da subtração em binário:
 - Usar a representação do valor correspondente ao minuendo em complemento-2 e fazer

$$X - Y = X + (-Y)$$

adição número negativo

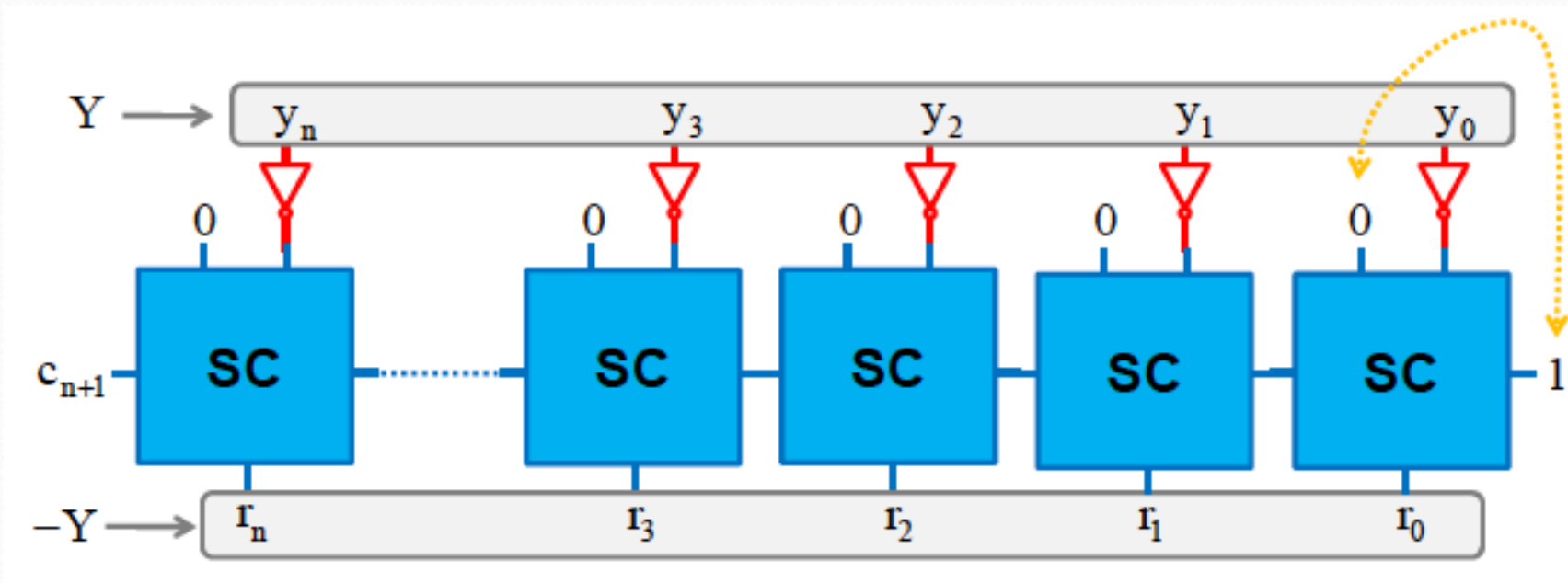
Subtração de números binários

- Forma de obter o correspondente negativo de um valor em complemento-2:
 - Obter o complemento-1 do valor (inverter todos os bits)
 - adicionar 1 ao resultado obtido no passo anterior.



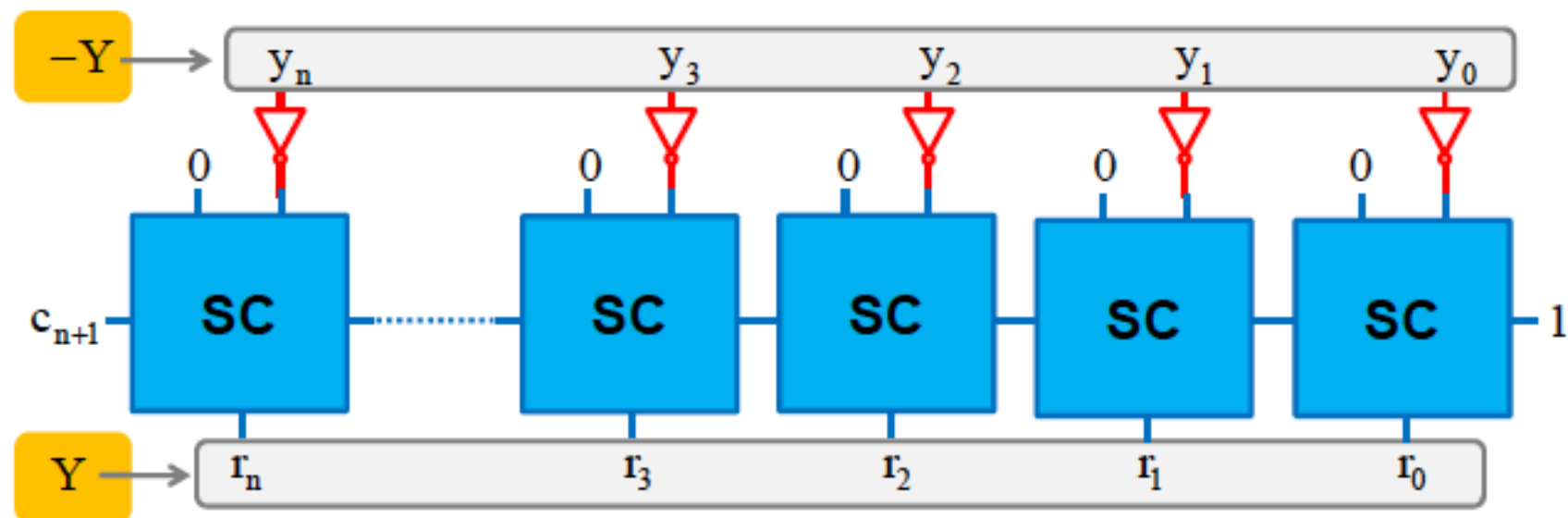
Subtração de números binários

- Forma de obter o correspondente negativo de um valor em complemento-2:
 - Obter o complemento-1 do valor (inverter todos os bits)
 - adicionar 1 ao resultado obtido no passo anterior.



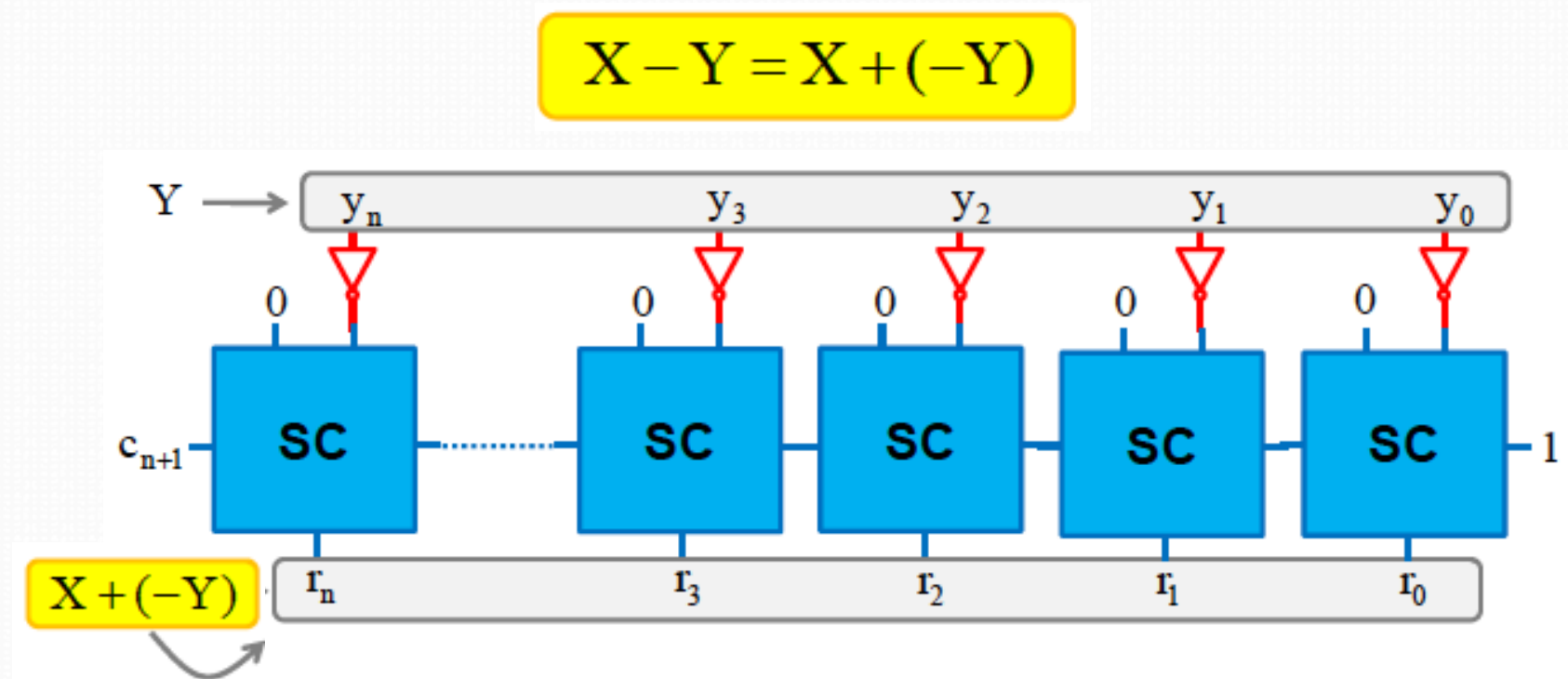
Subtração de números binários

- Funciona também para transformar números negativos em positivos:



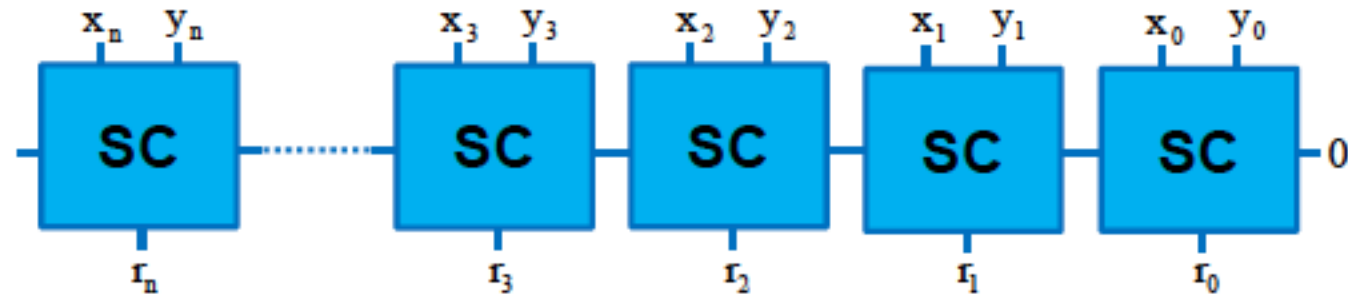
Subtração de números binários

- Como fazer para realizar a operação indicada abaixo usando o circuito anterior?

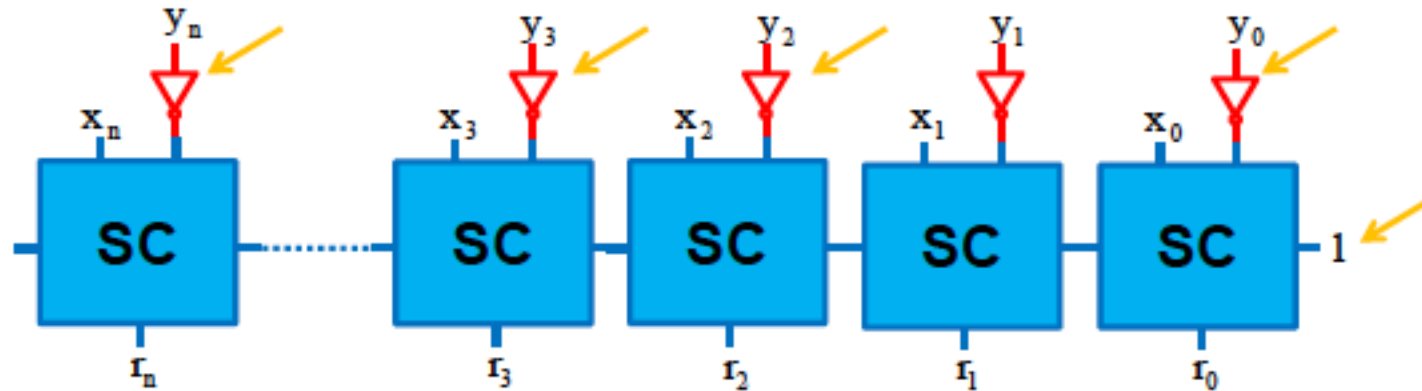


Somador/subtrator paralelo

- Somador:



- Subtrator:



Somador/Subtrator paralelo

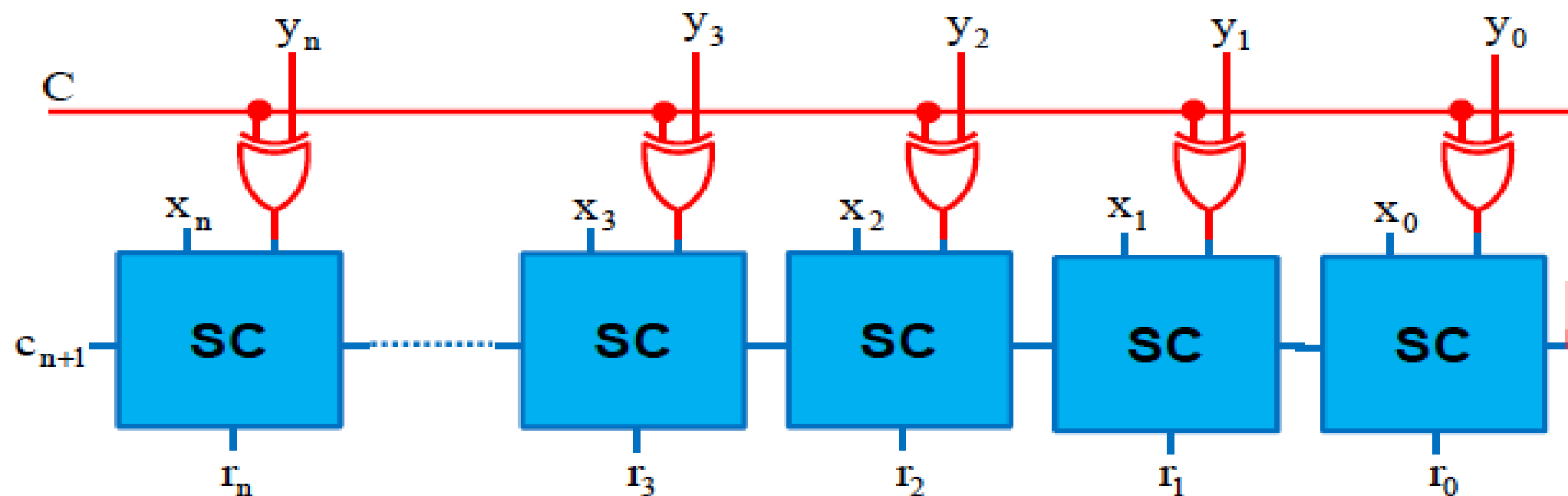
- Para obter o somador/subtrator, precisamos de um inversor que possa ser controlado (ativado ou desativado)

Controle	Entrada	Saída
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$S = \bar{A}B + A\bar{B} = A \oplus B$$

XOR funciona como um inversor controlado.

Somador/Subtrator paralelo

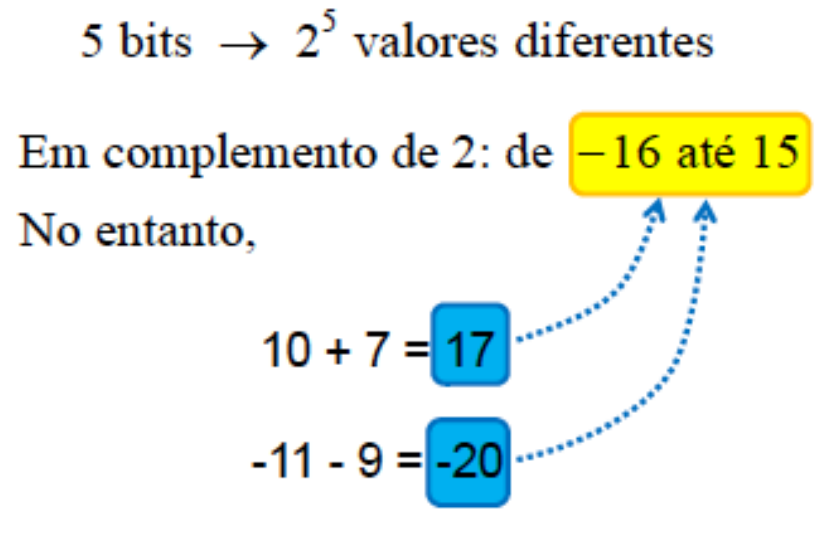


Se $C = 0 \rightarrow R = X + Y$

Se $C = 1 \rightarrow R = X - Y$

Overflow

- Ocorre quando o resultado de uma operação é maior (ou menor) do que o valor máximo (ou mínimo) que pode ser representado com um determinado número (fixo) de bits.
 - Exemplo:



- Em geral, o overflow

Overflow

- O overflow só ocorre se os dois operandos forem positivos ou negativos
- Exemplo (5 bits):

10
+ 8
—
18

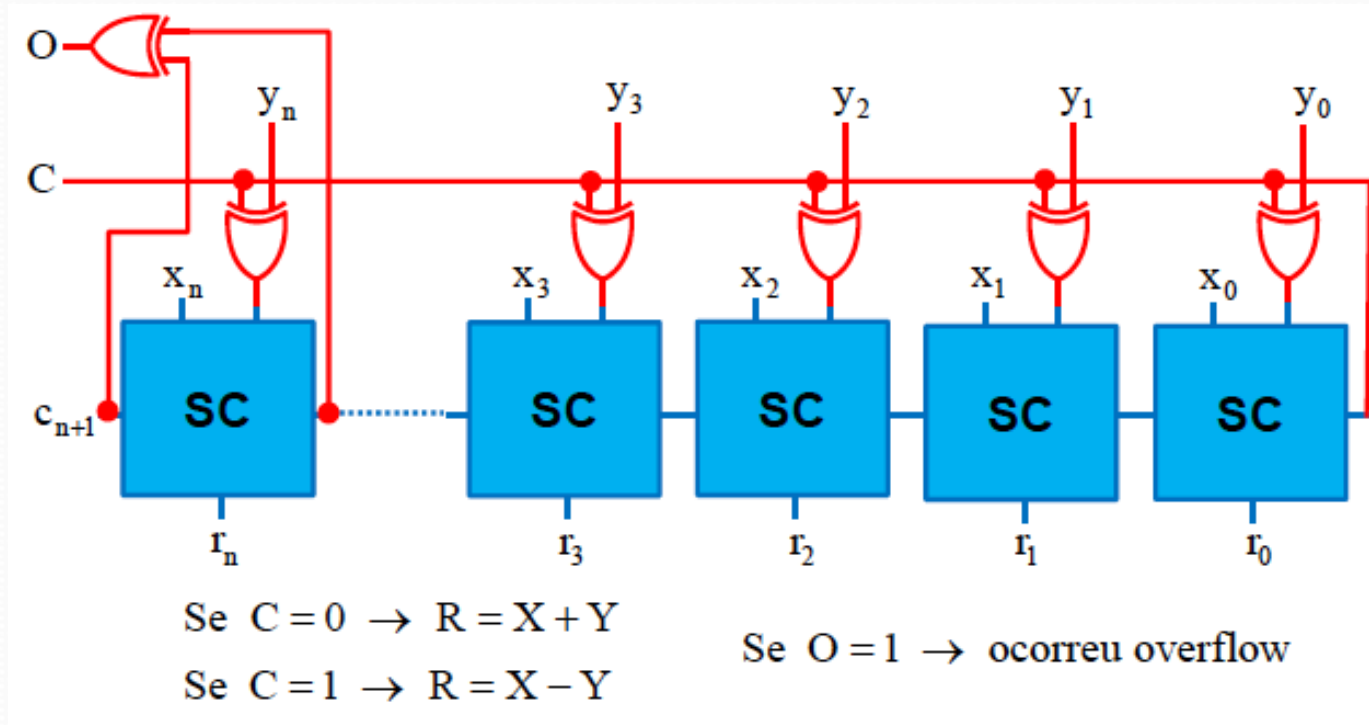
0 1 0 1 0
+ 0 1 0 0 0
—
0 1 0 0 1 0 Errado!

-9
+ -11
—
-20

1 0 1 1 1
+ 1 0 1 0 1
—
1 0 1 1 0 0 Errado!

Overflow

- Circuito somador/subtrator com detecção de overflow



Obrigado pela atenção

contato: felski@univali.br

