

# Interpolação de perfis de aerofólios de aeronaves

Matheus Oliveira da Silva

23 de setembro de 2023

## Resumo

O presente artigo visa informar o desenvolvimento e os resultados obtidos do primeiro trabalho computacional do curso de Fundamentos de Análise Numérica na Universidade de São Paulo, ministrado por Prof. Dr. Luis Carlos de Castro Santos.

## 1 Introdução

Três perfis de aerofólios foram escolhidos no site do [departamento de engenharia aeroespacial de Illinois](#). Os três perfis escolhidos são:

- NACA M16 AIRFOIL;
- OAF128 AIRFOIL;
- NASA SC(2)-0402 AIRFOIL.

No site, cada perfil possui um arquivo .dat com coordenadas do perfil e um arquivo .gif com a imagem do perfil. Este trabalho utiliza o método de natural cubic splines para interpolar e estimar os valores entre os pontos dos arquivos .dat. E, assim, consegue reproduzir a imagem encontrada no arquivo .gif somente pelos dados do arquivo .dat. E, por fim, é calculado o valor de maior espessura do aerofólio e o ponto onde se encontra.

## 2 Desenvolvimento

### 2.1 Coeficientes

Para construir o interpolador [BF89] cubic spline  $S$  para a função  $f$ , definida nos números  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ , satisfazendo  $S''(x_0) = S''(x_n) = 0$ :

**Entrada:**  $n; x_0, x_1, \dots, x_n; a_0 = f(x_0), a_1 = f(x_1), \dots, a_n = f(x_n)$ .

**Saída:**  $a_j, b_j, c_j, d_j$  para  $j = 0, 1, \dots, n-1$ .

(Observação:  $S(x) = S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3$  para  $x_j \leq x \leq x_{j+1}$ ).

**Passo 1:** Para  $i = 0, 1, \dots, n-1$ , defina  $h_i = x_{i+1} - x_i$ .

**Passo 2:** Para  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , defina

$$\alpha_i = \frac{3}{h_i}(a_{i+1} - a_i) - \frac{3}{h_{i-1}}(a_i - a_{i-1}).$$

**Passo 3:** Defina  $l_0 = 1, \mu_0 = 0, z_0 = 0$ .

**Passo 4:** Para  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , defina

$$l_i = 2(x_{i+1} - x_{i-1}) - h_{i-1}\mu_{i-1}, \quad \mu_i = \frac{h_i}{l_i}, \quad z_i = \frac{\alpha_i - h_{i-1}z_{i-1}}{l_i}.$$

**Passo 5:** Defina  $l_n = 1, z_n = 0, c_n = 0$ .

**Passo 6:** Para  $j = n-1, n-2, \dots, 0$ , defina

$$c_j = z_j - \mu_j c_{j+1}, \quad b_j = \frac{a_{j+1} - a_j}{h_j} - \frac{h_j(c_{j+1} + 2c_j)}{3}, \quad d_j = \frac{c_{j+1} - c_j}{3h_j}.$$

**Passo 7: SAÍDA** ( $a_j, b_j, c_j, d_j$  para  $j = 0, 1, \dots, n-1$ ).

Todos os passos estão identificados em comentários no algoritmo, na função *coeficientes*. Seguindo os passos acima, obtemos os coeficientes para:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_0) + c_i(x - x_0)^2 + d_i(x - x_0)^3 \quad (1)$$

## 2.2 Cálculo do y

Utilizando uma lista de 500 valores de x definidos por:

$$x = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta), \theta = [0, \pi] \quad (2)$$

Verifica-se para cada  $x \in lista$  qual índice satisfaz  $x_i \leq x \leq x_i + 1$  com  $x_i \in tabela.dat$ . A partir de  $i$  pode-se calcular  $S_i(x)$  (1). Obtendo, dessa forma, o valor estimado de y no ponto x. E, portanto, obtêm-se as coordenadas do aerofólio sendo (x,y), x calculado por (2) e y calculado por (1).

O cálculo no algoritmo é feito duas vezes para cada perfil, uma para a parte do extradorso e uma para a parte do intradorso.

## 2.3 Cálculo da espessura

Para calcular a espessura, é calculado a diferença entre os y das coordenadas (x, y do extradorso) e (x, y do intradorso) para os mesmos valores de x, a maior diferença é chamada de espessura.

### 2.3.1 Precisão

Sendo a primeira espessura definidar por *espessura\_max*, calculada entre os primeiros 500 x gerados por (2), um novo cálculo é feito para aumentar a precisão.

Procura-se o intervalo de interesse tal qual  $x_i \leq x_{daespessura\_max} \leq x_i + 1$  com  $x_i \in lista.dat$ . Um número  $n\_prec$  de pontos (escolhido arbitrariamente pelo usuário) são gerados nesse intervalo. Para cada novo ponto gerado calcula-se o novo valor de y utilizando  $S_i(x)$  (1). E, assim, podemos calcular a maior espessura entre esses novos  $n\_prec$  pontos e verificar que a espessura precisa foi maior do que a espessura inicial. Isso ocorre devido ao fato de ser possível encontrar uma coordenada com valor de y maior entre duas coordenadas de nossa lista inicial de 500 pontos.

## 3 Resultados

### 3.1 M16

Para o primeiro perfil temos a seguinte imagem:

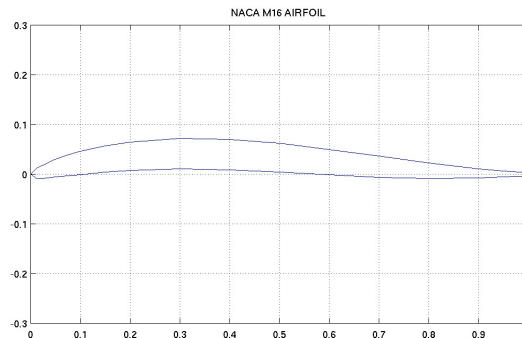


Figura 1: m16.gif

As coordenadas, obtidas com o algoritmo, plotadas geram:

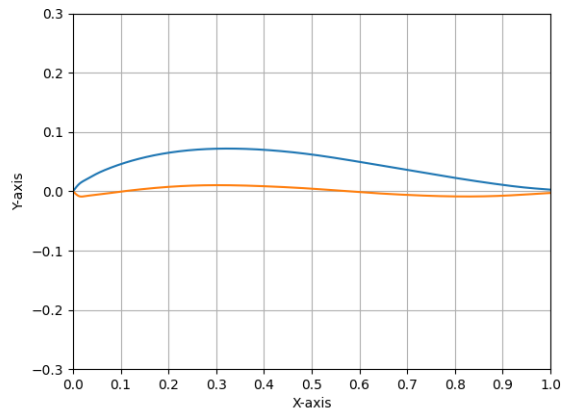


Figura 2: m16 obtido

A maior espessura inicial é de 0.06192715168786219, no ponto  $x = 0.3466895194061127$ . Para um  $n_{prec}$  de 1000, a nova maior espessura é de 0.0619274781963106, no ponto  $x = 0.3481337875751503$ .

### 3.2 OAF128

Para o segundo perfil temos a seguinte imagem:

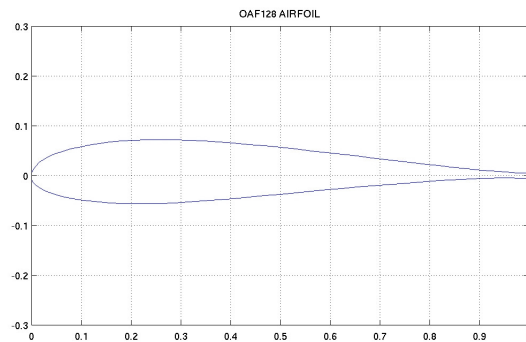


Figura 3: oaf128.gif

As coordenadas, obtidas com o algoritmo, plotadas geram:

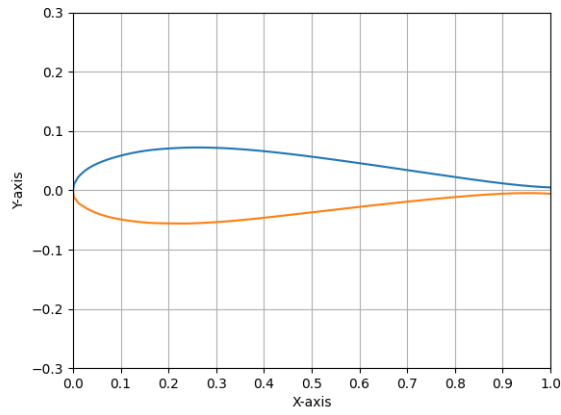


Figura 4: oaf128 obtido

A maior espessura inicial é de 0.12795793688387996, no ponto  $x = 0.24096854493319464$ . Para um  $n_{prec}$  de 1000, a nova maior espessura é de 0.12795892279461948, no ponto  $x = 0.24194597597597595$ .

### 3.3 SC20402

Para o terceiro perfil temos a seguinte imagem:

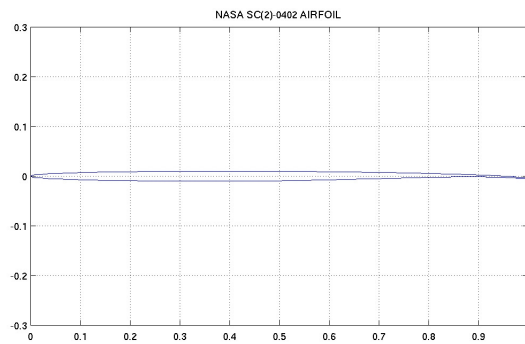


Figura 5: sc20402.gif

As coordenadas, obtidas com o algoritmo, plotadas geram:

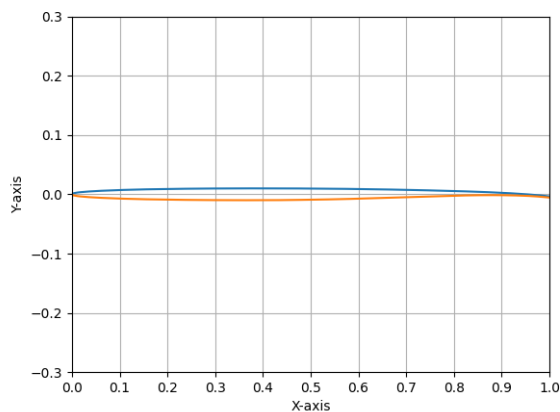


Figura 6: sc20402 obtido

A maior espessura inicial é de 0.019954132327475116, no ponto  $x = 0.39532581046441984$ . Para um  $n_{prec}$  de 1000, a nova maior espessura é de 0.019954292094649, no ponto  $x = 0.3962062062062062$

## 4 Conclusões

A interpolação a partir dos pontos tabelados foi de grande sucesso, visto que a imagem gerada é muito semelhante com a imagem oficial.

O cálculo de espessura é feito de forma a tentar criar uma continuidade entre os pontos interpolados. E, dessa forma, quanto maior for a capacidade computacional maior pode-se escolher o valor de  $n_{prec}$  e maior será a precisão como observado nos resultados.

## Referências

- [BF89] Richard L. Burden and J. Douglas Faires. *Numerical Analysis*. The Prindle, Weber and Schmidt Series in Mathematics. PWS-Kent Publishing Company, Boston, fourth edition, 1989.