

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MATHEUS OLIVEIRA DA SILVA

Modelagem de Sistemas Não Lineares de Áudio Através de Filtros Digitais de Onda

Porto Alegre

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MATHEUS OLIVEIRA DA SILVA

**Modelagem de Sistemas Não Lineares de Áudio Através
de Filtros Digitais de Onda**

Projeto de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Adalberto Schuck Jr.

Porto Alegre

2017

MATHEUS OLIVEIRA DA SILVA

Modelagem de Sistemas Não Lineares de Áudio Através de Filtros Digitais de Onda

Projeto de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para Graduação em Engenharia Elétrica

Prof. Dr. Adalberto Schuck Jr.
Orientador - UFRGS

Atualizar
Chefe
do De-
parta-
mento

Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho
Chefe do Departamento de Engenharia
Elétrica (DELET) - UFRGS

Atualizar
data
da
apre-
senta-
ção

Aprovado em 15 de Janeiro de 2018.

BANCA EXAMINADORA

Banca 1
UFRGS

Banca 2
UFRGS

Banca 3
UFRGS

*Aos que me apoiaram durante minha graduação,
mas também aos que duvidaram de minha capacidade,
me dando forças para prová-los errados*

Agradecimientos

tbd

*We live in a society exquisitely dependent on science and technology,
in which hardly anyone knows anything about science and technology.*

Carl Sagan, The Demon-Haunted World

Resumo

Distorções em sistemas de áudio causadas por não linearidades são responsáveis pela sonoridade característica de alguns estilos musicais, por isso é importante seu estudo e compreensão. Estes "defeitos" são originalmente causados por sistemas valvulados analógicos, porém estes são de difícil mobilidade e grandes consumidores de energia. Com o poder computacional disponível atualmente é possível a reprodução destes sistemas analógicos digitalmente de forma ininteligível para o ouvido humano. Assim é atraente a ideia de simular estes com o objetivo de obter sistemas mais portáteis e econômicos.

Palavras-chave: Sistemas não lineares. Filtros Digitais de Onda.

Abstract

Keywords:

Lista de Figuras

Figura 1	–	Funcionamento interno e símbolo de um resistor no domínio W	16
Figura 2	–	Funcionamento interno e símbolo de um capacitor no domínio W . . .	17
Figura 3	–	Fonte de tensão com resistor em série a ser modelada	18
Figura 4	–	Funcionamento interno e símbolo de uma fonte de tensão com resistência série no domínio W	18
Figura 5	–	Fonte de tensão com resistor em série a ser modelada	19
Figura 6	–	Funcionamento interno e símbolo de uma fonte de corrente com resis- tência em paralelo no domínio W	20

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

LIT	<i>Linear Invariante no Tempo</i>
SNL	<i>Sistema Não Linear</i>
FDO	<i>Filtro Digital de Onda</i>
PLR	<i>Porta Livre de Reflexão</i>

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1	Filtros Digitais de Onda	14
2.1.1	Condições de realização	14
2.1.2	Transformação bilinear	14
2.1.3	Variáveis de onda	14
2.1.4	Componentes de uma porta no domínio W	15
2.1.4.1	Resistores	15
2.1.4.2	Capacitores	16
2.1.4.3	Fonte de tensão com resistência não nula	17
2.1.4.4	Fonte de corrente com resistência não nula	19
2.1.4.5	Resumo dos componentes de uma porta	19
2.1.5	Conexões no domínio W	20
2.1.5.1	Conexões em série	20
2.1.5.2	Conexões em paralelo	22
2.1.6	Amplificadores operacionais no domínio W	22
2.1.7	Não linearidades no domínio W	22
2.2	Espaço de Estados	22
3	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	23
3.1	Pedais a serem modelados	23
3.2	Modelamento em filtro digital de onda	23
3.3	Código spice do circuito	23
4	RESULTADOS	24
4.1	Resultados circuito 1	24
4.2	Resultados circuito 2	24
5	CONCLUSÕES	25
6	PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	26
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	27

APÊNDICES	28
ANEXOS	29

1 Introdução

Sistemas lineares invariantes no tempo (LIT) já foram amplamente estudados por autores conhecidos como Haykin e Veen (2003) e Oppenheim, Willsky e Nawab (1997), tanto são que esses autores já fazem parte da bibliografia básica de disciplinas de graduação. O grande atrativo para o estudo de sistemas LIT é a simplicidade com que se pode obter a saída esperada para uma entrada tendo a resposta impulsiva do sistema, já que as únicas alterações causadas por sistemas LTI são na fase e amplitude do sinal de entrada.

Sistemas não lineares (SNL) por outro lado, apresentam saídas mais complexas pois adicionam à saída do sinal componentes com frequências múltiplas às do sinal de entrada, que são conhecidas como harmônicas. De acordo com Zölzer e Amatriain (2002) efeitos não lineares são usados por músicos em diversos dispositivos como microfones amplificadores e sintetizadores.

O princípio do uso de SNLs para áudio foi com a construção de amplificadores baseados em válvulas termiônicas a partir da década de 1950 como indicado por Ferreira (2016). O problema destes componentes é seu peso e consumo de energia, assim foi natural sua substituição por componentes semicondutores mais leves, baratos e confiáveis, porém até hoje as distorções geradas por válvulas são vistas como superiores às geradas por semicondutores por audiófilos, um estudo sobre estas diferenças foi feito por Hamm (1973). Para tentar emular o som gerado por estas válvulas termiônicas em sistemas semicondutores passou a ser comum a construção de pedais de efeitos que são ligados em série com o sistemas de áudio, tendo esses a vantagem de serem mais baratos e de mais fácil transporte. O próximo passo nessa evolução é o uso de sistemas digitais para a modelagem dessas não linearidades com o objetivo de facilitar ainda mais o uso dessa tecnologia, essa enfim será a proposta deste trabalho.

Para o modelamento de SNLs são comuns 3 diferentes abordagens: modelamento de caixa branca, onde se tem total conhecimento do circuito sendo modelado; caixa cinza, onde se usa algum conhecimento do circuito para a modelagem; e caixa preta, onde não é utilizado nenhuma característica do circuito para a modelagem. Eichas, Möller e Zölzer (2015) propõem um modelo de caixa preta onde um ruído branco é injetado no SNL a ser modelado e a saída deste é comparada com a de um sistema paramétrico que é adaptado de maneira a minimizar o erro quadrático entre ambas.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Filtros Digitais de Onda

2.1.1 Condições de realização

2.1.2 Transformação bilinear

2.1.3 Variáveis de onda

Usando as equações de Kirchhoff componentes são descritos de acordo com sua resistência (ou impedância), a tensão entre seus terminais e a corrente que atravessa o mesmo, e a relação entre essas grandezas é dada pela lei de Ohm conforme indicado na Equação 2.1 e a descrição de um componente qualquer mostrada na Figura .

$$V = R.I \quad (2.1)$$

Deste ponto em diante neste trabalho, essas grandezas serão definidas como parte do domínio K (de acordo com as leis de Kirchhoff).

(FETTWEIS, 1986) Dentro da teoria de FDO é definido um novo domínio denominado W (do inglês Wave) onde componentes e suas conexões são definidos de acordo com ondas incidentes e refletidas de suas portas e pela resistência dessas portas. As variáveis de corrente e tensão do domínio K são mapeadas como onda de tensão incidente A e onda refletida B no domínio W conforme indicado pelas transformações lineares nas Equações 2.2 e 2.3, e a descrição de um componente qualquer no domínio W é indicada na Figura .

$$A = V + I.R_p \quad (2.2)$$

$$B = V - I.R_p \quad (2.3)$$

Sendo R_p a resistência da porta como será descrito na próxima seção.

Levando em consideração as variáveis de onda definidas nas Equações 2.2 e 2.3, é possível obter novamente os valores de tensão e corrente do domínio K a partir dos valores do domínio W de acordo com as Equações 2.4 e 2.5.

$$V = \frac{A + B}{2} \quad (2.4)$$

$$I = \frac{A - B}{2.R_p} \quad (2.5)$$

Adiciona
figura
de-
mons-
trando
como
fun-
ciona
um
com-
po-
nente
no do-
mínio
K

Adiciona
figura
mos-
trando
com-
po-
nente
no do-
mínio
W

Também é possível definir as variáveis onda levando em consideração ondas de corrente ou potência, porém este trabalho não fará essas definições já que de maneira geral a bibliografia encontrada costuma considerar apenas ondas de tensão. Caso o leitor deseje uma referência às definições de outros tipos de onda no domínio W é indicado o trabalho de Kubin (1985).

2.1.4 Componentes de uma porta no domínio W

Neste capítulo será definida a descrição no domínio W para resistores, capacitores, fontes de tensão com resistência em série e fontes de corrente com resistência em série, pois estes são os componentes relevantes para este trabalho. Essas formulações, e outras para componentes passivos de duas portas, são definidos em Yeh e Smith (2008) e Yeh (2008) e um guia bastante didático para a obtenção destes valores é dado em Bogason (2017).

2.1.4.1 Resistores

Resistores são definidos no domínio K conforme indicado pela Equação 2.6

$$R = \frac{V}{I} \quad (2.6)$$

Utilizando-se das relações entre tensão, corrente e as variáveis de onda do domínio W definidas nas Equações 2.4 e 2.5, pode-se obter os valores para A e B conforme indicado nas Equações 2.7 e 2.8.

$$R = \frac{\frac{A+B}{2}}{\frac{A-B}{2.R_p}} \quad (2.7)$$

$$B = \frac{R - R_p}{Z_r + R_p}.A \quad (2.8)$$

A Equação 2.8 pode ser escrita no domínio do tempo conforme a Equação 2.9

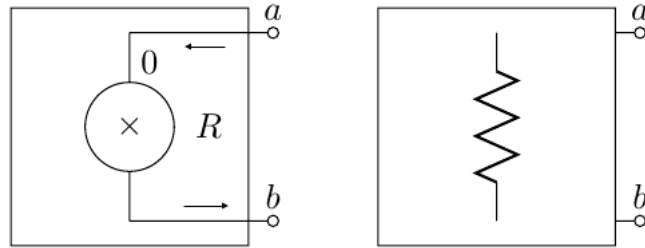
$$b[n] = \frac{R - R_p}{R + R_p}.a[n] \quad (2.9)$$

De acordo com a Equação 2.9 a onda refletida de um resistor no domínio W B é relacionada instantaneamente à onda incidente A por um fator $\frac{Z_r - R_p}{Z_r + R_p}$, é desejável que essa relação direta não exista de maneira a facilitar que a condição 1 de realização de filtros digitais, conforme indicado na Seção 2.1.1, seja satisfeita, para isso se define a resistência de entrada R_p no domínio W como sendo igual a resistência Z_r do domínio K. Desta maneira um resistor é completamente definido no domínio W pelas Equações 2.10 e 2.11 e a Figura ?? mostra o funcionamento interno deste componente e seu símbolo.

$$B = 0 \quad (2.10)$$

$$R_p = R \quad (2.11)$$

Figura 1 – Funcionamento interno e símbolo de um resistor no domínio W



Fonte: Modificado de (BOGASON, 2017)

É importante ressaltar que, mesmo não tendo nenhuma onda refletida, os resistores ainda afetam o comportamento dos circuitos ao alterar o coeficiente de reflexão de conexões série e paralelo com a resistência de sua porta de entrada conforme será mostrado na Seção 2.1.5.

2.1.4.2 Capacitores

Capacitores são definidos no domínio K em frequência conforme indicado na Equação

$$Z_c = \frac{1}{s.C} = \frac{V}{I} \quad (2.12)$$

Novamente utilizando-se das relações indicadas nas Equações 2.4 e 2.5 obtêm-se as relações para o domínio W conforme indicado nas Equações 2.13 e 2.14.

$$\frac{1}{s.C} = \frac{\frac{A+B}{2}}{\frac{A-B}{2.R_p}} \quad (2.13)$$

$$B = \frac{1 - s.C.R_p}{1 + s.C.R_p}.A \quad (2.14)$$

Utilizando a transformação bilinear dada na Equação ?? para digitalizar a Equação 2.14 tem-se as Equações 2.15 e 2.16

$$B = \frac{1 - 2.f_s \frac{z-1}{z+1}.C.R_p}{1 + 2.f_s \frac{z-1}{z+1}.C.R_p}.A \quad (2.15)$$

$$B = \frac{(1 - 2.f_s.C.R_p) + (1 + 2.f_s.C.R_p).z^{-1}}{(1 + 2.f_s.C.R_p) + (1 - 2.f_s.C.R_p).z^{-1}}.A \quad (2.16)$$

E finalmente, essa relação entre as ondas A e B pode ser descrita no domínio tempo conforme a Equação 2.17

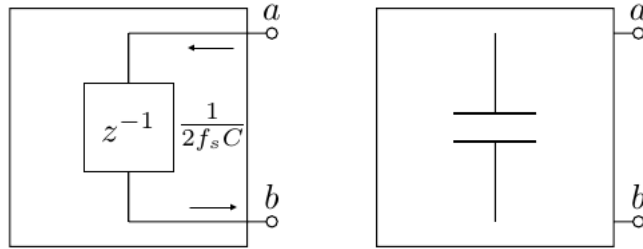
$$b[n] = \frac{((1 - 2.f_s.C.R_p).a[n] + (1 + 2.f_s.C.R_p).a[n - 1] - (1 - 2.f_s.C.R_p).b[n - 1])}{1 + 2.f_s.C.R_p} \quad (2.17)$$

Percebe-se pela Equação 2.17 que a onda refletida em um capacitor é relacionada instantaneamente à onda incidente por um fator $\frac{1-2.f_s.C.R_p}{1+2.f_s.C.R_p}$. Afim de anular essa reflexão instantânea se define a resistência R_p como sendo $\frac{1}{2.f_s.C}$. Assim um capacitor pode ser definido no domínio W conforme indicado nas Equações 2.18 e 2.19 e na Figura ?? e mostrado o funcionamento interno e o símbolo utilizado para capacitores no domínio W.

$$B = z^{-1}.A \quad (2.18)$$

$$R_p = \frac{1}{2.f_s.C} \quad (2.19)$$

Figura 2 – Funcionamento interno e símbolo de um capacitor no domínio W



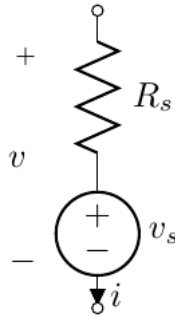
Fonte: Modificado de (BOGASON, 2017)

2.1.4.3 Fonte de tensão com resistência não nula

(YEH; SMITH, 2008) Fontes de tensão isolada tem, invariavelmente, uma relação instantânea entre onda incidente e onda refletida, para evitar esse efeito indesejado, é comum na literatura agrupar fontes de tensão com resistores em série conforme o circuito da Figura ?. Esse circuito pode ser modelado no domínio K conforme o indicado na Equação 2.20.

$$V = V_s + R_s.I \quad (2.20)$$

Figura 3 – Fonte de tensão com resistor em série a ser modelada



Fonte: Modificado de (BOGASON, 2017)

Utilizando-se das transformações lineares indicadas nas Equações 2.4 e 2.5 e resolvendo as equações de maneira similar à feita anteriormente para resistores e capacitores tem-se que a onda refletida para esse circuito é dada pela Equação

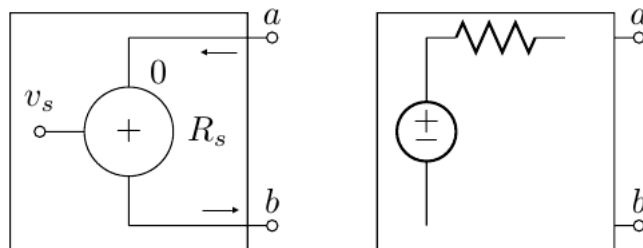
$$B = 2 \cdot \frac{R_p \cdot V_s}{R_p + R_s} - A \cdot \frac{R_p - R_s}{R_p + R_s} \quad (2.21)$$

Pode-se então definir $R_p = R_s$ de maneira a simplificar a equação e evitar a relação instantânea entre onda incidente e onda refletida. Então, uma fonte de tensão em série com um resistor pode ser descrita no domínio W conforme as Equações 2.22 e 2.23 e a Figura ?? mostra seu funcionamento e o símbolo utilizado para esse componente.

$$B = V_s \quad (2.22)$$

$$R_p = R_s \quad (2.23)$$

Figura 4 – Funcionamento interno e símbolo de uma fonte de tensão com resistência série no domínio W



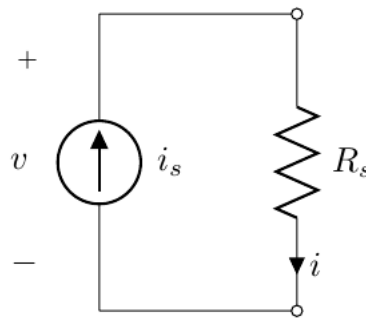
Fonte: Modificado de (BOGASON, 2017)

2.1.4.4 Fonte de corrente com resistência não nula

Assim como acontece para fontes de tensão, fontes de correntes independentes tem uma relação instantânea entre onda incidente e onda refletida. Por isso é interessante o uso de fontes de corrente em paralelo com resistores, conforme o circuito da Figura ???. As relações entre as grandezas no domínio K para esse circuito são dadas na Equação ??:

$$V = (I + I_s).R_s \quad (2.24)$$

Figura 5 – Fonte de tensão com resistor em série a ser modelada



Fonte: Modificado de (BOGASON, 2017)

Novamente se utilizando das relações nas Equações 2.4 e 2.5 tem-se a relação entre onda incidente e onda refletida indicada na Equação 2.25 :

$$B = 2.I_s \cdot \frac{R_p \cdot R_s}{R_p + R_s} - a \cdot \frac{R_p - R_s}{R_p + R_s} \quad (2.25)$$

Novamente, para evitar uma relação instantânea entre onda incidente e onda refletida se define $R_p = R_s$ de maneira que essa fonte de corrente pode ser descrita no domínio W conforme as Equações 2.26 e 2.27 e na Figura ?? é mostrado seu funcionamento e o símbolo que será usado para este componente no domínio W.

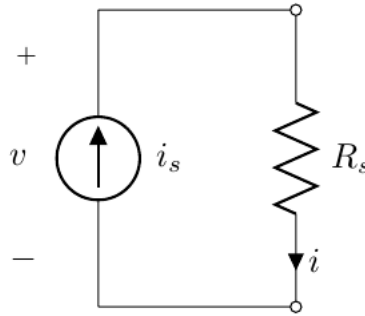
$$B = I_s \cdot R_s \quad (2.26)$$

$$R_p = R_s \quad (2.27)$$

2.1.4.5 Resumo dos componentes de uma porta

A Tabela ?? apresente em resumo as características no domínio W para os componentes de 2 portas que serão utilizados neste trabalho.

Figura 6 – Funcionamento interno e símbolo de uma fonte de corrente com resistência em paralelo no domínio W



Fonte: Modificado de (BOGASON, 2017)

2.1.5 Conexões no domínio W

Nesta seção serão demonstradas as conversões de conexões em série e paralelo do domínio K para o domínio W. Novamente como referência é indicado os trabalhos de Bogason (2017) e Yeh e Smith (2008) Yeh (2008) .

2.1.5.1 Conexões em série

Para uma conexão em série de n elementos conforme indicado na Figura ?? é sabido que as correntes e tensões se comportam conforme o indicado nas Equações 2.28 e 2.29.

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n \quad (2.28)$$

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0 \quad (2.29)$$

Utilizando-se a definição da Equação 2.4 na Equação 2.29 e depois utilizando a igualdade dada na Equação 2.28, tem-se as Equações 2.30 e ??

$$(A_1 - R_1 \cdot I_1) + (A_2 - R_2 \cdot I_2) + \dots + (A_n - R_n \cdot I_n) = 0 \quad (2.30)$$

$$A_1 + A_2 + \dots + A_n - I \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_n) = 0 \quad (2.31)$$

Sabendo que todas as correntes são iguais, pode-se então obter a onda refletida para uma porta i qualquer aplicando a Equação 2.5 na Equação ?? tendo como resultado as Equações 2.32 e 2.33.

Transformar essas equações em somatórios

$$I_i = \frac{A_i - B_i}{2.R_i} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \quad (2.32)$$

$$B_i = A_i - \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} . 2.R_i \quad (2.33)$$

Com o objetivo de facilitar a computação das reflexões é comum definir um parâmetro de reflexão que é calculado para uma porta qualquer i conforme a Equação ?? e então a onda refletida nesta porta é dada pela Equação ??:

$$\gamma_i = \frac{2.R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \quad (2.34)$$

$$B_i = A_i - \gamma_i . (A_1 + A_2 + \dots + A_n) \quad (2.35)$$

Um fato importante sobre os parâmetros de reflexão γ é que a soma desse parâmetro para todas as portas de um conector qualquer deve ser igual a 2.

Segundo a Equação ?? há uma relação instantânea entre a onda incidente e a onda refletida o que como já foi dito é indesejável. Quando se faz a conexão de dois conectores série (ou um conector série e um paralelo como será visto nas próximas seções), há a criação de loops sem delay, o que torna o filtro digital não realizável. Para evitar esse problema é possível definir uma porta no conector que não terá uma relação instantânea entre onda incidente e refletida, essa porta é denominada porta livre de reflexão (PLR) e é identificada pelo "t" na conexão indicada na Figura ??.

Para que uma porta seja PLR é necessário forçar sua resitência R_p a ser a soma das resistências das demais portas, isso é exemplificado nas Equações ?? onde a n -ésima porta, identificada como j , é definida como PLR.

$$B_j = A_j - \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1} + A_j}{(R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1}) + R_j} . 2.R_j \quad (2.36)$$

$$B_j = A_j - \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1} + A_j}{(R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1}) + (R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1})} . 2.(R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1}) \quad (2.37)$$

$$B_j = -(A_1 + A_2 + \dots + A_{n-1}) \quad (2.38)$$

Para um conector com a n -ésima porta sendo uma PLR pode-se então calcular que a reflexão para as demais portas baseando-se no resultado da Equação 2.33, que não a PLR é dada de acordo com as Equações sendo R_{plr} a resistência da PLR.

$$B_i = A_i - \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots R_{n-1} + R_{plr}} . (A_1 + A_2 + \dots A_n) \quad (2.39)$$

$$B_i = A_i - \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1}} \cdot (A_1 + A_2 + \dots + A_n) \quad (2.40)$$

Pode-se então definir um novo γ conforme a Equação ?? e tem-se a reflexão simplificadamente de acordo com a Equação ??

$$\gamma_i = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_{n-1}} \quad (2.41)$$

$$B_i = A_i - \gamma_i \cdot (A_1 + A_2 + \dots + A_n) \quad (2.42)$$

É importante ressaltar que a soma deste novo γ para todas as portas, que não a PLR, deve dar um total de 1.

2.1.5.2 Conexões em paralelo

Para uma conexão em paralelo de n elementos conforme indicado na Figura ??, as correntes e tensões podem ser calculadas conforme as Equações ?? e ??:

$$V_1 = V_2 = \dots = V_n \quad (2.43)$$

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (2.44)$$

2.1.6 Amplificadores operacionais no domínio W

2.1.7 Não linearidades no domínio W

2.2 Espaço de Estados

3 Metodologia Experimental

- 3.1 Pedais a serem modelados
- 3.2 Modelamento em filtro digital de onda
- 3.3 Código spice do circuito

4 Resultados

4.1 Resultados circuito 1

4.2 Resultados circuito 2

5 Conclusões

6 Propostas de Trabalhos Futuros

Referências Bibliográficas

BOGASON, O. *Wave Digital Notebook*. 2017. Disponível em: <https://github.com/multivac61/wave_digital_notebook/blob/master/WDFs_in_circuit_emulation.ipynb>. Citado 6 vezes nas páginas 15, 16, 17, 18, 19 e 20.

EICHAS, F.; MÖLLER, S.; ZÖLZER, U. Block-oriented modeling of distortion audio effects using iterative minimization. *Proc. Digital Audio Effects (DAFx-15)*, Trondheim, Norway, 2015. Citado na página 13.

FERREIRA, F. K. *Modelagem de sistemas de áudio não lineares a partir do método da varredura senoidal*. 2016. Citado na página 13.

FETTWEIS, A. Wave digital filters: Theory and practice. v. 74, p. 270 – 327, 03 1986. Citado na página 14.

HAMM, R. O. Tubes versus transistors-is there an audible difference. *Journal of the audio engineering society*, Audio Engineering Society, v. 21, n. 4, p. 267–273, 1973. Citado na página 13.

HAYKIN, S. S.; VEEN, B. V. *Signals and systems*. 2nd ed. ed. New York: Wiley, 2003. ISBN 0471164747 (cloth : alk. paper). Disponível em: <<http://www.loc.gov/catdir/description/wiley0310/2002027040.html>>. Citado na página 13.

KUBIN, G. Wave digital filters: Voltage, current, or power waves? In: *ICASSP '85. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. [S.l.: s.n.], 1985. v. 10, p. 69–72. Citado na página 15.

OPPENHEIM, A.; WILLSKY, A.; NAWAB, S. *Signals and Systems*. Prentice Hall, 1997. (Prentice-Hall signal processing series). ISBN 9780138147570. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=LwQqAQAAAMAJ>>. Citado na página 13.

YEH, D. *Tutorial on Wave Digital Filters*. 2008. Tutorial. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 20.

YEH, D.; SMITH, J. Simulating guitar distortion circuits using wave digital and nonlinear state-space formulations. 09 2008. Citado 3 vezes nas páginas 15, 17 e 20.

ZÖLZER, U.; AMATRIAIN, X. *DAFX: digital audio effects*. Chichester: Wiley, 2002. ISBN 0471490784. Disponível em: <<http://www.loc.gov/catdir/description/wiley036/2002280336.html>>. Citado na página 13.

Apêndices

Anexos