Wave digital filters (WDF)

Matheus Oliveira da Silva

Filtros digitais

- WDFs são filtros digitais que tem a vantagem de ter um mapeamento direto entre componentes físicos e representação digital.
- Assim como qualquer filtro digital, WDFs precisam respeitar algumas regras para serem implementáveis:

    A. Todos os atrasos no filtro devem ser múltiplos do período fundamental.

    B. Não devem existir loops sem atraso.

Características de conexões para WDFs

- Além das regras gerais para filtros digitais, mais algumas limitações precisam ser respeitadas devido à construção em blocos dos WDFs.

A. Cada porta de um componente deve ser conectada a apenas uma porta de outro componente ou conexão.

B. A onda que é refletida de uma porta é a mesma que é incidente na porta conectada a esta.

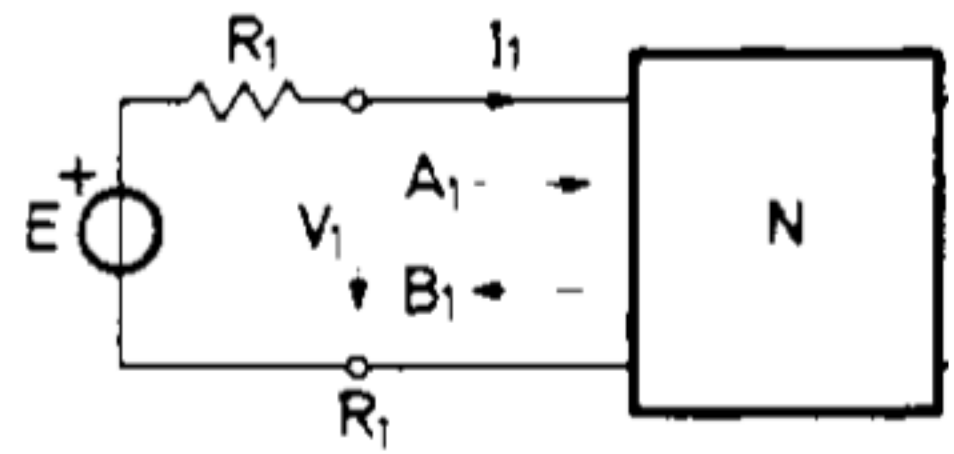
C. Duas portas conectadas devem ter a mesma resistência.

Variáveis de onda

- O grande segredo dos WDFs é a caracterização de componentes através de ondas incidentes A, ondas refletidas B e resistências de porta Rp.
- A relação entre as variáveis de onda (domínio W) e as variáveis de Kirchhoff (domínio K) é dada pelas seguintes equações:

$$A = V + R \cdot I$$

$$B = V - R \cdot I$$



Variáveis de onda

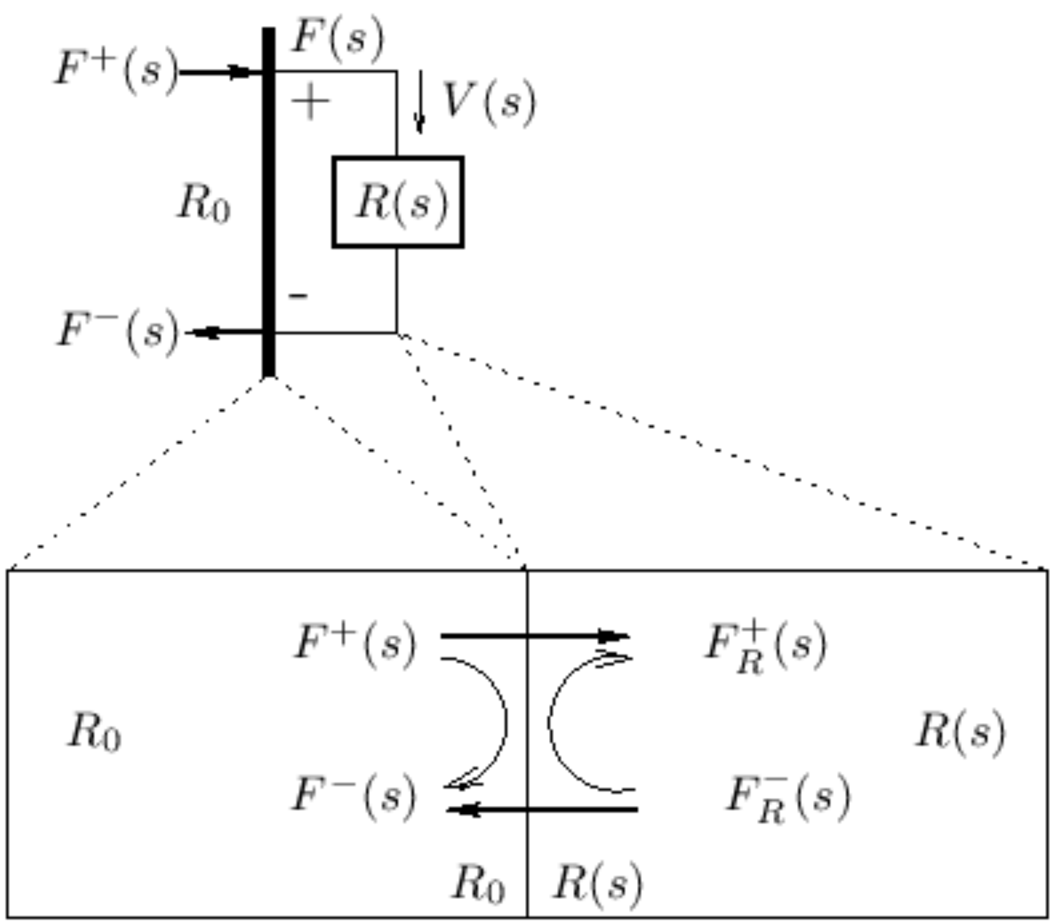
- A resistência de porta Rp pode ser definida como qualquer valor, mas normalmente é definida de maneira a evitar a relação instantânea entre as ondas B e A tornando assim mais difícil a existência de loops sem atraso.

Relação entre WDF e teoria de ondas

- É interessante notar que ao substituir as equações de onda definidas anteriormente na lei de ohm se obtém a seguinte relação

$$\frac{B}{A} = \frac{R(s) - R_0}{R(s) + R_0}$$

- Essa equação é similar à equação para onda refletida em uma troca de meios.



Método para obtenção das características de componentes

- Para obter as características de um componente qualquer basta substituir a resistência deste por R(s) na equação dada no slide anterior e resolver para B.

- Componentes cuja resistência varia com a frequência (capacitores e indutores) precisam ser digitalizados. O método mais comum em WDF é o uso da transformada bilinear cuja equação é dada por:

$$s \leftarrow \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}.$$

Exemplo de obtenção de característica

- Para um resistor de resistência nominal R:

$$B = \frac{R - R_p}{R + R_p}.A$$

- Se define Rp = R de maneira que a relação instantânea entre B e A é 0. Assim um resistor no domínio W (do inglês Wave) tem as seguintes características:

B = 0

Rp = R

Características para componentes de uma porta

- A tabela ao lado mostra um resumo das características para componentes de uma porta no domínio W

Element	Port impedance	Reflected wave
Resistor R	$R_p = R$	$b[n] = 0$
Capacitor C	$R_p = T\,/\,2C$	$b[n] = a[n-1]$
Inductor L	$R_p = 2L\,/\,T$	$b[n] = -a[n-1]$
Short circuit	$R_p = X$	$b[n] = -a[n]$
Open circuit	$R_p = X$	$b[n] = a[n]$
Voltage source V_s	$R_p = X$	$b[n] = -a[n] + 2V_s$
Current source I_s	$R_p = X$	$b[n] = a[n] + 2R_pI_s$
Terminated V_s	$R_p = R_s$	$b[n] = V_s$
Terminated I_s	$R_p = R_s$	$b[n] = R_pI_s$

Conexões no domínio W

- Componentes de uma porta precisam ser ligados por conexões em série ou paralelo afim de que a limitação de portas com mesma resistência seja respeitada.

- As características das conexões no domínio W são definidas de maneira que seu comportamento seja análogo a seus modelos físicos.

Características de conexões no domínio W

- Para obter as ondas no domínio W para conexões série basta considerar as seguintes características no domínio K:

$$I1 = I2 = \ldots = In$$

$$V1 + V2 + \ldots + Vn = 0$$

- Já para conexões em paralelo deve-se levar em conta o seguinte:

$$V1 = V2 = \ldots = Vn$$

$$I1 + I2 + \ldots + In = 0$$

Características de conexões no domínio W

- Substituindo as equações de definição das ondas A e B no slide anterior se obtém os seguintes valores de onda refletida para conexões série e paralelo respectivamente

$$\gamma_\nu = \frac{2R_\nu}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n}$$

$$a_s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$
$$b_\nu = a_\nu - \gamma_\nu a_s$$

$$\gamma_\nu = \frac{2G_\nu}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n}$$

$$a_p = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n$$
$$b_\nu = a_p - a_\nu,$$

Conexões com Reflection Free Port (RFP)

- Pelas equações para ondas refletidas mostradas no slide anterior se percebe que há uma relação instantânea entre onda incidente e refletida, com isso a ligação entre 2 conectores gera um loop sem atraso.

- Para resolver esse problema a solução definida é a criação de uma Reflection Free Port (RFP), onde essa relação instantânea é removida.

- Para definir uma porta como RFP é necessário forçar sua resistência (Rp) a ser igual à soma das resistências das outras portas em série no caso de um conector série, ou em paralelo no caso de um conector paralelo.

RFP em conector série

- Sendo a porta n uma RFP em um conector série sua resistência é dada por:

$$R_n = R_1 + R_2 + \cdots + R_{n-1}$$

- O parâmetro de scattering das portas que não a RFP é dado por

$$\gamma_\nu = \frac{R_\nu}{R_n}$$

- Finalmente, a onda refletida na RFP é dada por Bn e nas demais portas por Bv

$$b_n = -(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})$$
$$b_\nu = a_\nu - \gamma_\nu(a_n - b_n)$$

RFP em conector paralelo

- Sendo a porta n uma RFP em um conector paralelo sua resistência é dada por:

$$G_n = G_1 + G_2 + \cdots + G_{n-1} \qquad\qquad G_\nu = 1/R_\nu$$

- O parâmetro de scattering das portas que não a RFP é dado por

$$\gamma_\nu = \frac{G_\nu}{G_n}$$

- Finalmente, a onda refletida na RFP é dada por Bn e nas demais portas por Bv

$$b_n = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_{n-1} a_{n-1},$$
$$b_\nu = b_n + a_n - a_\nu$$

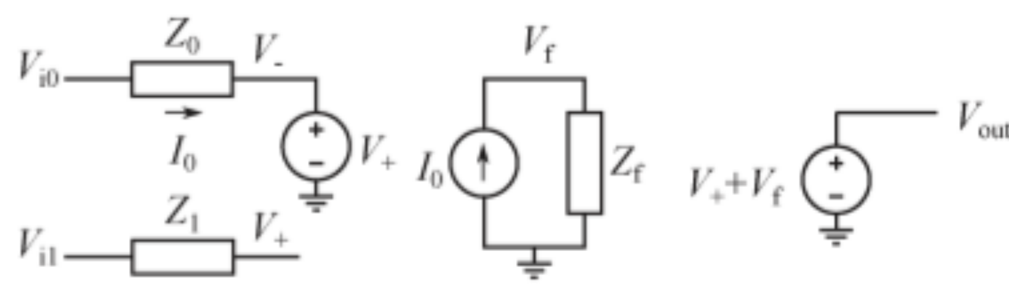
Não linearidades no domínio W

- A teoria de WDF consegue lidar com não linearidades instantâneas, que incluem componentes cuja resistência varia com a tensão (como diodos) e fontes dependentes (como em modelos de transistores)

- Não linearidades instantâneas tem, obrigatoriamente, uma reflexão instantânea, por isso é possível lidar apenas com uma não linearidade no circuito (há métodos avançados onde essa limitação é resolvida).

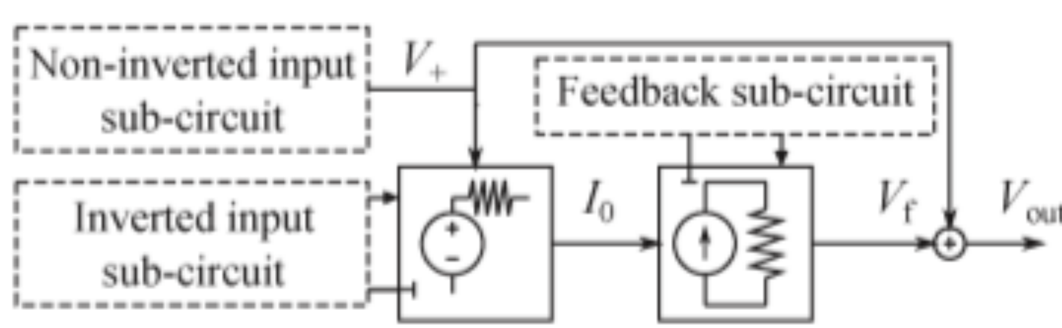
Amp ops no domínio W

- Modelos de amp ops possuem fontes dependentes, o que faz com que seu comportamento seja não linear.
- Para resolver esse problema é possível dividir esse componente em 3 modelos WDF que são lineares.
- Um modelo clássico para o comportamento de um amp op é mostrado abaixo:



Amp ops no domínio W

- Se baseando no modelo de amp op ideal pode-se simular o comportamento do mesmo utilizando os seguintes blocos WDF:

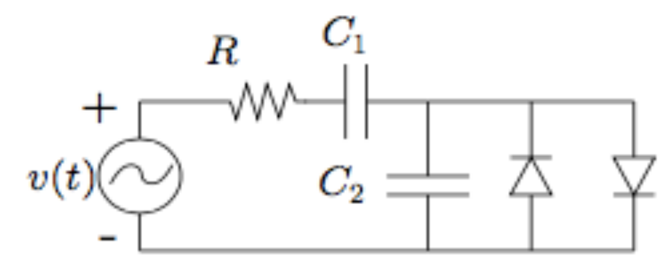


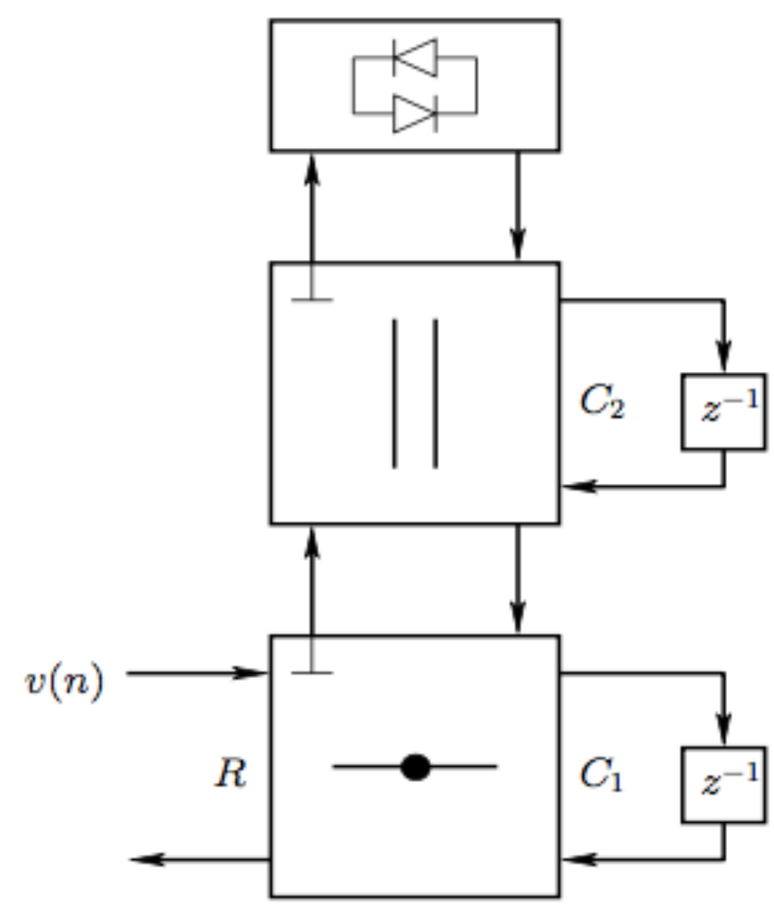
Conexões clássicas para WDF

- Circuitos são normalmente escritos como árvores binárias em WDF.

- Cada circuito pode ter no máximo um componente com reflexão instantânea que deve ser colocado na raiz da árvore.

- As conexões devem ser feitas de maneira que as RFP apontem para a raiz da árvore.





Método de cálculo

- As ondas devem ser originadas das folhas da árvore, onde devem ser colocadas as excitações do circuito, e se propagam até a raiz, onde ela é refletida até voltar às folhas.

- Quando não existem componentes de reflexão instantânea, componentes variáveis podem ser colocados na raiz da árvore para diminuir a propagação de alterações.