

Lista 2 de Complexidade de Algoritmos - 2022/3 (COS700/MAB703)

Professores: Celina Miraglia e Franklin Marquezino

Monitores: Mariana Martins e Matheus Adauro

Data de entrega: 17/11/2022

Observação. A resolução de cada questão deve ser iniciada em uma nova folha de papel. Além disso, antes do início de cada questão, deve-se incluir o número da questão e o nome completo do aluno.

Para resolver as questões abaixo considere as seguintes definições:

- Um subgrafo C de um grafo G é um **clique** em G , se para todo par de vértices $x, y \in V(C)$, temos $xy \in E(G)$;
- Um conjunto $I \subseteq V(G)$ é **independente** se para todo par de vértices $x, y \in I$, temos $xy \notin E(G)$;
- Um conjunto $S \subseteq V(G)$ é uma **cobertura por vértices** de G , se para toda aresta $xy \in E(G)$, temos $x \in S$ ou $y \in S$.

Considere então os seguintes problemas:

Clique Máxima

I **Problema:** MAXCLIQUE

Dados: um grafo G

Objetivo: encontrar um maior clique $C \subseteq V(G)$ em G .

I' **Problema:** k -CLIQUE

Dados: um grafo G e um inteiro k

Objetivo: decidir se há clique $C \subseteq V(G)$ em G tal que $|V(C)| \geq k$.

Independente Máximo

II **Problema:** MAXSTABLESET

Dados: um grafo G

Objetivo: encontrar um maior conjunto independente em G .

II' **Problema:** k -STABLESET

Dados: um grafo G e um inteiro k

Objetivo: decidir se há conjunto independente de vértice $I \subseteq V(G)$ tal que $|I| \geq k$.

Cobertura Mínima por Vértices

III **Problema:** MINVERTEXCOVER

Dados: um grafo G

Objetivo: encontrar uma menor cobertura por vértices $S \subseteq V(G)$ em G .

III' **Problema:** k -VERTEXCOVER

Dados: um grafo G e um inteiro k

Objetivo: decidir se há cobertura por vértices $S \subseteq V(G)$ tal que $|S| \leq k$.

1. Escolha i em $\{I, II, III\}$, considere o par de problemas i, i' e mostre que:

- Podemos resolver i' com uma única execução de um algoritmo que resolva i .
- Podemos resolver i com um número polinomial (no tamanho de uma instância) de execuções de um algoritmo que resolva i' .

2. Suponha que exista um algoritmo eficiente $A_{I'}$ para resolver o problema I' . Construa algoritmos eficientes para resolver os problemas II' e III' .

3. Mostre que o problema I' é \mathcal{NP} -completo.